Drucker-Prager 型構成則を用いた 円柱コンファインドコンクリート供試体の圧縮破壊 FEM 解析

COMPRESSIVE FAILURE 3-D FEM ANALYSIS OF CYLINDRICAL CONFINED CONCRETE WITH THE DRUCKER-PRAGER MODEL

吉田 幸夫*¹, 畑中 重光*², 水野 英二*³
Yukio YOSHIDA, Shigemitsu HATANAKA and Eiji MIZUNO

Main purpose of the present study is to discuss the effect of parameters (e.g. internal friction angle and dilatancy angle) of the constitutive law of Drucker-Prager type on the result of simulation analysis of confined concrete under compression. Two series of 3-D FEM analyses have been carried out. Firstly, the optimum values of the internal friction angle and dilatancy angle, used in the Drucker-Prager type plasticity model with the strain softening effect, have been discussed for a set of compressive strength data of concrete specimens with different shapes. As a result, reasonable value as the internal friction angle has been found to be approximately 30 degrees for a condition of rather high equivalent lateral pressure. Secondly, simulation analyses have been carried out for the compressive behavior of cylindrical concrete specimens confined by steel tubes or reinforcing bars, introducing interface element and different values of the internal friction angle. As a result, it has been pointed out that the distribution of equivalent confining pressure along the longitudinal direction of a specimen and the progress of the degree of damage in horizontal sections differ to a large extent by the value of internal friction angle applied.

Keywords: 3-D FEM Analysis, Shape of Specimen, Failure Criterion of Drucker-Prager Type, Internal Friction Angle, Uniaxial Compression, Constitutive Law

三次元 FEM 解析, 供試体形状, Drucker-Prager 型破壊基準, 内部摩擦角, 一軸圧縮, 構成則

1. はじめに

筆者らは前報¹⁾で, コンクリートの構成則にひずみ軟化を考慮できる Drucker-Prager 型構成則を導入した三次元有限要素解析プログラム DIANA⁴⁾を用い, 1) 圧縮力を受けるコンファインドコンクリートの解析に用いる Drucker-Prager 型構成則のパラメータ同定を行うとともに, 2) それらパラメータを用いた解析結果に基づいてコンファインドコンクリートの内部性状を議論した。その結果, 1) 一定の均等な低側圧を受ける一要素のコンクリートの最適な内部摩擦角 ϕ および Dilatancy angle は側圧によって異なること, また 2) 鋼管および帯筋により横拘束された円柱コンファインドコンクリートの圧縮性状をシミュレーション解析する際には, 境界要素の導入が有効であること, などを示した。ただし, 前報¹⁾でも示したように, コンクリートに適用する破壊基準を Drucker-Prager 型とした場合の内部摩擦角 ϕ の値は研究者によってかなりの差が見られる。前報¹⁾では, ある限られた範囲の実験データに対してこの値 ($\phi = 53^\circ$) を同定し, これを用いたシミュレーション解析を行っている

が, 解析結果に及ぼす内部摩擦角 ϕ の影響は必ずしも明らかになっていない。

本報では前報¹⁾に引き続き, 解析コードに汎用有限要素解析プログラム DIANA⁴⁾を, またコンクリートの構成則には DIANA 既存の Drucker-Prager 型構成則を用い, 以下の 2 ケースについて解析を行う。

解析 I: 形状比 (供試体の高さ一直径比であり, 以下, H/D と称する) が異なり, 端面摩擦を有する円柱プレーンコンクリート供試体の一軸圧縮 FEM 解析²⁾を通して, 最大圧縮応力の実験値を再現する内部摩擦角 ϕ の値を求める。

解析 II: 円柱コンファインドコンクリートの圧縮破壊解析²⁾を通して, 内部応力状態や損傷状態といった内部性状に及ぼす内部摩擦角 ϕ の影響を調べる。

2. Drucker-Prager 型構成則に関する既往の研究

Drucker-Prager 型の破壊曲面の主応力空間での形状は円錐形とな

本報は, 前報¹⁾の続報で, 文献²⁾および³⁾に加筆・修正したものである。

*¹ 三重大学大学院工学研究科 大学院生・工修

*² 三重大学工学部建築学科 教授・工博

*³ 中部大学工学部都市建設工学科 教授・Ph. D.

Grad. Student, Grad. School of Eng., Faculty of Eng., Mie Univ., M. Eng.
Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Eng., Mie Univ., Dr. Eng.
Prof., Dept. of Civil Eng., Faculty of Eng., Chubu Univ., Ph. D.

っており、圧縮の静水圧軸に沿って円錐形の裾が大きくなる形状を示す。また、その円錐形の勾配は内部摩擦角の値により決定されるという特徴を持っている。

Drucker-Prager 型の破壊基準の利点として、パラメータが 2 つと少なく、取り扱いが簡便であることが挙げられる。逆に欠点として、例えば、一般のコンクリートの主応力空間における破壊曲面の経線は、圧縮の静水圧が増大することによりその勾配が緩やかになる（曲線になる）ことから、静水圧の変動に伴う経線の勾配を十分に表示し得ず、実験結果を過大または過小に評価するという点が挙げられる。

Drucker-Prager 型構成則とは、塑性論に基づき破壊曲面（負荷曲面）の勾配および切片を変動させることでひずみ硬化および軟化挙動を再現するモデルである^{7)~12)}。本モデルを適用した既往の解析的研究では、内部摩擦角の取り扱い方に 2 種類の方法がみられる。一つは、コンクリートの内部性状の変化に応じて内部摩擦角を変化させる方法、いま一つは、内部摩擦角を一定値とする方法である。前者の一例として、Tanabe ら⁷⁾は、内部摩擦角を最大 30° としてコンクリートの損傷の程度に応じて角度を変化させる構成則を提案し、コンファインドコンクリートの解析を行っている。また、Yoshikawa ら⁸⁾は Tanabe らが提案した上述の構成則を用い、内部摩擦角の最大値を $20 \sim 45^\circ$ と設定して Tanabe らと同様な解析を行っている。一方、後者の一例として、Karabinas ら⁹⁾は内部摩擦角を 30° として鉄筋コンクリート部材の解析を行い、山川ら^{10)~12)}は内部摩擦角を 27° として繊維シートを拘束材に適用したコンクリート部材の解析を行っている。このように、コンファインドコンクリートの解析では、内部摩擦角は 30° 前後とする傾向がある。しかし、これらの値の根拠および適用範囲は必ずしも明確に示されていない。また、石丸ら¹³⁾は、無拘束のコンクリートにくさび理論を適用した結果、内部摩擦角を 50° とすると実験結果にはば一致すると報告している。これらのことから Drucker-Prager 型構成則を適用する際には、内部摩擦角の値を解析対象に応じて変化させることが肝要であると考えられる。

3. 解析 I（内部摩擦角の再検討）

3.1 解析目的

図-1 は、端面摩擦が存在するという条件下での H/D の異なるコ

ンクリート供試体の最大圧縮応力を示したものである。ただし、 H/D が 2 の供試体のそれで正規化してある¹⁴⁾。

本解析では、内部摩擦角 ϕ および解析に用いる境界要素の剛性をパラメトリックに変化させることにより、図-1 に示す既往の実験値（最大圧縮応力）を再現することができる内部摩擦角 ϕ および境界要素の剛性について考察する。

3.2 解析概要

3.2.1 供試体および解析モデル概要

図-2 に供試体概要を、表-1 に解析対象とした供試体シリーズを示す。解析上のパラメータは、内部摩擦角 ϕ および境界要素の剛性である。解析対象部分は、図-2(a) に示すように、対称性を考慮して供試体全体の $1/8$ とする。

端面摩擦を考慮するため、同図(c)に示すように、コンクリート端面にすべりを考慮できる境界要素を設定した。厚さは 1 mm である。「厚さ 1 mm 」とは、実際には境界要素は存在しないことから、本解析では極力薄くするという条件の下で設定している数値である。境界要素の詳細については、3.2.5 項で述べる。

図-1 無次元化圧縮強度と H/D の関係（文献 14）の図を一部修正）

表-1 供試体シリーズ

H/D H(mm)	解析 ケース数	$\phi = \psi$ ($^\circ$)	D_1, D_2 ($\text{N} / (\text{mm}^2 \times \text{mm})$)
0.5	35	25	
50		30	1.0×10^1
1	35	35	1.0×10^2
100		40	1.0×10^3
1.5	35	45	1.0×10^4
150		50	1.0×10^5
2	35	53	
200			
3	35		
300			

注) H : 供試体高さ, D : 供試体直径, ϕ : 内部摩擦角, ψ : Dilatancy angle, D_1, D_2 : 境界要素の剛性

図-2 供試体概要

載荷方法は供試体上面に軸圧縮ひずみを与える変位制御とし、1step 当たりの軸変位量を 4.0×10^{-3} mm (例えば、供試体 $H/D = 2$ では 0.004 %ひずみ) とし、平均軸圧縮ひずみ 1 %まで載荷を行う。境界条件としては、対称面においては直角方向に変位を拘束した。また、境界要素の上面である載荷面については、側方への変位、すなわち図-2(a)に示す X および Z 方向の変位を拘束した。

3.2.2 構成モデル、破壊基準および要素タイプ

コンクリートの構成モデルとして、前報¹⁾と同様、DIANA 既存の Drucker-Prager 型構成則を、破壊基準には同破壊基準を適用した。要素としては、20 節点アイソパラメトリック要素 (DIANA での要素名: CHX60) を採用した。

本研究で用いた DIANA 既存の Drucker-Prager 型構成則とは、従来のコーン状の破壊曲面と相似な曲面を負荷曲面として設定し、引張側に位置する負荷曲面の頂点を静水圧軸に沿って移動させる (曲面を拡大および縮小させる) ことにより、ひずみ硬化および軟化挙動を再現することができるモデルである。詳細は文献¹⁵⁾を参照されたい。

3.2.3 材料定数

表-2 にコンクリートの材料定数を示す。内部摩擦角 ϕ および Dilatancy angle ψ は、 $25 \sim 53^\circ$ までの間で変化させ、ここでは、関連流れ則に従うものとした (すなわち、 $\phi = \psi$ である)。

3.2.4 コンクリートの軸圧縮応力 σ - ひずみ ε 関係

三次元解析に採り入れるプレーンコンクリートの構成モデル (Drucker-Prager 型構成則) の一軸圧縮応力 σ - ひずみ ε 関係は、修正 Popovics 式により計算される曲線^{5)および6)}に一致させるものとする。式(1)に曲線式を示す。

$$\text{(上昇域)} \quad \eta = \frac{n_a \xi}{n_a - 1 + \xi^{n_a}} \quad (1-a)$$

$$\text{(下降域)} \quad \eta = \frac{1}{n_d} + \frac{(n_d - 1)X}{n_d - 1 + X^{n_d}} \quad (1-b)$$

ここで、 $\eta = \sigma / F_c$ 、 $\xi = \varepsilon / \varepsilon_m$ 、 σ : 応力、 F_c : 圧縮強度、 ε : ひずみ、 ε_m : 強度時ひずみ、 $n_a = E_c / (E_c - F_c / \varepsilon_m)$ 、 E_c : ヤング係数、 $X = \xi^m$ 、 $n_d = 1 + a(F_c / 10)^b$ 、 m, a, b : 定数 (本研究で用いた値はそれぞれ $m = 0.2$, $a = 6$, $b = 0.6$)、である。

この表示式による実測値の表示性能は、文献⁵⁾および⁶⁾によって示されている。図-3 に、一軸圧縮応力 σ - ひずみ ε 関係を示す。

プレーンコンクリートの一軸圧縮応力 σ - ひずみ ε 関係 (ひずみ軟化域を含む) を三軸状態での応力 - ひずみ場に拡張するため、Drucker-Prager 型構成則のパラメータ、すなわち、粘着力 c - 等価塑性ひずみ κ の関係¹⁵⁾を定めた。詳細は文献¹⁵⁾を参照されたい。

3.2.5 境界要素

通常、円柱コンクリートの一軸圧縮実験を行う場合、コンクリートと載荷板とのポアソン比の違い、およびコンクリートと載荷板との剛性の違いにより、供試体端面は載荷板からの摩擦力を受ける¹⁶⁾。その現象を再現するため、本解析では図-2(c)に示すようにコンクリート端面にすべりを考慮できる境界要素を設定した。

境界要素は、図-2(c)に示すように、材軸およびせん断方向 (すべり方向) の変位に応じて応力 (同図中それぞれ t および s) が算定される要素モデルである。材軸およびせん断方向の剛性 (それぞ

表-2 コンクリートの材料定数

E_c (MPa)	ν_c	F_c (MPa)	F_t (MPa)	$\phi = \psi$ ($^\circ$)	G_f (N/mm)
2.6×10^4	0.2	30	2.4	25, 30, 35, 40, 45, 50, 53	9.7×10^{-2}

[Notes] E_c : ヤング係数, ν_c : ポアソン比, F_c : 圧縮強度, F_t : 引張強度, G_f : 引張破壊エネルギー

図-3 一軸圧縮応力 σ - ひずみ ε 関係

れ D_1 および D_2) は、「単位面積当たり、それぞれ材軸方向およびせん断方向の単位変位を生じさせるために必要な力」を意味する。

せん断方向の応力 s については図-4 に示すように、その降伏値が材軸方向の応力 t に比例する。ここで、同図の傾きとして与えられる摩擦係数 μ の値は、通常載荷時において 0.3~0.5 程度とされている (例えば^{16)~18)}。本論文では、摩擦係数 μ の値を 0.4 と定めた。なお、降伏基準に達した後のせん断方向の剛性は、ゼロとする。要素としては、8+8 節点四辺形要素 (要素名: CQ48I) を採用した。

ここで、境界要素の材軸剛性 D_1 およびせん断剛性 D_2 を表-1 に示すように $1.0 \times 10^1 \sim 1.0 \times 10^5$ N / (mm² × mm) の間で変化させた。なお、ここでは $D_1 = D_2$ とする。

3.3 解析結果および考察

解析結果の考察に先立ち、以下の2つの予備解析を行い、解析結果への影響を確認している。すなわち、1) 要素寸法が解析結果に及ぼす影響を調べるため、図-2(b)に示した供試体 $H/D = 1$ および 2 について要素寸法を高さ方向に 1/2 倍 (6.25 mm) および 2 倍 (25 mm) した場合の解析を実施した。解析結果によれば、この範囲の差であれば、要素寸法の影響は、ほぼ無視できることを確認している。2) 本解析供試体の境界要素には、図-4 に示すように、端面摩擦を表現する手段としてすべりを考慮しているが、供試体端面におけるせん断挙動を調べた結果、 $H/D = 1$ 以下の供試体では実際にすべりが発生した。境界要素の構成モデルとして、例えばすべりを無視した弾性体を用いると、境界要素に生じるせん断応力が上述のモデルを用いた場合より高くなり、供試体端面の拘束力が応力上昇域で早期に大きくなるものと予想される。すなわち、得られる内部摩擦角 ϕ は境界要素のモデルによって影響を受ける。内部摩擦角 ϕ を 30° とし、境界要素にすべりを無視した弾性体 (剛性 D_1 および D_2 は後述の図-6 と同じ) のみを用いて解析した結果、 $H/D = 0.5$ および 1 では、最大圧縮応力がそれぞれ約 17 MPa および 0.3 MPa だけ本解析結果より高くなり (同一の強度比を得るための内部摩擦角 ϕ の値はそれに応じて小さくなる)、残りの H/D ではほぼ同一の値となることを確認している。

3.3.1 H/D - 強度比関係

図-5 に H/D - 強度比関係を内部摩擦角 ϕ ごとに示す。ここでの強度比とは、 H/D の異なる供試体の最大圧縮応力を、 $H/D = 2$ の端面摩擦のある供試体の最大圧縮応力 ($F_c = 33.2$ MPa, 同図中に○と

図-4 境界要素に適用した降伏基準の概要

して表示している)で除したものである。H/D = 2 の最大圧縮応力 $F_c = 33.2 \text{ MPa}$ は、文献 19) を参考にした。また、同図には、境界要素の剛性が $1.0 \times 10^3 \text{ N / (mm}^2 \times \text{mm)}$ 以上の結果のみを示してある。すなわち、境界要素の剛性が $1.0 \times 10^2 \text{ N / (mm}^2 \times \text{mm)}$ 以下では、境界要素の剛性が低すぎることにより、どの解析結果も供試体全体として非現実的な低い剛性となったため、ここでは、考察の対象から除外した。

図-5 より、H/D が 1.5 以下において、内部摩擦角 ϕ の影響が強度比に顕著に現れている。すなわち、端面摩擦によって供試体に拘束力が作用する場合、内部摩擦角 ϕ が大きくなるほど、その拘束力の影響が大きく評価され、同図の結果になったものと思われる。なお、内部摩擦角 $\phi 50^\circ$ の結果は、 $\phi 53^\circ$ の結果に近い割愛した。

図-6 は、図-1 に示した H/D の異なる供試体と最大圧縮応力の関係に関する実験結果、および内部摩擦角 ϕ が 25° 、 30° および 35° における、境界要素の剛性を $1.0 \times 10^4 \text{ (N / (mm}^2 \times \text{mm))}$ とした時の解析結果を併示したものである。同図より、内部摩擦角 ϕ を 30° とすることにより、図-1 に示した既往の実験結果とほぼ一致することが分かる。ちなみに、文献 7)~12) で示されている内部摩擦角 ϕ は 30° 前後である。

3.3.2 $I_1 - \sqrt{J_2}$ 関係

図-7 は、圧縮子午線における Drucker-Prager 型破壊基準と実際のコンクリートの破壊強度とを概念的に示したものである。低側圧域の実験データの表示性能を高めるには内部摩擦角 ϕ の値を大きく、逆に高側圧域を再現するには内部摩擦角 ϕ の値を小さく設定すれば良いことが分かる。ただし、内部摩擦角 ϕ の値を小さく設定した場合には、特に引張応力における上限強度の設定、いわゆる Tension Cut-off に注意する必要がある。ちなみに、Tension Cut-off を要しない内部摩擦角 ϕ の値は約 60° である。

図-8 は、圧縮子午線における Drucker-Prager 型破壊基準と文献 20) に示されている実験結果との比較を示したものである。圧縮子

図-6 H/D-強度比関係 (解析および図-1 に示した実験結果¹⁴⁾の比較、剛性 $D_1 = D_2 = 1.0 \times 10^4 \text{ N / (mm}^2 \times \text{mm)}$)

図-7 $I_1 - \sqrt{J_2}$ 関係の概念図 (圧縮子午線)

午線上での議論に限定すると、供試体内部に生じる応力状態が低側圧であれば、内部摩擦角 ϕ を比較的高い値 (例えば 53°) とし、一方、高側圧では内部摩擦角 ϕ を比較的低い値 ($\phi 30^\circ \sim 40^\circ$) とすることで実験結果を

精度良く評価することができる。ちなみに解析 I の場合、ガウス積分点における応力状態を調べたところ、例えば、H/D = 0.5 の供試体内部では、 I_1 / F_c の値は最大で約 4 であった。

また、実際のコンクリートの破壊は、必ずしも圧縮子午線上で生じるわけではない。偏差断面が円である Drucker-Prager 型破壊基準を適用する際の限界の一つとも言える。ただし本解析結果では、すべての供試体中の応力状態は、最大応力時点で圧縮子午線側 (ローデ角が $35^\circ \sim 60^\circ$ の圧縮側) に位置しており、引張り子午線側の応力状態は生じていない。ちなみに、多くの実験結果の引張り子午線は、内部摩擦角 $\phi 20^\circ$ 前後であることを確認している。

4. 解析 II (円柱コンファインドコンクリート供試体の解析)

4.1 解析目的

解析 II では、前報¹⁾と同様の円柱コンファインドコンクリート供試体 (図-9(b) の 6 供試体) について、三次元圧縮破壊解析の結果に及ぼす内部摩擦角 ϕ の影響を調べる。すなわち、異なる内部摩擦角 ϕ (ここでは前報¹⁾ で得られた値 53° および解析 I で得られた値 30°) を設定した場合について、

- 1) 供試体全体としての応力-ひずみ関係への影響を調べる。
- 2) 横拘束効果および破壊メカニズムについて、それぞれ等価拘束

圧²¹⁾および損傷度²²⁾という2つの指標を用いて考察する。

4.2 解析概要

4.2.1 供試体および解析モデル概要

供試体の概要を図-9に示す。供試体の形状は円柱形（直径 100 mm×高さ 100 mm）とし、対称性を考慮して、全体の1/8の部分モデル化した。境界条件は、対称面においては直角方向に変位を拘束し、載荷面における横拘束はないものとした。横拘束鋼材とコンクリートの間には境界要素を設けた。載荷方法は、供試体上面に 4.0×10^{-3} mm（0.008 %ひずみ）の軸圧縮ひずみを与える変位制御とし、2 %の平均軸圧縮ひずみまで載荷を行った。供試体S-1のコンクリート充填鋼管柱を想定した解析では、コンクリート部分のみに強制変位を与える。図-9(b)には、併せてメッシュの様子も示した。

図-9 中心軸圧縮を受ける供試体概要図（供試体名のSおよびBはShellおよびBeam要素を示す）

表-3 コンクリートおよび鋼材の材料定数

コンクリート					鋼材		
E_c	ν_c	F_c	F_t	$\phi = \psi$	E_s	ν_s	σ_{sy}
26	0.2	30	2.4	30, 53	210	0.3	297

[Notes] E_c, E_s : ヤング係数 (GPa), ν_c, ν_s : ポアソン比, F_c : 圧縮強度 (MPa), F_t : 引張強度 (MPa), σ_{sy} : 降伏強度 (MPa)

表-4 各供試体の鋼材および境界要素の種類・寸法

供試体	S-1	S-2	S-4	B-1	B-2	B-4
鋼材要素	Shell 要素			Beam 要素		
境界要素	面要素			線要素		
t_s	0.28	0.56	1.12	3.74	2.65	1.87
b	50	12.5	3.13			
d		$D/4$	$D/8$	$D/2$	$D/4$	$D/8$
s		$t_s / 200$		$d / 200$		
t_i	0.001	0.003	0.006	0.02	0.01	0.01
ρ_s	0.56					
σ_{ly}	1.67					

[Notes] t_s : 鋼管の厚さ (mm), b : 鋼管の幅 (mm), d : 帯筋の断面一辺の寸法 (mm), s : 間隔 (mm), t_i : 境界要素の厚さ (mm), ρ_s : 面積鉄筋比 (%), σ_{ly} : 計算側圧 (1.67 MPa) $\sigma_{ly} = \rho_s \cdot \sigma_{sy}$ (MPa), D : 供試体直径 100 mm

図-10 プレーンコンクリートの三軸圧縮下での平均軸応力 σ -ひずみ ε 曲線 ($H/D=1$)

表-5 解析 II での境界要素の剛性

供試体	$D_1 t_i / E_c$, $D_2 t_i / G_c$ $\phi = 53^\circ$	$\phi = 30^\circ$
S-1		
S-2	1.0×10^{-6}	1.0×10^{-3}
S-4		
B-1	6.7×10^{-6}	1.0×10^{-4}
B-2	5.0×10^{-6}	1.0×10^{-3}
B-4	4.0×10^{-6}	1.0×10^{-3}

[Notes] D_1, D_2 : 境界要素の剛性, t_i : 境界要素の厚さ (図-9(c)参照), G_c : コンクリートのせん断弾性係数

4.2.2 構成モデル、破壊基準および要素タイプ概要

コンクリート部分の構成モデル、破壊基準および要素タイプは、3.2.2 項と同様とする。ちなみに、筆者のこれまでの DIANA を用いた解析的研究から、以下の点が分かっている。すなわち、1 次要素を用いた同様の横拘束が離散的に作用する供試体の解析を行う場合、鋼材が降伏する時点（コンクリート要素に適用した内部摩擦角 ϕ が 30° および 53° である供試体で、それぞれ概ね最大圧縮応力時点近傍であった）において、解析計算が収束しない。よって、1 次要素は取扱わないこととした。なお、1 次要素および 2 次要素をそれぞれ用いた上記と同様の供試体のシミュレーション結果から、平均軸圧縮応力 σ -ひずみ ε 関係および後述の等価拘束圧分布が、最大圧縮応力時までほぼ等しいことを確認している。

鋼材は完全弾塑性体とし、要素は図-9 に示す供試体のタイプにより、一様および帯状に巻いた鋼管については Shell 要素（要素名：CQ40S）を、線材として巻いた帯筋には Beam 要素（要素名：CL9BE）を採用した。

鋼材とコンクリートの間に設ける境界要素は弾性体²³⁾および²⁴⁾とし、要素としては鋼材が Shell 要素の場合は面要素（要素名：CQ48I）を、Beam 要素の場合は線要素（要素名：CL12I）を採用し

た²¹⁾。また、横拘束鋼材に Shell 要素（鋼管）を用いる場合、コンクリートと鋼管の節点間に Tying は設けないこととした²¹⁾。Tying とは、鋼材近傍のコンクリートの節点変位とその鋼材の節点変位を同一とする操作である。

4.2.3 材料定数

コンクリートと鋼材の材料定数には、表-3 に示す値を用いる。

解析 II で用いるプレーンコンクリート（側圧 $\sigma_L = 0$ MPa）の平均軸応力 σ -ひずみ ε 曲線を図-10 に示す。図中には、側圧（ σ_L ）を作用させた場合の平均軸応力 σ -ひずみ ε 関係の計算値も示してある。

表-4 に、各供試体の鋼材および境界要素の種類・寸法を示す。各供試体の鋼材量が一定となるよう、面積鉄筋比 ρ_s を一定とし、横拘束方法を 6 種類（図-9(b)に示す 6 供試体）に変化させた。このときの計算側圧は 1.67 MPa であり、全供試体について一定である。

境界要素の厚さが鋼材に対して 1/200 と非常に薄い理由は、厚さ自体が解析結果に影響を与えないように極力薄くするためである。

既報²⁴⁾によれば、境界要素の剛性によって、鋼材からの拘束力の作用の程度が大きく異なるので、ここでは、境界要素の剛性を以

下のように決定した。

- 1) 鋼管で横拘束した供試体 S-1 の最大圧縮応力時点で、鋼管が降伏するように境界要素の剛性を定め、それを供試体 S-2 および S-4 に適用する。
- 2) 帯筋で横拘束した供試体 B-1～B-4 の圧縮強度の解析値を、 H/D が 2 であるコンファインドコンクリート供試体に対する既往の評価式²⁵⁾で求めた最大圧縮応力に一致するように境界要素の剛性を定める。なお、このときの評価式²⁵⁾による圧縮強度は、供試体ごとに、B-1 : 32.8, B-2 : 35.1, B-4 : 36.2 (MPa)である。表-4 のパラメータ値を用いて予備解析を行い、その結果に基づいて定めた各供試体の境界要素の剛性を表-5 に示す。なお、同表では得られた値を内部摩擦角 ϕ ごとにコンクリートの弾性係数 (E_c, G_c) に対する比 ($D_1 t_i / E_c, D_2 t_i / G_c$) として示している。同表の値によれば、コンファインドコンクリートの最大圧縮応力を再現するという条件で求めた境界要素の剛性は、コンクリートの内部摩擦角 ϕ が小さくなると高い値を設定しなくてはならないことが分かる。

4.3 解析結果と考察

ここで予備解析として以下の 2 点を行い、解析結果への影響を確認している。すなわち、1) 供試体 B-2 の帯筋 (Beam 要素) を鋼管 (Shell 要素) に置き換え、他の解析パラメータは同一として平均軸圧縮応力-ひずみ関係を調べた。その結果、要素の違いによる平均軸圧縮応力-ひずみ関係の差は、ほぼ無いことを確認している。2) 要素寸法の依存性を調べるため、図-9 に示す全供試体の要素寸法を高き方向に 1/2 倍した、すなわち、要素数を 2 倍とした供試体について要素寸法の依存性を調べた。その結果、要素寸法の影響はほぼ無視できることを確認している。これは、以下の理由による。すなわち、全ての供試体の全載荷ステップにおいて、供試体内部の応力状態が圧縮応力場であり (圧縮主軸側に位置している)、顕著な破壊の集中が起こらなかったことによるものと思われる。

等価拘束圧 σ_c および損傷度 β の分布・進展に関する考察を 4.3.3 項以降で行うが、それに先立ち、以下に等価拘束圧 σ_c および損傷度 β について簡単に説明する。

4.3.1 等価拘束圧 σ_c および損傷度 β の定義

等価拘束圧 σ_c ²¹⁾ は、一般応力状態を三軸主応力状態に変換した時の拘束圧のことである。図-11 にその概要図を示す。ここでの三軸主応力状態とは、三軸方向に拘束圧が作用した状態で一軸方向にのみ圧縮力を作用させた応力状態である。「等価」の意味は、この三軸主応力の状態が一般応力状態と等価であるとしたことによる。

損傷度 β ²²⁾ とは、本報では、主にひずみ軟化域での挙動を対象とするため、破壊曲面からの低下の度合いとして以下のように定義した。図-12 に概要図を、式 (2) に損傷度 β の定義式を示す。

$$\beta = \frac{\sqrt{J_{2fA}} - \sqrt{J_{2A}}}{\sqrt{J_{2fA}}} \quad (2)$$

ここに、 J_{2A} : ある要素の応力状態である同図 A 点から求められる偏差応力の二次不変量 J_2 , J_{2fA} : そのときの応力の一次不変量 I_{1A} から導き出される破壊時の偏差応力の二次不変量 J_2 である。つまり、破壊曲面上では $\beta = 0.0$ 、静水圧軸 I_1 上では $\beta = 1.0$ となる。同図破線は損傷度 β の値に対する応力状態を示している。

図-11 等価拘束圧 σ_c の概要図

図-12 損傷度 β (軟化域) の概要図

図-13 平均軸応力 σ -ひずみ ϵ 関係 (供試体 S-2 および文献 26))

4.3.2 平均軸圧縮応力-ひずみ関係

図-13 は、供試体 S-2 の解析結果および文献 26) の実験による円柱コンファインドコンクリート供試体の平均軸応力 σ -ひずみ ϵ 関係を比較したものである。同図の破線の Plain とは、解析でコンクリート要素に適用した応力 σ -ひずみ ϵ 関係を示している。

同図中の最大圧縮応力に着目すると、内部摩擦角 ϕ を 53° とした場合、計算側圧 σ_{LY} は若干異なるものの、解析結果は実験結果 (計算側圧 $\sigma_{LY} = 1.80$ MPa, 面積鉄筋比 $\rho_s = 0.64\%$) をほぼ再現しているといえる。一方、内部摩擦角 ϕ を 30° とした場合には最大圧縮応力を過小評価している。すなわち、低側圧下で最大圧縮応力の実験値を再現するには、内部摩擦角 ϕ は 53° 程度が望ましい。また、軟化域については、どの解析結果も実験結果ほどの延性的な挙動を再現できていない。これは、既に文献 1) で指摘しているように、Drucker-Prager 型構成則では経線が直線となっているためであり、軟化域における実験結果を再現するには、側圧に応じて Dilatancy angle ψ を変化させるなどの措置を施す必要がある⁹⁾。

4.3.3 等価拘束圧 σ_c および損傷度 β

(1) 等価拘束圧 σ_c の分布

図-14 および図-15 に、それぞれ供試体 S-2 および供試体 B-2 の X-Y 面における、等価拘束圧 σ_c の高さ方向の分布を示す。凡例中の ϵ_p とは、最大圧縮応力時の軸ひずみのことである。付図の r は半径方向の距離を示し、各プロットは $r = 50$ mm では外周の節点での値を、それ以外は近傍に位置するガウス積分点での値を表す。また、本解析条件として、すべての供試体の計算側圧 σ_{LY} を一定としていることから、以下の考察において、鋼材の降伏後の等価拘束圧 σ_c の平均値はほぼ一定 (同図の横軸の値が 1) となることに注意されたい。

図-14 によると、同図(a)では最大圧縮応力以後、同図(b)では全ひずみレベルにおいて、鋼管位置ではなく、その近傍のガウス積分点での等価拘束圧 σ_c が增大する傾向にある。これは、コンクリート要素に 1 次要素 (解析コードには FEAP²⁷⁾) を用いている文献 24) でも指摘されているように、鋼管近傍の横拘束されていないコンクリート要素が側方へ変位するのを鋼管が抑制する、すなわち、

鋼管から特に強い横拘束を受けるためである。平均軸ひずみ $\varepsilon = 1\%$ 時点における水平断面内のガウス積分点での違いを示した同図(c)によれば、半径方向における等価拘束圧 σ_c の分布の一樣性が大きく崩れ、外周 ($r = 50\text{ mm}$) においては同図(b)と同様に拘束されていない箇所の等価拘束圧 σ_c が高くなっている。これらの傾向は、図-15 でもほぼ同様に見られる。

なお、図-14 および図-15 中には示していないが、内部摩擦角 $\phi 53^\circ$ の平均軸ひずみ $\varepsilon = 1\%$ 時点における等価拘束圧 σ_c の分布は、内部摩擦角 $\phi 30^\circ$ の結果(図-14(c)および図-15(c))と同様な傾向を示すものの、同図ほどの顕著な分布は示さない。これは、内部摩擦角 $\phi 53^\circ$ では $\phi 30^\circ$ に比べ、拘束位置とその近傍の変位差(半径方向)が小さく、従って、文献(24)に示されているような、帯筋が近傍の要素の側方への変位を拘束することによって生ずる拘束力が内部摩擦角 $\phi 30^\circ$ ほどは強く作用しなかったことが原因と考えられる。

ここで、図-15 に示されているように、帯筋間の中央に位置するガウス積分点にも大きな等価拘束応力 σ_c が発生している。等価拘束圧という指標を用いた場合、このような分布状況が本解析条件下(2次要素を用いていることなど)で見られたものの、図中には示していないが、付図の最外縁近傍 ($r = 48.6\text{ mm}$) に位置するガウス積分点での X 軸方向の応力(側方応力)の分布および進展状況を調べた結果、側方応力は帯筋近傍のガウス積分点で常に高く、帯筋間のガウス積分点では低いことが分かった。

(2) 損傷度 β の進展

図-16 は、供試体 S-2 および B-2 について、横拘束されている水平断面、すなわち、下から $Y = 12.5\text{ mm}$ の位置での切断面における、過去に経験した最大の損傷度 β の分布および進展を示したものである。

図-16(a)および(b)は、それぞれ内部摩擦角 $\phi 53^\circ$ および 30° をコンクリートの構成則に適用し、鋼材要素を Shell 要素とした供試体 S-2 の結果である。両者の損傷度 β の進展状況を見ると、損傷度 β の分布自体は類似しているといえる。

ただし、損傷度 β の値は異なり、前者（内部摩擦角 $\phi = 53^\circ$ の場合）に比較して後者（ $\phi = 30^\circ$ の場合）の損傷が大きくなっている。

鋼材要素を Beam 要素とした図-16(c)および(d)においても、前述とほぼ同様な傾向を示しているといえる。すなわち、内部摩擦角 ϕ が 53° から 30° へと減少しても、供試体内部における損傷度 β の分布状況は顕著には相違しないものの、損傷度 β の絶対値は増大する傾向を示すことが分かる。ちなみに、供試体内部の応力状態を調べたところ、 I_1 / F_c の値（図-8 参照）は最大でも約 1.5（供試体 S-2）であった。前述の 3.3.2 項の検討結果によれば、内部摩擦角 ϕ は比較的大きな値（例えば 53° ）を設定するのが妥当な応力状態であると考えられる。

4.3.4 内部摩擦角 ϕ について

解析 I および解析 II の検討結果より、Drucker-Prager 型構成則を適用する際には、内部摩擦角 ϕ の値を側圧（または静水圧）などの応力状態に応じて変化させることが望ましいと考えられる。本報で得られた結果を概念的に示せば、図-17 のようになる。

図-17 内部摩擦角 $\phi - I_1/F_c$ 関係

5. まとめ

広範囲の形状比を有する円形プレーンコンクリート供試体および横拘束方法の異なるコンファインドコンクリートの一軸圧縮 FEM 解析を通して、以下の知見が得られた。

- (1) 端面摩擦を有する様々な形状のコンクリート供試体の圧縮強度に対し、Drucker-Prager 型構成則の内部摩擦角を同定した結果、いずれの場合もほぼ 30° 程度であった。
- (2) 供試体内部に生じる応力状態が低側圧域であれば、内部摩擦角を高い値（例えば、 53° ）とし、一方、高側圧域では低い値（例えば、 $30^\circ \sim 40^\circ$ ）とすることで、実験結果を比較的精度良く評価することができる。すなわち、内部摩擦角の値は側圧の大きさに応じて変化させることが望ましいと考えられる。
- (3) 帯状および線状に横拘束をうけるコンファインドコンクリート供試体の X-Y 面（垂直断面）の等価拘束圧の分布によれば、拘束位置だけではなく、その近傍に位置するガウス積分点での値も高くなる。
- (4) 帯状および線状に横拘束を受けるコンファインドコンクリート供試体の水平断面内の損傷度の分布によれば、内部摩擦角 ϕ の減少（ $53^\circ \rightarrow 30^\circ$ ）に伴い、供試体内部における損傷度の分布状況は顕著には相違しないものの、損傷度の絶対値は増大する傾向を示す。

謝辞：本研究費の一部は、平成 12-13 年度文部科学省研究費補助金（基盤研究 C、研究代表者：畑中重光）、平成 14-15 年度文部科学省研究費補助金（基盤研究 C、研究代表者：水野英二）および平成 14 年度竹中育英会建築研究助成金（研究代表者：吉田幸夫）によった。記して謝意を表す。

[引用文献]

- 1) 吉田幸夫、水野英二、畑中重光：境界要素の影響を考慮した円形コンファインドコンクリートの圧縮破壊 FEM 解析、日本建築学会構造系論文

集, No.563, pp.169-176, 2003.1

- 2) 吉田幸夫、水野英二、畑中重光：円形コンファインドコンクリート内部の応力と損傷状態に関する三次元 FEM 解析、日本建築学会学術講演梗概集, C-2 構造 IV, pp.167-168, 2002.8
- 3) 吉田幸夫、水野英二、畑中重光：異なる形状比を有する円形コンクリート供試体の一軸圧縮 FEM 解析、日本建築学会東海支部研究報告集, No.42, pp.313-316, 2004.2
- 4) DIANA Foundation Expertise Center for Computational Mechanics: DIANA Finite Analysis User's Manual, TNO Building and Construction Research., 1999
- 5) 畑中重光、服部宏己、吉田徳雄、谷川恭雄：コンファインド高強度コンクリートの圧縮特性とその評価、コンクリート構造物の靱性と配筋方法に関するシンポジウム論文集, pp.1-20, 1990.5
- 6) S. Hatanaka, Y. Kosaka and Y. Tanigawa: Plastic Deformational Behavior of Axially Loaded Concrete under Low Lateral Pressure - An Evaluation Method for Compressive Toughness of Laterally Confined Concretes (Part 1) - Journal of Structural and Construction Engineering, No.377, pp.27-37, July, 1987
- 7) Zhishen Wu and Tada-aki Tanabe: A Hardening / Softening Model of Concrete Subjected to Compressive Loading, Journal of Structural Engineering, AII, 36B, pp.153-162, 1990
- 8) Hiromichi Yoshikawa and Kazuhiro Yamakawa: Analysis of Inelastic Behavior and Failure Modes of Confined Concrete by Elasto-Plastic Softening Model, Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures under Seismic Loads, Edited by P. Benson Shing, Tada-aki Tanabe, ASCE, pp.79-97, 2001
- 9) A. I. Karabinis and P. D. Kiousis: Effects of Confinement on Concrete Columns: Plasticity Approach, Journal of Structural Engineering, Vol. 120, No.9, pp.2747-2767, September, 1994
- 10) 山川哲朗、張愛暉、佐藤元：アラミド繊維シートを用いた RC 柱の耐震補強に関する研究—耐震性能に及ぼす繊維補強量および面取り半径の影響—、日本建築学会構造系論文集, 第 545 号, pp.111-118, 2001.7
- 11) 中田幸造、山川哲朗、森下陽一、舩田尚之：緊張アラミド繊維ベルトを用いた拘束コンクリート柱の圧縮性状、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.25, No.2, pp.127-132, 2003
- 12) 中田幸造、山川哲朗、舩田尚之：アラミドベルトによりプレストレスを導入したコンクリート柱の中心圧縮性状—その 2 解析—、日本建築学会大会学術講演梗概集 C-2, pp.417-418, 2003
- 13) 藤田吉夫、石丸麟太郎、花井重孝、末永保美：Plain Concrete の内部摩擦角と引張強度についての一考察、日本建築学会構造系論文集, 第 494 号, pp.7-14, 1997.4
- 14) 岡田清、六車熙 著：コンクリート工学ハンドブック 第 5 刷、朝倉書店, pp.376-377, 1988
- 15) Drucker, D. C. and W. Prager: Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design, Q. Appl. Math., Vol. 10, No. 2, pp.157-165, 1952
- 16) 小阪義夫、谷川恭雄、太田福男：各種の減材材を用いた場合の圧縮供試体端面の応力分布について、コンクリート工学年次講演会講演論文集, Vol. 2, pp.121-124, 1980
- 17) 小阪義夫、谷川恭雄：各種竹材コンクリートの圧縮強度におよぼす試験体寸法と載荷面の摩擦の影響について—人工軽竹材コンクリートと川砂・川砂利コンクリートとの比較—、セメント・コンクリート, No. 265, pp.2-10, 1975.3
- 18) 松下博通、鶴田浩章、陶佳宏：一軸圧縮試験における載荷端面摩擦の影響、セメント・コンクリート論文集, No. 53, pp.621-626, 1999
- 19) Yoshio Kosaka, Yasuo Tanigawa, Kazuo Yamada and Shigemitsu Hatanaka: Plastic Deformational Behavior of Concrete under Multiaxial Compressive Load, Transaction of JCI, Vol. 5, pp. 169-176, 1983
- 20) 色部誠、河角誠、安達洋 監訳：コンクリート構造物の塑性解析、丸善, pp.196-257, 1985
- 21) 水野英二、畑中重光：コンクリートのひずみ軟化型構成モデルの開発とコンファインドコンクリートの三次元有限要素解析、土木学会論文集, No.571/V-36, pp.185-197, 1997.8
- 22) 吉田幸夫、水野英二、畑中重光：円形コンファインドコンクリート内部の応力と損傷状態に関する FEM 解析、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.24, No.2, pp.97-102, 2002
- 23) 水野英二、森本康介、畑中重光：中心軸圧縮力を受けるコンファインドコンクリートの拘束効果に関する三次元 FEM 解析、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp.85-90, 1999
- 24) 辻誠、大工綾子、水野英二、畑中重光：炭素繊維シートで横補強したコンクリートの一軸圧縮性状、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.22, No.3, pp.109-114, 2000
- 25) 中塚佑：コンクリートの応力度—ひずみ度特性とコンクリート曲げ部材の終局域特性に関する基礎的研究、大阪大学博士論文, pp.50-52, 1988
- 26) 小阪義夫、谷川恭雄、畑中重光：構成モデルに基づく各種横拘束コンクリートの圧縮特性の統一評価、コンクリート工学年次講演会論文集, Vol.8, pp.365-368, 1986
- 27) Zienkiewicz, O. C.: The Finite Element Method, Third Ed., (吉識・山田監訳：マトリックス有限要素法)、培風館, pp.672-796, 1984

(2004年5月10日原稿受理, 2004年10月4日採用決定)