粘性系ダンパーを用いた免震構造物の非線形定常振動

NON-LINEAR STEADY-STATE VIBRATION OF SEISMICALLY-ISOLATED STRUCTURES WITH VISCOUSLY-DAMPED ISOLATION SYSTEMS

菊地 優*, 田村和夫**, 上田正生***
Masaru KIKUCHI, Kazuo TAMURA and Masaiki UEDA

The study of the steady-state vibration of a system under sinusoidal excitation can provide important insights into the more general dynamic response of structures. This paper presents the non-linear steady-state vibration of seismically-isolated structures with viscously-damped isolation systems. The study is conducted using a simple 2-DOF model with non-linear superstructure springs. The solution method for the steady-state vibration of the non-linear system is based on the work of Caughey¹⁾, and expanded to seismically-isolated structures. The non-linear superstructure behavior is significantly different from that of a fixed-base structure. Consequently, some important aspects for design of seismically-isolated structures are highlighted.

Keywords: seismic isolation, non-linear, steady-state vibration, viscous damping, ductility factor
免震, 非線形, 定常振動, 粘性減衰, 塑性率

1. はじめに

調和地動が作用する振動系の定常応答は構造物の基本的応答特性を理解する上で重要である。Caugheyによる非線形復元力を有する1質点振動系の定常振動に関する研究¹⁾からは、構造物の塑性化に伴う共振振動数の低下、塑性吸収エネルギーによる応答変位の減少、最適降伏震度の存在が見出されるなど、耐震設計の体系上極めて重要な知見が得られてきた。

免震構造については、上部構造を剛と見なした1質点振動系に対して履歴減衰型の免震部材を用いた場合が、これに相当し免震部材の設計において重要な示唆を与えている²⁾。しかし、1質点振動系を用いる限り上部構造の復元力特性を系全体の振動性状へ反映することはできず、少なくとも2質点振動系への置換が必要となる。Kellyは上部構造を含めた免震構造を2質点線形振動系に置換してその定常振動状態について考察を行い、振動モード形状、固有振動数の分離効果などの免震構造に関する基本的な振動特性を論じている³⁾。免震構造において上部構造の弾塑性性状を考慮した振動性状を考える場合には、それまで1質点非線形振動系、あるいは2質点線形振動系に対して検討されてきた定常振動状態を対象とする解析的手法の適用は非常に困難となり、既往の研究の多くは時刻歴応答解析を用いて免震構造の応答特性に見られる共通性を抽出する方法

をとっている^{4), 5)}。しかし、それらは特定の地震動にリンクした*ad hoc*な検討結果であり上部構造の非線形性を考慮した場合に免震構造が本来的に有する振動特性を一般化するには至っていない。

そこで、本研究では免震構造を非線形復元力特性を有する2質点振動系に置き換え、その定常振動状態について考えることによって、上部構造の非線形性を考慮した免震構造の振動特性を把握する。初めに、非線形の復元力特性を有する振動系の定常振動応答の解析手法についてに示す。ここでは既に一般化された知見である1質点振動系の定常振動応答の近似解法を示し、これを2質点振動系に拡張して免震構造への適用を考える。続いて、この近似解法を用いて系統的なパラメータ設定の下で数値解析を行い、免震構造の非線形定常振動応答を基礎固定状態における応答との比較において考察する。なお、免震構造で用いられるダンパーは粘性系と履歴系の2系統に大別されるが、本論文では粘性系ダンパーを用いた免震構造について検討を行うこととする。

2. 非線形定常振動応答の解法

2. 1 1質点振動系の応答

1質点振動系の非線形定常振動については既に一般化されている知見であり、その手法としては線形、非線形の各状態における運動

* 北海道大学大学院工学研究科 助教授・博士(工学)
** 清水建設技術研究所 部長・博士(工学)
*** 北海道大学大学院工学研究科 教授・工博

Assoc. Prof., Graduate School of Engineering, Hokkaido Univ., Dr. Eng.
General Manager, Institute of Technology, Shimizu Corporation, Dr. Eng.
Prof., Graduate School of Engineering, Hokkaido Univ., Dr. Eng.

方程式をたて、境界条件によってそれらを接続する厳密解法^{6), 7)}と、非線形定常状態での復元力関数を近似する近似解法^{1), 8)}とに大別される。厳密解法ではごく限られた条件以外において解析解を求めることが困難であり、本研究では免震構造への適用を意図した2質点振動系の非線形定常振動への展開を考える場合には近似解法に拠らざるを得ないと判断した。そこで、1質点振動系の定常振動応答の近似解法として最も一般的かつ実用的であるCaugheyの等価線形化手法¹⁾を最初に示し、2質点振動系の非線形定常振動の近似解法への定式化の導入を図る。

バイリニア型の復元力特性を有する1質点振動系を図1に示す。この復元力を線形ばねと完全弾塑性ばねに分離して、完全弾塑性ばねの復元力を $Q_n(u)$ とおくことで、調和地動加速度 $\alpha \cos \omega t$ が作用する1質点振動系の運動方程式は(1)式のように得られる。

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + k_e u + Q_n(u) = -m\alpha \cos \omega t \quad (1)$$

ここで、(1)式における解を近似的に(2)式のように最大振幅 U の周期関数であると仮定する。

$$u = U \cos(\omega t - \varphi) \quad (2)$$

Caugheyは復元力 $Q_n(u)$ を等価な線形系の復元力に置換する際に(2)式のように応答の周期性を考慮して、これを等価剛性と等価粘性減衰定数に分離したが、田見⁸⁾によればそれは定常状態における復元力波形をフーリエ級数に展開していることになる。定常状態における完全弾塑性ばねの復元力 Q_n を、初期剛性 k_n と変位関数 F_n を用いて(3)式のように表現すると、関数 F_n は(4)式のように書ける。

$$Q_n(u) = k_n F_n(u) \quad (3)$$

$$F_n(u) = \begin{cases} u - U + U_y & \dot{u} < 0, \quad U - 2U_y < u < U \\ -U_y & \dot{u} < 0, \quad -U < u < U - 2U_y \\ u + U - U_y & \dot{u} > 0, \quad -U < u < 2U_y - U \\ U_y & \dot{u} > 0, \quad 2U_y - U < u < U \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 U_y は降伏変位である。(2)式において、 $\omega t - \varphi = \theta$ とおき F_n を(5)式のように1次までのフーリエ級数で近似すると、フーリエ係数 C, S は(6), (7)式の積分を実行することで求められる。

$$F_n(u) = U(C \cos \theta + S \sin \theta) \quad (5)$$

$$C = \frac{1}{U\pi} \int_0^{2\pi} F_n(u) \cos \theta d\theta \quad (6)$$

$$S = \frac{1}{U\pi} \int_0^{2\pi} F_n(u) \sin \theta d\theta \quad (7)$$

(6), (7)式に(4)式を代入して演算を実行すると、フーリエ係数 C, S が具体的に(8), (9)式のように得られる。

$$C = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left(\theta^* - \frac{1}{2} \sin 2\theta^* \right) & U > U_y \\ 1 & U \leq U_y \end{cases} \quad (8)$$

$$S = \begin{cases} -\frac{1}{\pi} \sin^2 \theta^* & U > U_y \\ 0 & U \leq U_y \end{cases} \quad (9)$$

図1 1質点振動モデル

図2 定常状態における変位・復元力波形の比較

ここに、

$$\theta^* = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2U_y}{U} \right) \quad (10)$$

定常状態における変位波形 $u = U \cos \theta$ のもとで得られるバイリニアモデルの復元力、およびそれを(8)～(10)式に従ってフーリエ級数近似した復元力を、それぞれ無次元化して比較した結果を図2に示す。塑性化に伴う履歴吸収エネルギーは図2のように変位と復元力との位相差として表現される。また、(10)式からは塑性化の程度によって位相差が変化することがわかる。

さて、(1)式に(2)～(5)式を代入して整理すると(11)式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left\{ -\omega^2 U + \beta_y \omega_S^2 U + (1 - \beta_y) \omega_S^2 U C + \alpha \cos \varphi \right\} \cos \theta \\ & + \left\{ -2h_S \omega_S U + (1 - \beta_y) \omega_S^2 U S - \alpha \sin \varphi \right\} \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、 ω_S は弾性時の固有円振動数、 h_S は弾性時の減衰定数、 β_y は降伏後の剛性低下率であり、 ω_S, h_S を以下のように定義する。

$$\omega_S = \sqrt{\frac{k_S}{m}}, \quad h_S = \frac{c_S}{2m\omega_S}$$

(11)式は恒等式であり、 $\cos\theta$, $\sin\theta$ の係数をゼロとおいた関係式から ϕ を消去すると (12) 式が得られる。

$$U = \frac{\alpha}{\omega_S^2} \frac{1}{\sqrt{\left\{ (1-\beta_y)C + \beta_y - \left(\frac{\omega}{\omega_S} \right)^2 \right\}^2 + \left\{ (1-\beta_y)S - 2h_S \left(\frac{\omega}{\omega_S} \right) \right\}^2}} \quad (12)$$

(12)式に含まれるフーリエ係数 C , S は (8)～(10)式のように U の関数である。したがって、振幅 U を求めることは (12) 式の右边を $f(U)$ とおいた (13) 式を解くことに帰着する。

$$U - f(U) = 0 \quad (13)$$

2. 2 質点振動系の応答

バイリニア型の復元力特性を有する上部構造と、粘性ダンパーおよび線形アイソレータで構成される免震構造を図3に示すような2質点振動モデルで表現する。2質点振動系の非線形定常振動については、1質点振動系と同様に復元力波形をフーリエ級数展開する近似解法が田治見⁸⁾により示されているが、本論文ではこの手法を免震構造へ適用してみる。

図3に示した2質点振動モデルに調和地動加速度 $\alpha \cos \omega t$ が作用するときの運動方程式は、1質点振動系の場合と同様に上部構造のバイリニア型の復元力特性を線形ばねと完全弾塑性ばねに分離すると、各層の相対変位 u_1 , u_2 に対して (14), (15) 式のように得られる。

$$m_2(\ddot{u}_1 + \ddot{u}_2) + c_S \dot{u}_2 + k_e u_2 + Q_n(u_2) = -m_2 \alpha \cos \omega t \quad (14)$$

$$(m_1 + m_2)\ddot{u}_1 + c_D \dot{u}_1 + k_I u_1 = -(m_1 + m_2) \alpha \cos \omega t \quad (15)$$

(14)式における $Q_n(u_2)$ は完全弾塑性ばねの復元力であり、1質点振動系の場合と同様に (16) 式のように表現する。

$$Q_n(u_2) = k_n F_n(u_2) \quad (16)$$

ここで、免震構造の振動特性を表現する新たな変数を以下のように導入する。

・基礎固定時の上部構造の固有円振動数 ω_S 、および減衰定数 h_S ：

$$\omega_S = \sqrt{\frac{k_S}{m_2}}, \quad h_S = \frac{c_S}{2m_2\omega_S}$$

・上部構造を剛とした場合のアイソレータのみの固有円振動数 ω_I 、および粘性ダンパーの減衰定数 h_D ：

$$\omega_I = \sqrt{\frac{k_S}{m_1 + m_2}}, \quad h_D = \frac{c_D}{2(m_1 + m_2)\omega_I}$$

・質量比 γ ：

$$\gamma = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

(16)式および新たに導入した変数 ω_S , h_S , ω_I , h_D を (14), (15) 式に代入して整理すると、(17), (18) 式が得られる。

$$\ddot{u}_1 + \ddot{u}_2 + 2h_S\omega_S\dot{u}_2 + \beta_y\omega_S^2 u_2 + (1-\beta_y)\omega_S^2 F_n(u_2) = -\alpha \cos \omega t \quad (17)$$

$$\ddot{u}_1 + \gamma\ddot{u}_2 + 2h_D\omega_I\dot{u}_1 + \omega_I^2 u_1 = -\alpha \cos \omega t \quad (18)$$

注1) 上部構造のパラメータの定義は1質点振動系 (図1参照) と同じ。
注2) k_I : アイソレータの剛性, c_D : 粘性系ダンパーの減衰係数

図3 2質点振動モデル

(17), (18) 式の解 u_1 , u_2 は、定常状態では各層の最大変位振幅を U_1 , U_2 として、(19), (20) 式のような周期関数であると仮定する。

$$u_1 = U_1 \cos(\omega t - \phi_1) \quad (19)$$

$$u_2 = U_2 \cos(\omega t - \phi_2) \quad (20)$$

ここで、新たに $\theta_2 = \omega t - \phi_2$ なる変数を導入し、 u_1 を θ_2 使って表現するために (19) 式を (21) 式のように書き換える。

$$u_1 = U_1 \cos(\theta_2 + \phi_2 - \phi_1) \quad (21)$$

さらに (16) 式で定義した $F_n(u_2)$ を (22) 式のようにフーリエ級数に展開する。

$$F_n(u_2) = U_2 (C \cos \theta_2 + S \sin \theta_2) \quad (22)$$

(20)～(22) 式を (17) 式に代入して $\cos \theta_2$, $\sin \theta_2$ ごとにまとめると、(23) 式が得られる。

$$\begin{aligned} & \{-\omega^2 U_2 - \omega^2 U_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) + \beta_y \omega_S^2 U_2 + (1-\beta_y) \omega_S^2 U_2 C \\ & + \alpha \cos \phi_2\} \cos \theta_2 + \{-\omega^2 U_1 \sin(\phi_2 - \phi_1) - 2h_S \omega_S \omega U_2 \\ & + (1-\beta_y) \omega_S^2 U_2 S - \alpha \sin \phi_2\} \sin \theta_2 = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

(23) 式は恒等式であり、 $\cos \theta_2$, $\sin \theta_2$ の係数をそれぞれゼロとおき、さらに、 $\cos \phi + i \sin \phi = e^{i\phi}$ を考慮することで、(24) 式が得られる。

$$\begin{aligned} & -\omega^2 U_1 e^{-i\phi_1} + \{-\omega^2 + 2ih_S \omega_S \omega + \beta_y \omega_S^2 \\ & + (1-\beta_y)(C - iS) \omega_S^2\} U_2 e^{-i\phi_2} = -\alpha \end{aligned} \quad (24)$$

(18) 式に対しては、新たに $\theta_1 = \omega t - \phi_1$ なる変数を導入して u_2 を θ_1 使って表現するために (20) 式を (25) 式のように書き換える。

$$u_2 = U_2 \cos(\theta_1 + \phi_1 - \phi_2) \quad (25)$$

(19), (25) 式を (18) 式に代入して、(24) 式を得るためと同様の操作を行うと (26) 式が得られる。

$$\{-\omega^2 + 2ih_D \omega_I \omega + \omega_I^2\} U_1 e^{-i\phi_1} - \gamma \omega^2 U_2 e^{-i\phi_2} = -\alpha \quad (26)$$

(24), (26)式は、 $U_1 e^{-i\varphi_1}$, $U_2 e^{-i\varphi_2}$ に関する連立方程式である。そこで、(27)式のように行列表示して解を求める。

$$\begin{Bmatrix} U_1 e^{-i\varphi_1} \\ U_2 e^{-i\varphi_2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} -\alpha \\ -\alpha \end{Bmatrix} \quad (27)$$

ここに、

$$A_{11} = -\omega^2$$

$$A_{12} = -\omega^2 + 2ih_S \omega_S \omega + \beta_y \omega_S^2 + (1 - \beta_y)(C - iS)\omega_S^2$$

$$A_{21} = -\omega^2 + 2ih_D \omega_D \omega + \omega_f^2$$

$$A_{22} = -\gamma \omega^2$$

A_{12} , A_{21} は複素数であり、(28)～(30)式の演算結果をそれぞれ実部と虚部に分離して表現する。

$$A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21} = R_0 + iI_0 \quad (28)$$

$$A_{22} - A_{12} = R_1 + iI_1 \quad (29)$$

$$-A_{21} + A_{11} = R_2 + iI_2 \quad (30)$$

以上から $U_1 e^{-i\varphi_1}$, $U_2 e^{-i\varphi_2}$ が(31), (32)式のように得られる。

$$U_1 e^{-i\varphi_1} = -\frac{R_1 + iI_1}{R_0 + iI_0} \alpha \quad (31)$$

$$U_2 e^{-i\varphi_2} = -\frac{R_2 + iI_2}{R_0 + iI_0} \alpha \quad (32)$$

さらに、振幅のみに着目して各層の振幅 U_1 , U_2 が(33), (34)式のように得られる。

$$U_1 = \alpha \sqrt{\frac{R_1^2 + I_1^2}{R_0^2 + I_0^2}} \quad (33)$$

$$U_2 = \alpha \sqrt{\frac{R_2^2 + I_2^2}{R_0^2 + I_0^2}} \quad (34)$$

上式の中で、 $R_0^2 + I_0^2$, $R_1^2 + I_1^2$ にはフーリエ係数 C , S が含まれ、それらは U_2 の関数である。したがって、調和地動の加速度振幅 α 、および振動数 ω に対する U_1 , U_2 を求めるには、初めに U_2 のみの関数である(34)式から U_2 を求め、これを(33)式に代入して U_1 を求める方法が妥当である。ただし、(34)式は U_2 について代数的に解くことができない超越方程式となる。よって、 U_2 を求めることは、(34)式中にある $R_0^2 + I_0^2$ を U_2 の関数 $g(U_2)$ であると表現して書き換えた(35)式を数値的に解く問題に帰着する。

$$U_2 - \alpha \sqrt{\frac{R_2^2 + I_2^2}{g(U_2)}} = 0 \quad (35)$$

3. 数値解析と考察

3. 1. 解析パラメータの設定

免震構造には多様なパラメータの組み合わせが想定できるが、本研究では結果の一般化を意図して、極力それらを無次元化することを考える。例えば上部構造の降伏耐力と調和地動の加速度振幅との大小関係は応答値に対して相対的なものである。よって、上部構造の降伏耐力に対応する加速度として(36)式のように降伏点加速度 α_S

を定義し、これと調和地動加速度振幅 α との比、すなわち降伏点加速度比 α_S/α を用いて上部構造の降伏耐力と調和地動加速度との相対関係を無次元化して考えることとする。

$$\alpha_S = \frac{k_S U_y}{m_2} \quad (36)$$

さらに、上部構造の降伏後剛性は弾性剛性に対する比である剛性低下率(図1参照)として、調和地動振動数 ω は構造物の固有振動数(基礎固定では ω_S 、免震構造では ω_f) との比(加振振動数比 ω_S/ω 、あるいは ω_f/ω)として、免震構造における免震層の剛性と上部構造の剛性との関係は固有振動数比 (ω_S/ω_f) として考える。その他、図3に示した2質点振動モデルを表現するパラメータを含め、本研究では以下のように解析パラメータの値を設定する。

- ・上部構造の減衰定数: $h_S = 0.01$ (固定)
- ・免震層の粘性ダンパーの減衰定数: $h_D = 0.15$ (固定)
- ・上部構造の降伏点加速度比: $\alpha_S/\alpha = 1.0 \sim 5.0$
- ・上部構造の剛性低下率: $\beta_y = 0.1 \sim 1.0$
- ・加振振動数比: $\omega/\omega_f = 0.0 \sim 2.0$ (免震構造の場合)
 $\omega/\omega_S = 0.0 \sim 2.0$ (基礎固定の場合)
- ・上部構造と免震層と固有振動数比: $\omega_S/\omega_f = 0.0 \sim 10.0$
- ・質量比: $\gamma = 0.5 \sim 0.9$

本研究では、以上のパラメータ設定値に対して得られる定常応答において、変位応答値に着目して検討を進める。具体的には、上部構造の応答変位は振幅 U_2 を降伏変形 U_y に対する比(塑性率)として、また免震層の応答変位は振幅 U_1 を静的変形 U_{1s} に対する比(静的変形倍率)として無次元化して考察を行う。なお、免震層の静的変形 U_{1s} は(37)式のように定義する。

$$U_{1s} = \frac{\alpha(m_1 + m_2)}{k_f} \quad (37)$$

免震構造の上部構造の定常応答について考察する際に、比較の対象とする基礎固定状態はこれを1質点振動系と見なして(12)式によって応答値を求める。1質点振動系および2質点振動系においてそれぞれ解くべき方程式(13), (35)式は、いずれも変位振幅 U に関する超越方程式である。また、微分ができないことから2分法を適用して数値的に変位振幅 U を解く。

3. 2 共振曲線の考察

初めに、固有振動数比を $\omega_S/\omega_f = 5.0$ 、質量比を $\gamma = 0.75$ と固定し、上部構造の降伏後の剛性低下率を3通り($\beta_y = 0.1, 0.2, 0.5$)に変化させた場合の応答変位について、基礎固定状態の共振曲線を図4に、免震構造における上部構造および免震層の共振曲線を図5、図6に示す。これらの図では上部構造の降伏点加速度比 α_S/α を $1.0 \sim 5.0$ の範囲で0.25刻みで変化させた場合の共振曲線を重ね描いている。

上部構造の共振曲線について基礎固定と免震構造を比較すると、 α_S/α が減少する、すなわち降伏耐力を低減させるあるいは入力加速度が増大するに従って、基礎固定では共振曲線のピークとなる共振振動数は低下するが、免震構造では共振振動数の変化は少ない。基礎固定における共振振動数の低下は、塑性化の進行によって剛性低下が生じることが原因である。しかし、免震構造では上部構造の塑性化によって剛性低下が生じて系全体の振動特性への影響が少ない。免震構造において上部構造が塑性化し剛性低下した状況におい

図4 基礎固定の共振曲線 (左: $\beta_y=0.1$, 中央: $\beta_y=0.2$, 右: $\beta_y=0.5$) 図5 免震構造における上部構造の共振曲線 (左: $\beta_y=0.1$, 中央: $\beta_y=0.2$, 右: $\beta_y=0.5$) 図6 免震構造における免震層の共振曲線 (左: $\beta_y=0.1$, 中央: $\beta_y=0.2$, 右: $\beta_y=0.5$)

でも1次モードが卓越するような免震層と上部構造との剛性比が確保されている場合には、Kelly³⁾が論じているように固有振動数の分離効果が発揮されていることになる。また、同じ α_s/α における共振曲線を比較すると、降伏後の剛性低下が少ない、すなわち剛性低下率が大きいほど基礎固定では応答変位が増大するが、免震構造では逆に応答変位が減少する。

一方、免震層の共振曲線については、上部構造に見られるほどの変化はなく、最も変動が大きな場合でも上部構造の剛性低下率が $\beta_y=0.1$ において共振曲線のピーク値に約20%程度の変動が見られる程度である。すなわち、上部構造の塑性化はあまり免震層の応答変位には影響を及ぼさないことがわかる。

以上、上部構造に関するパラメータとして降伏点加速度比 α_s/α 、剛性低下率 β_y を変化させた場合の応答変位に関する共振曲線を例示

してそれらの変化について考察したが、以下では α_s/α 、 β_y を含め図3に示した2質点振動モデルの各パラメータが上部構造の応答変位に及ぼす影響について個々に検討を行う。ただし、すべてのパラメータを同時に変動させた共振曲線群を示すことはできないため、共振曲線のピーク値に着目し特定のパラメータのみを変動させて、それが上部構造の応答塑性率に及ぼす影響について検討する。

3.3 上部構造の降伏耐力と剛性低下率の影響

上部構造の剛性低下率を一定とし降伏点加速度比を変化させた場合の共振曲線群から、共振時の加振振動数比(ω_{peak}/ω_s , ω_{peak}/ω_l)を求めた結果を図7に、その時の上部構造の塑性率の変化を図8に示す。図7からは基礎固定では最も剛性低下が著しい状態において弾性時の50%程度まで共振振動数が低下するが、免震構造では10%程

(a) 基礎固定

(b) 免震構造

図7 上部構造の降伏耐力と共振振動数の関係

(a) 基礎固定

(b) 免震構造

図8 上部構造の降伏耐力と塑性率の関係

(a) 基礎固定

(b) 免震構造

図9 上部構造の剛性低下率と塑性率の関係

度しか共振振動数は低下しないことがわかる。図8における上部構造の降伏耐力と塑性率関係では、いずれの曲線も右下がりとなっており、降伏耐力を低減させると塑性率が增大する傾向は基礎固定と免震構造で同じである。しかし、剛性低下率 β_y とそれに対応する曲線群の上下関係が基礎固定と免震構造では全く逆となっている。すなわち、基礎固定では剛性低下率が小さいほど塑性率は低減するが、免震構造では逆に塑性率は増大することがわかる。免震構造では $\alpha_s/\alpha = 3.5$ 以上において塑性率が1.0を下回り、上部構造が弾性状態を維持している点において免震効果を見出すことができる。しかし、 $\alpha_s/\alpha = 3.5$ 以下では塑性化が生じた段階で塑性率が増大し、剛性低下率が小さいほど塑性率は急激に増大する傾向が強くなる。

続いて、上部構造の降伏耐力を一定とし剛性低下率を変化させた共振曲線群から共振時の塑性率を求めた結果を図9に示す。基礎固

定と免震構造では曲線群の傾きが逆となっていることは非常に興味深い。降伏耐力を一定とした場合、剛性低下率が小さいほど、すなわち剛性が大きく低下するほど基礎固定では塑性率が小さくなるのに対して、免震構造では逆に塑性率が大きくなる。

図8、図9に示した結果のうち基礎固定における上述の傾向は、これまでも1質点振動系における非線形定常振動に関する研究^{1), 7)}・⁸⁾で論じられているように、構造物の塑性化の進行に伴って履歴減衰が有効に作用して応答変位が低減されることと理解できる。これは、現行の耐震設計において構造特性係数 D_s 値が規定されている所以でもある。しかし、本研究で得られた一連の解析結果からは、免震構造における上部構造の塑性化は必ずしも応答変位の低減効果とはならず、単に応答変位の増大となって現れていることがわかる。免震構造の上部構造は、免震層のフィルター効果により基礎固定と

図10 免震構造における上部構造の共振曲線
(質量比 $\gamma=0.9$ とした場合)

図12 免震構造における上部構造の共振曲線
(固有振動数比 $\omega_s/\omega_1=10.0$ とした場合)

した上部構造の固有振動数よりも低い振動数で加振されることとなる。これは図4に示した基礎固定の共振曲線における加振振動数比の低い領域にあり静的に近い加振状態とみなせる。静的加力状態では構造物の剛性のみが変形を抑制し、上部構造が塑性化した後の剛性低下は変形の増大しかもたらさない。実際の構造物では塑性化の進行に伴って徐々に剛性低下していくことから、塑性化の進行を剛性低下率の減少に関連付けて考えると、以上の考察結果は、免震構造では上部構造の塑性化の進行が応答変位の増大を導き、さらなる塑性化の進行をもたらす可能性を示唆するものであると解釈できる。

3. 4 質量比と固有振動数比の影響

図7～図9に示した解析結果において、免震構造では2質点振動系のパラメータのうち質量比を $\gamma=0.75$ 、固有振動数比を $\omega_s/\omega_1=5.0$ と固定したが、上述の考察結果が本研究で対象とする粘性系ダンパーを用いた免震構造において一般的に見られる傾向であることを示すために、質量比あるいは固有振動数比を変動させた場合について検討する。

図10は図5、図6で共振曲線を示した免震構造のうち上部構造の剛性低下率 $\beta_y=0.2$ について、質量比を $\gamma=0.90$ に変更した場合の上部構造の共振曲線である。また、図11は同じく $\beta_y=0.2$ について質量比を $\gamma=0.5\sim0.9$ の範囲で連続的に変化させた場合の共振時の上部構造の塑性率を求めた結果である。図10の共振曲線は塑性率1.0以上において曲線群の間隔が疎となり塑性化すると応答変位が急激に増大することは、 $\gamma=0.75$ とした図5の共振曲線と概ね同じ傾

図11 質量比と上部構造の塑性率の関係
($\beta_y=0.2, h_s=0.01, \omega_s/\omega_1=5.0, h_D=0.15$)

図13 固有振動数比と上部構造の塑性率の関係
($\beta_y=0.2, h_s=0.01, \gamma=0.75, h_D=0.15$)

向を示している。また、図11からは、質量比と上部構造の塑性率の関係を示す曲線群の傾きは非常に小さく、質量比によらず上部構造はほぼ同じ応答変位を示すことがわかる。

図12は図5、図6で共振曲線を示した免震構造のうち上部構造の剛性低下率 $\beta_y=0.2$ について、固有振動数比を $\omega_s/\omega_1=10.0$ に変更した場合の上部構造の共振曲線である。また、図13は同じく $\beta_y=0.2$ について固有振動数比を $\omega_s/\omega_1=0.0\sim10.0$ の範囲で連続的に変化させた場合の共振時の上部構造の塑性率を求めた結果である。図13の横軸の左端 $\omega_s/\omega_1=0.0$ は $\omega_1=\infty$ であり、基礎固定状態を意味する。図12の共振曲線を見ると、塑性率1.0以上において曲線群の間隔が疎となり、 $\omega_s/\omega_1=5.0$ とした図5の共振曲線と概ね同じ傾向を示している。図13からは固有振動数比が $\omega_s/\omega_1=4.0$ 以上では固有振動数比によらず上部構造の塑性率はほぼ一定となる。免震構造の領域を固有振動数比でみると、例えば基礎固定時の固有周期が1.0秒となる上部構造に対して免震時の周期を4.0秒に設定すると固有振動数比は $\omega_s/\omega_1=4.0$ となる。図13において $\omega_s/\omega_1=4.0$ 以上に見られるような上部構造の塑性率がほぼ一定となる領域は十分に免震構造と見なせる領域である。よって、先述の図7～図9に関する考察結果は、粘性系ダンパーを用いた免震構造の一般的な振動特性であると言える。

4. 結論

本研究では粘性系ダンパーを用いた免震構造における上部構造の非線形性を考慮した振動特性を把握する目的から、これを2質点振

動系に置換して非線形定常振動応答について考察した。その結果、免震構造の上部構造は塑性化すると急激に応答変位が増大し、上部構造の塑性化に伴う履歴エネルギー吸収によって応答変位が低減する効果は期待できないことが明らかとなった。免震構造の非線形定常振動性状が、1 質点振動系に置換した基礎固定状態のそれとは全く異なることは非常に興味深い。著者らは、本研究における考察結果と同様の傾向を多数の地震応答解析結果からも経験的に見出しているが^{4), 5)}、ここでは調和地動下での非線形定常振動状態を示すことで理論的な検証を行ない、このような振動特性を一般化した。

通常、免震構造を採用すれば上部構造の応答変位は基礎固定時よりも低減され、従来よりも小さな設計用地震力のもとで設計が行われる。上部構造の塑性化は、降伏耐力と入力地震動レベルの相対的な大小関係において、降伏耐力の過度の低減あるいは予想以上の地震入力の際れかによってもたらされる。現実的には免震構造の上部構造を積極的に塑性化させる設計は考えられないものの、免震構造が潜在的に有するこのような振動特性を踏まえておくことが、免震構造の設計において重要であると考えられる。極論的には、免震構造の上部構造を塑性化させることは在来構造と比較して危険であり、

低靱性であっても塑性化させない設計を第一に考えるべきである。

なお、本研究では粘性系ダンパーを用いた免震構造を対象としたが、もう一方の主要な免震システムである履歴系ダンパーを用いた免震構造の非線形定常振動応答についても今後検討を加える必要がある。

参考文献

- 1) T. K. Caughey, 'Sinusoidal Excitation of a System With Bilinear Hysteresis', *Journal of Applied Mechanics*, 640-643, Dec. 1960.
- 2) 日本建築学会, 免震構造設計指針, 1993年版
- 3) J. M. Kelly, 'Base Isolation: Linear Theory and Design', *Earthquake Spectra*, Vol. 6, No. 2, 223-244, 1990.
- 4) 田村和夫, 菊地優: 免震RC造骨組の弾塑性応答性状, 日本建築学会大会学術講演梗概集(構造II), pp. 651-652, 1990.
- 5) 菊地優, 田村和夫, 和田章: 免震構造物の安全性評価に関する一考察, 日本建築学会構造系論文集, 第470号, pp. 65-73, 1995. 4.
- 6) J. P. Den Hartog, 'Forced Vibrations With Combined Coulomb and Viscous Friction, Transactions', *ASME*, APM-53-9, 107-115, 1931.
- 7) 梅村魁, 建築耐震論, 彰国社, 1968.
- 8) 田治見宏, 建築振動学, コロナ社, 1965.

(2003年8月27日原稿受理, 2003年11月14日採用決定)