等分布鉛直荷重を受ける円筒ラチス屋根の部材断面算定法

A PROPORTIONING METHOD FOR MEMBERS OF CYLINDRICAL LATTICED ROOFS UNDER UNIFORM VERTICAL LOADING

加藤 史郎*, 仁保 裕**, 金 鍾 敏***
Shiro KATO, Yutaka NIHO and Jong-Min KIM

This paper presents a proportioning method for constitutive members of cylindrical latticed roofs under uniform vertical loading. The method can be applied to design member sections of long roofs as cylindrical shells. Member axial forces and bending moments for design are first obtained based on FEM linear elastic analysis together with FEM linear buckling analysis for estimating the generalized equivalent slenderness. And, second, the bending moments are amplified considering the interaction between axial force and bending moment. Member elasto-plastic buckling strength is defined based on the theory of column buckling strength curves using the generalized slenderness. To define the buckling strength of members parallel to the generatrix as well as along arch direction, buckling analysis for not only uniform lateral but also axial loading are applied. Finally, a series of FEM elasto-plastic analysis is conducted for cylindrical latticed roofs, which are provided based on the present proportioning method, and a confirmation about availability of the present proportioning method is firmly given.

Keywords : cylindrical latticed roof, uniform vertical loading, proportioning method for members

円筒ラチス屋根, 等分布鉛直荷重, 部材断面算定

1. はじめに

単層ラチスシェルは面内剛性に比して面外剛性が小さく, 座屈前の幾何学的非線形性, および材料の降伏が座屈性状に大きな影響を及ぼすことが知られている¹⁻⁶⁾。このため, 実設計の初期段階では幾何非線形性や材料の降伏強度を考慮しつつシェル形状, および, 部材断面を定める必要がある。これまで, ラチスドームを対象とした形状最適化手法^{例えば7)や部材断面算定法¹¹⁻¹³⁾が, 円筒ラチスシェルを対象としたものとしては弾性二次解析を援用した部材断面算定法¹⁰⁾が, 各々, 提案されている。}

円筒ラチスシェルの力学的挙動は, そのラチスシェルの境界条件に影響される²⁻⁹⁾。図2に示される周辺単純支持条件のような場合, 母線長が円弧長よりも短い円筒ラチスシェル(以下, ショートシェル)では, ラチスシェルの母線軸に斜めに交わる部材(以下, 斜め材)に圧縮力が生じ, 母線軸に平行な部材(以下, 母線方向材)の軸力は比較的小さい^{1, 2)}。一方, 母線長が円弧長よりも長い円筒ラチスシェル(以下, ロングシェル)では, 大きな圧縮力が斜め材のみならず, 中央部の母線方向材にも発生する。

境界条件として周辺単純支持を仮定した円筒ラチスシェルの部材断面算定では, 上記の特徴を踏まえて断面算定用の弾塑性座屈応力度を定めることが必要となる。文献10)に示される部材断面算定法は, ショートシェルの弾塑性座屈挙動を分析した文献1)および14)に示されている弾塑性座屈

応力度を用いており, 斜め材の座屈応力度のみを定める。従って, この部材断面算定法を, 母線方向材にも大きな圧縮力が発生するロングシェルの部材断面算定に用いることは適切ではない。

ロングシェルの部材断面算定を行う際には, 斜め材のみならず, 母線方向材についても断面算定用の弾塑性座屈応力度を定めることが求められる。母線方向材の座屈応力度を定めるには, 母線方向材に発生する圧縮力がラチスシェルの座屈荷重に強く影響すると思われる状況を参照するのが望ましい。つまり, 母線方向材に大きな圧縮力が発生し, 斜め材には殆ど軸力が発生しない状況を参照して母線方向材の弾塑性座屈応力度を定めるのがよいと考えられる。また, 周辺単純支持された円筒ラチスシェルでは, 境界縁付近の部材に比較的大きい曲げモーメントが生ずる¹⁾。従って, 特定部材の弾塑性座屈応力度を定める際には, なるべく曲げモーメントの発生が少ない状況を基準として弾塑性座屈応力度を定め, 一方, 断面算定で曲げモーメントの影響を考慮するのがよいと考えられる。

そこで, 本報では, 円筒ラチスシェルを対象とし, 斜め材と母線方向材を別個に扱い, それぞれについて圧縮材の中で降伏軸力に対する軸力の比が最大となる部材(以下, 特定部材)を選び出し, この部材の弾塑性座屈応力度を用いて部材断面を求める方法について議論を行う。

なお, 母線方向材の座屈応力度は, 円筒ラチスシェルが母線方向に軸圧縮される(図4参照)と仮定して行われた座屈解析結果に基づいて定める。

* 豊橋技術科学大学建設工学系 教授・工博

** 愛媛大学工学部環境建設工学科 助手・修士(工学)

*** 豊橋技術科学大学 外国人研究者・博士(工学)

Prof., Dept. of Architecture and Civil Engineering, Toyohashi University of Technology, Dr. Eng.

Research Assoc., Dept. of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering, Ehime University, M. Eng.

Visiting Researcher, Toyohashi University of Technology, Dr. Eng.

図1 円筒ラチスシェル

図2 境界条件

図3 荷重条件

1 節点に $P_{ax}(=9.8\text{kN})$ ずつ載荷する

図4 軸圧縮荷重

○ : ピン支持
□ : X 軸方向ローラー支持

図5 ピン支持

図6 想定する部材

図7 計算における部材モデル

これは、軸圧縮される円筒ラチスシェルに関して、母線方向材に大きな圧縮力が発生し、斜め材に殆ど軸力が発生せず、かつ、曲げが殆ど発生しないためである²⁰⁾。一方、斜め材の弾塑性座屈応力度を定めるために、母線縁に沿ってピン支持された円筒ラチスシェル(図5参照)に等分布鉛直荷重(図3参照)が載荷される場合を想定する。座屈前はアーチ的な挙動が保たれ、かつ、曲げモーメントの発生が少なくと仮定し、斜め材の座屈応力度を定める。

これらの座屈応力度を援用して断面算定された円筒ラチスシェルの最大耐力を弾塑性座屈解析から求め、算定法の妥当性を検討する。

2. FEM 線形座屈解析を援用した部材断面算定法

FEM 線形座屈解析を援用した円筒ラチスシェルの部材断面算定法について説明する。本算定法は、三角形格子のラチスドームに適用される部材断面算定法¹³⁾に準拠する。図8に本算定法の全体の流れを示すが、ここでは、部材の弾塑性座屈応力度の定義に焦点をあて記述を行う。

本算定法は、正三角形格子により構成される円筒ラチスシェルが、Z 方向下向きの等分布荷重を受ける場合(図3参照)を想定する。部材は円管断面を持つ鋼管(ヤング係数 $E=20,580\text{kN/cm}^2$, 降伏応力度 $\sigma_p=23.5\text{kN/cm}^2$)

であり(図6参照)、かつ、両端で節点に剛接合されているとする。なお、部材断面算定中の数値計算において十分な精度を確保するために、部材は2つの弾性梁要素から構成されるモデルに置き換える(図7)。なお、部材 i の直径 d_i 、断面積 A_i 、断面二次モーメント I_i 、降伏軸力 N_{pi} 、および、全塑性モーメント M_{pi} は次式により計算する。

$$d_i = 2\sqrt{2}(\ell_0/\lambda_0), A_i = \pi d_i t_i, I_i = (\pi d_i^3 t_i)/8, N_{pi} = \sigma_p A_i, M_{pi} = \sigma_p d_i^2 t_i \quad (1)$$

なお、 t_i は部材の管厚である。また、 ℓ_0 および λ_0 は、各々、部材の長さとお細長比である。

2.1 断面算定に用いる部材の弾塑性座屈応力度の計算法

2.1.1 幾何非線形性の影響を考慮するための座屈荷重低減係数の仮定

I. 軸圧縮される円筒ラチスシェルの座屈荷重低減係数 α_0 と $\lambda_0 \theta_0$ の関係¹⁵⁾ を図9(1) (後述) に表す。ただし、 $\alpha_0 = P_{\sigma}^{ela}/P_{\sigma}^{lin}$ であり、かつ、 P_{σ}^{lin} は FEM 線形座屈荷重、 P_{σ}^{ela} は FEM 非線形弾性座屈荷重である。図9(1)に示される $\lambda_0 \theta_0$ と α_0 の関係を、部材細長比 λ_0 と部材半開角 θ_0 を用いて式(2)で近似的に表し、母線方向材の断面算定に用いる座屈荷重低減係数 α_g とする。

$$\alpha_g = \frac{1.2\sqrt{\lambda_0 \theta_0}}{\sqrt{\lambda_0 \theta_0} + 1.0} \quad (2)$$

II. 鉛直等分布荷重を受けるピン支持された円筒ラチスシェル¹⁴⁾の座屈荷重低減係数 α_0 と λ_0 の関係を図9(2)に示す。この結果に基づいて、斜め材の断面算定に用いる座屈荷重低減係数を α_d とし、次式で求める。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_d &= 0.65 & (\lambda_0 < 60) \\ \alpha_d &= 0.80 & (\lambda_0 \geq 60) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

文献14)では α_0 の下限値を 0.65 としているが、図9(2)によれば、 λ_0 が 60 以上ならば、 α_0 の下限値はもう少し高めであるように見受けられる。そのため、斜め材の断面算定用の座屈荷重低減係数 α_d を式(3)のように表した。なお、 λ_0 が 40 より大きく、かつ、60 未満である範囲について、 α_d の値は図9(2)から直接判断できないが、より安全側の値をとるように配慮し、 λ_0 が 60 未満ならば $\alpha_d=0.65$ とした。

2.1.2 母線方向材の断面算定に用いる座屈応力度 σ_{crg} の計算

I. 円弧縁上の節点に X 軸方向の圧縮荷重 $P_{ax}(=9.8\text{kN})$ を受ける円筒ラチスシェル(図4)について、FEM 線形弾性解析を行い部材 i の軸力 N_{hi} を求める。特定部材に関して、軸力および断面積を、各々、 N_h および A_h と表す。

II. 上記の解析で得られる軸力を用い、線形座屈解析を行う。式(4)を解いて線形座屈固有値 λ_{crg} を求める。なお、式(4)を解くと λ_{crg} は未知数の個数と同じ数だけ求まるが、ここでは最小の固有値のみを扱う。最小の固有値の記号を λ_{crg}^{lin} と表す。

$$\det | [K_E] + \lambda_{crg} [K_G(N_h)] | = 0 \quad (4)$$

$[K_E]$ は線形弾性剛性マトリクス、 $[K_G(N_h)]$ は幾何剛性マトリクスである。次式により、母線方向の特定部材の線形座屈応力度 σ_{crg}^{lin} を計算する。

$$\sigma_{crg}^{lin} = (\lambda_{crg}^{lin} N_h) / A_h \quad (5)$$

III. 次式により、母線方向の特定部材の弾性座屈応力度 σ_{crg}^{ela} を計算する。

$$\sigma_{crg}^{ela} = \alpha_g \sigma_{crg}^{lin} \quad (6)$$

図8 線形座屈解析を援用した円筒ラチスシェルの部材断面算定法の流れ図

IV. 母線方向材の断面算定に用いる弾塑性座屈応力度 σ_{cr}^{Est} の計算(i) 正規化細長比 Λ_{gi} を次式(7)により計算する。

$$\Lambda_{gi} = \sqrt{\frac{\sigma_p}{\sigma_{cr}^{ela}}} \quad (7)$$

(ii) 図10(1)は軸圧縮される円筒ラチスシェルの特定部材の正規化細長比 Λ_{gi} と弾塑性座屈軸力 N_{cr}^{Est} の関係¹⁵⁾を表す。なお, Λ_{gi} は式(7)により計算され, また, α_g の計算は式(2)による。 $N_{cr}^{Est} = (P_{cr}^{Est} / P_{10}) N_h$ として計算されている。ただし, P_{cr}^{Est} は FEM 弾塑性座屈荷重である。図10(1)を参照し, 母線方向材の弾塑性座屈応力度の推定値 σ_{cr}^{Est} を式(8)により計算する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cr}^{Est} &= \sigma_p & (\Lambda_{gi} < 0.5) \\ \sigma_{cr}^{Est} &= \sigma_p \{1 - 0.523(\Lambda_{gi} - 0.5)^2\} & (0.5 \leq \Lambda_{gi} < 1/\sqrt{0.8}) \\ \sigma_{cr}^{Est} &= \sigma_p / \Lambda_{gi}^2 & (\Lambda_{gi} \geq 1/\sqrt{0.8}) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(iii) 母線方向材の断面算定に用いる座屈応力度 σ_{crg} を計算する。

$$\sigma_{crg} = \sigma_{crg}^{Est} / f_c \quad (9)$$

f_c は部材の元たわみ、残留応力などを考慮するための係数であり個々のラチスシェルの部材の製作の精度などを勘案して定められるべきものである。本研究では、鋼構造限界状態設計指針・同解説¹⁹⁾の圧縮材の設計における耐力係数を参照し、 $f_c = 1.2$ とした。

図9 FEM 弾性座屈荷重のFEM 線形座屈荷重に対する比 α_0

2.1.3 斜め材の断面算定に用いる座屈応力度 σ_{ord} の計算

I. 図5に示されるような母線縁上の節点をピン支持された円筒ラチスシェルが、等分布鉛直荷重 P_0 ($= 9.8\text{kN}$) を受ける場合について、FEM 線形弾性解析を行い、部材 i の軸力 N_i を求める。圧縮軸力を生じる斜め材の中で、 N_i/N_p が最大となる部材を特定部材とする。特定部材に関して、軸力および断面積を、各々、 N_p および A_p とする。

図10 特定部材の正規化細長比と弾塑性座屈軸力の関係

II. 次式を解いて最小の線形座屈固有値 λ_{cnd}^{lin} を求める。

$$\det [[K_E] + \lambda_{cnd}^{lin} [K_G(N_i)]] = 0 \quad (10)$$

次式により斜め材の線形座屈応力度 σ_{cnd}^{lin} を計算する。

$$\sigma_{cnd}^{lin} = (\lambda_{cnd}^{lin} N_i) / A_p \quad (11)$$

III. 斜め材の弾性座屈応力度 σ_{cnd}^{ela} を次式により計算する。

$$\sigma_{cnd}^{ela} = \alpha_d \sigma_{cnd}^{lin} \quad (12)$$

IV. 斜め材の部材断面算定に用いる弾塑性座屈応力度の計算

(i) 次式により正規化細長比 Λ_d を計算する。

$$\Lambda_d = \sqrt{\frac{\sigma_p}{\sigma_{cnd}^{ela}}} \quad (13)$$

(ii) 図10(2)は特定部材の正規化細長比と弾塑性座屈軸力 N_{σ}^{pl} の関係¹⁴⁾を示す。なお、 Λ_d は式(13)により計算され、かつ、 α_d として式(3)を用いている。また、 $N_{\sigma}^{pl} = (P_{\sigma}^{pl} / P_0) N_p$ として計算されている。図10(2)を参照し、弾塑性座屈応力度の推定値 σ_{cnd}^{Est} を計算する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cnd}^{Est} &= \sigma_p (1 - 0.24 \Lambda_d^2) & (\Lambda_d < 1/\sqrt{0.6}) \\ \sigma_{cnd}^{Est} &= \sigma_p / \Lambda_d^2 & (\Lambda_d \geq 1/\sqrt{0.6}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(ii) 部材断面算定に用いる弾塑性座屈応力度 σ_{cnd} を計算する。

$$\sigma_{cnd} = \sigma_{cnd}^{Est} / f_c \quad (15)$$

ただし、 $f_c = 1.2$ とする。

2.2 断面修正係数 f_i の計算

I. 日本建築学会鋼構造限界状態設計指針・同解説¹⁹⁾にみられる軸力と曲げを受ける部材の設計式を援用し、次式を満たすように断面修正係数 f_i を定める。

$$\frac{N_d}{f_{li} N_p} + 0.85 \frac{M_d}{f_{li} M_p} = 1 \quad (16)$$

なお、 N_d と M_d は断面算定用部材力であり、その算出法は図8を参照する。上式を f_{li} について解くと次式を得る。

$$f_{li} = (N_d M_p + 0.85 M_d N_p) / (N_p M_p) \quad (17)$$

II. 圧縮材のみ、座屈照査も行う。次式を解き f_2 を求める。

$$f_2 = N_d / (\sigma_{cnd} A_p) \quad (18)$$

母線方向材について $\sigma_{cnd} = \sigma_{crg}$ 、斜め材について $\sigma_{cnd} = \sigma_{ord}$ とする。管厚修正係数 f は f_{li} と f_2 のうち、より大きな方とする。

全ての部材について次式が満たされた場合、断面が収束したと判断する。

$$1 - \delta \leq f_i \leq 1 + \delta \quad (19)$$

$\delta = 0.05$ とする。また、収束計算の繰り返し回数上限は20とする。

2.3 断面算定用最小部材力の定義、管径の修正など

2.3.1 断面算定用最小部材力係数 γ

文献10)において、円筒ラチスシェルの断面算定に用いる断面算定用最小部材力係数 γ の適切な値として0.4~0.6という値が示されている。本研究では、この成果を踏まえ、 $\gamma = 0.6$ とする。

2.3.2 断面算定用最小部材力 N_{min} , M_{min}

母線方向材と斜め材では、座屈特性や応力性状が異なるので、先に示したように、それぞれ、別個に断面算定に使用する弾塑性座屈応力度を仮定した。そこで、断面算定用最小部材力¹⁰⁾ N_{min} と M_{min} についても、各々、母線方向材と斜め材に対して個別に定義して、これを用いる。

2.3.3 管径 d_i の修正

管厚 t_i が管径 d_i の20%の値¹⁰⁾よりも大きくなる状況では、全部材について管径が不足しているものと見なして部材断面算定を打ち切り、初期仮定断面の部材細長比 λ_0 を10だけ小さくして部材断面算定をやり直すこととした。修正された部材細長比を用いても管径が不足する場合は、同様に部材細長比をさらに10だけ小さくする。この手続きは断面が収束し、かつ、

部材細長比の修正が行われなくなるまで繰り返される。ただし、部材細長比の修正は、斜め材と母線方向材に対して別々に行われる。例えば、具体的には、母線方向材について管厚 t_i が管径 d_i の 20% 以上になったが斜め材の管厚 t_i は管径 d_i の 20% 未満である場合、母線方向材の部材細長比を 10 だけ小さくし、かつ、斜め材の部材細長比は変更せずに部材断面算定をやり直す。一方、母線方向材の管厚 t_i が管径 d_i の 20% 未満であり、かつ、斜め材の管厚 t_i が管径 d_i の 20% の値よりも大きくなった場合、斜め材の部材細長比のみを 10 だけ小さくして部材断面算定を再度実行する。

2.4 形状初期不整を考慮した部材断面算定

部材断面算定において、形状初期不整の影響を考慮するにはいくつかの方法が考えられる。例えば、三角形格子の単層ラチスドームを対象とした文献 11) では、等価シェル厚 t_e の 20% 程度のたわみが 1 節点にのみ与えられた場合において、ノックダウンファクターが 0.6 程度¹⁷⁾ であることから、 $\alpha_0 = 0.6$ として部材断面算定されたラチスドームは形状初期不整を考慮した部材断面算定がなされたものとしている。つまり、形状初期不整の影響を α_0 に含めている。また、文献 12) では形状初期不整がないものとして断面算定されたラチスドームに対して、その最大耐力が形状初期不整によりどう低下するかを分析し、形状初期不整による最大耐力低減係数を定めることが示唆されている。これらの方法は形状初期不整の影響を容易に考慮できる長所を持つ。

一方で、部材断面算定を行う際には部材力を計算するので、形状初期不整が与えられた場合の部材力を計算し、その部材力を用いて部材断面算定を行うことも一つの方法と考えられる¹⁸⁾。本報では、3 番目の方法を採用する。すなわち、(1) 完全形状のモデルに対して形状初期不整を与えることにより節点座標値をずらしたモデルを作成し、(2) そのモデルと完全形状のモデル双方について部材断面の算定を行い、(3) 双方のモデルの部材断面を比較して、大きな方を採用する。なお、(4) この部材断面の取捨選択は繰り返し計算ステップごとに行われる。

3. 断面算定法の検討のために用いる円筒ラチスシェルのモデル

3.1 全体形状

ラチスシェルの高さや曲率半径 R を表す係数として、図 1 に示されている部材半開角 θ_0 を用いる。本章では、 $\theta_0 = 2.0^\circ, 3.0^\circ, 4.0^\circ$ および、 5.0° の 4 種類とする。X 軸方向の長さ L は母線方向材の長さ ℓ_0 と母線方向部材数 p の積として表される。ここでは $p = 12$ 、かつ、部材長 $\ell_0 = 400\text{cm}$ とするので $L = 48\text{m}$ となる。一方、円弧方向長さ B は、境界材の長さ b と円弧方向部材数 $n (= 10)$ の積として表される。母線方向材と斜め材の交角は 60 度、 $b = 346\text{cm}$ とし、従って、 $B = 34.6\text{m}$ となる。また、母線方向長 L の円弧長 B に対する比 L/B は 1.4 である。

本報では、上記の円筒ラチスシェルについて、(i) 形状初期不整を考慮せずに部材断面算定する場合と、(ii) 2.4 章で述べた方法に従い、形状初期不整を考慮して部材断面算定する場合の両方を分析対象とする。なお、形状初期不整を考慮せずに部材断面算定されたラチスシェルをラチスシェル A、形状初期不整を考慮して部材断面算定されたラチスシェルをラチスシェル B と呼ぶことにする。

3.2 部材の初期仮定断面

初期仮定断面の管厚 t_i を 2.0cm とする。また、初期仮定断面の部材細長比は、 $\lambda_0 = 20, 40, 60, 80$ 、および 100 の 5 種類を採用する。

境界線 (図 1 の節点 C_1, C_2, C_4, C_3, C_1 を結ぶ線) の上にある部材を境界材と呼ぶことにする。境界材の部材断面は $\lambda_0 = 20$ および $t_i = 2\text{cm}$ とし、

かつ、これらの値は部材断面算定を通じて変更されないものとする。これは、境界材の早期の降伏を防ぐためである。

3.3 荷重条件

シェル表面の単位面積あたりの荷重を $p_{\text{target}} = 3.92\text{kN/m}^2$ とする。1 節点あたりの荷重 P_{target} は次式(20)により計算されるものとする¹⁹⁾。本法では $\ell_0 = 400\text{cm}$ なので、式(20)によると $P_{\text{target}} = 54.32[\text{kN}]$ となる。

$$P_{\text{target}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \ell_0^2 p_{\text{target}} \quad (20)$$

本報では、円筒ラチスシェルの最大耐力 P_σ が、式(20)により求められる P_{target} よりも大きくなるように部材断面を算定する。

3.4 部材断面算定に用いる形状初期不整

本報では、形状初期不整の例として、図 12 および式(21)に示されるような母線方向 1 半波かつ円弧方向 2 半波のモードを採用する。これは、初期仮定断面をもつ部材で構成された円筒ラチスシェルの固有モードが図 11 に例示されるように母線方向 1 半波かつ円弧方向 3~4 半波程度のモードを示したこと、文献 2) を参考にして仮定したものである。

$$\omega_0 = \omega_{\max} \sin \frac{\pi x}{L} \sin \frac{2\pi R \phi}{B} \quad (21)$$

最大振幅量 $\omega_{\max}$ として、母線方向長 L の 500 分の 1 の値を採用する¹⁹⁾。

本報では形状初期不整を上記のように仮定したが、実際に発生する形状初期不整は個々の設計例により異なると考えられ、従って、本来ならば、個々の設計例の施工法や施工精度などを考慮して定められるべきである。個々のラチスシェルに応じた形状初期不整の仮定の一般的方法は、本報の議論の外としたい。

図 11 固有モードの例
($\theta_0 = 3.0^\circ, \lambda_0 = 60$)

図 12 形状初期不整モード

4. FEM 解析

ラチスシェル B に関しては、(i) 形状初期不整を考慮しない FEM 解析と、(ii) 3.4 章で仮定した形状初期不整を考慮した FEM 解析を行う。一方、ラチスシェル A については、形状初期不整を考慮しない FEM 解析のみ行う。

4.1 最大耐力 P_σ の計算

幾何非線形かつ材料非線形を仮定した増分解析 (以下、FEM 弾塑性座屈解析) を行い、最大耐力 P_σ を求める。 P_σ は図 1 の節点 A に関する荷重-変位曲線において、最初に見られた極大点に対応する荷重として定められる。なお、FEM 解析の詳細は文献 16) などを参照する。

FEM 弾塑性座屈解析に関して、部材の降伏を考慮するために、部材は図 13 に見られるように、両端を弾塑性ばねではさまれた弾性梁要素に 2 分割される。弾塑性ばねは降伏後、次式を満足するものとする。

$$\left(\frac{N}{N_{pi}} \right)^2 + \frac{M}{M_{pi}} = 1 \quad (22)$$

ただし、 N はばねの軸力、 M は曲げモーメントである。

なお、ラチスシェル A に関する結果と記号の右上に A を、ラチスシェル B に関する結果は記号の右上に B を、各々、付すことにする。従って、ラチスシェル A の最大耐力と初降伏荷重は、各々、 P_{σ}^A と P_y^A で、ラチスシェル B の最大耐力と初降伏荷重は、各々、 P_{σ}^B と P_y^B で表される。

さらに、ラチスシェル B に関して、3.4 章で仮定した形状初期不整を考慮して行われた FEM 解析により求められた最大耐力と初降伏荷重は、下付添え字(ini)を添付され、各々、 $P_{\sigma(ini)}^B$ と $P_{y(ini)}^B$ で表される。

図 13 FEM 弾塑性座屈解析における部材モデル

4.2 部材断面力の計算

部材断面算定された円筒ラチスシェルに関して、荷重 $P_{target}=54.32\text{kN}$ が載荷されたときの部材断面力を分析するため、幾何非線形材料線形の FEM 増分解析（以下、FEM 非線形弾性解析）を行う。なお、解析精度を保つため、部材は 2 つの弾性梁要素に分割される（図 7 参照）。

表 1(1) ラチスシェル A の最大耐力一覧（形状初期不整がない場合）

θ_0		$\lambda_0=20$	$\lambda_0=40$	$\lambda_0=60$	$\lambda_0=80$	$\lambda_0=100$
2.0°	P_y^A [kN]	58.14(A-1)	57.08(A-2)	57.35(B-2)	57.78(B-2)	57.96(B-2)
	P_{σ}^A [kN]	71.93	62.74	60.62	59.69	59.56
3.0°	P_y^A [kN]	65.18(A-1)	61.60(B-2)	61.58(B-2)	61.77(C-2)	61.92(C-2)
	P_{σ}^A [kN]	80.11	66.51	64.14	63.31	62.96
4.0°	P_y^A [kN]	67.47(H-1)	60.45(E-1)	63.80(F-2)	64.17(F-2)	64.66(F-2)
	P_{σ}^A [kN]	84.33	65.03	65.71	65.11	65.35
5.0°	P_y^A [kN]	68.17(H-1)	63.33(G-2)	63.94(G-2)	64.13(F-2)	64.46(F-2)
	P_{σ}^A [kN]	87.14	67.60	66.44	66.02	65.95

表 1(2) ラチスシェル B の最大耐力一覧

（3.4 章の形状初期不整を考慮した FEM 弾塑性座屈解析結果）

θ_0		$\lambda_0=20$	$\lambda_0=40$	$\lambda_0=60$	$\lambda_0=80$	$\lambda_0=100$
2.0°	$P_{y(ini)}^B$ [kN]	56.99(A-1)	55.25(A-2)	55.13(B-2)	55.54(B-2)	55.70(B-2)
	$P_{\sigma(ini)}^B$ [kN]	70.35	61.41	58.58	57.58	57.22
3.0°	$P_{y(ini)}^B$ [kN]	63.43(H-1)	58.34(D-2)	58.14(D-2)	58.31(D-2)	58.41(D-2)
	$P_{\sigma(ini)}^B$ [kN]	78.69	65.59	62.66	61.06	60.42
4.0°	$P_{y(ini)}^B$ [kN]	65.30(H-1)	59.97(E-2)	57.92(F-2)	58.02(F-2)	58.32(F-2)
	$P_{\sigma(ini)}^B$ [kN]	83.06	67.65	61.89	60.36	59.63
5.0°	$P_{y(ini)}^B$ [kN]	66.07(H-1)	59.21(F-2)	58.06(F-2)	58.08(F-2)	57.73(F-2)
	$P_{\sigma(ini)}^B$ [kN]	85.31	66.21	61.98	60.52	58.53

5. FEM 解析結果

5.1 最大耐力 P_{σ} と初降伏荷重 P_y

最大耐力 P_{σ} と初降伏荷重 P_y の一覧を表 1 に示す。表 1 の(1)は P_{σ}^A と P_y^A の一覧である。一方、表 1 の(2)は $P_{\sigma(ini)}^B$ と $P_{y(ini)}^B$ の一覧である。

アルファベットは最初に降伏した部材を意味しており、図 14 を参照する。なお、最初に降伏した部材を、初降伏部材と呼ぶことにする。さらに、アルファベットの後ろについている数字が 1 である場合、初降伏部材の断面が軸力と曲げの相関（式(17)）により定まったことを意味する。一方、こ

の数字が 2 ならば初降伏部材の断面は座屈の照査（式(18)）により定まっている。従って、例えば、A-1 と記されたケースでは、初降伏部材は図 14 の部材 A であり、かつ、その部材の断面は軸力と曲げの相関式に基づき定められていると判断する。

表 1 によれば、 λ_0 が 40 以上ならば、母線方向材が最初に降伏し、かつ、初降伏部材は座屈の照査により定まる傾向にあることが確認される。

図 14 初降伏部材の位置

(1) ラチスシェル A

(2) ラチスシェル B

（形状初期不整を考慮した FEM 解析結果）

図 15 初降伏荷重 P_y の目標荷重 P_{target} に対する比

(1) ラチスシェル A

(2) ラチスシェル B

（形状初期不整を考慮した FEM 解析結果）

図 16 最大耐力 P_{σ} の目標荷重 P_{target} に対する比

図 15(1)はラチスシェル A の初降伏荷重 P_y^A の目標荷重 P_{target} （ $= 54.32\text{kN}$ ）に対する比を、図 15(2)はラチスシェル B の初降伏荷重 $P_{y(ini)}^B$ の P_{target} に対する比を、各々、プロットしたグラフである。それぞれ、横軸は部材細長比 λ_0 であり、3.2 章に示される値である。ラチスシェル A とラチスシェル B とともに初降伏荷重は目標荷重 P_{target} を上回ることが確認できる。

図 16(1)は P_{σ}^A の P_{target} に対する比の分布を、図 16(2)は $P_{\sigma(ini)}^B$ の P_{target} に対する比の分布を、それぞれ表している。全てのケースについて、最大耐力は P_{target} に近く、かつこれを上回っている。

以上の結果より、全ての部材について、ほぼ適切な断面が与えられていると言える。

5.2 3.4 章で仮定した形状初期不整が最大耐力に与える影響

図 17(1)は P_y^B に対する $P_{y(ini)}^B$ の低下の割合を、図 17(2)は P_{σ}^B に対する $P_{\sigma(ini)}^B$ の低下の割合を、それぞれ、示している。

θ_0 が 3.0° 以下であるラチスシェルに関して、 $P_{y(\text{ini})}^B$ と $P_{\sigma(\text{ini})}^B$ は、各々、 P_y^B と P_σ^B に対して5%程度低めである。一方、 θ_0 が 4.0° 以上であり、かつ、 λ_0 が60以上であるラチスシェルBでは $P_{y(\text{ini})}^B$ と $P_{\sigma(\text{ini})}^B$ は、各々、 P_y^B と P_σ^B に対して10~15%程度低めである。

以上の結果より、3.4章で仮定した形状初期不整は、 θ_0 が小さく 2.0° 程度であるラチスシェルよりも、 θ_0 が 4.0° 以上と比較的むくりの度合いが大きなラチスシェルに対してより大きな影響を及ぼすと言える。

図17 形状初期不整の影響

図18 ラチスシェルBの初降伏部材の軸力 N と曲げモーメント M の関係 (FEM解析において形状初期不整を考慮している)

5.3 ラチスシェルBの初降伏部材の軸力 N と曲げモーメント M の関係

図18は初降伏部材に関する軸力 N と曲げモーメント M の関係を示す。これらの図は形状初期不整を考慮したFEM非線形弾性解析に基づき描かれている。黒塗りの点は荷重 P が目標荷重 P_{target} と等しいことを意味する。黒の太実線は式(22)を意味する。なお、紙面の都合により、ここには一部のみ例として示し、その他については割愛した。

図18において、 $\theta_0 = 5.0^\circ$ かつ $\lambda_0 = 20$ のラチスシェルにおいてのみ、斜め材が初降伏部材である。その他の母線方向材が初降伏部材であるケースでは曲げモーメント M の発生は少なく、軸力 N が卓越する。

5.4 初降伏部材の断面算定用部材力 N_d

初降伏部材について、 $P = P_{\text{target}}$ の時の軸力 N_{ini} に対する断面算定に用いた軸力 N_d の精度を分析する。ラチスシェルAに関する結果は記号の右上に

Aを、ラチスシェルBに関する結果は記号の右上にBを、各々、付している。さらにラチスシェルBに関して、3.4で仮定した形状初期不整を考慮して行われたFEM解析結果には下付添字(ini)を付す。

図19(1)は $\{N_{\text{ini}}^A/N_d^A - 1\}$ の分布を、図19(2)は $\{N_{\text{ini}}^B/N_{d(\text{ini})}^B - 1\}$ の分布を、各々、表している。 θ_0 が 2.0° のケースでは N_{ini}^A は N_d^A に対して10%程度高めである。また、 θ_0 が 3.0° のケースでは N_{ini}^A は N_d^A に対して5%程度高めである。 θ_0 が 4.0° 以上ならば、 N_{ini}^A は N_d^A とほぼ一致する一方、 N_{ini}^B は $N_{d(\text{ini})}^B$ に対して8%程度大きめである。

(形状初期不整を考慮したFEM解析結果)

図19 断面算定用部材力 N_d と軸力 N_{ini} の比

(形状初期不整を考慮したFEM解析結果)

図20 軸力 N と荷重 P の関係 ($\theta_0 = 5.0^\circ, \lambda_0 = 100$)

図20はFEM非線形弾性解析結果に基づき得られた軸力 N と荷重 P の関係である。例として、 $\theta_0 = 5.0^\circ$ かつ $\lambda_0 = 100$ のケースのみ掲載する。

ラチスシェルAでは、軸力 N が荷重に対して線形的に増加し、 N_{ini}^A と N_d^A が一致する。一方、ラチスシェルBでは、荷重 P に対して軸力 N が非線形的に増加する。この現象により、FEM線形弾性解析に基づき得られた断面算定用部材力 $N_{d(\text{ini})}^B$ は N_{ini}^B より小さくなる。

ところで、文献4.5)を参照すれば、 θ_0 が小さいほど、座屈時の半波長は長くなると思われる。加えて、座屈時の半波長と同じ長さの半波長を有する形状初期不整が円筒ラチスシェルに強く影響する²⁾と考えれば、本報で仮定した母線方向1半波かつ円弧方向2半波の形状初期不整は θ_0 が 4.0° 以上のラチスシェルに強く影響するので、 θ_0 が 2.0° 以下のラチスシェルには、円弧方向半波数が2より小さな形状初期不整が強く影響すると考えられる。

以上の議論をまとめれば、 θ_0 が 2.0° 以下であるような比較的扁平なラチスシェルに円弧方向半波数が2より小さな形状初期不整が与えられた場合、断面算定用部材力 N_d の精度が相当悪くなるおそれがあり、注意が必要である。

5.5 FEM解析結果のまとめ

本算定法により部材断面を算定された円筒ラチスシェルの最大耐力 P_σ は、形状初期不整(ただし、 $L/500$)の有無に関係なく、設定した P_{target} よ

りも大きく、ほぼ満足した値となっている。

さらに、初降伏部材が母線方向材であり、かつ、多くは座屈の照査により断面を定められたこと、初降伏荷重 P_y が P_{target} よりも大きめであったことを併せて考えると、母線方向に軸圧縮される円筒ラチスシェルの座屈性状から定義された母線方向材の断面算定用の弾塑性座屈軸力が、母線方向材の座屈の照査において有用性を持ち、かつ、母線方向材に対して妥当な部材断面を与えたと考えられる。

一方で、形状初期不整を考慮した FEM 非線形弾性解析により、荷重 $P = P_{\text{target}}$ の時の部材軸力は断面算定用部材力 N_d よりもわずかであるが小さくなることを確認した。これは、荷重 P に対して軸力が非線形的に増加するためである。特に θ_0 が小さく 2.0° 以下であるような円筒ラチスシェルに対して、円弧方向半波数が 2 より小さいような形状初期不整が仮定される場合、式(9)と式(15)の安全率 f_s を 1.2 より大きくするなどの工夫が必要であろう。

6. まとめ

本報では円筒ラチスシェルが屋根架構として用いられる場合を対象として部材断面算定法を提示し、その有効性を検討した。

(i) 円弧長よりも母線長の長い円筒ラチスシェルが鉛直等分布荷重を受ける場合、斜め材のみならず母線方向材にも大きな軸力が発生する。よって、部材断面を算定する際に、斜め材とともに母線方向材の座屈軸力を定義する必要がある。本研究では、斜め材と母線方向材のそれぞれについて、座屈軸力を定義した。

(ii) 断面算定用の部材力の計算は FEM 線形弾性解析の値を基本とした。軸力については幾何非線形性の影響は少ないとし、解析結果をそのまま用いたが、曲げモーメントについては軸力を用いた増幅を行った。

(iii) 具体例として、円筒ラチスシェルが、1 節点当たり 54.32kN の鉛直下向き荷重を受けると想定し、部材断面算定を行った。FEM 弾塑性座屈解析を実施し、断面算定された当該構造に関して、最大耐力と初降伏荷重が、ともに 54.32[kN] をほぼ適切に満足することを確認した。これらの結果より、本算定法により妥当な部材断面が算定できると確認した。ただし、本報では分析の対象としていないが、部材半開角が 2.0° 以下のラチスシェルについて円弧方向半波数が 2 より小さい形状初期不整が与えられた場合、部材の弾塑性座屈軸力をより小さく見積もるなどの工夫が必要であると考えられる。

(iv) 上記のような問題はあつたものの、理論の容易さ、および、妥当な部材断面を算定できる点を踏まえれば、本算定法は、実設計の初期段階における部材断面算定の有力な手段になり得ると期待される。

今後、本研究で想定した以外の形状初期不整がある場合、荷重分布が均一でない場合の部材断面算定に関して分析を行い、本算定法の実用化に向けた分析を行う予定である。

<謝辞>

本報をまとめるにあたり、豊橋技術科学大学建設工学系助教授山田聖志博士に有益な御助言をいただきました。御礼申しあげます。

また、本研究の一部は平成 15 年度、日本学術振興会科学研究費補助金・基盤研究(C) 2 (課題番号 14550565、代表者：加藤史郎) の助成により行われました。

<参考文献>

- 加藤史郎, 飯田稔, 山下哲郎: 等分布鉛直荷重を受ける周辺単純支持された単層ラチス屋根の座屈荷重: 構造工学論文集, Vol.41B, pp.247-257, 1995.3
- 山田聖志, 田口孝: 単層屋根型円筒ラチス構造の積雪時の弾性座屈性状: 日本雪工学会誌, Vol.11, No.4, pp.11-22, 1991.11
- 粉川改: 任意母線縁境界を持つ円筒網目ラチス屋根の全体座屈解析 — その 1 — 一様外圧下における非線形基礎式の数値解析法: 日本建築学会論文報告集, 280 号, pp.53-65, 1979.6
- 粉川改: 任意母線縁境界を持つ円筒網目ラチス屋根の全体座屈解析 — その 2 — 一様外圧下における座屈性状: 日本建築学会論文報告集, 283 号, pp.76-86, 1979.9
- 粉川改: 任意母線縁境界を持つ円筒網目ラチス屋根の全体座屈解析 — その 3 — 不完全系の座屈性状: 日本建築学会論文報告集, 第 295 号, pp.53-65, 1980.9
- 藤本益美: 屋根型円筒ラチスシェル構造の解析・設計 (3.6 座屈性状に及ぼすメッシュパターンの影響): 日本建築学会空間骨組構造小委員会屋根型円筒ラチスシェル構造作業委員会編, 1995.12
- 陳沛山, 川口衛: スペース・フレームの最大座屈荷重形態: 日本建築学会構造系論文集, 第 489 号, pp.41-46, 1996.11
- 大森博司, 山本憲司: 応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究 — その 2 スペースフレームへの適用 —: 日本建築学会構造系論文集, 503 号, pp.77-83, 1998.1
- 小河利行, 大崎純, 立石理恵: 線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化: 日本建築学会構造系論文集, 570 号, pp.129-136, 2003.8
- 加藤史郎, 高島英幸, 松永靖二: 弾性 2 次解析を用いた単層ラチスシェルの断面算定法についての一考察: 日本建築学会構造系論文集, 511 号, pp.109-116, 1998.9
- 加藤史郎, 松永靖二, 仁保裕: 弾性 2 次解析を用いた単層ラチスドームの断面算定法についての一考察, 日本建築学会構造系論文集, No.526, pp.93-100, 1999.12
- 加藤史郎, 金鍾敏: 単層ラチスドームの座屈応力度に関する分析と断面算定への応用 — 等分布と偏載荷重を考慮して断面算定された周辺ローラー支持の場合 —, 鋼構造論文集, 第 9 巻第 33 号, pp.49-64, 2002.3
- Kato S., Kim J.M. and Cheong M.C.: A new proportioning method for member sections of single layer reticulated domes subjected to uniform and non-uniform loads: Engineering Structures, 25 (2003), pp.1265 - pp.1278, 2003, August.
- 加藤史郎, 飯田稔, 南林淳二, 武藤至: 等分布鉛直荷重を受ける周辺ピン支持された単層円筒ラチス屋根の座屈荷重: 第 12 回日本雪工学会大会梗概集, pp.147-154, 1996.1
- 加藤史郎, 仁保裕, 金鍾敏: 軸圧縮される直交異方性円筒ラチスシェルの弾塑性座屈挙動: 日本建築学会構造系論文集, 2003.11
- 植木隆司, 加藤史郎, 向山洋一, 松柴泰男: 両端に回転ばねのある部材で構成される単層ラチスドームの弾塑性座屈荷重, 日本建築学会構造系論文集, No.448, pp.47-58, 1993.6
- 柴田良一, 加藤史郎, 植木隆志: きわめて扁平な剛接合ラチスドームの弾塑性座屈荷重 等分布荷重を受ける周辺ピン支持 6 角形ドームの座屈応力度曲線について: 日本建築学会構造系論文報告集, 449 号, pp.143-153, 1993.7
- 山下哲郎, 加藤史郎: 曲げを受ける柱の終局耐力式を用いた単層 2 方向格子シェルの断面設計: 日本建築学会構造系論文集, 564 号, pp.87-194, 2003.3
- 鋼構造限界状態設計指針・同解説: 日本建築学会, 2002.9
- 加藤史郎, 仁保裕, 金鍾敏: 軸圧縮荷重を受ける部分円筒ラチスシェルの座屈軸力に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No.564, pp.79-86, 2003.2

<注釈>

- 文献 10) では設計用断面力と呼ばれる。設計という言葉を用いた場合、本章で示したような固定荷重に対する断面算定のみならず、耐震や耐風についても配慮し、かつ、接合部などのディテールまでもを含めて決定するものと捉えられる可能性がある。本報では固定荷重比例型の等分布荷重を想定した断面算定を行っているのみであり、従って、用語からなるべく設計という言葉は排除することとした。
- 文献 10) では設計用最小断面力と呼ばれる。名称を変更した理由は注釈 1) と同じである。

(2004 年 1 月 23 日原稿受理, 2004 年 10 月 20 日採用決定)