等価線形化手法による一質点弾塑性構造の最大応答予測法

PEAK RESPONSE PREDICTION RULE FOR A SDOF ELASTO-PLASTIC SYSTEM BASED ON EQUIVALENT LINEARIZATION TECHNIQUE

笠井和彦*, 伊藤浩資**, 渡辺 厚***

Kazuhiko KASAI, Hiroshi ITO and Atsushi WATANABE

This paper proposes a simplified method to predict the peak displacement and base shear of a single-degree-of-freedom nonlinear structure subjected to earthquakes. The method considers bilinear hysteresis, and it can express the peak responses as functions of the dynamic property of the structure and the elastic response spectrum. It is based on equivalent linearization as well as spectrum modification and reduction, reflecting increase in equivalent vibration period and damping ratio. The method is validated through numerous time history analyses over a wide range of elastic vibration period, yield strength, post-yield stiffness, ductility, and earthquake type.

Keywords : *equivalent linearization, single-degree-of-freedom (SDOF) elasto-plastic structure, damping effect factor, response spectrum, peak displacement, peak force*
等価線形化, 一質点弾塑性構造, 応答低減率, 応答スペクトル, 最大変位, 最大力

1. はじめに

1.1 背景

地震時における構造物の非線形応答を予測する代表的な手法として、コンピューターによる時刻歴解析があるが、その結果は、ある入力地震動に対する特解であり、そこから構造物の耐震性能を包括的に把握することは難しい^{1),2)}。

このため、地震波のスペクトル特性に基づき、構造の動的特性と地震波の特性を関連づけながら、最大応答を簡易に予測するような手法が、近年検討されている³⁾⁻¹²⁾。なかでも、非線形特性を等価な剛性と減衰をもつ線形モデルに近似するという、いわゆる等価線形化に基づくものは、簡易で有用な手法とすることができる。

この手法の基本的な算定プロセスは、以下のごとくである。

- 1) 仮定した最大変形から、構造物の剛性低下および履歴エネルギー吸収を表す等価周期と等価減衰定数の評価を行う。
- 2) この結果を用い、線形時刻歴解析あるいは線形応答スペクトルから最大変形を求める。これを新たな仮定値として1)に戻る。
- 3) 最大変形の値の収れん後、相当する最大力などを求める。

既往手法の等価周期・減衰定数の求め方は様々である^{3)-8), 10)-21)}。また、時刻歴解析よりも、応答スペクトルの方が構造特性と応答の関連を理解しやすいが、過程2)で減衰定数に即しスペクトル曲線を作成する作業が煩雑になる。そこで、初期減衰での線形応答スペクトル曲線を低減したものを代用し、その作業を省略する方法が、約30年前に柴田^{9), 7)}によって示唆され、さらに近年においてその展開

が図られている^{4), 5), 10)-12)}。これによれば、任意の減衰での応答を迅速に評価でき、よって様々な入力レベルでの耐震性能の把握が効率的になる。また、後述するように収れん計算の簡素化や省略にも繋がることになる。

1.2 本論文の目的と構成

以上の観点から、本論文の目的は、等価線形化および減衰による線形応答スペクトルの低減からなる応答予測法を提案するとともに、同系の他手法と比べながら、その精度を検証することである。バイリニア履歴特性をもつ一質点弾塑性構造を対象とする。

弾塑性構造は、地震入力ではサイクル毎に異なる履歴振幅を示すため、一定の剛性や減衰定数をもつ線形システムで模擬するには、宿命的に誤差が伴う。また、スペクトル曲線の平滑さや低減の度合いが、周期や減衰に必ずしも規則的に依存しないため、スペクトル値の低減の過程で、誤差が生じることは明らかである。本手法では、これらの誤差を抑えるための配慮がなされているが、従来の等価線形化手法と同様、経験的な精度調整に基づく面もある。

したがって、手法の精度限界や適用範囲に関し、多くの検証例が必要と考え、30波を超える地震波と、様々な初期周期、二次剛性比、降伏力、塑性率などの組み合わせからなる多数のケースにつき、本手法・他手法の予測値と、非線形時刻歴解析の結果を比較する。

2章では、減衰による線形応答スペクトル低減の予測式を提案し、その精度の妥当性を示すとともに、他式との比較を行う。3章では、本応答予測手法の提案を行い、その理論について述べる。さらに、

* 東京工業大学建築物理研究センター 教授・Ph. D.
** 東京工業大学人間環境システム専攻 大学院生
*** 新日本製鉄㈱

Prof., Str'l Eng. Research Center, Tokyo Institute of Technology, Ph. D.
Grad. Student, Dept. of Built Environment, Tokyo Institute of Technology
Nippon Steel Corporation

本手法・他手法について、その概念や算定法の相違点を示し、多くの時刻歴解析に基づき、予測精度の検証を行う。4 章では、設計時によく考慮される擬似加速度、擬似速度、変位応答スペクトルが一定の場合について、弾塑性構造の応答傾向を示す簡潔な予測式が本手法から求まることを示し、その内容についても述べる。

2. 減衰による応答スペクトルの低減効果

2.1 応答低減率 D_h の予測式

任意の減衰定数における線形応答スペクトル値の近似予測法として、初期減衰でのスペクトル値と減衰による応答低減率 D_h の積を用いる方法がある。 D_h の既往予測式について精度の検証例が少なかつたため、本章では多数の地震波を用いて、詳細な検討を行う。

ところで、スペクトル量として変位・擬似速度・擬似加速応答スペクトル S_d, S_{pv}, S_{pa} および速度・加速度応答スペクトル S_v, S_a があるが、既往の低減率 D_h では、どの応答を対象としたのか曖昧な場合もあり、さらにそれを異なる応答の予測に用いた例も見られる。

そこで本論では、固有円振動数 ω を介し $S_d = S_{pv}/\omega = S_{pa}/\omega^2$ の対応関係がある変位・擬似速度・擬似加速度応答スペクトルについて、共通な低減率 D_h を定義し、速度応答スペクトル S_v 、加速度応答スペクトル S_a それぞれの低減率とは明確に区別する (付録 1)。

また、特に S_d, S_{pv}, S_{pa} 共通の低減率は、 S_v, S_a それぞれの低減率と異なり、周期 0.2~3.0 秒程度では周期にあまり依存しないという重要な傾向がある (付録 1)。よって、周期に依存しない表現である既往の予測式に着目し、その適用性を検討する。式 (1)~(4) は、それぞれ、秋山³⁾、Hanson⁹⁾、笠井^{4), 22)}、建築研究所 (以下、建研)^{5), 8)} によるものであり、これらを D_h (予測) と呼ぶ。

$$D_h = (1 + 3h_0 + 1.2\sqrt{h_0}) / (1 + 3h_{eq} + 1.2\sqrt{h_{eq}}) \quad (1)$$

$$D_h = \sqrt{[(1 - e^{-18h_0})h_0] / [(1 - e^{-18h_{eq}})h_{eq}]} \quad (2)$$

$$D_h = \sqrt{(1 + 25h_0) / (1 + 25h_{eq})} \quad (3)$$

$$D_h = (1 + 10h_0) / (1 + 10h_{eq}) \quad (4)$$

ただし、 $D_h \geq 0.32$ ($h_0 = 0.02$)、 $D_h \geq 0.40$ ($h_0 = 0.05$)

ここで、 h_0, h_{eq} は初期減衰定数と等価減衰定数である。図 1 と表 1 に、 $h_0 = 0.02, 0.05$ の場合それぞれにつき、 $h_{eq} = h_0 \sim 0.4$ における各式の D_h (予測) 値を示す。建研式は、他式に比べ応答低減の度合いが大きく、 $h_{eq} \geq 0.275$ の時に下限値をもつことが異なる。

なお、付録 1 で周期・地震継続時間の影響を応答種別ごとに述べ、付録 2 に非常に広い周期領域での応答低減率の予測法も示す。

図 1 D_h の予測式と h_{eq} との関係

表 1 D_h の予測式と h_{eq} との関係 (上: $h_0 = 0.02$, 下: $h_0 = 0.05$)

	等価減衰定数 h_{eq}					
	0.02	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4
秋山	1.000	0.867	0.732	0.576	0.481	0.416
Hanson	1.000	0.886	0.743	0.567	0.469	0.407
笠井	1.000	0.816	0.655	0.500	0.420	0.369
建研	1.000	0.800	0.600	0.400	0.320	0.320

	等価減衰定数 h_{eq}					
	0.02	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4
秋山	1.153	1.000	0.845	0.664	0.555	0.479
Hanson	1.129	1.000	0.839	0.640	0.529	0.459
笠井	1.225	1.000	0.802	0.612	0.514	0.452
建研	1.250	1.000	0.750	0.500	0.400	0.400

2.2 実際の応答低減率

表 2 は、本論で対象とする 33 種地震波 (2 種模擬地震波を含む) の最大加速度、入力時間、そして Bolt^{23), 24)} および Trifunac & Brady^{24), 25)} の手法 (付録 1) により継続時間を評価した値を示している。各地震波における実際の応答低減率 D_h (解析) を、以下の手順で求めた。

各地震波に対し、9 種の減衰定数 $h_{eq} = 0.02, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40$ を考え、計 297 の応答スペクトル曲線を作成した。 D_h (解析) は、変位応答スペクトル値 $S_d(h_{eq})$ と $S_d(h_0)$ の比を、周期 0.2~3.0 秒において 0.01 秒刻みで 281 点 (=n) 算出し、さらにそれらを平均した値である。

$$D_h(\text{解析}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{S_d(h_{eq}, T_i)}{S_d(h_0, T_i)} \right] \quad (5)$$

各周期での $S_d(0.05)/S_d(0.02)$ 、 $S_d(0.30)/S_d(0.02)$ の値、および式 (5) による D_h (解析) 値を El Centro NS 波を例として、図 2 に示す。

表 2 入力地震波一覧 (計 33 波)

No.	地震波名		最大加速度 (cm/sec ²)	入力時間 (sec)	継続時間評価値 (sec)	
					Bolt	Trifunac & Brady
1	Imperial Valley	El Centro NS	341.70	53.74	29.30	24.40
2	1940	El Centro EW	210.10	53.46	26.58	24.52
3	Kern Country	Taft N021E	152.70	54.36	19.58	30.52
4	1952	Taft N111E	175.90	54.38	15.56	28.84
5	十勝沖	八戸 NS	272.09	71.99	53.04	41.28
6	1968	八戸 EW	199.89	71.99	47.37	36.77
7	兵庫県南部	JMA神戸 NS	820.56	30.06	21.88	8.10
8	1995	JMA神戸 EW	619.20	30.06	17.66	9.50
9		大阪ガス管合 N240E	686.50	81.69	15.10	7.04
10		大阪ガス管合 N330E	802.00	81.69	14.30	6.75
11		JR鷹取駅 NS	605.55	40.95	31.94	11.33
12		JR鷹取駅 EW	656.98	40.95	19.86	9.93
13	宮城県沖	東北大学 NS	257.98	40.98	31.54	19.50
14	1978	東北大学 EW	203.01	40.98	38.00	22.38
15	釧路沖	JMA釧路 N063E	692.81	157.40	57.75	18.89
16	1993	JMA釧路 N153E	576.01	157.40	48.93	21.66
17	Iran	Tabas N074E	862.85	49.98	44.60	18.40
18	1978	Tabas N344E	919.02	49.98	44.82	18.06
19	Northridge	Newhall NS	578.19	59.98	15.70	5.50
20	1994	Newhall EW	571.62	59.98	15.66	5.90
21		Sylmar NS	826.76	59.98	12.74	5.32
22		Sylmar EW	592.64	59.98	14.92	7.06
23	Chichi	TCU065 NS	563.27	160.00	42.83	28.90
24	(Taiwan)	TCU065 EW	774.30	160.05	43.85	29.17
25	1999	TCU068 NS	361.94	150.00	24.99	13.30
26		TCU068 EW	501.43	150.00	26.90	12.54
27		TCU074 NS	368.34	160.00	70.38	21.36
28		TCU074 EW	585.88	160.00	69.98	12.67
29	Kocaeli	Ypt NS	322.20	135.81	34.99	31.84
30	(Turkey)	Ypt EW	230.22	135.81	36.78	33.19
31	1999	Sakarya	407.04	388.80	243.08	44.32
32	模擬地震波	BCJ-L1	207.33	60.00	45.32	33.66
33		BCJ-L2	355.66	120.00	106.97	65.28

図2 各周期Tにおける応答低減率 (T=0.2秒~3.0秒の281点)

2.3 予測式と解析値との比較

上記 D_h (予測)と D_h (解析)の比較により、予測式の精度検討を行う。紙幅の都合上、図3に33波のうち12波、 $h_0=0.02$ の場合について、様々な h_{eq} での D_h (予測)/ D_h (解析)の値を示す。各予測式の精度傾向は、地震波によってあまり変化しないことが、図3から理解できる。

さらに、全33波(=n)について、 D_h (予測)/ D_h (解析)の平均値Aと平均誤差値Rを以下のように求める。

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [D_h(\text{予測})/D_h(\text{解析})] \quad (6a)$$

$$R = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [D_h(\text{予測}) - D_h(\text{解析})]^2} \quad (6b)$$

この結果を図4、図5に示す。秋山式とHanson式は、平均して応答低減を安全側に、建研式では逆に危険側に評価している。建研式は、特に $h_{eq}=0.20\sim0.30$ でこの傾向が強く、平均値0.7~0.8となっている。また笠井式は、減衰定数によらず一貫して平均値がほぼ1.0、平均誤差値0.05以下と、非常に安定した精度を示している(図5)。

図3 予測式と解析値との比較例 ($h_0=0.02$, 12波の場合)

図4 予測式と解析値との比較 (33波の平均値)

図5 予測式と解析値との比較 (33波の平均誤差)

2.4 模擬地震波に関する注釈

図6に各減衰での模擬地震波2波(日本建築センター波BCJ-L1, BCJ-L2)の低減率(式(5))と31実地震波それぞれの低減率(式(5))の平均と標準偏差を示す。模擬地震波2波とも実地震波に比べ、減衰による低減効果が著しい。よって、これらの模擬地震波での時刻歴解析は、建物の安全性を過大評価する恐れがあり、他の模擬地震波を作成・使用する場合でも、この点に留意する必要があると言える。

なお、上記傾向を実地震波に最も合った笠井式で予測する場合、式(3)を以下のように変更すればよいことも分かった。

$$D_h = \sqrt{(1+ah_0)/(1+ah_{eq})}, \quad \alpha=97 \text{ (L1波), or } 75 \text{ (L2波)} \quad (7)$$

しかし、本論文では、これ以後、模擬地震波2波を除き、 $\alpha=25$ として、31種の実地震波を応答予測法の検証に用いる。つまり、式(3)を変えずに用いることとする。

図6 31波の平均値とBCJ-L1およびBCJ-L2との比較 ($h_0=0.02$ の場合)

3. 最大応答予測の理論と精度検証

3.1 予測法の概念

バイリニア型1質点弾塑性系を考慮する(図7)。初期剛性と2次剛性を K_0, pK_0 、質量 M とすると、初期(弾性)周期 $T_0=2\pi\sqrt{M/K_0}$ である。地震入力と様々な T_0 に対する擬似速度応答(pseudo-velocity)スペクトル $S_{pv}(T_0, h_0)$ が既知とする。本章では、弾塑性系の等価線形化と理論を提案し、精度検証も行う。

このため、塑性化による系の剛性低下(周期増加)とエネルギー吸収増加(減衰増加)の影響を、それぞれ3.2節と3.3節に分けて論ずる。すなわち3.2節では、減衰定数を初期値 h_0 のままとし、周期増加による最大速度の変化を考慮する。3.3節では、減衰定数 h_0 から h_{eq} への増加による最大速度の低減を、 D_h (式(3))によって表す。

図7 1質点モデルと履歴特性

3.2 等価周期とスペクトル平滑化

塑性化による剛性低下を考慮し、降伏変形 U_y である系の、最大変形 U に達したサイクルでの等価周期 T_{eq} は、図7の割線剛性 K_{eq} と M で表され、最大塑性率 $\mu (= U/U_y)$ を用いれば、

$$T_{eq} = T_0 \sqrt{\mu / (1 - p + p\mu)} \quad (\mu > 1) \quad (8)$$

となる。 $T_{eq} > T_0$ であり、 μ が大きいほど T_{eq} が増加する (図8(a))。

大小サイクルを含む地震応答では、各サイクルの塑性率が様々であり、サイクル毎の周期は T_0 と T_{eq} の間で変化すると言える。そこで系の最大速度は $S_{pv}(T_{eq}, h_0)$ から評価せず、 T_0 から T_{eq} までの応答スペクトル値の平均を用いることにする。これを最大サイクルでの「等価速度応答スペクトル」値と呼び、以下のように求める。

$$\overline{S_{pv}}(T_{eq}, h_0) = \frac{1}{T_{eq} - T_0} \int_{T_0}^{T_{eq}} S_{pv}(T, h_0) dT \quad (9)$$

式(9)の例として二次剛性比 $p=0$ の系が、El Centro NS 波に対し最

図8 最大塑性率 μ と

- (a) 等価周期 T_{eq} ,
(b) 等価減衰定数 h_{eq} ,
(c) 減衰による応答低減率 D_h

図9 等価速度応答スペクトル $\overline{S_{pv}}$ の概念図 (El Centro NS $p=0, \mu=4$)

大塑性率 $\mu=4$ を示す場合を考える。図9(a), (b)は、それぞれ弾性周期 T_0 が短い場合、中程度の場合を表している。最大変形時の等価周期 T_{eq} は、両者とも $2T_0$ である (式(8))。図9(a)は、 $\overline{S_{pv}}$ が S_{pv} よりかなり高く、一方、図9(b)では逆であり、これらは $[T_0, T_{eq}]$ における応答スペクトル曲線の形状に依存することが分かる。

3.3 等価減衰とスペクトル低減化

塑性率 μ' を示すサイクルにおける等価減衰定数 h'_{eq} は、履歴吸収エネルギーと弾性エネルギーの比から、式(10)のように求められる。

$$h'_{eq}(\mu') = h_0 + \frac{2(1-p)(\mu'-1)}{\pi\mu'(1-p+p\mu')} \quad (\mu' > 1), \text{ or } h_0 \quad (\mu' \leq 1) \quad (10)$$

3.2節と同様、大小サイクルを含むランダム応答では、各サイクルの塑性率 μ' は、0 から最大値 μ まで様々ある。そこで $h'_{eq}(\mu')$ の平均を等価減衰定数 h_{eq} とする Newmark-Rosenbluth 式^{14), 15)}を用いる。

$$h_{eq} = \frac{1}{\mu} \int_0^\mu h'_{eq}(\mu') d\mu' = h_0 + \frac{2}{\mu\pi p} \ln \frac{(1-p+p\mu)}{\mu^p} \quad (\mu > 1) \quad (11)$$

明らかに、 h_{eq} は最大サイクルにおける h'_{eq} よりも低い。また、 μ が大きく p が小さいほど、 h_{eq} は大きい (図8(b))。

ここで、実地震波の傾向に最も合った式(3)に h_{eq} を代入し、応答低減率 D_h を求める。勿論、 μ が大きくなると、 h_{eq} が増大するため D_h は小さくなる (図8(c))。この D_h で等価速度応答スペクトルを低減したものを、等価減衰 h_{eq} での系の擬似速度応答スペクトルと考える。すなわち、

$$S_{pv}(T_{eq}, h_{eq}) = D_h \overline{S_{pv}}(T_{eq}, h_0) \quad (12)$$

最大サイクル、つまり周期 T_{eq} の時の最大速度が $S_{pv}(T_{eq}, h_{eq})$ であるため、変位・擬似加速度応答スペクトル値が以下のように表される。

$$S_d(T_{eq}, h_{eq}) = \frac{T_{eq}}{2\pi} S_{pv}(T_{eq}, h_{eq}) = \left(\frac{T_{eq}}{2\pi} \right)^2 S_{pa}(T_{eq}, h_{eq}) \quad (13)$$

以上の定式化を図10に要約する。図9(b)の場合について、最大塑性率 μ となる系の最大擬似速度は、図10(a)の如く μ に相当する周期の伸びと応答スペクトル平滑化により等価速度応答を求め (矢印①)、それを減衰増加により低減して (矢印②) 予測する。なお、この過程を変位で表したのも図10(b)に示す。

また、この例では、 $T_{eq}/T_0=2$ であり (3.2節)、この比を用いて全ての T_0 の範囲で数値積分 (式(9)) を行った結果も図10の上側破線で示す。このように式(9)は、擬似速度応答スペクトルを平滑化した等価速度応答スペクトルを構築することができ、それに D_h を乗じて得られる下側破線 (図10) も、やはり滑らかなものになり、高減衰でのスペクトル曲線の平滑化という典型的な傾向と整合したものになる。

図10 本予測法の算定プロセス (図9(b)に示した場合について)

また、弾塑性系のサイクル毎に変わる周期がもたらす最大速度応答の傾向を、式(9)が概ね予測できることも確認している(付録3)。

3.4 他手法の概念と算定法

等価線形化の既往研究は数多いが、本論のように初期減衰での線形応答スペクトル曲線を低減したものを代用して、予測にまで展開したものは数少ないが、その先駆的なものとして約30年前の柴田^{6),7)}の研究があり、その検証は島崎¹²⁾によってなされている。これらは剛性低下型の特性を示すRC骨組を対象としているため、付録4にて注釈することにし、ここでは、バイリニア履歴特性を対象としたものの代表例を挙げ、本手法との違いを要約する。

Fu & Cherry¹⁰⁾の方法は、a) サイクル毎の割線剛性の平均を K_{eq} として T_{eq} を表現する。b) サイクル毎エネルギー吸収の平均と K_{eq} の比から h_{eq} を評価する。c) 応答スペクトル形状の影響・平滑化(3.2節)を考慮しない。d) D_h として式(2)定数18を30と変えたものを用いる。本手法に比べ T_{eq} が短く h_{eq} はかなり低い。また、最大サイクルでの周期を用いないため、応答スペクトルの特徴である最大変位・擬似速度・擬似加速度の簡便な関係を利用することができない。

2000年改正基準法での限界耐力計算法^{5),8)}は、a) 最大サイクルでの割線剛性を K_{eq} として T_{eq} を表現する。b) 最大サイクルでの履歴減衰に0.8を乗じ、それに h_0 を加えて h_{eq} とする。c) 応答スペクトル形状の影響・平滑化を考慮しない。d) D_h として式(4)を用いる。

本手法に比べ、 μ が小の場合 h_{eq} が高いが、他の場合は係数0.8の効果が増して同等となる。また、実地震波での減衰の効果を過大評価する式(4)を用いるため、 D_h は低めとなる。

Newmark & Hall の変位一定則・エネルギー一定則¹³⁾は、それぞれ弾塑性系と弾性系の最大変位・エネルギーが等しいと仮定し、弾塑性系応答を低減減衰の線形応答スペクトル自体で予測する方法である。等価線形化手法の範疇にないが、線形応答スペクトルに基づく簡便な手法として挙げられる。これらは、a) 等価剛性や減衰定数の評価を行わない。b) 最大塑性率 μ や2次剛性比 p が最大変形に及ぼす影響を加味しない。c) 応答スペクトル形状の影響を考慮しない。d) 必ずしも弾性域の減衰定数を応答スペクトルに用いるとは限らない。

3.5 実地震波を用いた精度検証

上記の如く他の等価線形化手法は、周期伸びと減衰増加の影響を2ステップで加味する点で本手法と同等だが、具体的な算定法が異なる。よって、これらの予測結果を時刻歴解析結果と比較してみる。

1 質点弾塑性系(図7)で、初期減衰 $h_0 = 0.02$ 、29種の初期周期 T_0 (0.1秒間隔で0.2~3.0秒)を用いる。また、それぞれにつき3種の2次剛性比 $p = 0, 0.2, 0.5$ を考え、各々の地震波で3種の最大塑性率 $\mu = 2, 4, 6$ を示すような系の降伏力を設定した。また、31種の実地震波(表2)を用いる。以上、総計8,091種類(=29×3×3×31)の系を作成し、時刻歴解析および本手法・他手法による応答予測を行った。

図11 各手法と非線形解析との比較 (各地震波において左から $\mu=2, 4, 6$, 各手法につき8,091ケースの統計)

なお、本手法では、式(8)、(11)に h_0, T_0, p, μ を代入して等価周期・減衰を求め、各地震波の初期減衰応答スペクトルに式(9)、(12)を適用して $S_{pv}(T_{eq}, h_{eq})$ を得た後、式(13)により最大変位 S_d を予測した。詳細は異なるが、他の等価線形化手法の場合にも同様な手順を踏んだ。

図 11(a)は、本手法の精度を地震波 No.1~31 (表 2) について示している。各地震波で、 p, μ の組み合わせごとに、上記 29 種の周期で求めた予測値 (式(13)) と時刻歴解析値の比の平均をプロットした。本手法は、概ね時刻歴解析と良い一致を示し、最大変位の傾向を捉えているといえ、また、図中に示したように 8,091 ケースの平均は、他手法 (図 11(b)~(d)) に比べ 1 に近く、かつその標準偏差は最も低くなっており、バラツキの少ない安定した精度を示している。

Fu-Cherry 法 (図 11(b)) も、本手法と同様に応答傾向を捉えているが、応答スペクトル平滑化という概念をもたないため、多少標準偏差が高く精度にバラツキがみられる。2000 年改正基準法 (図 11(c)) では、全体に最大変位を低めに予測している。弾性挙動に近づく $p=0.5$ では概ね合っているが、 $p=0$ では予測値は解析値のほぼ半分であり、精度が p に大きく依存しているといえる。Newmark-Hall 法については、紙幅の都合により変位一定則 (図 11(d)) のみを示すが、精度が地震波に強く依存している。

さらに表 3 により、短周期 (0.2~0.6 秒)、中周期 (0.7~1.5 秒)、中長周期 (1.6~3.0 秒) の領域ごとに、各手法の精度を検証する。変位一定則・エネルギー一定則については、予測に用いる線形応答スペクトルの減衰定数を 0.02 と 0.05 の 2 パターンとした。

本手法は、長周期で予測値がやや下がるが (付録 2 参照)、全体に周期領域によらない安定した精度を保っているといえる。Fu-Cherry 法では精度がやや落ち、バラツキも大きくなるが、周期領域ごとの変化はあまり無い。2000 年改正基準法では、中周期以上で予測が解析を大きく下回っている。中周期以上、そして短周期でそれぞれよい精度を示すといわれる変位一定則とエネルギー一定則の場合、減衰定数 0.02 の線形応答スペクトルによる予測では、解析値をかなり上回っており、極端な誤差も認められる (表 3)。一方において、減衰定数 0.05 を用いた予測では精度が向上するが、対象構造の初期減衰 $h_0=0.02$ であることを考えると、整合性に欠けていると言える。

表 3 周期領域ごとの各手法と非線形解析との精度比較
上段：平均値、下段：標準偏差

	0.2 - 0.6 (sec)	0.7 - 1.5 (sec)	1.6 - 3.0 (sec)	0.2 - 3.0 (sec)
本予測法	1.082 (0.246)	1.069 (0.256)	0.995 (0.240)	1.033 (0.249)
Fu & Cherry	1.080 (0.322)	1.122 (0.339)	1.060 (0.305)	1.083 (0.320)
2000年 改正基準法	0.939 (0.325)	0.787 (0.299)	0.682 (0.275)	0.759 (0.307)
変位一定則 (2%減衰で予測)	1.019 (0.353)	1.225 (0.424)	1.303 (0.437)	1.241 (0.432)
変位一定則 (5%減衰で予測)	0.780 (0.228)	0.984 (0.289)	1.070 (0.331)	0.993 (0.320)
エネルギー一定則 (2%減衰で予測)	1.495 (0.547)	1.873 (0.735)	1.951 (0.801)	1.848 (0.760)
エネルギー一定則 (5%減衰で予測)	1.144 (0.356)	1.463 (0.519)	1.601 (0.623)	1.479 (0.577)

4. 最大応答の簡易予測手法

前章において、多くの検証例により本理論の精度を実証した。この理論により、初期減衰定数 h_0 の線形応答スペクトルを用いた簡易な応答予測手法が様々に展開できることを、本章で述べる。

4.1 基本的な予測手法

初期減衰定数・周期 h_0, T_0 と降伏変形と力 U, F_y をもつ弾塑性系において、その最大変位と力 U, F は、式(12)、(13)より、

$$U = D_h(T_{eq}/2\pi) \overline{S_{pv}}(T_{eq}, h_0), \quad F = M \cdot U \cdot (2\pi/T_{eq})^2 \quad (14a,b)$$

手計算で、例えば以下のように U, F が得られる。まず、 $T_{eq}=T_0$ として線形応答スペクトルから U を求める。次に、 $\mu (=U/U_y)$, T_{eq} (図 8(a)または式(8)), D_h (図 8(c)または式(3)), $\overline{S_{pv}}(T_{eq}, h_0)$ を算定し、 U の再評価 (式(14a)) を 1~2 度繰り返す。 U の収斂後、 F を求める (式(14b))。

なお、厳密な $\overline{S_{pv}}(T_{eq}, h_0)$ の評価は必要無い。これは、目分量でほぼ平均値 $\overline{S_{pv}}$ (図 9 参照) が評価できるからである。

以上の線形解析で用いた μ や T_{eq} は、弾塑性系の最大変形時の履歴曲線に基づくため、式(14)の別表現として、次式も有用である。

$$U = \mu U_y, \quad F = F_y(1 - p + p\mu) \quad (15a,b)$$

4.2 変位・せん断力倍率の予測手法

弾塑性系の免震・制振構造などの設計では、与えられた地震入力に対し $\mu=1$ (弾性) と仮定して得た応答値を基準とし、 μ の増加による応答低減を検討することがよくある。弾性系の最大変位と力を U_{el}, F_{el} とすると、式(12)~(14)より、明らかに

$$\frac{U}{U_{el}} = D_h \frac{T_{eq}}{T_0} \frac{\overline{S_{pv}}(T_{eq}, h_0)}{\overline{S_{pv}}(T_0, h_0)}, \quad \frac{F}{F_{el}} = \frac{U}{U_{el}} \left(\frac{T_0}{T_{eq}} \right)^2 \quad (16a,b)$$

式(16a, b)左辺の比をそれぞれ変位・せん断力倍率、総じて応答倍率と呼ぶ。ある U_y, F_y をもつ弾塑性系の応答予測 (4.1 節)、そして、逆に目標応答に必要な U_y, F_y の設計などを包含する便宜的手法として、様々な μ での応答倍率のプロットを利用することが考えられる。

このようなグラフでは、 $\mu=1$ で変位・せん断力倍率ともに 1 となり、 $\mu>1$ で、せん断力倍率は減るが、変位倍率は μ 値やスペクトルなどに依存する。 U_{el}, F_{el} は、周期 T_0 における応答スペクトル値から求められるので、このグラフから U, F, μ の対応が分かり、よって式(15)から U_y, F_y にも言及できる。さらに、4.1 節で述べた収斂計算の必要も無い。これらの点につき、次節で詳細に述べることにする。

4.3 スペクトル一定の場合における予測手法

周知の傾向として、擬似加速度応答、擬似速度応答、変位応答スペクトルがそれぞれ一定の場合を考慮する。図 12 に示すように、これらはそれぞれ S_{pv} が周期に比例、一定、反比例する場合である。以上と式(16a) から、変位の予測値 U は次式で表される。

$$\frac{U}{U_{el}} = D_h \frac{T_{eq}}{T_0} \frac{T_{eq}/T_0 + 1}{2} \quad (S_{pv} \propto \text{周期}) \quad (17a)$$

$$\frac{U}{U_{el}} = D_h \frac{T_{eq}}{T_0} \quad (S_{pv} = \text{一定}) \quad (17b)$$

$$\frac{U}{U_{el}} = D_h \frac{T_{eq}}{T_0} \frac{\ln(T_{eq}/T_0)}{T_{eq}/T_0 - 1} \quad (S_{pv} \propto 1/\text{周期}) \quad (17c)$$

図 12 擬似加速度・擬似速度・変位応答スペクトル一定の場合の $\bar{S}_{pv}$

また、対応するせん断力 F は、式(16b)で与えられる。

図 13(a)は、 S_{pv} が一定の場合(式(17b))を示しており、初期減衰定数 $h_0=0.02$ 、2 次剛性比 $p=0.2$ を想定している。4.2 節で述べたように、様々な μ に対し U/U_{el} , F/F_{el} を表しており、また、折れ曲がり(降伏)点の座標 U_y/U_{el} , F_y/F_{el} は、式(15), (17b)から容易に求まる。

図 13(a)は、ある地震入力における弾塑性系の降伏変位・せん断力、2 次剛性比等の構造パラメータ、そして最大塑性率、最大変位・せん断力などの応答パラメータの関連を示すものであり、様々な活用できる。例えば最大応答を求める場合、まず弾性系の最大応答 (U_{el} , F_{el}) を求め、 $F_y/F_{el}=0.25$ と決めると、降伏点の座標 (U_y/U_{el} , F_y/F_{el}) = (0.25, 0.25) は決定され、さらに降伏点から傾き $p=0.2$ の斜線を引けば、曲線との交点が、求める応答値 (U/U_{el} , F/F_{el}) = (0.83, 0.37) となり、弾塑性系の最大応答予測が完了する。また、例えば $p=0$ では、いわゆる D_s 値 (= F/F_{el}) に対応する U/U_{el} 、つまり変位を予測できる。

さらに、式(17)を用い、様々な 2 次剛性比 p における変位・せん断力倍率 U/U_{el} , F_y/F_{el} の関係を図 13(b)~(d)に表す。また、各図には S_{pv} が周期に比例、一定、反比例する 3 ケースを示している。

擬似加速度応答スペクトル一定、つまり $S_{pv} \propto$ 周期の場合、変位が弾性系の変位を上回る場合が殆どであり、特に 2 次剛性比 p と降伏力 F_y が低い場合に著しく増加する。これは、式(17a)が T_{eq} の二乗項をもつため、塑性化による T_{eq} の増加が強く影響するからである。

図 13 応答スペクトル一定の場合の応答予測

擬似速度応答スペクトル S_{pv} 一定の場合、 p , F_y が極端に低くない限り、変位が弾性系の変位以下となる。これは、式(17b)が T_{eq} の一乗項のみ含むため、応答低減率 D_h が効いてくるからである。

変位応答スペクトル一定、つまり $S_{pv} \propto 1/\text{周期}$ の場合、変位が弾性系の変位をかなり下回る場合が多い。これは、式(17c)で T_{eq} の増加があまり反映せず、 D_h の低下の影響がより著しいからである。

これらから、一般に弾塑性系は速度応答や変位応答スペクトルが一定の領域、つまり中長周期の構造のほうが有利であるといえる。

なお、加速度応答一定から速度応答一定に推移する点の周期を T_1 、また速度応答一定から変位応答一定に推移する点の周期を T_2 とし、上述と異なり T_1 もしくは T_2 が周期領域 $[T_0, T_{eq}]$ に含まれる場合を考慮する。この時、応答予測は式(17)と同様に、以下および式(16b)で表される。

$$\frac{U}{U_{el}} = D_h \frac{T_{eq}}{T_0} \left[\frac{T_1}{T_0} - \frac{(T_1/T_0 - 1)^2}{2(T_{eq}/T_0 - 1)} \right] \quad (T_0 < T_1 < T_{eq}) \quad (18a)$$

$$\frac{U}{U_{el}} = D_h \frac{T_{eq}}{T_0} \frac{(T_2/T_0) [1 + \ln(T_{eq}/T_2)] - 1}{T_{eq}/T_0 - 1} \quad (T_0 < T_2 < T_{eq}) \quad (18b)$$

4. 4 スペクトルほぼ一定の実地震波による精度検証

31 実地震波の中から、周期領域 $[T_0, T_{eq}]$, $h_0=0.02$ において、上記スペクトルが概ね一定のものを弾塑性時刻歴解析に用い、予測式(17)と比較した。加速度応答一定、速度応答一定、変位応答一定のスペクトル曲線の起点をそれぞれ $T_0=0.3, 1.0, 2.0$ 秒と設定した。表 4 に、選んだ 19 種の地震波の番号 (表 2 参照) を示す。

図 14 左段に、弾性周期 T_0 において基準化した各地震波の応答スペクトルを示す。実地震波ゆえにスペクトル量の変化は免れないが、統計的に概ね一定なこと (図 14 左段) や、2.4 節に述べた模擬地震波のもつ問題などを勘案し、これら 19 波を用いることにした。

弾塑性系には、3 種の 2 次剛性比 $p=0, 0.2, 0.5$ そして 9 種の $F_y/F_{el}=0.1 \sim 0.9$ (0.1 刻み) を考慮した。検討総数は 513 (=19x3x9) である。

図 14 右 3 段に、最大変位 U/U_{el} と最大力 F/F_{el} との関係を示す。プロットは時刻歴応答の平均値と標準偏差、実線は予測式(17)を示している。全般に予測が解析と良く合っている。また、 $p=0$ で F_y/F_{el} が小さいと、残留変形などの影響から多少精度は落ちるが、概ね解析の傾向を捉えており、本手法は 3 種の応答スペクトルが一定という条件のもとでも、良好な精度をもつと言える。

以上、擬似速度応答スペクトル曲線が不規則に変化する場合(3.5 節)、そして上記のように滑らかに変化する場合や一定の場合に関わらず、等価速度応答スペクトルという平均化の概念を与えることで、一貫して安定した予測精度が得られた。これらの結果および算定プロセスにおける各段階の検証結果は、応答スペクトル値をそのまま用いるのではなく、本手法のように、応答スペクトル曲線の形状による影響を加味することの必要性を示していると思われる。

表 4 応答スペクトル条件とその入力地震波および弾性周期

スペクトル条件	弾性周期 T_0 (sec)	入力地震波
S_{pa} = 一定	0.3	8波 (No.17, 19, 22, 24, 25, 26, 29, 30)
S_{pv} = 一定	1.0	5波 (No.3, 10, 18, 23, 31)
S_d = 一定	2.0	6波 (No.7, 10, 14, 20, 21, 28)

図14 スペクトル一定の場合における予測と時刻歴解析の比較 (— 予測式 標準偏差 ● 時刻歴解析平均値, 513 ケースの統計)

5. おわりに

応答スペクトルを用いた本等価線形化手法について、その理論的背景と精度について論じた。以下にまとめる。

- (1) 減衰の付加による変位応答スペクトルの低減率 D_h について、33 波の地震波を用いた解析結果と既往の4予測式との比較を行い、本予測式が解析と良く一致することを示した。また、模擬地震波における応答低減の傾向が、実地震波よりも顕著なことが判明した。今後の模擬地震波の作成・使用に際し、この問題に留意する必要がある。また、実地震波の継続時間、応答スペクトル種別、固有周期と低減率との関係について考察を行った。
- (2) 塑性化による固有周期の変化、入力地震動の応答スペクトル形状の影響、およびランダム応答時の履歴減衰を考慮して、応答予測法を構築した。さらに、他の等価線形化手法ならびに変位一定則、エネルギー一定則による予測法を交えた精度検証を行い、本手法が応答スペクトル形状や周期によらず、非線形応答に対し精度よく予測ができることを示した。
- (3) 本手法をさらに理論展開することにより、応答スペクトルが一定の場合について、弾塑性構造の応答傾向に関し、等価周期や等価減衰を用いて、簡潔に表現することができた。そのため、本手法は、構造物の性能幅を包括的に取り扱うことができ、最大応答予測や設計において有効であると考えられる。

なお、本手法は従来の等価線形化手法と同様、経験的な精度調整に基づく面もあるため(1.2節)、非常に多数の実地震波や一質点構造を用いて詳細な精度検証を行った。少なくともこの検証に用いた範

囲である初期周期 0.2~3.0 秒、2 次剛性比 0~0.5、そして最大塑性率 1~6 で、本手法は適用可能であると思われる。

謝辞:

本研究は、文部科学省科学研究費基盤研究 A「制振構造：性能限界の究明と包括的設計法の構築」(研究代表者：笠井和彦)の補助をうけた。東京工業大学翠川三郎教授には、地震波データや貴重な御助言を頂きました。アイディールブレン社の大原和之氏には、御協力および有益な御助言を頂きました。ここに深謝いたします。

参考文献:

- 1) 笠井和彦, 渡辺厚: 等価線形化手法による応答予測, 動的な外乱に対する設計—現状と展望—, 日本建築学会, pp.156-166, 1999
- 2) 笠井和彦: シンポジウム主旨及び制振性能に関する私見, 2000 パッシブ制振構造シンポジウム論文集, 東京工業大学建築物理研究センター, pp.61-76, 2000. 3
- 3) 秋山宏: 構造物の耐震極限設計, 第2版, 東京大学出版会, 1987
- 4) Kasai, K., Fu, Y., and Watanabe, A. "Two Types of Passive Control Systems for Seismic Damage Mitigation." *Journal of Structural Engineering, ASCE* 122 [10], 501-512, 1998
- 5) 建設省住宅局建築指導課: 平成 12 年 6 月施行 改正建築基準法(2 年目施行)の解説, 2000. 7
- 6) 柴田明徳: 等価線形系による非線形地震応答の解析に関する一考察, 東北大学建築学報, 第 16 号, pp.27-39, 1975
- 7) 柴田明徳: 最新建築学シリーズ 9 最新耐震構造解析, 森北出版, 1981
- 8) 五十田博, 緑川光正, 中澤俊幸: 工学的基礎の加速度応答スペクトルを用いた建築物の耐震性能評価 その 9 等価 1 自由度系における等価減衰の評価, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1999. 9
- 9) Hanson, R.D. and Jeong, S.M. "Design Procedure Utilizing Supplemental Energy Dissipation Devices for Improved Building Performance." *Proc. 5th U.S. Nat'l Conf. on Earthq. Eng.* 517-526, 1994
- 10) Fu, Y. and Cherry, S. "Simplified Seismic Code Design Procedure for Friction-Damped Steel Frames." *Can. J. Civ. Eng.* Vol.26, pp.55-71, 1999
- 11) FEMA "NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings and Commentaries." FEMA274 Reports, Building Seismic Safety Council, Washington D.C., 1998
- 12) 島崎和司: 等価線形化法を利用した応答変位推定式による構造特性係数 D_s の評価, 日本建築学会構造系論文集, No.516, pp.51-57, 1999. 2
- 13) Newmark, N.M. and Hall, W.J. "Seismic Design Criteria for Nuclear Reactor Facilities." Report No.46, Building Practices for Disaster Mitigation, National Bureau of Standards, U.S. Department of

Commerce, 1973

- 14) Newmark, N.M. and Rosenblueth, E. "Fundamentals of Earthquake Engineering." Prentice-Hall Inc., 1971
- 15) Iwan, W.D. and Gates, N.C. "Estimating Earthquake Response of Simple Hysteretic Structures." Journal of the Earthquake Mechanics Division, ASCE, pp.391-405, 1979
- 16) Iwan, W.D. "Estimating Inelastic Response Spectra from Elastic Spectra Earthquake Engineering and Structure Dynamics." pp.375-388, 1980. 8
- 17) Gulkan, P. and Sozen, M.A. "Inelastic Response of Reinforced Concrete Structures to Earthquakes." ACI Journal, 71-12, pp.604-610, 1974
- 18) Freeman, S.A. "Prediction of Response of Concrete Buildings to Severe Earthquake Motion." Douglas McHenry International Symposium on Concrete and Concrete Structures, SP-55, ACI, Detroit, MI, pp.589-605, 1974
- 19) Shibata, A. and Sozen, M.A. "Substitute Structure Method for Seismic in R/C." Proceedings, ASCE, Vol.102, St.1, 1976
- 20) 石丸辰治: 構造物の動的解析, 17-72. バイリニア履歴系の地震動に対する挙動, 建築技術, No.384, 1983. 8
- 21) 中村友紀子, 壁谷澤寿海: 地震動特性に基づく最大塑性変位応答に関する研究, 構造工学論文集, pp.485-492, 1997. 3
- 22) 伊藤浩資, 笠井和彦: 減衰定数による応答スペクトル低減に関する統計的検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.367-368, 2002. 8
- 23) Bolt, B.A. "Duration of Strong Ground Motion." 5th World Conference on Earthquake Engineering, Rome 1973
- 24) A.I.J. "Earthquake Motion and Ground Conditions." pp.157-189, 1993. 9
- 25) Trifunac, M.D. and Brady, A.G. "A Study on Duration of Strong Earthquake Ground Motion," Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.65, No.3, pp.581-626, June 1975
- 26) 荒川隆一郎他: 公団住宅の入力評価に関する研究(その2 設計指針案の概要), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.777-778, 1984
- 27) 大崎順彦他: 減衰定数と応答スペクトル形状との関係, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.607-608, 1978. 9
- 28) 日本建築学会: 建築耐震設計における保有水平耐力と変形性能(1990), 1990. 10

付録1 応答スペクトルの低減率に関する詳細な考察

変位・擬似速度・擬似加速度応答スペクトル S_d, S_{pv}, S_{pa} に共通な低減率は、速度・加速度応答スペクトル S_v, S_a それぞれの低減率と対比し、周期 0.2~3 秒の間に周期にあまり依存しないため、減衰定数のみの関数である D_h (式(3)) で予測可能であると、2.1 節で述べた。

一方で、既往文献には、減衰定数のみでなく、(1)固有周期 T ²⁶⁾、(2)地震波の継続時間 t 、(3)継続時間 t と固有周期 T との比 t/T により低減率が異なるとするものもある^{21), 27), 28)}。そこで、各スペクトル量に対する減衰定数および他パラメータ(1)~(3)の影響を検討する。表2の31実地震波で減衰定数 $h=0.02\sim0.4$ 、周期 0.2~3.0 秒を考慮する(計 78,399 ケース)。

(1) 固有周期 T の低減率への影響

図 A-1 周期 T と S_d, S_v, S_{pv}, S_{pa} の低減率との関係 (各周期での 31 波平均、標準偏差) (実線: S_d, S_{pv}, S_{pa} に対する笠井式(3)), プロット: 各周期での 31 波平均、実線・破線: 各周期での 31 波の標準偏差)

図 A-1 に $S_d(S_{pv}, S_{pa}$ と共通), S_v, S_a それぞれの低減率の 31 波平均と標準偏差の周期に対する関係を示すが、傾向が明らかに異なる。 S_d の低減率が安定しているのに対し、 S_v, S_a の低減率は周期 T が長くと増加し、その傾向は高減衰ほど著しい。また、特に S_a では長周期・高減衰での低減率の標準偏差が大きいが、これは高い粘性により応答の自由振動成分よりも強制振動成分が卓越し、かつ構造が軟らかいため、その相対速度が地震波パルスに敏感に対応し粘性力が上昇するためである。これと対照的に S_d では周期、減衰、地震波による標準偏差は小さくほぼ一定であり、よって S_d, S_{pv}, S_{pa} の低減の予測は、 S_v, S_a を対象とするより簡便で誤差が少ない。

また、図 A-2(a), (b) に、それぞれ S_v 低減率と S_a 低減率の S_d, S_{pv}, S_{pa} 共通の低減率に対する比を示すが、これらは長周期・高減衰において高い。さらに図 A-3(a), (b) に S_v と S_{pv} の比、 S_a と S_{pa} の比を示すが、やはり高減衰・長周期で高くなる。以上をふまえ、 S_d, S_{pv}, S_{pa} の低減は減衰定数のみで予測可能だが、 S_v, S_a の場合、少なくとも周期 T の影響も考慮すべきと言える。

(2) 地震波継続時間 t の低減率への影響

31 実地震波の継続時間 t を Bolt^{23), 24)} および Trifunac & Brady^{24), 25)} の2手法で評価し、その低減率との相関をみた。Bolt の手法では、入力加速度がそれぞれ最初と最後に 0.05G (=49cm/sec²) となる時点の間の長さを t とし、Trifunac & Brady の方法は、入力加速度の2乗累積値がそれぞれ 5%, 95% に達する時点の間の長さを t とする。

図 A-2 周期 T での S_v, S_a それぞれの低減率と S_d, S_{pv}, S_{pa} 共通の低減率の比較 (各周期での 31 波平均)

図 A-3 周期 T での S_v/S_{pv} および S_a/S_{pa} (各周期での 31 波平均)

図 A-4 Bolt および Trifunac & Brady の方法で評価した継続時間 t と S_d, S_{pv}, S_{pa} 共通の低減率、 S_v, S_a それぞれの低減率 (実線: 笠井式(3)), プロット: 各地震波で周期 $T=0.2\sim3.0$ 秒での平均)

表2から、31 実地震波では Bolt の手法では $t=20\sim 50$ 秒 (平均は 39.7 秒で原波のほぼ 1/2 の長さ)、Trifunac & Brady では $t=10\sim 40$ 秒のもの (平均は 19.6 秒で原波のほぼ 1/4 の長さ) が大半を占めることが分かる。

図 A-4 のように $S_d(S_{pv}, S_{pa})$ と共通では、両手法から求めた継続時間 t に対する低減率の相関はほとんど無い。一方 S_u, S_a では、特に高減衰の場合、 t が極端に短いと低減率がやや増すが、それ意外では t と低減率の相関は強くない。

(3) 継続時間 t と固有周期 T の比の低減率への影響

上記(1)、(2)に基づき、継続時間 t と固有周期 T の比 t/T に対する関連を検討した。各地震波で t/T データの間隔がそれぞれ異なり、プロットが膨大になるため図示しないが、 $S_d(S_{pv}, S_{pa})$ と共通は、減衰の高低に関わらず t/T の低減率への影響は小さく、(1)、(2)の傾向を反映した結果となっている。一方で、 S_u, S_a では t/T が小さいと低減率が増し、特に高減衰でこれが著しい。

以上、(1)～(3)の検討結果から、減衰による S_u, S_a の低減予測には、減衰定数と併せて他要素も考慮する必要がある。継続時間 t よりも固有周期 T の影響が支配的なもので、これを加味することは勿論だが、長周期・高減衰で精度がばらつくので、パルスなどの入力特性も加味する必要があると言える。これと対照的に、 $S_d(S_{pv}, S_{pa})$ と共通の低減率は、周期 0.2 秒～3.0 秒でほぼ減衰定数のみで表され (より長周期の場合は付録 2 参照)、かつ比較的確率が少ないため、良好な精度で予測可能と言える。本論文の等価線形化において、 S_d ではなく、 S_{pv} を考慮する理由の一つがここにある。

付録2 S_d, S_{pv}, S_{pa} に対する低減率 D_h の拡張式

周期 0.2～3.0 秒での低減率は、減衰定数のみの関数である D_h (式(3))により、精度良く予測できることを示したが、ここでは広範な周期 0～8 秒ほどを対象として、式(3)を拡張してみる。31 実地震波 (表2) を考慮して次式を得た。

$$D_h = \sqrt{(1+25h_0)/(1+25h_{eq})} - 1 \quad (0 \leq T \leq 0.2) \quad (A-1a)$$

$$D_h = \sqrt{(1+25h_0)/(1+25h_{eq})} \quad (0.2 \leq T \leq 2) \quad (A-1b)$$

$$D_h = \sqrt{(1+25h_0)/(1+25h_{eq})} \left[\sqrt{(h_{eq}/h_0)(T-2)/40+1} \right] \quad (2 \leq T \leq 8) \quad (A-1c)$$

図 A-5 が示す如く、式(A-1)は 31 波平均と非常に良く合い、式(3)ほど簡便でないが、特に長周期構造物の減衰効果の評価に有用と思われる。

ところで本等価線形化手法では、式(3)を等価周期が 3.0 秒以上の場合にも用いている。この理由は、式(3)が簡便なこと、長周期でも誤差があまり大きくないことである。ちなみに、本手法に式(3)の代わり式(A-1)を用いたところ、図示しないが、予測値と解析値の平均が図 11 より約 5%高い 1.098 となり、標準偏差が殆ど変わらず 0.253 であった。これにより、式(3)を用いた本手法が、長周期の場合にやや少な目の変位予測値を与える (3.5 節) 理由が説明できるが、その簡便性や全般に良好な精度を考慮すれば、予測法として妥当なものと判断できる。

図 A-5 周期 T と D_h との関係 ($h_0=0.02$ の場合)
(各周期での 31 波平均、笠井式(式(A-1)))

付録3 擬似速度応答スペクトル S_{pv} の平均化に関する考察

擬似速度応答スペクトル S_{pv} を固有周期 T_0 から等価周期 T_{eq} までの間で平均化することにより、無減衰下での平滑化が行われ、塑性化による周期変動を考慮した等価速度応答スペクトル $\bar{S}_{pv}$ (式(9))の評価が可能となるが、その効果を検討する。

まず、図 A-6 のように非線形時刻歴解析から半サイクル毎の等価剛性 (破線) とエネルギー吸収 (ハッチング部分) を定義し、それらを用いて半サイクル毎に周期・減衰定数を変化させた線形時刻歴解析を行った。例を図 A-7 に示すが、非線形解析

図 A-6 半サイクル毎における等価剛性とエネルギー吸収の定義

と等価線形解析がよく一致しており、等価周期・減衰を適切に設定することで、非線形応答を模擬できているのがわかる。

図 A-7 非線形時刻歴解析と等価線形時刻歴解析との比較

(後者は、半サイクル毎に等価周期・減衰を設定、 $T=1\text{sec}$, $p=0$, $\mu=4$)

さらに、上の解析にて、等価減衰定数を一定値の初期減衰 h_0 に変更し、等価周期のみを半サイクル毎に変化させて時刻歴解析を行った。これを $T_0=0.1\sim 3.0$ 秒の 30 種の弾塑性系に行い、様々な固有周期における最大速度を求め、初期減衰のもと定義された $\bar{S}_{pv}$ (式(9)) と比べてみる。図 A-8 は、 $p=0.2$, $\mu=4$ の場合から得た最大速度と $\bar{S}_{pv}$ の比較を示すが、後者は前者の傾向をよく捉えていることが分かる。このような、初期減衰下で等価周期を用いた解析結果から分かるように、 $\bar{S}_{pv}$ は塑性化による周期変動という非線形性および地震波のランダム性をよく反映したものとなっており、等価線形化においてその有効性は高いといえる。

図 A-8 S_{pv} (実線)、 $\bar{S}_{pv}$ (破線)、および半サイクル毎に等価周期のみを変化させて得た最大速度 (○印) の比較 ($h_0=0.02$, $p=0.2$, $\mu=4$)

付録4 柴田による RC 構造物の等価線形化手法

柴田は、剛性が低下する RC 骨組の履歴特性に対し、必要耐力と変形の関係を求めている^{9,7)}。その方法を概略すると、等価周期 T_{eq} は最大サイクル時の割線剛性より算出し (式(8))、等価減衰 h_{eq} は過渡応答を考慮した平均的な減衰として設定し (式(A-2a))、2%減衰のスペクトルの低減化により応答予測を行っている (式(A-2b))。

$$h_{eq} = \gamma(1 - 1/\sqrt{\mu}) + h_0, \quad D_h = 8/(6 + 100h_{eq}) \quad (A-2a, b)$$

柴田は h_{eq} を塑性率 μ のみで評価し、剛性低下型の場合 $\gamma=0.2$ と設定しており、島崎¹²⁾は完全弾塑性型へ拡張して $\gamma=0.25$ としている。これらは共通して 2 次剛性比 p の影響を考慮していない。ここで、 $\gamma=0.25$ として扱う h_{eq} (式(A-2a)) は、本手法 (式(11)) $p=0.25$ の場合と同等の値となる。しかし、本手法の $p<0.25$, $p>0.25$ の場合の評価に比べ、 h_{eq} はそれぞれ低め、高めとなっている。また、 D_h (式(A-2b)) は既往式(1)～(4)に比べ、任意の h_{eq} において、かなり低い低減率を与える。

また、図 11(3.5 節)での解析値 (計 8,091 ケース) と比べてみた。紙幅の都合上図示しないが、予測値と解析値の比は平均 0.722、標準偏差 0.295 であり、前述の傾向のため、 p が大きい場合、より危険側の評価になっている。

なお、柴田の文献 6 では、式(A-2b)が実地震波応答スペクトルの低減への適用を意図したものか定かではなく、例として一定の値をとる応答スペクトルの低減に用いられているのみである。そこで、そのようなスペクトル性状を示す実地震波を用いた図 14(4.4 節)の解析値と比較してみた。まず $p=0$ では、加速度応答スペクトル一定の場合に変位予測値が解析値と良く合う以外、全般に変位を過小評価している。さらに、 $p=0.2$ や 0.5 では、前述と同様、式(A-2b)が低めの低減率を与えるため、弾塑性応答の傾向を捉えられず、変位を著しく過小評価するケースが多かった。これは、柴田による予測曲線が図 14 の本手法と対比して、降伏力が低い場合に変位が増加する方向へ折れ曲がる傾向をもたないためである。