不均等純ラーメン骨組の座屈荷重及び座屈モード判別法

ESTIMATION OF BUCKLING LOAD AND BUCKLING MODE
IN NON-UNIFORM UNBRACED FRAME

片平 崇*, 三谷 勲**

Takashi KATAHIRA and Isao MITANI

To develop a rational stability design method for a rigid multi-bay multi-story frame with slender columns, Load carrying capacity of unbraced frame is studied. We proposed the method for individual buckling of the column restrained by other members in previous paper [ref.2, 3]. In this paper, we proposed the method for estimation of buckling modes in unbraced frame with slender columns. Applicability of the proposed method is also demonstrated and discussed.

Keywords: Slender Column, Non-uniform frame, Load carrying capacity, Frame Instability, Design method

長柱, 不均等骨組, 載荷能力, 骨組座屈, 設計法

1. 序

曲げと軸力を受ける柱は, 鋼構造塑性設計指針^[1] (以下塑性設計指針と略称) 等に記載されている(1)式あるいは(2)式で設計され, 柱の圧縮耐力 (N_c) と弾性座屈耐力 (N_E), あるいは許容圧縮応力度 (f_c) と弾性座屈応力度 (f_E) の2つが関係するため, 設計では細長比を算出する必要がある。

$$f_1 = \frac{N}{N_c} + \frac{C_M M_1}{\left(1 - \frac{N}{N_E}\right) M_{cr}} \leq 1 \quad \dots (1)$$

$$f_2 = \frac{\sigma_c}{f_c} + \frac{\sigma_b}{f_b \left(1 - \frac{\sigma_c}{f_E}\right)} \leq 1 \quad \dots (2)$$

(記号等は文献[1]を参照)

柱の細長比は Alignment Charts を用いる座屈長さ係数計算法 (K-Factor 法) によって求めることが多いが, 塑性設計指針等に示されるこの方法は, 均等骨組を前提として誘導されている。吹き抜け空間や大広間を有するラーメンでは Alignment Charts の前提条件を満足しないことになり, 多層にわたる吹き抜け空間を支持する柱では座屈長さが階高の数倍になることもある。また, 大空間を支持する柱では, これに取り付く梁の曲げ剛性が小さい

ことに起因して座屈長さが大きくなることが予想される。更に, ブレースなどの耐横力構造がない骨組でも, ある柱の作用荷重 (柱軸力) と座屈荷重の比が他の柱に比べて大きい場合には, この柱が単独で座屈する場合がある。このような柱の座屈長さは節点移動があると仮定した場合に比べて小さくなるため, 合理的な座屈設計を行う上で骨組の座屈モードを適切に判断することが重要である。

筆者らは, 現行の設計標準・指針による座屈設計法の問題点を指摘し, 骨組としての座屈現象を考慮した設計法に関する検討を行い, “長柱が混在する骨組の座屈荷重を, 塑性設計指針による各柱の座屈荷重の和と, 長柱が単独座屈する時の骨組座屈荷重のうち, 小さい方の値で推定できる”ことを示した^[2]。また, 塑性設計指針の手法に従って柱の座屈長さを求めるときに必要な G は, 着目する柱の端部に取り付く部材の状況に応じて異なり, (3)式で表されることを示し, 柱が単独座屈する場合の座屈荷重を算出する方法を示した^[3]。

$$G = \sum C_b / \sum M_r \quad \dots (3)$$

ここに, C_b : 座屈する柱の曲げ剛度

M_r : 座屈を拘束する材の曲げ剛度

* ㈲片平設計技術開発室 室長・博士(工学)

** 神戸大学工学部建設学科 教授・工博

Technical Manager, Technical Research Section, Katahira Structural Design Inc., Dr. Eng.

Prof., Dept. of Architecture and Civil Eng., Faculty of Engineering, Kobe University, Dr. Eng.

ここでは既報[2～4]で得られた知見を用いて、純ラーメン骨組を対象に、座屈モード（節点水平移動の有無）、および骨組座屈荷重を推定する方法をフローチャート形式で示し、同方法を例題骨組に適用した結果を示す。

2. 柱が単独座屈する時の座屈荷重および座屈モードの判別法

骨組中の柱が単独座屈する場合の G の詳細については文献[3]で論じている。ここではその一例として、ある層において検討対象柱のみが単独で座屈する場合の G を表-1 に示す。記号等は文献[3]と同じである。表中の座屈変形における太線は座屈する柱を表し、■印は節点である。これらの節点はこれに取り付く部材の変形に応じて回転するが、ここでは節点が固定の場合を示す。同表中、分母の柱材の曲げ剛度に α が掛けられているが、これは座屈たわみ角法の係数で通常は 2 としてよい。また、鋼材の平均応力度—ヤング係数（接線係数）関係は文献[3]で用いた関係を引用し、(4)式に示す座屈応力度—細長比関係を以下の検討で用いる。なお、鋼材種を SN400 とした場合の座屈応力度—細長比関係を図-1 に示す。同図中の縦軸は、座屈応力度（ σ_{cr} ）を降伏応力度（ σ_y ）で除した値を示し、横軸は細長比（ λ ）である。細線は(4)式を表し、太線は鋼構造設計規準[5]に採用されている曲線である。

表-1 各座屈変形時における G

座屈変形	拘束度に関する定数 (G)
$G_A = \frac{\frac{E_t I}{h}}{\frac{2EI_L}{\ell_L} + \frac{2EI_R}{\ell_R} + \frac{\alpha_U E_{t,U} I_U}{h_U}}$
(記号の説明) G_B の場合は B 節点に取り付く部材に関する諸量となる。	

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{1 + \frac{0.4\lambda^2 \varepsilon_y}{\pi^2}} \quad \cdots (4)$$

ここに、 σ_{cr} : 座屈応力度、 λ : 細長比、 σ_y : 降伏応力度、 ε_y : 降伏ひずみ（ $=\sigma_y/E$ ）、 E : ヤング係数
 E_t : 接線係数

図-1 座屈応力度—細長比関係の比較

2.1 単独座屈荷重の算出手順

単独座屈する骨組柱の座屈長さおよび座屈荷重を求める手順を文献[2,3]を参考にフローチャート形式でまとめると図-2 のようになる。最初に、文献[3]より各座屈変形状態に対応する検討対象柱の柱頭・柱脚の拘束度に係わる定数 G_A , G_B (以下誤解のおそれがない場合は G と記す) を求め、塑性設計指針の図表に適用することによって、柱の有効座屈長さ（細長比）を求める。その後、非弾性を考慮した単独座屈荷重(P_d)を算出する。

図-2 単独座屈荷重の算出手順

2.2 骨組の座屈モードの判別と骨組座屈荷重の推定法

座屈モードの判別および骨組座屈荷重の推定手順を文献[3]を参考にフローチャートとして示すと図-3 のようになる。単独座屈か否かの判別は(5)式で行い、骨組座屈荷重（鉛直荷重載荷能力）は(6)式で求める。単独座屈する可能性のある柱が複数本ある場合は、それぞれについて単独座屈荷重 P_d を求め、単独座屈が予想される柱の軸力を基準とした各柱の軸力比 η_i が最大となる柱を単独座屈する可能性のある柱とすればよい。複数の柱の η_i が最大値に近い場合は全体座屈となる可能性があるが、(6)式で骨組としての鉛直荷重載荷能力が確認されるため、 $\Sigma P_{s,i}$ で決定されるときは、節点移動のある全体座屈となり、この時の各柱の座屈荷重は $P_{s,i}$ となる。なお、(6)式中の ϕ は精算値と推定値の差を補うための低減係数である。

図-3 座屈モードの判別と骨組座屈荷重の推定手順

3.各計算法による不均等骨組の座屈長さ係数の相違

最下層、中間層および最上層に長柱が存在する場合について、表・1により座屈長さ係数 (K) を求めた場合と、その他の計算方法で求めた場合との比較を行う。

採用した骨組は座屈長さの計算に必要な弾性部分架構で、図・4(a)～(c)に示すものである。この部分架構において、長柱の剛比を1として検討対象柱の材端に取り付け部材の剛比を表・4の値とする。各図、表の k_c , k_B はそれぞれ柱および梁の剛比である。算定方法と座屈長さ係数の関係を図・5(a)～(c)に示す。なお K の値は塑性設計指針に示される図より読みとった。同図の(a), (c)は吹き抜けが2層分、(b)は3層分を想定し、(b), (c)の梁剛比は長柱と同じで、比較的梁が弱い場合を想定している。同図の横軸は算定仮定を表しており、「拘束」は座屈時に節点の水平移動が拘束されているとした場合、「移動」は座屈時に骨組節点が水平移動するとした場合である。

「CASE2」および「CASE3」はそれぞれ文献[3]中、検討対象柱に

隣接する左右の柱が同時に座屈する場合の G 及び、検討対象柱のみが単独座屈する場合 (表・1) の G を用いた場合、「従来」は均等ラーメンを前提としている塑性設計指針の G を用いた場合である。凡例中の柱脚固定は長柱を有する層が最下層であり、柱脚が固定となっていることを想定したもので、柱脚の G の値は塑性設計指針に従って 1.0 としている。骨組の不均等性に起因して柱が単独座屈する場合 (水平移動が拘束されている場合)、いずれの場合も塑性設計指針による方法は座屈長さを大きく評価していることが図・5(a)～(c)の結果からわかる。

図・4 想定した部分架構

表・4 各部材の剛比

	長柱 k	上下層柱 剛比 k_c	上下層梁 剛比 k_B
モデル1	1	2	2
モデル2	1	3	1
モデル3	1	2	1

図・5(a) モデル1 (吹き抜け2層)

図-5(b) モデル 2 (吹き抜け 3 層)

図-5(c) モデル 3 (吹き抜け 2 層)

図-5 算定方法による座屈長さ係数 (K) の違い

4. 実施設計例への適用

図-6 は実施設計を終えた 2 5 階建ての S 造事務所ビルの代表的な軸組図である。図-6(a)に示すように、1 階から 3 階部分が吹き抜け空間となっており、それに伴い柱長が 17.1~22.1m の長柱 ($h/i=45 \sim 58$, ここに h : 柱長, i : 断面 2 次半径) となっている。本章では、2 章に示した座屈荷重算出法を適用し、塑性設計指針の方法で求めた値等と比較する。

図-6(a) A 通り軸組図 図-6(b) B 通り軸組図

図-6 設計例 (軸組図)

4.1 骨組座屈荷重の算出

座屈荷重算出のために図-6 中の 1~3 階部分を抜き出した部分架構を図-7 に、各通りの部材断面定数等を表-5(a), (b)に示す。鋼材の材質は SN490C を採用している。ここで、図-6 の各軸組は RC 床スラブによってそれぞれ連結されているため、図-6(a)の架構は図-6(b)の架構によって補剛されていると考える。塑性設計指針による方法では sway モードとして節点の拘束度に係わる変数 G を求め、2 章に示した方法では、表-1 から G を求めて、塑性設計指針中の図表より細長比をそれぞれ算出し、得られた細長比に応じてオイラー座屈式あるいは(4)式から各柱の座屈荷重を求める。なお、塑性設計指針による方法、2 章に示した方法共に柱頭の G を算出する際、梁の断面 2 次モーメントにスラブによる剛性増大率として 2 を乗じ、また柱脚については SRC 下部構造によって十分に拘束されているため (固定柱脚)、塑性設計指針で推奨されているように $G_F=1.0$ とする。

各方法によって求めた柱の細長比と座屈荷重等を表-6 に示す。SN490C を使用しているため限界細長比は 100 程度となるから、同表からわかるように図-7 中の各柱は非弾性座屈となる細長比となる。

次に図-7 の骨組モデルの骨組座屈荷重を算出する。sway モード下における骨組座屈荷重は塑性設計指針による各柱の座屈荷重の合計値で表現できるから、

$$\Sigma P_{si} = 743.2 \times 10^3 \text{ kN}$$

ここで、表-6 中の各柱に作用する軸力と塑性設計指針による座屈荷重との比較 (N_i/P_{si}) より、図-7 の骨組では①柱が座屈に対して最も余裕のない柱となっているため、①柱が単独座屈する時の各柱の軸力の合計値を次式より求める。

$$\begin{aligned} P_d \Sigma \eta &= 83.7 \times \Sigma (1 + 14.5/17.5 + 14.4/17.5 + 16.5/17.5 + \\ &\quad 6.6/17.5 + 6.5/17.5 + 16.5/17.5 + 7.8/17.5 + \\ &\quad 6.8/17.5 + 5.6/17.5 + 3.8/17.5) = 557.2 \times 10^3 \text{ kN} \end{aligned}$$

よって、骨組の sway 座屈に先行して、①柱の単独座屈が生ずる。

図-7 部分架構モデル

表-5(a) 各部材の断面定数 (図-6(a): A通り架構)

	断面サイズ	$E(N/mm^2)$	$A(mm^2)$	$Z_p(mm^3)$	$I(mm^4)$
柱	$\square-1000 \times 1000 \times 75 \times 75$	210×10^3	2775×10^2	96468×10^3	3983281×10^4
上柱	$\square-1000 \times 1000 \times 50 \times 50$		1900×10^2	67750×10^3	2865833×10^4
梁	BH-900 $\times$ 550 $\times$ 22 $\times$ 50		726×10^2	26895×10^3	1088450×10^4

ここに、 E : ヤング係数, A : 断面積, Z_p : 塑性断面係数

I : 断面 2 次モーメント

表-5(b) 各部材の断面定数 (図-6(b): B通り架構)

	断面サイズ	$E(N/mm^2)$	$A(mm^2)$	$Z_p(mm^3)$	$I(mm^4)$
柱	$\square-1000 \times 1000 \times 55 \times 55$	210×10^3	2079×10^2	73757×10^3	3104813×10^4
梁	BH-900 $\times$ 450 $\times$ 19 $\times$ 36		481×10^2	17253×10^3	694891×10^4

表-6 各柱の作用軸力、座屈荷重等

	$N_L(\times 10^3 kN)$	λ_s	$P_{si}(\times 10^3 kN)$	N_L/P_{si}	λ_{ns}	$P_d(\times 10^3 kN)$
①柱	17.5	99	65.3	0.27	38	83.7
②柱	14.5	60	74.4	0.19	-	-
③柱	14.4	60	74.4	0.19	-	-
④柱	16.5	78	66.2	0.25	-	-
⑤柱	6.6	25	65.9	0.10	-	-
⑥柱	6.5	22	66.5	0.10	-	-
⑦柱	16.5	22	66.5	0.25	-	-
⑧柱	7.8	23	66.3	0.12	-	-
⑨柱	6.8	26	65.7	0.10	-	-
⑩柱	5.6	24	66.1	0.08	-	-
⑪柱	3.8	25	65.9	0.06	-	-
合計	116.5	-	743.2	0.16	-	-

ここに、 N_L : 長期軸力, λ_s : 塑性設計指針による細長比(sway),

P_{si} : 塑性設計指針による座屈荷重(sway), λ_{ns} : 2 章の方法で求めた細長比(nonsway), P_d : 2 章の方法で求めた①柱の単独座屈荷重

4.2 柱材の設計

前節では図-6 の骨組全体としての座屈に対する安全性の検証法について記述したが、設計においては、地震力等の水平荷重によって付加圧縮力が作用する場合に、図-7 中の①柱が単独で座屈しないことを確認する必要がある。ここではその検討手順を示す。柱材の設計式は(1)式とし、設計に用いる軸力(N)はレベル 2 地震時($V_{max}=50cm/sec$ 入力)の値として $33.7 \times 10^3 kN$ とし、モーメント(M)は同様に $7420 kN \cdot m$ とする。

検討結果を表-7 に示す。同表からわかるように、設計者の判断として sway モードとして塑性設計指針の方法によって細長比を求めた場合、(1)式による柱耐力比(ϕ)は 1.31 になっていることに対して、4.1 章で示したように図-7 の骨組は nonsway モードで骨組が座屈すると考えられるゆえ、nonsway モードとして 2 章に示した方法で細長比を求めた場合 (表中「提案法」と略称)、同耐力比(ϕ)は 0.66 となっている。

検討内容及び設計応力は表-7 と同じで、図-7 中①柱の断面性能のみを $\square-1000 \times 1000 \times 55 \times 55$ (断面性能は表-5(b)を参照)へ変更した場合の結果を表-8 に示す。なお、ここでは骨組全体の座屈に対する安全性の検証は省略する。表-8 の結果から分かるように、sway モードとして塑性設計指針の方法によって細長比を求めた場合、(1)式による柱耐力比(ϕ)は 1.0 を大きく超えていることに対し、nonsway モードとして 2 章に示した方法で細長比を求めた場合、同耐力比(ϕ)は 0.88 となっている。これは 2 章に示した方法を適用した場合、塑性設計指針の方法で座屈設計を行うよりも検討対象柱の部材断面寸法を小さくすることも可能であることを示している。

表-7 算出法による①柱の細長比及び柱耐力比の比較

	$N_L(\times 10^3 kN)$	$N_S(\times 10^3 kN)$	$M_S(kN \cdot m)$	細長比	f
塑性指針	17.5	33.7	7420	99	1.31
提案法				38	0.66

ここに、 N_S : 短期軸力, M_S : 短期モーメント, f : (1)式の右辺の値

(柱耐力比: 許容耐力に対する作用荷重の比, f は、 $C_M=1.0$,

$N_{cr}=\{1-0.007(\lambda \cdot 25)\} \times N_p$, $M_{cr}=M_p$ として求めた)

L_k : 有効座屈長さ, N_p : 降伏軸力, M_p : 全塑性モーメント

表-8 算出法による①柱の細長比及び柱耐力比の比較 (①柱変更)

	$N_L(\times 10^3 kN)$	$N_S(\times 10^3 kN)$	$M_S(kN \cdot m)$	細長比	f
塑性指針	17.5	33.7	7420	96	2.1
提案法				37	0.88

5.まとめ

文献[2~4]で得られた知見を用いて、不均等純ラーメン骨組を対象に、座屈モードおよび骨組座屈荷重推定法をフローチャート化し、例題骨組に適用した。その結果、以下の知見を得た。

- (1) 骨組の不均等性に起因して柱が単独座屈する場合、塑性設計指針の方法で求めた細長比と、図-2 の手順で求めた細長比の間に大きな差が生じた。これは、検討対象柱の座屈を拘束する材の剛性評価が両者において異なることに起因したものである。
- (2) 実施設計を終えた建物に対して、2 章に示した座屈荷重算出法を適用した結果、塑性設計指針の方法で座屈設計を行うよりも柱断面を小さくすることも可能であることを示した。

謝辞

神戸大学教授 長尾直治氏 (元 日本設計) には貴重なデータを提供いただきました。ここに深く感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 日本建築学会: 鋼構造塑性設計指針, 1975.
- [2] 三谷勲, 片平崇, 大谷恭弘, 林原光司郎: 長柱が混在する純ラーメンの座屈荷重, 日本建築学会構造系論文集, Vol.557, pp.161-166, 2002.7.
- [3] 三谷勲, 片平崇, 大谷恭弘: 柱の単独座屈に支配される純ラーメンの非弾性座屈荷重, 日本建築学会構造系論文集, Vol.562, pp.167-173, 2002.12.
- [4] 三谷勲, 片平崇: 長柱を含む純ラーメンの座屈設計法に関する一検討, 鋼構造年次論文報告集, 第十巻, pp.479-484, 2002.11.
- [5] 日本建築学会: 鋼構造設計規準, 1970.

(2004年1月23日原稿受理, 2004年7月13日採用決定)