繰返し複合応力を受ける構造用鋼材の履歴挙動に関する基礎実験

EXPERIMENTAL STUDY ON THE HYSTERESIS BEHAVIOR OF STRUCTURAL STEEL UNDER MULTI-AXIAL CYCLIC LOADING

松本由香*¹, 鄭景洙*², 山田哲*³

Yuka MATSUMOTO, Kyungsoo CHUNG and Satoshi YAMADA

The aim of this study is investigating the hysteresis behavior of structural steel subjected multi-axial loading. For this purpose, the loading equipment and cylindrical specimens were manufactured. The loading equipment provided various loading paths, such as uni-axial loading, simultaneous loading of axial force and torsion, and alternating axial force and torsion. Uniform multi-axial stresses were generated in the cross-section of cylindrical specimens. The stress-strain relations were measured and the hysteresis behavior was examined in term of effective stress-effective strain.

Keywords : *stress-strain relation, hysteresis behavior, multi-axial stress, hysteresis model*

応力-歪関係、履歴挙動、多軸応力、履歴モデル

1. 序

鋼材の応力歪関係は、鋼構造物の挙動を予測する上で最も基本的な情報である。建築構造物においては、部材の塑性変形能力に期待した終局耐震設計が行われること、接合部などで多軸応力状態が生じること、地震時に三次元的且つランダムな繰返し力が作用することなどを考慮すると、繰返し複合応力に対して適用可能な鋼材の構成則を構築することが求められる。

複合応力下の構成則は、等方硬化則¹⁾、移動硬化則^{2,3)}、又はこれらを組み合わせたモデル⁴⁾が一般的である。更に、これらのモデルの予測精度を改善させるため、複数の降伏曲面によるモデルも提案されている^{5,6,7)}。

建築分野においては、大きな塑性歪に対してランダムな繰返し力が加わることから、多様な載荷経路を想定する必要がある。単軸応力状態での履歴挙動については実験データが豊富であり、既往の履歴モデル^{8,9,10)}などによって良好な予測値が得られるようになっている。多軸応力状態については、実験の実施が困難であることから実験データは少なくなるが、既に履歴モデルを構築するための研究が行われている^{11,12,13)}など。

一方、鋼部材の履歴曲線を骨格曲線、バウシंगा一部、弾性除荷部に分解して扱う手法が提案されている¹⁴⁾。これには、骨格曲線とバ

ウシंगा一部では損傷に対する寄与が異なる、という着想が背景にある。この概念を鋼材の履歴モデルに適用し、骨格曲線とバウシंगा一部に対して各々の形状を定義するモデルが提案されている^{8,10,15)}など。これらは実験式として構築されたものであるが、損傷に寄与する度合いによって履歴曲線を分割することを試みている点で注目し値する。分割方法の妥当性については議論の余地があるが、損傷の度合いに注目して現象を捉えることは鋼材の終局挙動を理解する上で有意義であり、破壊メカニズムを解明するためにも示唆するものがあると思われる。

上記の方針に基く履歴モデルのうち、文献 15 ではバウシंगा一部をバイリニアで近似したモデルを提案している。このモデルは、軸方向繰返し試験の結果に基いて導かれたものであり、簡潔ながらも、部材解析において荷重変形関係やエネルギー吸収量などを良好に予測できたことが報告されている。更に、文献 16 ではせん断応力に対しても同様のモデルが適用可能であることが確認されている。

本研究では、鋼材の複合応力下の履歴挙動について検討する。先ず、載荷経路をパラメータとして円筒形試験片の軸方向載荷、ねじり載荷試験を行い、その結果を報告する。更に、実験データに基いて降伏曲面を設定し、文献 15 のモデルを複合応力状態に適用できるよう拡張したモデルを提案する。

*¹ 横浜国立大学大学院工学研究院 助手・博士(工学)

*² 東京工業大学大学院 大学院生・修士(工学)

*³ 東京工業大学建築物理研究センター 助教授・博士(工学)

Research Assoc., Faculty of Eng., Yokohama National Univ., Dr. Eng.
Graduate Student, Tokyo Institute of Technology, M. Eng.

Assoc. Prof., Structural Engineering Research Center, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

2. 複合応力載荷試験

2.1 試験片

使用鋼材は SS400 材、SM490A 材として入手した市場品であり、それぞれ 1 ロットずつの材料を用いている。各鋼材の JIS4 号金属材料試験片による引張試験結果を表 1 に示す。表 1 によると、SM490A 材として入手した鋼材は、実際には降伏強さの規格を満足していないが、ここでは便宜上 SM490A と表記する。

複合応力下の履歴則について調査するためには、一様な多軸応力状態を実験的に再現する必要がある。そこで、試験片は図 1 に示すような中空円筒状とし、これに軸力とねじりモーメントをかけることによって、試験片断面に一様な軸方向応力とせん断応力が作用するように計画している。図中、材軸方向長さ 25mm の平行部が試験部である。

2.2 セットアップ

図 2 に試験片のセットアップを示す。試験片の一端は二分力荷重計を介して反力フレームに固定され、他端は載荷用円盤に接続されている。載荷用円盤は試験片に軸力及びねじりモーメントを伝達するためのものであり、材軸方向の並進及び材軸回りの回転が可能である。載荷用円盤の他端はユニバーサルジョイントを介して油圧ジャッキに接続されており、この油圧ジャッキによって軸方向載荷を行う。ねじりモーメントを加える場合は、図 2 中 A-A' 矢視に示すように、載荷用円盤に固定した鋼棒の先端に鉛直方向の強制変位を与える。

測定項目は軸力 P 、ねじりモーメント M_t 、軸方向公称歪 ϵ 及びせん断歪 γ である。 P 及び M_t は図 2 中の二分力荷重計により計測する。 ϵ 及び γ は、試験部に貼付した 3 軸歪ゲージ 2 点、せん断歪ゲージ 1 点から求める。

2.3 載荷経路

載荷経路は単軸応力シリーズ、多軸応力シリーズ、複合交番載荷シリーズの 3 シリーズに大別できる。

① 単軸応力シリーズ

軸方向応力のみ若しくはせん断応力のみを、異なる載荷パターンで作用させる。表 2 に試験片一覧を示す。

載荷パターンは、単調載荷、両側漸増歪振幅載荷、両側二段歪振幅載荷、片側漸増歪振幅載荷、片側骨格曲線載荷の 5 つである。載荷パターンの模式図を図 3 に示す。片側骨格曲線載荷では、先ず正負両側に 0.5%~1% 程度の歪振幅を与える。この後、更に大きな塑性歪を一方に与え、載荷方向を反転させる。他方には過去の最大応力を上回らないレベルまで載荷し、再び載荷方向を反転させる。この過程を繰り返すと、一方の骨格曲線が他方に対して卓越する。

② 多軸応力シリーズ

本シリーズでは、先ず引張、せん断いずれかに載荷した後、このときの応力または歪（初期応力又は初期歪と表記）を保持した状態で他方（軸方向、せん断方向のうち初期応力として導入しなかった方）の応力を変動させる。変動応力は、単軸応力シリーズと同様に載荷パターンを変化させている。表 3 に試験片一覧を示す。

③ 複合交番載荷シリーズ

引張、せん断のいずれか一方に塑性履歴を与えて除荷した後、他方に載荷を行う。試験片一覧を表 4 に示す。表中には載荷手順及び

各々の段階で与える目標歪の値を示している。表中、加力後に残留歪を残した状態で他方向に載荷するもの（図 4(a)）を「除荷」、目標歪を与えた後に反対方向に載荷し、残留歪を除去してから他方向に載荷するもの（図 4(b)）を「原点復帰」と表記している。

表 1 使用鋼材の機械的性質

	降伏強さ	引張強さ	降伏比	一様伸び
	[MPa]	[MPa]		[%]
SS400	301	462	0.65	22.8
SM490A	317	519	0.61	20.7

図 1 試験片形状

図 2 セットアップ

図 3 載荷パターン

図 4 残留歪の有無

試験片名称は以下の規則に従う。

単軸応力シリーズおよび多軸応力シリーズ

鋼材 — **載荷順序** — 初期応力（又は歪）— 載荷パターン

SS: SS400 A: 軸方向応力

SM: SM490A S: せん断応力

複合交番載荷シリーズ

鋼材 — **載荷順序** — 通し番号

SS: SS400 A: 軸方向応力

SM: SM490A S: せん断応力

2.4 応力及び歪の換算

軸方向公称応力 σ_n は次式によって得られる。

$$\sigma_n = P/A \quad (1)$$

P : 軸力(引張を正)

A : 試験部原断面積

公称歪 ϵ_n は歪ゲージによる計測値を用いる。ここで、体積一定を仮定することにより、 σ_n 及び ϵ_n を下式によって真応力 σ_r 、真歪 ϵ_r に換算する。

$$\sigma_r = (1 + \epsilon_n) \sigma_n \quad (2)$$

$$\epsilon_r = \ln(1 + \epsilon_n) \quad (3)$$

せん断応力 τ は次式によって得られる。

$$\tau = M_t / (2 \cdot t \cdot A') \quad (4)$$

M_t : ねじりモーメント(初期載荷側を正)

t : 試験部板厚

A' : 試験部板厚中心線で囲まれる円の面積

せん断歪 γ は歪ゲージ計測値による。

全試験片の履歴ループを同一変数で評価するため、得られたデータを相当応力 σ_{eq} 及び相当歪 ϵ_{eq} に換算する。 σ_{eq} は下式で表される。

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_r^2 + 3\tau^2} \quad (5)$$

ϵ_{eq} のうち、弾性成分は現在の応力とヤング係数 $E=205000\text{N/mm}^2$ 及びせん断弾性係数 $G=79000\text{N/mm}^2$ から求められる。塑性成分は下式によって求められる。

$$\epsilon_{eqP} = \sum_i \sqrt{\frac{t \epsilon_{p,i}^2 + \frac{\gamma_{p,i}^2}{3}}{3}} \quad (6)$$

$t \epsilon_{p,i}$, $t \gamma_{p,i}$: 第 i サイクル降伏点から除荷点又は現在の歪点までの

軸方向塑性歪増分及びせん断塑性歪増分

本論文では、第 i サイクル載荷開始点からの歪増分のうち、弾性歪成分を除去して残留歪を求め、これらの値を $t \epsilon_{p,i}$, $t \gamma_{p,i}$ として(6)式に代入している。

3. 履歴挙動の評価

3.1 材料の等方性

単調載荷した試験片および表1中に示した素材引張試験について、図5に σ_{eq} — ϵ_{eq} 関係を示す。SS400材では、せん断載荷時の降伏棚

付近における応力が引張載荷時の値をやや下回っている。しかし、 σ_{eq} — ϵ_{eq} 関係の全体的な傾向は、いずれの鋼材においても引張載荷時の曲線とせん断載荷時の曲線が一致しており、使用鋼材は等方性材料と見なすことができよう。

表2 単軸応力シリーズの試験片一覧

試験片	材料	応力	載荷パターン
SS-A-0-0	SS400	軸方向	単調
SS-A-0-1	SS400	軸方向	両側漸増歪振幅
SS-A-0-3	SS400	軸方向	片側漸増歪振幅
SS-S-0-0	SS400	せん断	単調
SS-S-0-1	SS400	せん断	両側漸増歪振幅
SS-S-0-2	SS400	せん断	両側二段歪振幅
SS-S-0-3	SS400	せん断	片側漸増歪振幅
SS-S-0-4	SS400	せん断	片側骨格曲線
SM-A-0-0	SM490A	軸方向	単調
SM-A-0-1	SM490A	軸方向	両側漸増歪振幅
SM-A-0-3	SM490A	軸方向	片側漸増歪振幅
SM-A-0-4	SM490A	軸方向	片側骨格曲線
SM-S-0-0	SM490A	せん断	単調
SM-S-0-1	SM490A	せん断	両側漸増歪振幅
SM-S-0-2	SM490A	せん断	両側二段歪振幅
SM-S-0-3	SM490A	せん断	片側漸増歪振幅
SM-S-0-4	SM490A	せん断	片側骨格曲線

表3 多軸応力シリーズの試験片一覧

試験片	材料	初期応力/歪	変動応力	載荷パターン
SS-SA-50-0	SS400	$\tau=50\text{MPa}$	軸方向	単調
SS-SA-50-3	SS400	$\tau=50\text{MPa}$	軸方向	片側漸増歪振幅
SS-SA-100-0	SS400	$\tau=100\text{MPa}$	軸方向	単調
SS-SA-100-1	SS400	$\tau=100\text{MPa}$	軸方向	両側漸増歪振幅
SS-SA-1-0	SS400	$\gamma=1\%$	軸方向	単調
SS-SA-3-0	SS400	$\gamma=3\%$	軸方向	単調
SS-AS-150-0	SS400	$\sigma=150\text{MPa}$	せん断	単調
SS-AS-150-1	SS400	$\sigma=150\text{MPa}$	せん断	両側漸増歪振幅
SS-AS-100-1	SS400	$\sigma=100\text{MPa}$	せん断	両側漸増歪振幅
SS-AS-200-1	SS400	$\sigma=200\text{MPa}$	せん断	両側漸増歪振幅
SM-SA-50-0	SM490A	$\tau=50\text{MPa}$	軸方向	単調
SM-SA-50-3	SM490A	$\tau=50\text{MPa}$	軸方向	片側漸増歪振幅
SM-SA-100-0	SM490A	$\tau=100\text{MPa}$	軸方向	単調
SM-SA-100-1	SM490A	$\tau=100\text{MPa}$	軸方向	両側漸増歪振幅
SM-SA-1-0	SM490A	$\gamma=1\%$	軸方向	単調
SM-SA-3-0	SM490A	$\gamma=3\%$	軸方向	単調
SM-AS-150-0	SM490A	$\sigma=150\text{MPa}$	せん断	単調
SM-AS-150-1	SM490A	$\sigma=150\text{MPa}$	せん断	両側漸増歪振幅
SM-AS-100-1	SM490A	$\sigma=100\text{MPa}$	せん断	両側漸増歪振幅
SM-AS-200-1	SM490A	$\sigma=200\text{MPa}$	せん断	両側漸増歪振幅

表4 複合交番載荷シリーズの試験片一覧

試験片	材料	①	②	③
SS-SA-1	SS400	せん断 $\gamma=1\%$ 除荷	引張	破断まで
SS-SA-2	SS400	せん断 $\gamma=3\%$ 除荷	引張	破断まで
SS-SA-3	SS400	せん断 $\gamma=1\%$ 原点復帰	引張	破断まで
SS-SA-4	SS400	せん断 $\gamma=3\%$ 原点復帰	引張	破断まで
SS-ASA-1	SS400	引張 $\epsilon=2\%$ 除荷	せん断 $\gamma=6\%$ 除荷	引張 破断
SS-ASA-2	SS400	引張 $\epsilon=4\%$ 除荷	せん断 $\gamma=6\%$ 除荷	
SS-ASA-3	SS400	引張 $\epsilon=4\%$ 原点復帰	せん断 $\gamma=6\%$ 除荷	
SM-SA-1	SM490A	せん断 $\gamma=3\%$ 除荷	引張	破断まで
SM-SA-2	SM490A	せん断 $\gamma=1\%$ 原点復帰	引張	破断まで
SM-SA-3	SM490A	せん断 $\gamma=3\%$ 原点復帰	引張	破断まで
SM-ASA-1	SM490A	引張 $\epsilon=2\%$ 原点復帰	せん断 $\gamma=6\%$ 除荷	引張 破断

3.2 相当応力-相当歪による履歴曲線

3.2.1 履歴曲線の分解

図6に、SS-AS-150-1の実験結果を例示する。図中(a)には、軸方向及びせん断方向について、各々の応力歪曲線を示す。図中(b)には、試験終了までの全履歴データを相当応力-相当歪に換算して得られる履歴曲線を実線で示している。この履歴曲線から、過去の最大応力を上回る毎に線分を抽出して繋いでいくことによって得られた曲線を骨格曲線と定義する。その他の部分はバウシंगाー部及び弾性除荷部に分解される。図7に履歴曲線の分解方法を示す。図中の記号のうち、 $\Delta \epsilon_s$ は骨格曲線開始点から除荷点までの区間における相当塑性歪増分、 $\Sigma \Delta \epsilon_s$ は骨格曲線における累積歪、 $\Delta \epsilon_B$ は各サイクルのバウシंगाー部開始点から骨格曲線に復帰するまでの相当塑性歪増分である。

図6(b)に、得られた骨格曲線を太実線で示す。図中には、引張試験結果を破線で示しているが、両者は概ね一致している。

3.2.2 骨格曲線の形状

3.2.1の方法で抽出した骨格曲線と引張試験結果を図8に比較して示す。骨格曲線は引張試験結果と良い対応を示しており、载荷シリーズや鋼種による傾向の違いは認められなかった。

3.2.3 バウシंगाー部の形状

骨格曲線における歪履歴が累積するに従って、バウシंगाー部は軟化し、次の骨格曲線に復帰するまでに要する塑性歪増分が増加する傾向がある^{8,10)}。これを定量的に評価するために、文献15ではバウシंगाー部をエネルギー吸収に関して等価なバイリニア型でモデル化し、剛性変化点の応力とバウシंगाー部における塑性歪増分を調査している。図9にモデル化の方法を示す。モデルの第一折線の剛性は、弾性剛性と等しい。図中、 σ_B はバウシंगाー部終点の応力（次の骨格曲線に復帰するときの応力）、 α_B は σ_B に対する剛性変化点の応力の比を表す係数、 $\Delta \epsilon_B$ は次の骨格曲線に復帰するまでに要する塑性歪増分である。ここで、本実験について $\Delta \epsilon_B$ 及び α_B を求め、バウシंगाー部の形状について検討する。

バウシंगाーが現れる毎に、その時点までに累積した $\Sigma \Delta \epsilon_s$ と当該バウシंगाー部の $\Delta \epsilon_B$ を求め、両者の関係を調査した結果を図10に示す。図中、単軸応力シリーズを白抜き記号、多軸応力シリーズを塗りつぶし記号及び編掛け記号で表す。同一試験片のデータに着目すると、両者は概ね線形となっており、これは文献15の結果と符合する。単軸応力シリーズのデータは、傾き2/3の直線の近傍に分布している。文献15では両者の傾きは1/3であり、本論文の1/2になっているが、これは骨格曲線の定義の相違に起因するもので、実験データの本質的な相違によるものではない。つまり、文献15では引張側と圧縮側において各々骨格曲線が定義されるため、骨格曲線での累積相当塑性歪が本論文の定義による値に対して約2倍になるためである。多軸応力シリーズのデータでは、初期応力の増加に伴って $\Delta \epsilon_B - \Sigma \Delta \epsilon_s$ 関係の傾きが低下する傾向が見られる。

図11に α_B と $\Delta \epsilon_B$ の関係を示す。凡例は図10と同様である。文献15では $\Delta \epsilon_B$ に関わらず $\alpha_B = 2/3$ としており、本論文の単軸応力シリーズの α_B も概ね2/3となっている。多軸応力シリーズでは、 α_B は初期応力の増加に伴って高くなる傾向が見られる。

複合交番载荷シリーズについて、得られた履歴曲線を図12に例

(a) SS400

(b) SM490A

図5 単軸荷重時の応力歪曲線

(a) 軸方向成分とせん断方向成分

(b) 相当応力-相当歪

図6 多軸応力状態における履歴曲線(SS-AS-150-1)

図7 履歴曲線の分解

(a) SS400

(b) SM490A

図8 骨格曲線と引張試験との比較

図9 バウシंगाー部のモデル化

示する。全履歴曲線の形状を見ると、せん断塑性履歴を受けた直後の引張荷重時と、軸方向塑性履歴を受けた直後のせん断荷重時には、直前の除荷点近傍まで高い剛性を保持しており、バウシंगाー部における軟化部がほとんど見られない。

図10 バウシガー部塑性歪増分と骨格曲線累積塑性歪の関係

図11 バウシガー部における剛性変化点応力と塑性歪増分の関係

(a) SS-SA-2

(b) SS-ASA-3

図12 複合交番荷重シリーズの履歴曲線

4. 複合応力下における履歴モデル

4.1 基本方針

文献15の履歴モデルでは、履歴曲線を骨格曲線、バウシガー部、弾性除荷部に分解し、骨格曲線開始点やバウシガー部剛性変化点の決定方法を提示している。ここでは、これらの状態変化が生じる条件を降伏曲面の形で定義することにより、既往のモデルを複合応力状態に拡張する。

モデルの設定に際して、先ず単軸応力下において実験データと整合するように降伏曲面を定義し、得られた降伏曲面がこれ以外の載

荷経路に対しても矛盾しないことを確認する、という方針を採った。

履歴モデル全般に適用する仮定及び設定する降伏曲面は以下の通りである。

- ① 初期降伏条件はVon Misesの条件に従う。
- ② 骨格曲線又はバウシガー部で降伏曲面が拡大する際、応力増分のうちの軸方向成分及びせん断方向成分はRadial Return法¹⁷⁾を使って求める。図13に手順を示す。
- ③ 塑性ひずみ増分の方法は降伏曲面の法線方向に一致する。
- ④ 応力空間において、骨格曲線降伏曲面、バウシガー部降伏曲面を設定する。更に、バウシガー部降伏曲面の位置および大きさを決定するための補助的な曲面として、内接曲面を設定する。
- ⑤ 次のサイクルで骨格曲線に復帰する塑性ひずみ位置を表すため、塑性歪空間において骨格曲線復帰曲面を設定する。

4.2 骨格曲線のモデル化

骨格曲線降伏曲面は等方硬化則に従って拡大だけを考慮する。相当応力-相当歪による骨格曲線の形状は、単調引張試験による応力ひずみ曲線に一致すると仮定する。このとき、塑性ポテンシャル F は下式によって表される。

$$F = \frac{3}{2} \sigma_{ij}' \sigma_{ij}' = \bar{\sigma}^2 \quad (7)$$

σ_{ij}' : 偏差応力

$\bar{\sigma}$: 当該応力点における相当応力

また、骨格曲線における降伏曲面の拡大に伴い、塑性歪空間上の骨格曲線復帰曲面が移動、拡大する。これは、弾性除荷が生じた後に、次の骨格曲線に復帰するときの相当塑性ひずみ位置を表すものである。現在の歪点における復帰曲線の法線方向は歪増分ベクトルの方向と一致する。この曲面の半径は $\sum \Delta \epsilon_p / 3$ である。この値は3.2.3で述べた実験結果に基づいて決定したものである。

図14(a)に、応力が骨格曲線上にあるときの降伏曲面を図示する。

4.3 バウシガー部のモデル化

バウシガー部の降伏曲面の位置と大きさを決定するため、先ずバウシガー部の内接曲面を設定する。内接曲面は骨格曲線降伏曲面と同様に等方硬化則に従う。その半径は、3.2.3の実験結果に従って骨格曲線降伏曲面の2/3とし、塑性ポテンシャルは下式によって表される。

$$F = \frac{3}{2} \sigma_{ij}' \sigma_{ij}' = \left(\frac{2}{3} \bar{\sigma} \right)^2 \quad (8)$$

バウシガー部降伏曲面は、現在の応力点を通り、且つ現在の応力点と応力空間の原点を通る直線上で内接曲面に接する曲面として定義される。バウシガー部降伏曲面は、塑性域（骨格曲線、バウシガー部塑性域の両者）で相当応力が上昇するときに変化し、弾性除荷部にあるときは変化しないものとする。これらの条件から、バウシガー部降伏曲面では、移動・拡大・縮小が考慮される。塑性ポテンシャルは下式によって表される。

$$F = \frac{3}{2} (\sigma_{ij}' - \alpha_{ij}') \cdot (\sigma_{ij}' - \alpha_{ij}') \quad (9)$$

α_{ij}' : 降伏曲面中心の偏差応力

バウシंगाー部で降伏曲面が拡大する際の剛性は、相当応力増分と相当塑性歪増分の比として求められる。このときの相当応力増分は、現在の応力点での相当応力と骨格曲線降伏曲面の半径との差分に相当する。また、塑性歪増分は、現在の歪点と骨格曲線復帰曲面との位置関係から求められる。即ち、現在の歪点を通り、歪増分ベクトルと平行な直線が骨格曲線復帰曲面と交差する点を求め、この点と現在のひずみ点の距離として塑性ひずみ増分を求める。

図14(b)に、応力点がバウシंगाー部にあるときの降伏曲面を図示する。

4.4 載荷経路の影響

本モデルの降伏曲面は、単軸応力下での履歴曲線と整合するよう定めたものである。一方、3.2.3で述べたように、多軸応力シリーズ、及び複合交番載荷シリーズでは、単軸応力シリーズに対してバウシंगाー部における α_B が高くなり、 $\Delta \epsilon_{eq} \epsilon_B$ が低くなる傾向が確認された。この傾向は、前述のように設定された降伏曲面、歪曲面によって、以下のように再現される。

載荷方向の変化によって弾性除荷部に入った後、応力点が応力空間の原点を通る直線上を移動すると、相当応力が $\sigma_0 \cdot 2/3$ の位置でバウシंगाー部降伏曲面に到達する。この他の経路を辿る場合、例えば本実験の多軸応力シリーズや複合交番載荷シリーズのような載荷経路を辿る場合には、相当応力が $\sigma_0 \cdot 2/3$ を上回る位置でバウシंगाー部降伏曲面に到達する。これは、複合応力下の α_B が単軸応力シリーズに比べて高くなったことと符合する。

また、弾性除荷部からバウシंगाー部にかけて、応力点が応力空間の原点を通る同一直線上を移動すると、塑性歪点は骨格曲線復帰曲面の原点を通る直線上を移動する。この場合、次の骨格曲線に到達するまでに要する塑性歪増分は、他の経路を辿る場合を上回る。これは、複合応力下の $\Delta \epsilon_{eq} \epsilon_B$ が単軸応力シリーズに比べて低くなったことと符合する。

以上、定性的な傾向について、本モデルが多軸応力シリーズ及び複合交番載荷シリーズの実験結果と矛盾しないことを確認した。

4.5 実験結果との対応

4.5.1 履歴曲線の比較

単軸応力シリーズについて、前述の履歴モデルによる履歴曲線予測値と実験値を図15(a)~(d)に示す。図中、実験値を○で示し、予測値を実線で示す。実験時には歪制御で載荷したため、予測値を求める際には実験値と等しい歪増分を与え、これに対応する応力予測値を計算している。更に、文献16の履歴モデルによる予測値を破線で示す。本論文のモデルでは文献16のモデルに比べて応力を若干高く評価しているが、実験値との対応は概ね良好である。

多軸応力シリーズについて、履歴モデルによる履歴曲線予測値と実験値を比較する。予測値を求める際には、軸方向及びせん断方向の応力・歪のうち、実験での制御パラメータの値を履歴モデルに代入している。得られた結果を図16(a)~(e)に示す。図中には、軸方向及びせん断方向について各々の応力歪曲線を求めたものと、応力空間又は歪空間における軌跡を示している。応力歪曲線によると、本論文のモデルは履歴曲線の形状を良好に近似している。しかし、歪空間における軌跡を見ると、制御パラメータとしなかった方の歪に

図13 Radial Return法¹⁷⁾

(b) 応力がバウシंगाー部塑性域にある場合

図14 降伏曲面の設定

図15 単軸方向応力下における履歴曲線と履歴モデルとの比較

図 16 多軸応力シリーズにおける履歴曲線と履歴モデルの比較

については、予測値が実験値を上回っている。特に、図16(a)(b)に示されるように、初期応力として軸方向応力を導入した場合の ϵ_n について、誤差が大きくなる傾向がある。図16(e)は、制御パラメータを軸方向歪およびせん断歪とした試験片のものであり、図中には応力空間における軌跡を示している。履歴モデルによる予測値は実験における軌跡を再現できている。

図17 複合交番载荷シリーズの履歴曲線と履歴モデルの比較

図18 骨格曲線の累積相当歪

図19 履歴吸収エネルギー

図17(a)~(d)に、複合交番载荷シリーズの履歴曲線を示す。実験値と予測値の対応は良好である。

4.5.2 累積歪及び履歴吸収エネルギーの比較

骨格曲線における累積歪や履歴吸収エネルギーは、鋼材の損傷を表す指標として用いられる。ここで、試験終了時における骨格曲線上の累積相当歪について、履歴モデルによる予測値と実験値の比較

を行う。図18(a)(b)に結果を示す。図中単軸応力シリーズには、文献16による予測値も併せて示している。いずれのシリーズにおいても、実験値と予測値はほぼ一致していることが分かる。また、試験終了時までの全履歴において吸収された歪エネルギーについて、履歴モデルによる予測値と実験値の比較を行う。ここでのエネルギーは応力を歪について積分して求めたため、単位体積当りのエネルギーの次元になっている。図19(a)(b)に結果を示す。予測値と実験値の対応は良好である。

5. 結論

複合応力下における応力歪関係の基本的な特性について検討するため、SS400 材及び SM490A 材の中空円筒状試験片を製作し、軸方向載荷及びねじり載荷試験を実施した。載荷経路は、①軸方向応力若しくはせん断応力の一方を作用させる単軸応力シリーズ、②軸方向又はせん断方向のうち一方に初期応力を導入し、他方の応力を変動させる多軸応力シリーズ、③軸方向応力とせん断応力を交互に作用させる複合交番載荷シリーズの3グループとした。得られた知見は以下のとおりである。

- 1) 計測データを相当応力・相当歪に換算し、複合応力下の履歴曲線を求め、これを骨格曲線、バウシinger部、弾性除荷部に分割した。抽出した骨格曲線は、引張試験による応力歪関係によって近似できた。また、バウシinger部には載荷経路による影響が認められ、多軸応力シリーズ及び複合交番載荷シリーズでは、単軸応力シリーズほどバウシinger部が軟化しない傾向が確認された。
- 2) 文献15で提案された履歴モデルを複合応力に適用できるように拡張した。提案した履歴モデルでは、骨格曲線は等方硬化則に従い、バウシinger部の降伏曲面は拡大・移動・縮小が考慮されている。
- 3) 提案した履歴モデルにより、実験における履歴曲線の形状を良好に近似できた。しかし、歪の軌跡を予測する上で大きな誤差が生じるケースも見られた。履歴モデルに基いて骨格曲線における累積歪及び履歴吸収エネルギーを予測したところ、実験値と予測値は概ね一致した。

本研究では、基礎的な実験データを得ることに力点を置いている。実験で採用された載荷経路は限定的なものであり、本履歴モデルの適用範囲については検討の余地がある。また、既往の履歴モデルとの対応についても今後の課題である。

謝辞

加力装置及び試験片製作に際し、横浜国立大学青木博文教授に御助言頂きました。ここに記して篤く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) Hill, R.: Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press, Oxford University, 1950
- 2) Prager, W.: A New Method of Analyzing Stresses and Strains in Work -Hardening Plastic Solids, Journal of Appl. Mech. pp.493-496, 1956.12
- 3) Ziegler, H.: A modification of Prager's Hardening Rule, Quarterly of Applied Mathematics, Vol.17, pp.55-65, 1959
- 4) Morz, Z.: On Description of Anisotropic Work-hardening, Jour. Mech. Phys. Solids, Vol.15, pp.163-175, 1967

- 5) Iwan, W. D.: On a Class of Models for the Yielding Behavior of Continuous and Composite Systems, ASME, Journal of Applied Mechanics, pp.612-617, 1967.9
- 6) Petersson, H. and Popov, E. P.: Constitutive Relation for Generalized Loadings, Proc. of ASCE, Vol.103, No.EM4, pp.611-627, 1977
- 7) Popov, E. P. and Petersson, H.: Cyclic Metal Plasticity: Experiments and Theory, Proc. of ASCE, Vol.104, No.EM6, pp.1371-1388, 1978
- 8) 加藤勉、秋山宏、山内泰之：鋼材の応力-ひずみ履歴曲線に関する実験則、日本建築学会大会学術講演梗概集、構造系、pp.937-938, 1973.10
- 9) Yoshitura Yokoo, Tsuneyosi Nakamura, Toshiro Komiyama and Yasuo Kawada: Non-Stationary Hysteretic Uniaxial Stress-Strain Relations of a Wide-Flange Stress, 日本建築学会論文報告集, No.259, pp.53-63, 1977.9
- 10) 原伸次、青木博文：鋼素材の繰返し応力度-歪度関係の数式表示に関する研究、日本建築学会大会学術講演梗概集、c-1, pp. 495-496, 1997.9
- 11) 藤本盛久、青木博文、米沢房雄、新倉茂男：構造用金属材料の力学的挙動に及ぼすひずみ履歴の影響(その2、圧縮ひずみ履歴およびせん断ひずみ履歴の影響)、日本建築学会論文報告集、No.254, pp.51-60, 1977.4
- 12) 山田稔、辻文三：鋼材の応力-歪関係に関する研究 (I : 等方+移動硬化モデル)、日本建築学会構造系論文集、No.270, pp.17-22, 1978.8
- 13) 藤本盛久、橋本秀、中込忠男、山田丈富：構造用鋼材の多軸方向応力状態における繰返し応力-ひずみ関係 (その1 繰返し力を受ける鋼構造溶接接合部の破壊挙動に関する研究)、日本建築学会構造系論文集、No.356, pp.93-101, 1985.10
- 14) 加藤勉、秋山宏：構造部材の耐力 (その4)、日本建築学会論文報告集、No.151, pp.15-20, 1968.9
- 15) 山田哲、今枝知子、岡田健：バウシinger効果を考慮した構造用鋼材の簡潔な履歴モデル、日本建築学会構造系論文集、No.559, pp.225-232, 2002.9
- 16) Chung, K.S., Matsumoto, Y. and Yamada, S.: Study on the Constitutive Relation of Structural Steel under Multi-axial Stress; part 1. In case of Uni-axial Loading Paths, the 2004 pacific structural steel conference, 2004.3
- 17) Krieg, R.D. and Krieg, D.B.: Accuracies of Numerical Solution Methods for the Elastic-Perfectly Plastic Model, Transactions of ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, pp.510-515, 1977.11

(2004年9月10日原稿受理、2004年11月5日採用決定)