スウェイ・ロッキングモデルに入力される地震エネルギーの限界値 BOUND OF EARTHQUAKE INPUT ENERGY TO SWAY-ROCKING BUILDING MODELS

竹 脇 出*
Izuru TAKEWAKI

A new critical excitation method is developed for a damped linear elastic structure supported by a sway-rocking system. The input energies to the sway-rocking model and to the super-structure only during an earthquake are introduced as a new measure of criticality. It is shown that the formulation of the earthquake input energy in the frequency domain is essential for solving the critical excitation problem and deriving bounds on the earthquake input energies. It is demonstrated that the analysis of the bounds on the input energies to the sway-rocking model and to the super-structure only is useful for understanding the ratio of the input energy to the super-structure to that to the total system in various soil conditions.

Keywords : Critical excitation method, Earthquake input energy, Sway-rocking model, Frequency domain analysis, Robust design, Soil-structure interaction

極限外乱法、地震入力エネルギー、スウェイ・ロッキングモデル、周波数領域解析、ロバスト設計、構造物・地盤相互作用

1. 序

地盤条件の差異が地震時の構造物の被害様相に大きな影響を及ぼす報告が過去の地震において数多くなされており、同時に、構造物と地盤の動的相互作用も構造物の被害状況に少なからぬ影響を及ぼすという報告がなされている。これまでに、構造物と地盤の動的相互作用に関する研究は、主として変形や力に関するものが多く、地震入力エネルギーを論じた研究は数少ない^{1,2)}。その原因としては、両者の動的相互作用を考慮した場合には挙動が複雑となり（振動数領域での解析が適したモデルもある）、入力エネルギーを定義することが容易ではなかったことや、地震動の有する不確定性と地盤物性等の不確定性とが相俟って、基礎固定モデルに比べて評価のばらつきが大きいこと等が挙げられる。

本研究では、構造物と地盤の動的相互作用を考慮したモデルとしてスウェイ・ロッキングモデル（SR モデル）を取り上げ、SR モデルに入力される地震エネルギーについて考察する。特に、地盤ばねやダッシュポットまで含めた全体システムに入力されるエネルギーと、構造物に入力されるエネルギーの関係について論じ³⁾、さらに地震動特性の変動に伴う地震入力エネルギーの上限値について論じる。これまでに、構造物に入力される地震エネルギーに関する研究は数多く行われ、多くの成果が得られている（例えば 1-16）。本論文は、文献 16)で提案された方法を SR モデルに拡張し、相互作用

系に入力される地震エネルギーの取り扱いについて論じた研究である。

本論文で提案する方法は振動数領域での方法であるため、kinematic interaction の効果やインピーダンスの振動数依存性を容易に取り扱うことが可能である。さらに、本論文の最後において、kinematic interaction の効果を考慮した場合の地震入力エネルギーも、上部構造質点や基礎に作用する慣性力を考えることにより比較的容易に評価できることを示す。

2. 地動を受ける上部 1 自由度 SR モデルへの入力エネルギー

自由地表面加速度入力 $\ddot{u}_g(t) = a(t)$ を受ける質量 m 、剛性 k 、粘性減衰係数 c の上部 1 自由度 SR モデルを考える（図 1 参照）。基礎と上部の質量をそれぞれ m_0, m 、基礎と上部の各々の重心回りの回転慣性をそれぞれ I_{R0}, I_R で表す。上部の質点の基礎からの高さを h で表す。地盤の水平と回転に関するばね剛性とダッシュポット減衰係数を、 k_H, k_R, c_H, c_R で表す。自由地表面に対する基礎の水平変位（スウェイ）を u_F 、回転（ロッキング）を θ_F で表し、ロッキング成分を含まない基礎に対する上部質点の相対変位を u で表す。このモデルに対する運動方程式は次式で与えられる。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{u}_g \quad (1)$$

ここで、

* 京都大学大学院工学研究科都市環境工学専攻 教授・工博

Prof., Dept. of Urban and Environmental Engineering, Graduate School of Eng., Kyoto University, Dr. Eng.

図1 地動加速度を受けるスウェイ・ロッキングモデル

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & m & mh \\ m & m_0 + m & mh \\ mh & mh & mh^2 + I_{R0} + I_R \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \text{diag}(k \quad k_H \quad k_R)$$

$$\mathbf{C} = \text{diag}(c \quad c_H \quad c_R), \quad \mathbf{u} = \{u \quad u_F \quad \theta_F\}^T, \quad \mathbf{r} = \{0 \quad 1 \quad 0\}^T \quad (2a-e)$$

本モデルでは、基礎のインピーダンス評価において、スウェイとロッキングの連成を考慮しない。基礎の埋め込みを考慮した場合の取り扱いとは8節で触れる。

本 SR モデルへの入力エネルギーを考える。ベクトルの転置を $()^T$ で表す時、(1)式に $\dot{\mathbf{u}}^T$ を前掛けして 0 から t_0 まで時間積分すると次式を得る。

$$[(1/2)\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}}]_0^{t_0} + \int_0^{t_0} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} dt + [(1/2)\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{K} \mathbf{u}]_0^{t_0} = - \int_0^{t_0} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_g dt = E_I^A \quad (3)$$

E_I^A を部分積分し、 $\dot{\mathbf{u}}_g(0) = \dot{\mathbf{u}}_g(t_0) = 0$ の条件と $\mathbf{M}, \mathbf{r}$ の具体的表現を代入して変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} E_I^A &= -[\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}}_g]_0^{t_0} + \int_0^{t_0} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_g dt \\ &= \int_0^{t_0} \{m\ddot{\mathbf{u}} + (m_0 + m)\ddot{\mathbf{u}}_F + mh\ddot{\theta}_F\} \dot{\mathbf{u}}_g dt \\ &= \int_0^{t_0} \{m_0(\ddot{\mathbf{u}}_g + \ddot{\mathbf{u}}_F) + m(\ddot{\mathbf{u}}_g + \ddot{\mathbf{u}}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{\mathbf{u}}) - (m_0 + m)\ddot{\mathbf{u}}_g\} \dot{\mathbf{u}}_g dt \\ &= \int_0^{t_0} \{m_0(\ddot{\mathbf{u}}_g + \ddot{\mathbf{u}}_F) + m(\ddot{\mathbf{u}}_g + \ddot{\mathbf{u}}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{\mathbf{u}})\} \dot{\mathbf{u}}_g dt - [(1/2)(m_0 + m)\dot{\mathbf{u}}_g^2]_0^{t_0} \\ &= \int_0^{t_0} \{m_0(\ddot{\mathbf{u}}_g + \ddot{\mathbf{u}}_F) + m(\ddot{\mathbf{u}}_g + \ddot{\mathbf{u}}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{\mathbf{u}})\} \dot{\mathbf{u}}_g dt \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式の最下式の $\{ \}$ の中の表現は、基礎と上部質点に作用する慣性力の総和を表しており、(4)式は、地面（自由地表面）が SR モデルに対してなす実仕事と E_I^A が一致することを示している。

構造物の線形弾性応答に限定すれば、地震入力エネルギーは時間領域のみならず、振動数領域でも表現できることは知られている^{5, 7, 9, 13, 16)}。 $\ddot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}_F, \ddot{\theta}_F, \ddot{\mathbf{u}}_g$ のフーリエ変換を $\ddot{\mathbf{U}}, \ddot{\mathbf{U}}_F, \ddot{\Theta}_F, \ddot{\mathbf{U}}_g$ で表し、 $\ddot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}_F, \ddot{\theta}_F$ の $\ddot{\mathbf{u}}_g$ に対する伝達関数を、それぞれ $H_{\ddot{\mathbf{U}}}(\omega), H_{\ddot{\mathbf{U}}_F}(\omega), H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)$ で表す。すなわち、

$$\ddot{\mathbf{U}}/\ddot{\mathbf{U}}_g = H_{\ddot{\mathbf{U}}}(\omega), \quad \ddot{\mathbf{U}}_F/\ddot{\mathbf{U}}_g = H_{\ddot{\mathbf{U}}_F}(\omega), \quad \ddot{\Theta}_F/\ddot{\mathbf{U}}_g = H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) \quad (5a-c)$$

$\dot{\mathbf{u}}_g$ の特性から(4)式の積分の上下限を $\infty, -\infty$ に拡張して (4)式を逆フーリエ変換し、(5)式の表現を用いると次式が得られる。

$$\begin{aligned} E_I^A &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{m_0(\ddot{\mathbf{U}}_g + \ddot{\mathbf{U}}_F) + m(\ddot{\mathbf{U}}_g + \ddot{\mathbf{U}}_F + \ddot{\Theta}_F h + \ddot{\mathbf{U}})\} e^{i\omega t} \dot{\mathbf{u}}_g dt d\omega \\ &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega} \text{Im}[m_0 H_{\ddot{\mathbf{U}}_F}(\omega) + m\{H_{\ddot{\mathbf{U}}_F}(\omega) + H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)h + H_{\ddot{\mathbf{U}}}(\omega)\}] |\dot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (6)$$

あるいは速度表現 $\dot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{u}}_F, \dot{\theta}_F$ の $\dot{\mathbf{u}}_g$ に対する伝達関数を、それぞれ

$H_{\dot{\mathbf{U}}}(\omega), H_{\dot{\mathbf{U}}_F}(\omega), H_{\dot{\Theta}_F}(\omega)$ で表すと、(6)式は次のようにも表現できる。

$$E_I^A = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Re}[m_0 H_{\dot{\mathbf{U}}_F}(\omega) + m\{H_{\dot{\mathbf{U}}_F}(\omega) + H_{\dot{\Theta}_F}(\omega)h + H_{\dot{\mathbf{U}}}(\omega)\}] |\dot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \quad (7)$$

〔上部構造への入力エネルギー〕

上部構造物の最下部で仮定の切断面を考え、上部構造質点に作用する慣性力がこの仮想切断面に作用する力と釣り合うと考え、 $0 \leq t \leq \infty$ で基礎が上部構造に対してなす仕事（上記の力と基礎版の変位の積で上部構造物への入力エネルギー）は次式で表現される。

$$\begin{aligned} E_I^S &= \int_0^{\infty} m(\ddot{\mathbf{u}}_g + \ddot{\mathbf{u}}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{\mathbf{u}})(\dot{\mathbf{u}}_g + \dot{\mathbf{u}}_F) dt \\ &\quad + \int_0^{\infty} \{m(\ddot{\mathbf{u}}_g + \ddot{\mathbf{u}}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{\mathbf{u}})h + I_R \ddot{\theta}_F\} \dot{\theta}_F dt \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式の下限を $-\infty$ に拡張して(8)式を逆フーリエ変換し、(5)式の伝達関数表現を用いると次式が得られる。

$$\begin{aligned} E_I^S &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega} \text{Im}[m\{1 + H_{\ddot{\mathbf{U}}_F}(\omega) + H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)h + H_{\ddot{\mathbf{U}}}(\omega)\}\{1 + H_{\ddot{\mathbf{U}}_F}(-\omega)\} \\ &\quad + \{mh\{1 + H_{\ddot{\mathbf{U}}_F}(\omega) + H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)h + H_{\ddot{\mathbf{U}}}(\omega)\} + I_R H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)\} H_{\ddot{\Theta}_F}(-\omega)] |\dot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (9)$$

(6), (9)式を次のように置く。

$$E_I^A = \int_0^{\infty} F_A(\omega) |\dot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \quad (10a)$$

$$E_I^S = \int_0^{\infty} F_S(\omega) |\dot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \quad (10b)$$

$F_A(\omega), F_S(\omega)$ を以下ではエネルギー伝達関数と呼ぶ。

El Centro NS (Imperial Valley 1940) と Kobe University NS (Hyogoken-Nanbu 1995)に対する全体システムと構造物への地震入力エネルギーの時刻歴とその最終値の例を図2に示す。モデルの質量および回転慣性は、 $m = 30 \times 10^3 (\text{kg})$, $I_R = 1.6 \times 10^5 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$, $m_0 = 90 \times 10^3 (\text{kg})$, $I_{R0} = 4.8 \times 10^5 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ であり、階高は $h = 3.5 (\text{m})$ とする。地盤のばね剛性とダッシュポット減衰係数は次のような簡略化されたものを用いる¹⁷⁾。

$$\begin{aligned} k_H &= (6.77/(1.79 - \nu))Gr, \quad k_R = (2.52/(1.00 - \nu))Gr^3 \\ c_H &= (6.21/(2.54 - \nu))\rho V_S r^2, \quad c_R = (0.136/(1.13 - \nu))\rho V_S r^4 \end{aligned}$$

上式の妥当性は、簡易的に振動数依存性を表現できるコーンモデル¹⁸⁾との比較により後で示す（7節）。地盤の密度とポアソン比は $\rho = 1.8 \times 10^3 (\text{kg}/\text{m}^3)$, $\nu = 0.35$ とし、基礎の等価な円盤の半径は $r = 4 (\text{m})$ とする。

上部構造の固有周期は 0.5(s)、減衰定数は 0.05 とし、地盤のせん断波速度は 50(m/s), 100(m/s)とする。ここでは、比較的小さなせん断波速度を扱うが、これは、地盤特性のひずみ依存性を考慮した際の等価なものを対象としているからである。

図3(a)-(c)は、それぞれ、地盤の（等価）せん断波速度として 50(m/s), 100(m/s), 200(m/s)を採用したときの、上部構造の固有周期 0.2, 0.5(s)、減衰定数 0.05 に対する(10a, b)式で定義されるエネルギー伝達関数 $F_A(\omega), F_S(\omega)$ を表す。全体システム系は3自由度であるため、ほぼ全ての場合について、 $F_A(\omega)$ は1次固有振動数以外に高次固有振動数においても増幅する傾向が見られる。一方、上部構造物へ入力されるエネルギーに関連する $F_S(\omega)$ は、1次固有振動数においてのみ増幅する形となっている。

図2 全体システムと構造物への入力エネルギー時刻歴の例

図3(a) エネルギー伝達関数 $F_A(\omega), F_S(\omega)$ (地盤のせん断波速度 $V_s=50$ (m/s), 上部構造固有周期 0.2, 0.5(s))

図3(b) エネルギー伝達関数 $F_A(\omega), F_S(\omega)$ (地盤のせん断波速度 $V_s=100$ (m/s), 上部構造固有周期 0.2, 0.5(s))

図3(c) エネルギー伝達関数 $F_A(\omega), F_S(\omega)$ (地盤のせん断波速度 $V_s=200$ (m/s), 上部構造固有周期 0.2, 0.5(s))

3. 極限外乱問題

本論では、自由地表面加速度 $\ddot{u}_g(t) = a(t)$ ($\ddot{U}_g(\omega) = A(\omega)$) に課す制約は、次の2乗時間積分の値(指定値 $\bar{C}$)と、そのフーリエ振幅スペクトルの上限とする(上限値 $\bar{A}$)。

$$\int_{-\infty}^{\infty} a(t)^2 dt = (1/\pi) \int_0^{\infty} |A(\omega)|^2 d\omega = \bar{C} \quad (11)$$

本論文で扱う第一の極限外乱問題は次のように表現される。

図4 解法の模式図 ($A_{\max} = \bar{A}$, $\Omega = \omega_1$)

〔極限外乱問題1A〕

(11)式の制約と自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル $|A(\omega)|$ に関する制約 $|A(\omega)| \leq \bar{A}$ を満足し、(10a)式のSRモデル全体に対する地震入力エネルギーを最大にする自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル $|A(\omega)|$ を求めよ。

本論文で扱う第二の極限外乱問題は次のように表現される。

〔極限外乱問題1S〕

(11)式の制約と自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル $|A(\omega)|$ に関する制約 $|A(\omega)| \leq \bar{A}$ を満足し、(10b)式の上部構造物に対する地震入力エネルギーを最大にする自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル $|A(\omega)|$ を求めよ。

4. 極限外乱問題の解法と地震入力エネルギーの上限値

前節の二つの問題の解は、 $\bar{A} \rightarrow \infty$ であれば Dirac のデルタ関数となり、 $\bar{A}$ が有限であれば、関数 $F_A(\omega)$ あるいは $F_S(\omega)$ の区間積分を最大化する矩形関数となる(図4参照)。同様の考え方は、パワースペクトル密度関数に対する定式化については提案されている^{19, 20)}。そのときの矩形関数の区間幅は、(11)式より $\Delta\omega = \pi\bar{C}/\bar{A}^2$ で与えられる。 $\bar{A} \rightarrow \infty$ に対する地震入力エネルギーの上限値 (absolute bound) は、 $F_A(\omega), F_S(\omega)$ が $\omega = \omega_1$ (連成系の非減衰1次固有円振動数) で最大値をとるという近似を導入すれば、(10a, b)式に(11)式を代入することにより、近似的に次式で与えられる。

$$E_I^{Aabs} = \pi\bar{C}F_A(\omega_1), \quad E_I^{Sabs} = \pi\bar{C}F_S(\omega_1) \quad (12a, b)$$

$\bar{A}$ が有限である場合に対する地震入力エネルギーの上限値 (credible bound: 起こり得る上限) は、近似的に次式で与えられる(問題1Aについては(13a)、問題1Sについては(13b))。

$$\bar{A}^2 \int_{\omega_L}^{\omega_U} F_A(\omega) d\omega \quad (\omega_U - \omega_L = \Delta\omega, (\omega_U + \omega_L)/2 = \omega_1) \quad (13a)$$

$$\bar{A}^2 \int_{\omega_L}^{\omega_U} F_S(\omega) d\omega \quad (\omega_U - \omega_L = \Delta\omega, (\omega_U + \omega_L)/2 = \omega_1) \quad (13b)$$

$\bar{A}$ の設定については、現時点では確かな情報が得られていないが、無限大ではない有限の値を設定するという意味で、credible bound と呼ぶことにする。

表1 対象とする記録地震波とその特性

	$A_{\max}$ (m/s)	$\bar{C}$ (m^2/s^3)	$\Delta\omega$ (rad/s)
El Centro NS 1940	2.91	11.4	4.21
Kobe Univ. NS 1995	3.06	7.59	2.55
Mexico SCT1 EW 1985	12.0	15.2	0.332
JMA Kobe NS 1995	5.81	52.3	4.87

5. 記録地震動に対する入力エネルギーとその上限値

記録地震動として、El Centro NS (Imperial Valley 1940), Kobe University NS (Hyogoken-Nanbu 1995), SCT1 EW (Mexico Michoacan 1985), JMA Kobe NS (Hyogoken-Nanbu 1995)の4波を採用する。表1にこれら4波の特性値を示す。 $A_{\max}$ は $|A(\omega)|$ の最大値を表す。地盤と構造物モデルのパラメータ値は2節と同じものを採用する。地盤の(等価)せん断波速度は50(m/s), 100(m/s), 200(m/s)の3種類を考え、上部構造の減衰定数は0.05とする。

図5は、El Centro NS 1940に対する地震入力エネルギーを、上部構造物の基礎固定時の固有周期に対して描いた図を表す。太実線は全体システムへの入力エネルギー E_I^A を表し、細実線は上部構造物への入力エネルギー E_I^S を表す。両者の差は主として地盤により消費されるエネルギーを表している。(4), (8)式から明らかなように、 E_I^A は $0 \leq t \leq t_0$ で定義される量であるのに対して(ただし $\dot{u}_g$ の性質から $0 \leq t \leq \infty$ でも同じ量を表す)、 E_I^S は $0 \leq t \leq \infty$ において定義される量であることに注意する必要がある。この地盤により消費されるエネルギーは、地盤の(等価)せん断波速度が小さいほど大きい。また、上部構造の固有周期が短くなるほど、上部構造で消費されるエネルギーに対して地盤により消費されるエネルギーの比率が大きくなる。図5には、(13a, b)式で与えられる credible bound ($\bar{A}=A_{\max}$ とすると)と(12a, b)式で与えられる absolute bound も示してある。両上限値は、上部構造の固有周期が短い領域ではほぼ一致しているのに対して、上部構造の固有周期が長い領域では大きな差が発生する。これは、基礎固定モデル¹⁶⁾でも見られる現象であり、地震動の有する加速度パワーの周期特性およびSRモデルのエネルギー伝達関数の周期特性と関係している。

楊と秋山¹⁾は、同様のモデルについて、異なる振動数領域の手法(運動方程式のフーリエ変換・逆変換による方法)を用いて、全体システムに入力される地震エネルギーと構造物のみに入力される地震エネルギーを求める先駆的研究を展開し、両エネルギーの関係について論じている。また、構造物と地盤の特性の違いによる地下逸散効果や、構造物のアスペクト比が地下逸散に及ぼす影響等について詳細に論じている。本論文の手法では、運動方程式のフーリエ変換は用いるがその逆変換は行わず、直接振動数領域での積分により地震入力エネルギーを求めている。kinematic interaction の効果や impedance の振動数依存性を考慮した場合には、直接的に振動数領域での積分を用いる方が適していると思われる。また、入力地震動の振動数特性の不確定性に起因する地震入力エネルギーの上限値を論じるには、時間領域を経由する手法よりも直接的に振動数領域での演算を行う手法が適していると思われる。

図6は、Kobe Univ. NS 1995に対する地震入力エネルギーを、上部構造物の基礎固定時の固有周期に対して描いた図を表す。この地震動は約1.2(s)に卓越周期を有するため、これとほぼ同じ固有周期を有するモデルの地震入力エネルギーは、全体システムおよび構造物とも、それらに対応する credible bound に近接することがわかる。すなわち、実際の入力エネルギーと credible bound の近接度は、地震動の有する極限性の周期特性を表現する有効な指標の一つであるといえる。本地震動は、構造物と地盤の動的相互作用効果が現れにくい周期領域においてパワーを有する地震動であるため、図5と比較して、全体システムへの入力エネルギーと上部構造物への入力エ

ネルギーとの差はそれほど顕著ではない。

図7は、Mexico SCT1 EW 1985に対する地震入力エネルギーを、

図5 El Centro NS 1940による全体システムと上部構造物への地震入力エネルギー：実際の入力エネルギーと credible bound および absolute bound

(a) $V_s=50(\text{m/s})$,
(b) $V_s=100(\text{m/s})$,
(c) $V_s=200(\text{m/s})$

図6 Kobe Univ. NS 1995による全体システムと上部構造物への地震入力エネルギー：実際の入力エネルギーと credible bound および absolute bound

(a) $V_s=50(\text{m/s})$,
(b) $V_s=100(\text{m/s})$,
(c) $V_s=200(\text{m/s})$

図7 Mexico SCT1 EW 1985 による全体システムと上部構造物への地震入力エネルギー：実際の入力エネルギーと credible bound および absolute bound
(a) $V_s=50$ (m/s),
(b) $V_s=100$ (m/s),
(c) $V_s=200$ (m/s)

図8 JMA Kobe NS 1995 による全体システムと上部構造物への地震入力エネルギー：実際の入力エネルギーと credible bound および absolute bound
(a) $V_s=50$ (m/s),
(b) $V_s=100$ (m/s),
(c) $V_s=200$ (m/s)

上部構造物の基礎固定時の固有周期に対して描いた図を表す。この地震動は約 2(s)に卓越周期を有するため、これとほぼ同じ固有周期を有するモデルの地震入力エネルギーは、全体システムおよび構造

物とも、それらに対応する credible bound に近接することがわかる。また、図6と同様に、構造物と地盤の動的相互作用効果が現れにくい周期領域においてパワーを有する地震動であるため、全体システムへの入力エネルギーと上部構造物への入力エネルギーとの差はほとんど見られない。

図8は、JMA Kobe NS 1995 に対する地震入力エネルギーを、上部構造物の基礎固定時の固有周期に対して描いた図を表す。図5とほぼ同様の特性が観察される。

図5～8から共通に理解されることは、構造物の固有周期が同じであれば、地盤剛性が変化しても、構造物に入力されるエネルギーはほぼ一定であることである。

図6、7から理解されるように、credible bound は長周期側で実際の入力エネルギーよりもかなり大きな値を示す。これは、長周期側でも(11)式で表される地動加速度の2乗時間積分に制約を課したこと起因すると考えられる。長周期側では、地動速度の2乗時間積分に制約を課することが妥当である場合が多いことが文献16)で示されている。これに関する取り扱いについては次節で述べる。

ここでは、SR モデルに入力される地震エネルギーの特性の一例を示すために、1層モデルを扱い、基礎版の大きさも特定の値を用いた。基礎固定モデルとは異なり、地震入力エネルギーを単純に上部構造物の質量のみで正規化することは困難であり、種々のモデルに対する全体像を議論するにはより幅広いパラメータ領域での解析が必要である。

6. 地動速度の2乗時間積分値に制約が存在する問題

前節の例からも明らかのように、credible bound は長周期側で実際の入力エネルギーよりもかなり大きな値を示す。その原因の一つとして、(11)式のような地動加速度の2乗時間積分値に制約を設定したことが考えられる。長周期領域で(11)式の制約を満足させるには、極めて大きな速度や変位が要求され、非現実的となる。本節では、次のような地動速度の2乗時間積分値に制約が存在する問題を考える。^{2, 15, 16, 21)}

$$\int_{-\infty}^{\infty} v(t)^2 dt = (1/\pi) \int_0^{\infty} |V(\omega)|^2 d\omega = \bar{C}_V \quad (14)$$

ここで、 $V(\omega)$ は地動速度 $\dot{u}_g(t) = v(t)$ のフーリエ変換を表し、 $\bar{C}_V$ は地動速度の2乗時間積分値の制約値を表す。 $A(\omega) = i\omega V(\omega)$ の性質を用いると、(10a, b)式の地震入力エネルギーは次式のように変形できる。

$$E_I^A = \int_0^{\infty} \omega^2 F_A(\omega) |V(\omega)|^2 d\omega \quad (15a)$$

$$E_I^S = \int_0^{\infty} \omega^2 F_S(\omega) |V(\omega)|^2 d\omega \quad (15b)$$

本節で扱う第一の極限外乱問題は次のように表現される。

〔極限外乱問題2 A〕

(14)式の制約と地動速度のフーリエ振幅スペクトル $|V(\omega)|$ に関する制約 $|V(\omega)| \leq \bar{V}$ を満足し、(15a)式の SR モデル全体への入力エネルギーを最大にする地動速度のフーリエ振幅スペクトル $|V(\omega)|$ を求めよ。 $\bar{V}$ は $|V(\omega)|$ の上限値を表す。

上記の問題に対する解は、地動加速度の2乗時間積分値に制約が存在する問題（極限外乱問題1 A）において、関数 $F_A(\omega)$ を $\omega^2 F_A(\omega)$ に置き換えることにより同様に求めることが可能である（図9参照）。

図9 速度制約問題の解法の模式図 ($V_{\max} = \bar{V}$, $\Omega = \omega_1$)

表2 記録地震波の速度定式化に関する特性

	$V_{\max}(m)$	$\bar{C}_V(m^2/s)$	$\Delta\omega(rad/s)$
El Centro NS 1940	0.696	0.332	2.15
Kobe Univ. NS 1995	0.597	0.307	2.70
Mexico SCT1 EW 1985	3.913	1.88	0.386
JMA Kobe NS 1995	0.746	0.854	4.82

図10 振動数非依存型のばね剛性、ダッシュポット減衰係数に基づくモデルと、半無限弾性地盤に対してコーンモデルによる地盤インピーダンスを用いたモデルによる全体システムと構造物への入力エネルギーの比較

$\bar{V} \rightarrow \infty$ に対する地震入力エネルギーの上限値 (absolute bound) は、関数 $\omega^2 F_A(\omega)$ が $\omega = \omega_1$ で最大値をとるという近似を導入すれば、(15a)式に(14)式を代入することにより、近似的に次式で与えられる。

$$E_I^{Abs} = \pi \bar{C}_V \omega_1^2 F_A(\omega_1) \quad (16)$$

$\bar{V}$ が有限である場合に対する地震入力エネルギーの credible bound は、近似的に次式で与えられる。

$$\bar{V}^2 \int_{\omega_L}^{\omega_U} \omega^2 F_A(\omega) d\omega \quad (\omega_U - \omega_L = \Delta\omega, (\omega_U + \omega_L)/2 = \omega_1) \quad (17)$$

また、矩形関数の振動数幅は $\Delta\omega = \pi \bar{C}_V / \bar{V}^2$ で与えられる。

5節と同じ4つの記録地震波に対して求めた地動速度のフーリエ振幅スペクトルの実際の最大値 $\max |V(\omega)| = V_{\max}$ 、地動速度の2乗時間積分値、矩形関数の振動数幅を表2に示す。

本節で扱う第二の極限外乱問題は次のように表現される。

[極限外乱問題2S]

(14)式の制約と地動速度のフーリエ振幅スペクトル $|V(\omega)|$ に関する制約 $|V(\omega)| \leq \bar{V}$ を満足し、(15b)式の上部構造物への入力エネルギーを最大にする地動速度のフーリエ振幅スペクトル $|V(\omega)|$ を求めよ。

上記の問題に対する解は、地動加速度の2乗時間積分値に制約が存在する問題 (極限外乱問題1S) において、関数 $F_S(\omega)$ を

$\omega^2 F_S(\omega)$ に置き換えることにより同様に求めることが可能である (図9参照)。

$\bar{V} \rightarrow \infty$ に対する地震入力エネルギーの上限値 (absolute bound) は、関数 $\omega^2 F_S(\omega)$ が $\omega = \omega_1$ で最大値をとるという近似を導入すれば、(15b)式に(14)式を代入することにより、近似的に次式で与えられる。

$$E_I^{Sabs} = \pi \bar{C}_V \omega_1^2 F_S(\omega_1) \quad (18)$$

$\bar{V}$ が有限である場合に対する地震入力エネルギーの credible bound は、近似的に次式で与えられる。

$$\bar{V}^2 \int_{\omega_L}^{\omega_U} \omega^2 F_S(\omega) d\omega \quad (\omega_U - \omega_L = \Delta\omega, (\omega_U + \omega_L)/2 = \omega_1) \quad (19)$$

また、矩形関数の振動数幅は $\Delta\omega = \pi \bar{C}_V / \bar{V}^2$ で与えられる。

構造物と地盤の動的相互作用問題は、構造物が長周期化すると一般にその影響は小さくなるため、このような領域では基礎固定モデルとしての取り扱い¹⁶⁾が適当である。

7. コーンモデルによる地盤インピーダンスを用いた場合の例

前節の例では、地盤インピーダンスとして振動数非依存型のばね剛性、ダッシュポット減衰係数に基づくモデルを用いた。ここでは、コーンモデル¹⁸⁾による地盤インピーダンスを用いた場合との比較を行う。図10は、図5と同じ条件で、半無限弾性地盤に対してコーンモデルを適用した場合の地盤インピーダンスを用いて計算した全体システムと構造物への入力エネルギーを示す。上部構造の固有周期が1秒程度までの範囲では、地盤のせん断波速度に関係なく、振動数非依存型のばね剛性、ダッシュポット減衰係数に基づくモデルは、コーンモデルによる地盤インピーダンスを用いたモデルと良好な対応を示すといえる。ただし、地盤のせん断波速度が200(m/s)では、全体システムと構造物への入力エネルギーに大きな差がなく、また、両インピーダンスモデル間の差も大きくないため、ここでは省略してある。ここでは1層モデルで、基礎版の半径が比較的小さいモデルの例を示しているが、数層モデルでより大きな基礎半径のモデルについてもほぼ同等の近似精度を有することを確認している。

8. Kinematic interaction を考慮した場合の地震入力エネルギー

前節までは、基礎の埋め込みがなく、所謂 kinematic interaction の影響が小さく無視できるモデルを扱っていた。ここでは、kinematic interaction を考慮した場合の簡易的な取り扱いについて述べる。本論文で提案する方法は振動数領域での方法であるため、kinematic interaction の効果やインピーダンスの振動数依存性を容易に取り扱うことが可能である。

基礎の上面は地表面と一致しているものとし、その中央の点の水平・回転の有効入力(加速度)を $\ddot{u}_0^*(t), \ddot{\theta}_0^*(t)$ 、対応する振動数領域でのものを $\ddot{U}_0^*(\omega), \ddot{\Theta}_0^*(\omega)$ とする。 $\ddot{u}_0^*(t), \ddot{\theta}_0^*(t)$ は、自由地表面の水平加速度 $\ddot{U}_g(\omega)$ と有効入力表現する関数 $S_{HT}(\omega), S_{RT}(\omega)$ ^{18, 22)} を用いて次式で与えられる。

$$\ddot{u}_0^*(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{U}_0^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{HT}(\omega) \ddot{U}_g(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (20a)$$

$$\ddot{\theta}_0^*(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ddot{\Theta}_0^*(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{RT}(\omega) \ddot{U}_g(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (20b)$$

水平・回転の有効入力に付加される基礎の水平・回転変位を $u_T(t), \theta_T(t)$ で表す。形式的には、 $u_T(t), \theta_T(t)$ は前節までの $u_F(t), \theta_F(t)$ に対応している。このモデルに対する振動数領域での運動方程式は次式で与えられる。²²⁾

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{U}(\omega) = -\mathbf{M}\{\mathbf{r}_1 S_{HT}(\omega) + \mathbf{r}_2 S_{RT}(\omega)\} \ddot{\mathbf{U}}_g(\omega) \quad (21)$$

ここで、 $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}$ は(2)式と同じ質量、剛性、減衰行列を表す。ただし、地盤インピーダンスは、基礎上面の中央点で評価したものを表し、基礎の回転慣性もその点回りのものとする。また、

$$\mathbf{U}(\omega) = \{U(\omega) U_T(\omega) \Theta_T(\omega)\}^T, \quad \mathbf{r}_1 = \{0 \ 1 \ 0\}^T, \quad \mathbf{r}_2 = \{0 \ 0 \ 1\}^T \quad (22a-c)$$

上部構造質点と基礎に作用する慣性力を考え、それと釣り合う反力が基礎の動きに対してなす仕事を考えることにより、構造物・基礎系に入力されるエネルギーは次式で表現される。

$$\begin{aligned} E_I^A &= \int_0^\infty [m_0(\ddot{u}_0^* + \ddot{u}_T) + m(\ddot{u}_0^* + \ddot{u}_T + h(\ddot{\theta}_0^* + \ddot{\theta}_T) + \ddot{u})](\dot{u}_0^* + \dot{u}_T) dt \\ &+ \int_0^\infty [(I_{R0} + I_R)(\ddot{\theta}_0^* + \ddot{\theta}_T) + mh(\ddot{u}_0^* + \ddot{u}_T + h(\ddot{\theta}_0^* + \ddot{\theta}_T) + \ddot{u})](\dot{\theta}_0^* + \dot{\theta}_T) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{i}{\omega} [m_0\{S_{HT}(\omega) + H_{\dot{U}T}(\omega)\} \\ &+ m\{S_{HT}(\omega) + H_{\dot{U}T}(\omega) + h\{S_{RT}(\omega) + H_{\dot{\Theta}T}(\omega)\} + H_{\dot{U}}(\omega)\}] \cdot \\ &\quad \{S_{HT}(-\omega) + H_{\dot{U}T}(-\omega)\} |\ddot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{i}{\omega} [(I_{R0} + I_R)\{S_{RT}(\omega) + H_{\dot{\Theta}T}(\omega)\} \\ &+ mh\{S_{HT}(\omega) + H_{\dot{U}T}(\omega) + h\{S_{RT}(\omega) + H_{\dot{\Theta}T}(\omega)\} + H_{\dot{U}}(\omega)\}] \cdot \\ &\quad \{S_{RT}(-\omega) + H_{\dot{\Theta}T}(-\omega)\} |\ddot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (23)$$

ただし、(23)では(20a, b)の関係と加速度、速度の逆フーリエ変換を用いている。(23)における $H_{\dot{U}T}(\omega), H_{\dot{\Theta}T}(\omega)$ は、(21)式から求められる加速度 $\ddot{U}(\omega), \ddot{U}_T(\omega), \ddot{\Theta}_T(\omega)$ の $\ddot{\mathbf{U}}_g(\omega)$ に対する伝達関数を表す。

また、基礎周辺地盤に関するエネルギーも考慮する場合には、(23)式の第1行目の[]に続く $(\dot{u}_0^* + \dot{u}_T)$ を $\dot{u}_g$ にし、第2行目を削除すればよい(自由地表面の回転変位成分は考慮しないため)。

$$\begin{aligned} E_I^A &= \int_0^\infty [m_0(\ddot{u}_0^* + \ddot{u}_T) + m(\ddot{u}_0^* + \ddot{u}_T + h(\ddot{\theta}_0^* + \ddot{\theta}_T) + \ddot{u})] \dot{u}_g dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{i}{\omega} [m_0\{S_{HT}(\omega) + H_{\dot{U}T}(\omega)\} \\ &+ m\{S_{HT}(\omega) + H_{\dot{U}T}(\omega) + h\{S_{RT}(\omega) + H_{\dot{\Theta}T}(\omega)\} + H_{\dot{U}}(\omega)\}] \cdot \\ &\quad \{S_{HT}(-\omega) + H_{\dot{U}T}(-\omega)\} |\ddot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (24)$$

一方、構造物に入力されるエネルギーは、上部構造質点に作用する慣性力を考え、それと釣り合う反力が基礎の動きに対してなす仕事を考えることにより、次式で表現される。

$$\begin{aligned} E_I^S &= \int_0^\infty m(\ddot{u}_0^* + \ddot{u}_T + h(\ddot{\theta}_0^* + \ddot{\theta}_T) + \ddot{u})(\dot{u}_0^* + \dot{u}_T) dt \\ &+ \int_0^\infty [I_R(\ddot{\theta}_0^* + \ddot{\theta}_T) + mh(\ddot{u}_0^* + \ddot{u}_T + h(\ddot{\theta}_0^* + \ddot{\theta}_T) + \ddot{u})](\dot{\theta}_0^* + \dot{\theta}_T) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{i}{\omega} m\{S_{HT}(\omega) + H_{\dot{U}T}(\omega) + h\{S_{RT}(\omega) + H_{\dot{\Theta}T}(\omega)\} + H_{\dot{U}}(\omega)\} \cdot \\ &\quad \{S_{HT}(-\omega) + H_{\dot{U}T}(-\omega)\} |\ddot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{i}{\omega} [I_R\{S_{RT}(\omega) + H_{\dot{\Theta}T}(\omega)\} \\ &+ mh\{S_{HT}(\omega) + H_{\dot{U}T}(\omega) + h\{S_{RT}(\omega) + H_{\dot{\Theta}T}(\omega)\} + H_{\dot{U}}(\omega)\}] \cdot \\ &\quad \{S_{RT}(-\omega) + H_{\dot{\Theta}T}(-\omega)\} |\ddot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (25)$$

ただし、(25)では、(23)と同様に、(20a, b)の関係と加速度、速度の逆フーリエ変換を用いている。

時間が経過するに従い、基礎の運動エネルギーは減衰により消失するため、(23)の E_I^A は E_I^S に等しいことを数式的に示すことが可能である。

(24), (25)式を次のように表現する。

$$E_I^A = \int_{-\infty}^\infty F_A^*(\omega) |\ddot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \quad (26a)$$

$$E_I^S = \int_{-\infty}^\infty F_S^*(\omega) |\ddot{\mathbf{U}}_g(\omega)|^2 d\omega \quad (26b)$$

(26a, b)式を評価関数とする場合についても3節と同様の極限外乱問題を構成することが可能であり、4節とほぼ同様の解法を展開することができる。これを用いて、kinematic interaction の効果を考慮した場合の地震入力エネルギーの上限値を導くことができ、kinematic interaction の効果と地震入力の不確定性(特に振動数特性)の両者を同時に扱うことが可能となる。

9. 結論

本論文において以下の成果を得た。

- (1) 構造物と地盤の相互作用を表現するモデルとして、スウェイ・ロッキングモデルを取り上げ、全体システムと構造物の両者に入力される地震エネルギーを振動数領域で評価する方法を提示した。
- (2) 1自由度系構造物の固有周期が同じであれば、地盤の剛性が変化しても構造物に入力されるエネルギーはほぼ一定である。
- (3) 自由地表面加速度の2乗時間積分値とそのフーリエ振幅スペクトルの上限に制約が設けられ、全体システムと構造物に入力される地震エネルギーのいずれかを評価関数とする極限地震動問題を定式化し、その問題に対する解(自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル)は、エネルギー伝達関数との積の振動数領域積分が最大となる矩形関数となることを明らかにした。
- (4) 実際の地震入力エネルギーと credible bound の近接度は、地震動の有する極限性の周期特性を表現する有効な指標の一つであるといえる。
- (5) 長周期領域では、地動速度が大きな影響を及ぼすため、地動速度に関する制約を付加する必要がある。しかしながら、構造物と地盤の動的相互作用問題では、構造物が長周期化すると一般にその影響は小さくなるため、このような領域では基礎固定モデルとしての取り扱い¹⁶⁾が適当である。
- (6) 振動数非依存型のばね剛性、ダッシュポット減衰係数に基づくモデルと、半無限弾性地盤にコーンモデルを適用したときの地盤インピーダンスを用いたモデルによる全体システムと構造物への入力エネルギーの比較を行い、パラメータの限定されたモデルではあるが両者は良好な対応を示すことを明らかにした。
- (7) 本論文で提案する方法は振動数領域での方法であるため、kinematic interaction の効果やインピーダンスの振動数依存性を容易に取り扱うことが可能である。kinematic interaction の効果を考慮した場合の地震入力エネルギーは、上部構造質点や基礎に作用する慣性力を考えることにより評価することが可能である。また、(3)の成果に基づき、kinematic interaction の効果を考

慮した場合についても地震入力エネルギーの上限値を導くことができ、kinematic interaction の効果と地震入力の不確定性（特に振動数特性）の両者を同時に扱うことが可能である。

謝辞

本研究の一部は、鹿島学術振興財団研究助成（2002 年度：代表、竹脇 出）による。また、数値計算の一部において藤本弘志君（京都大学大学院生）の協力を得た。ここに記して謝意を表する。記録地震波の一部は、気象庁、関西地震観測研究協議会により観測されたものである。関係各位に謝意を表する。

参考文献

- 1) 楊 志勇, 秋山 宏: エネルギー授受に基づく相互作用の効果に対する評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 536 号, pp.39-45, 2000.10.
- 2) Trifunac, M.D., Hao, T.Y., and Todorovska, M.I.: On energy flow in earthquake response, Report CE 01-03, July 2001, Univ. of Southern Calif., 2001.
- 3) 棚橋 諒: 地震の破壊力と建築物の耐震力に関する私見, 建築雑誌, 1935.5.
- 4) Housner, G.W.: Behavior of structures during earthquakes, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 85(4), pp.109-129, 1959.
- 5) Lyon, R.H.: *Statistical energy analysis of dynamical systems*, The MIT Press, Cambridge, MA, 1975.
- 6) 加藤 勉, 秋山 宏: 強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷, 日本建築学会論文報告集, 第 235 号, pp.9-18, 1975.9.
- 7) 滝澤春男: 地震動のエネルギー応答スペクトル, 第 14 回自然災害科学総合シンポジウム論文集, pp.359-362, 1977.
- 8) 秋山 宏: 建築物の耐震極限設計, 東京大学出版会, 1980.
- 9) 大井謙一, 田中尚, 高梨晃一: 地震動による構造物へのエネルギー入力の統計量予測に関する基礎的考察, 日本建築学会論文報告集, 第 347 号, pp.47-55, 1985.1.
- 10) 中村恒善, 上谷宏二, 小坂郁夫, 竹脇 出: 建築耐震設計における保有耐力と変形性能(1990), 定義および算定法, pp.73-126, 1990.
- 11) Kuwamura, H., Kirino, Y., and Akiyama, H.: Prediction of earthquake energy input from smoothed Fourier amplitude spectrum, *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 23, pp.1125-1137, 1994.
- 12) 小川厚治, 井上一朗, 中島正愛: 損傷に寄与する地震入力エネルギーに関する考察, 日本建築学会構造系論文集, 第 530 号, pp.177-184, 2000.4.
- 13) Ordaz, M., Huerta, B., and Reinoso, E.: Exact computation of input-energy spectra from Fourier amplitude spectra, *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 32, pp.597-605, 2003.
- 14) Uang, C.M., and Bertero, V.V.: Evaluation of seismic energy in structures, *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 19, pp.77-90, 1990.
- 15) Housner, G.W., and Jennings, P.C.: The capacity of extreme earthquake motions to damage structures, *Structural and geotechnical mechanics: A volume honoring N.M.Newmark* edited by W.J. Hall, pp.102-116, Prentice-Hall Englewood Cliff, NJ, 1977.
- 16) 竹脇 出: 多様な減衰分布を有する構造物に入力される地震エネルギーの限界値, 日本建築学会構造系論文集, 第 572 号, pp.65-72, 2003.10.
- 17) Parmelee, R.A.: The influence of foundation parameters on the seismic response of interaction systems, *Proc. of the 3rd Japan Earthquake Engineering Symposium*, 1970.
- 18) Wolf, J.P.: *Foundation vibration analysis using simple physical model*, Prentice-Hall, 1994.
- 19) 竹脇 出: 確率論に基づく新しい critical 外乱法, 日本建築学会構造系論文集, 第 533 号, pp.69-74, 2000.7.
- 20) Takewaki, I.: Robust building stiffness design for variable critical excitations, *J. Struct. Eng.*, ASCE, 128(12), pp.1565-1574, 2002.
- 21) Tanabashi, R.: Studies on the nonlinear vibrations of structures subjected to destructive earthquakes, *Proceedings of the First World Conference on Earthquake Engineering*, Berkeley, CA, pp.6:1-16, 1956.
- 22) Takewaki, I., Takeda, N., and Uetani, K.: Fast practical evaluation of soil-structure interaction of embedded structures, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 23(3), pp.195-202, 2003.

(2003年 8 月29日原稿受理, 2003年11月25日採用決定)