免震構造物の最適設計解に関する不等式

INEQUALITIES ON OPTIMUM DESIGNS OF BASE-ISOLATED STRUCTURES

五十子 幸樹*¹, 上谷 宏二*²

Kohju IKAGO and Koji UETANI

In this paper, an optimum design problem of a base-isolated building as a numerical model of the design method which is commonly used in practice is formulated, and is compared with the optimum design method proposed by the authors. Inequalities between the solutions given by two different optimum design methods are shown, and illustrate the characteristics of these design methods.

Keywords: Optimum design, Base isolation, Inequalities, Practical design, Construction cost

最適設計, 免震, 不等式, 実務設計, 建設工事費

1 はじめに

実務者が免震構造物を設計する場合、先ず初めに免震周期 (免震層の降伏後剛性から算定される固有周期、以下 T_f という記号で表わす) を決定し、次に免震層降伏剪断力の最適値を求めるという手順を取る。この場合、免震層の最大応答剪断力を最小とするような免震層降伏剪断力が最適値とされている¹⁾²⁾。

免震層の最大応答剪断力を含む動的応答量は、免震システムの性能を測る重要な性能量である。免震構造の最適設計に関する既往の研究において、動的応答量を評価関数としている研究が比較的多い (例えば^{3)~6)}) のもこの理由によるものと考えられる。また、免震層の最大応答剪断力を最小化することで、上・下部構造に作用する水平力を最小化することは、免震建物全体コストの大部分を占める上・下部構造のコストを間接的に低減することを意味する。このため、免震層の最大応答剪断力はコストを測る上でも重要な性能量となっていると言える。以上のことから、実務において構造設計者が免震性能とコストの両方に目を配って設計を行っていることが良く理解され、この設計手法には一定の合理性があることが指摘できる。

しかしながら、この方法では、設計変数の一つである免震周期 T_f を直接的に定める明示的な根拠が示されていない。免震周期の設定には、過去における免震建物の設計の実績や、構造設計者の経験が参照されるため、過去に経験のない領域の問題については試行錯誤が必要である。

これに対して、著者らの提案する最適設計手法⁷⁾では、免震建物の直接工事費を評価関数とすることで、最適な免震周期とダンパーの最適降伏剪断力を同時に直接的に求めることができると共

に、設計者にとって有用な情報である免震建物の総コストの下界を得ることができる。

本論文では、以下に示す2つの異なる最適設計問題を定式化し、それらの問題の関連性を調べ、それぞれの解を比較する。

1. 【問題 ODBIB】著者らの提案する最適化手法に基づく最適設計問題で、免震建物全体のコストを評価関数とし、免震層の降伏後剛性と降伏剪断力を設計変数とした最適設計問題。
2. 【問題 ODPR】実務における設計手法の数理モデルとしての最適設計問題で、一次固有周期制約条件下における、免震層の地震時最大応答剪断力最小化問題。

本論文では問題 ODBIB とその部分問題、及び、問題 ODPR の解の間に成立する不等式を誘導する。著者らは、実用的最適設計手法を構築することで設計の論理化を図ることを研究目的の一つに掲げている。ここで誘導される不等式は、この研究目的の達成に繋がる成果の一つとして位置づけられる。

2 基本仮定と基礎式

2.1 免震建物の一自由度近似と免震層の復元力特性

一般的な免震建物に対して免震層の応答を考えると、上部構造物は剛体とみなして、免震建物を一自由度系として解析しても実用上十分な精度で応答を求めることが可能である。また、免震層を構成する要素は、積層ゴム支承および滑り系支承 (転がり支承又は弾性滑り支承等を含む) と、履歴ダンパー (鋼材ダンパー、鉛ダンパー等) で構成されるものとし、免震層の復元力特性を Bi-linear 系に単純化して取り扱うものとする。本論文では、免震層の降伏後剛性を k_f 、ダンパーの降伏剪断力を sQ_y で表す。

*¹ ㈱日建設計大阪オフィス 構造設計主管・工修

*² 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 教授・工博

Senior Structural Engineer, Dept. of Structural Engineering, Nikken Sekkei Ltd., M. Eng.
Prof., Dept. of Architecture and Architectural Engineering, Kyoto University, Dr. Eng.

2.2 包絡解析法

免震建物の地震時応答解析手法としては幾つかの方法があり、設計に当たっては時刻歴応答解析などを含んだ多面的な安全性の検証を行う必要があることは言うまでも無い。しかしながら、免震建物の最適設計解の特性を論じることを目的とする場合においては、エネルギーの釣り合いに着目する方法が動的最大応答を簡便に表現できるという理由で有利である。従って、本論文では、地震時最大応答の評価に包絡解析法²⁾⁸⁾を用いる。

免震層の地震時最大応答変位を δ_{max} 、地震時入力エネルギーの速度換算値を V_E 、上部構造物の総質量を M (定数¹⁾)で表すと、地震時エネルギーの釣り合いは下式のように書ける²⁾。

$$\frac{k_f \delta_{max}^2}{2} + \kappa \cdot s Q_Y \delta_{max} = \frac{M V_E^2}{2} \quad (1)$$

ここに、 κ は、免震層の累積塑性変形量と最大変形量の比率であり、平均的には8を用いることができる⁸⁾。従って、一般に $\kappa > 1$ であるという仮定が十分に成立すると考えられ、以降の議論でもこの仮定を用いる。

また、本論文では免震建物という長周期構造物を扱うので、エネルギースペクトル V_E が建物の固有周期近くの帯域で一定であるものとして以下の議論を進める。

2.3 免震建物のコスト関数

本論文では、免震層について、集約された3個の設計変数である支承材のバネ定数(積層ゴム支承の水平バネ定数 k_f 及び、すべり系支承の仮想バネ定数 k_s)と減衰要素の降伏剪断力($s Q_Y$)の関数として直接工事費を表す方法を提案する。その式の中では、支承材についてはその部材が支持できる鉛直荷重の単位荷重当たりの価格、ダンパーについてはその降伏剪断力の単位量当たりの単価が与常数として用いられる。

2.3.1 支承材の価格

ここでは、支承材の総コストが設計変数 k_f, k_s の関数で表現できることを示し、更にその具体的な関数を提案する。

積層ゴム支承の供給メーカーから提供された価格情報を分析すると、積層ゴム支承の価格は許容支持荷重に比例すると仮定しても十分な精度でコストを予測できることがわかる。

このことは、同様にすべり系支承でも成り立つ。

積層ゴム支承の許容支持荷重を W_R 、すべり系支承の許容支持荷重を W_S と書くこととし、上記の仮定を用いると、以下の関係が成り立つ。

$$\text{積層ゴム支承の総価格 } C_{IR} = C_N W_R \quad (2)$$

$$\text{すべり系支承の総価格 } C_{IS} = C_S W_S \quad (3)$$

ここに、 C_N, C_S はそれぞれ、支承材の単位許容支持荷重あたりのコストであり、任意の通貨単位を有すると考えても良いが、本論文ではある通貨の単位を有する基準コストで除した無次元のコスト指標とする。

ある免震層を構成する積層ゴム支承のゴム総厚、単位面積当たりの許容支持面圧、ゴムの剪断弾性剛性、水平断面積の総和をそれぞれ t_R, σ_0, G, A_R で表す。この時、積層ゴム支承によって与え

¹ 本論文では簡単の為、設計変数である上部構造物の部材寸法が変化しても上部構造物の総質量は変化しないという仮定を設ける。実際、最適解の近傍では、設計変数の変化に伴う上部構造物の質量の変化は小さく、無視し得る程度である。また、構造設計の実務においても構造部材の変更が地震荷重算定用の建物重量に影響を与えないことは広く了解されている。

られる水平バネ定数の総和 k_f は次式で表せる。

$$k_f = \frac{G A_R}{t_R} \quad (4)$$

免震支承の設計においては、鉛直荷重を安全に支持しながら、目標とする免震周期を実現するための水平バネの調整が必要となる。

滑り系支承が水平剛性を有しないのに対して、積層ゴム支承の水平剛性は、使用するゴムの剪断弾性剛性、ゴム層厚、基準面圧、ゴムの水平断面積を変化させることで調整できる。しかしながら、本研究では、ゴムの剪断弾性剛性、ゴム層厚、基準面圧を定数として扱う。

免震層に配置される個々の積層ゴム支承の剪断弾性剛性、ゴム層厚、基準面圧を変化させる問題を扱うには、個々の積層ゴムについてそれぞれ設計変数を有するような問題を定式化する必要があるが、本論文では、免震層の設計において、免震層全体の水平剛性を設計変数とする単純問題を定式化して、免震建物の最適設計解の閉形表現を導き、解の性質を論じることを目的としているため、個々の支承材の設計を行うような問題は取り扱わない。

また、実務の設計においても、1つの免震建物の中で様々な剪断弾性剛性や基準面圧を有する積層ゴム支承が混在する設計は避けられるのが一般的である。

この理由として、

1. 免震層に配置されたすべての積層ゴムには、同じ水平変形が生じるが、ゴム総厚を一定とすれば、ゴムの剪断歪もすべての積層ゴムに対して同じとなり、剪断歪に依存する特性がすべての積層ゴム支承で均一となる。
2. ゴムの剪断弾性剛性、ゴム層厚がそろっていて、各支承の面圧が基準面圧近傍になるように水平断面積が調整されておれば、上部構造物の重心と、積層ゴム支承群の剛心が一致する。

などがあげられる。

このように、ここで導入した仮定は実務で行われている設計手法を説明するにあたり大きな障害とはならない。

本論文では、免震層の水平バネ定数を積層ゴム支承とすべり系支承の組み合わせ方で調整する手法を提案する。これは、上部構造物の重量を積層ゴム支承と滑り系支承に如何に振り分けるかを決定する問題と等価である。

積層ゴム支承の水平断面積の総和 A_R で支持できる鉛直荷重 W_R は次式で表せる。

$$W_R = \sigma_0 A_R \quad (5)$$

(4),(5) 式より、免震層の降伏後剛性 k_f と積層ゴム支承の許容支持鉛直荷重 W_R の間に成り立つ関係式、

$$k_f = \frac{G}{t_R \sigma_0} W_R \quad (6)$$

が導ける。

同様に、滑り系支承の許容鉛直支持荷重を W_S 、上部構造物の総重量を W とそれぞれ置き、(6) 式の W_R の項を W 及び W_S で置き換えて次の2式を得る。

$$k_0 = \frac{G}{t_R \sigma_0} W \quad (7)$$

$$k_s = \frac{G}{t_R \sigma_0} W_S \quad (8)$$

ここに、 k_0 は上部構造物の重量と積層ゴム支承の許容鉛直支持荷重が一致するときの k_f を表している。

これに対して、 k_s は実質的なばね定数ではない。重量 W_S を積層ゴム支承で支持すると k_s という水平バネ定数が与えられるところであるが、これを滑り支承としたために、重量 W_S に対応するバネ定数が 0 となっている。即ち、この k_s というバネ定数は仮想バネ定数であり、積層ゴム支承を用いる代わりに滑り支承を用いることにより減じられる免震層の降伏後剛性と解釈できる。

次に、これらバネ定数とコストの関係を導く。

(6),(8) 式より次式を得る。

$$W_R = \frac{t_R \sigma_0}{G} k_f \quad (9)$$

$$W_S = \frac{t_R \sigma_0}{G} k_s \quad (10)$$

これを、(2),(3) 式に代入して、次式を得る。

$$C_{IR} = \frac{C_N t_R \sigma_0}{G} k_f \quad (11)$$

$$C_{IS} = \frac{C_S t_R \sigma_0}{G} k_s \quad (12)$$

上式において、 k_f, k_s の係数は定数となるので、それぞれを α_1, α_2 とおくと、

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{C_N t_R \sigma_0}{G} \\ \alpha_2 = \frac{C_S t_R \sigma_0}{G} \end{cases} \quad (13)$$

となり、

(11),(12) 式は以下ようになる。

$$C_{IR} = \alpha_1 k_f \quad (14)$$

$$C_{IS} = \alpha_2 k_s \quad (15)$$

2.3.2 ダンパーの価格

鉛ダンパーや鋼材系の履歴ダンパーの降伏剪断力は、ダンパーとして用いられる材料の数量に比例する。更に、ダンパーを構成する材料の数量と、そのコストは比例関係にあるから、ダンパーのコスト C_D は、降伏剪断力に比例する。その比例係数を β とおくと、ダンパーのコスト C_D は次式で表される。

$$C_D = \beta \cdot s Q_Y \quad (16)$$

2.3.3 免震層のコスト関数

以上より、免震層全体のコスト関数は以下のように定義できる。

$$C_I(\mathbf{X}_I) = C_{IR} + C_{IS} + C_D = \alpha_1 k_f + \alpha_2 k_s + \beta \cdot s Q_Y \quad (17)$$

2.4 免震層の地震時最大応答剪断力

免震層の地震時最大応答剪断力は、免震層の支承材が負担する剪断力とダンパーが負担する剪断力の総和であるから、下式で表される。

$$Q_B = k_f \delta_{max} + s Q_Y \quad (18)$$

地震時最大応答剪断力 Q_B は、(1) 式を δ_{max} について解き、(18) 式に代入することで免震層の設計変数 $\mathbf{X}_I$ の関数として表現できる。これを、 $\hat{Q}_B(\mathbf{X}_I)$ とおくと、

$$Q_B = \hat{Q}_B(\mathbf{X}_I) = (1 - \kappa) \cdot s Q_Y + \sqrt{\kappa^2 \cdot s Q_Y^2 + k_f M V_E^2} \quad (19)$$

と書ける。

3 最適設計問題

以下に、著者らが提案する最適設計問題と実務における設計手法の数理モデルとしての最適設計問題を定式化する。

3.1 コスト最小設計問題

ここでは、既報⁷⁾で定式化した最適設計問題を再度整理して提示する。

免震建物全体のコストを評価関数とし、免震層の降伏後剛性と降伏剪断力を設計変数とした最適設計問題の原問題 (Optimum Design problem of a Base-Isolated Building) は以下のように書ける。

最適設計問題 ODBIB(原問題)

$$\begin{aligned} & \text{Find } \mathbf{X} \\ & \text{to Minimize } O_{BJ}(\mathbf{X}) \\ & \text{Subject to } \mathbf{g}(\mathbf{X}, \mathbf{R}(\mathbf{X})) \leq \mathbf{0} \end{aligned}$$

ここに、 $\mathbf{X}$ は、免震層の設計変数 $\mathbf{X}_I = \{k_f, k_s, s Q_Y\}^T$ と上・下部構造の各部材の寸法等の設計変数 $\mathbf{X}_{UL}$ からなる免震建物の設計変数ベクトルを表わす。即ち、 $\mathbf{X} = \{\mathbf{X}_{UL}, \mathbf{X}_I\}$ である。 $\mathbf{X}_{UL}$ の具体的成分は、上・下部構造部材の寸法、鉄筋径・鉄筋本数 (RC 造の場合)、鋼材の板厚 (S 又は SRC 造の場合) 等である。

また、 $O_{BJ}(\mathbf{X})$ は上・下部構造及び免震層のコストの総和を、 $\mathbf{R}(\mathbf{X})$ は免震建物の設計用外力に対する応答量を成分として有するベクトルを、 $\mathbf{g}(\mathbf{X}, \mathbf{R}(\mathbf{X})) \leq \mathbf{0}$ は、設計対象の建物が満たすべき個々の制約条件をベクトルで表現したものである。

免震建物が一自由度系で近似できるという仮定の下では、この問題は以下に示すような、免震層の最適設計問題 ODBIS と、上・下部構造物の最適設計問題 ODUL の 2 つに分割できる。これらの 2 つの問題においては、それぞれ個別に最適化が行われるが、建物全体としての最適解を求めるために免震層と上・下部構造の設計問題を接続するパラメータである免震層の地震時最大応答剪断力 Q_B^* (定数) を設計変数 X_{QB} に置き換えた問題 ODWB が定式化される。

このように、最適設計問題を部分問題に分割し、その後に各部分問題を接続するパラメータを設計変数として全体問題を再定式化する手法を著者らは二段階設計法と呼んでいる。

以下、各部分問題とその最適解を提示する。

最適設計問題 ODBIS(免震層の最適設計問題)

$$\begin{aligned} & \text{Find } \mathbf{X}_I \\ & \text{to Minimize } C_I(\mathbf{X}_I) \\ & \text{Subject to } \begin{cases} \hat{Q}_B(\mathbf{X}_I) \leq Q_B^* \\ \mathbf{g}_I(\mathbf{X}_I, \mathbf{R}_I(\mathbf{X}_I)) \leq \mathbf{0} \end{cases} \end{aligned}$$

ここに、 $\mathbf{g}_I$ はベクトル $\mathbf{g}$ の内、免震層の設計変数や応答量に関係する制約条件のみを成分として有するベクトルである。

上部構造物は、2 種類の支承材により安全に支持されなければならないから、次式が成り立つ。

$$W \leq W_R + W_S \quad (20)$$

上式の両辺に、 $\frac{G}{t_R \sigma_0}$ を乗じて変形すると、(6)~(8) 式より、次式のような制約条件式を得る。

$$k_0 - k_f - k_s \leq 0 \quad (21)$$

この式の左辺は、ベクトル $\mathbf{g}_I$ の具体的な成分の一つである。

これに、設計変数 $k_f, k_s, s Q_Y$ の非負条件を加えて $\mathbf{g}_I$ の具体的表現が次式である場合について、最適性の必要条件とそれを満

たす解の閉形表現を導出する。

$$\mathbf{g}_I = \{-k_f, -k_s, k_0 - k_f - k_s, -sQ_Y\}^T \quad (22)$$

この最適設計問題の解が満たすべき条件は Lagrangian function L を以下のように定義した時、

$$L = \alpha_1 k_f + \alpha_2 k_s + \beta \cdot sQ_Y - \lambda_1 k_f - \lambda_2 k_s - \lambda_3 \cdot sQ_Y + \lambda_4 (k_0 - k_f - k_s) + \lambda_5 (\hat{Q}_B - Q_B^*) \quad (23)$$

以下に示す KKT 条件と呼ばれる条件⁹⁾¹⁰⁾で記述することができる。

$$\frac{\partial L}{\partial k_f} = \alpha_1 - \lambda_1 - \lambda_4 + \lambda_5 \frac{MV_E^2}{2\sqrt{\kappa^2 \cdot sQ_Y^2 + MV_E^2 k_f}} = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_s} = \alpha_2 - \lambda_2 - \lambda_4 = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial sQ_Y} = \beta - \lambda_3 + \lambda_5 \left(1 - \kappa + \frac{\kappa^2 \cdot sQ_Y}{\sqrt{\kappa^2 \cdot sQ_Y^2 + MV_E^2 k_f}} \right) = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = -k_f \leq 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = -k_s \leq 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = -sQ_Y \leq 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = k_0 - k_f - k_s \leq 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_5} = \hat{Q}_B - Q_B^* \leq 0 \quad (31)$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (32)$$

$$-\lambda_1 k_f - \lambda_2 k_s - \lambda_3 \cdot sQ_Y + \lambda_4 (k_0 - k_f - k_s) + \lambda_5 (Q_B - Q_B^*) = 0 \quad (33)$$

ここに、 $\lambda_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ は、Lagrange 乗数である。

一般に次式が成立するため⁷⁾、

$$\frac{MV_E^2 \beta^2}{\alpha_3^2 k_0} < 4(\kappa - 1)^2 \quad (34)$$

Q_B^* に関して解の存在する 4 つの領域、

$$\mathbf{B}_0 = \{Q_B^*; Q_B^* > \sqrt{MV_E^2 k_0}\} \quad (35)$$

$$\mathbf{B}_I = \{Q_B^*; \frac{1}{\kappa} \sqrt{\left(\frac{MV_E^2 \beta}{2\alpha_3}\right)^2 + (2\kappa - 1)MV_E^2 k_0} \leq Q_B^* < \sqrt{MV_E^2 k_0}\} \quad (36)$$

$$\mathbf{B}_{II} = \{Q_B^*; \frac{MV_E^2 \beta}{2(\kappa - 1)\alpha_3} \leq Q_B^* < \frac{1}{\kappa} \sqrt{\left(\frac{MV_E^2 \beta}{2\alpha_3}\right)^2 + (2\kappa - 1)MV_E^2 k_0}\} \quad (37)$$

$$\mathbf{B}_{III} = \{Q_B^*; 0 < Q_B^* < \frac{MV_E^2 \beta}{2(\kappa - 1)\alpha_3}\} \quad (38)$$

ここに、 $\alpha_3 = \alpha_2 - \alpha_1$

が定義でき、それぞれの領域に対して閉形解が得られる。

既報⁷⁾で示したように実務上実質的な最適設計解として受け入れられるのは $Q_B^* \in (\mathbf{B}_I \cup \mathbf{B}_{II})$ の場合であるから、今後の議論のため次の領域を定義しておく。

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_I \cup \mathbf{B}_{II} \quad (39)$$

$\mathbf{g}_I$ の成分として (22) 式の他に制約条件がある場合は、次の 2 つ領域を定義しておく必要がある。

$$\mathbf{B}_I^C = \{Q_B^*; Q_B^* \in \mathbf{B}_I \text{ かつ } \mathbf{g}_I \leq \mathbf{0}\} \quad (40)$$

$$\mathbf{B}_{II}^C = \{Q_B^*; Q_B^* \in \mathbf{B}_{II} \text{ かつ } \mathbf{g}_I \leq \mathbf{0}\} \quad (41)$$

更に、

$$\mathbf{B}^C = \mathbf{B}_I^C \cup \mathbf{B}_{II}^C \quad (42)$$

とおく。

この問題の解は、 Q_B^* をパラメータとして得られるので、下式のような形で書くことができる。

$$k_f = \tilde{k}_f(Q_B^*) \quad (43)$$

$$sQ_Y = s\tilde{Q}_Y(Q_B^*) \quad (44)$$

$$C_I = \tilde{C}_I(Q_B^*) \quad (45)$$

これらの閉形表現については既報⁷⁾で $\kappa = 8$ の場合について示した。その一般的表現は以下ようになる。

0) $Q_B^* \in \mathbf{B}_0$ の時、

この時、免震層の最適設計解は滑り支承なしで決定され、最適設計解は、

$$\tilde{k}_f(Q_B^*) = k_0 \quad (46)$$

$$\tilde{k}_s(Q_B^*) = 0 \quad (47)$$

$$s\tilde{Q}_Y(Q_B^*) = 0 \quad (48)$$

$$\tilde{C}_I(Q_B^*) = \alpha_1 k_0 \quad (49)$$

で表される。

この場合の解は、本論文の後半の議論において一貫性を保持するために提示したものであり、数学的には最適性の条件 (KKT 条件) を満たすが、ダンパーの降伏剪断力が 0 となるため実務的には受け入れ難い解である。

1) $Q_B^* \in \mathbf{B}_I$ の時、

この時、免震層の最適設計解は滑り支承なしで決定され、最適設計解は、

$$\tilde{k}_f(Q_B^*) = k_0 \quad (50)$$

$$\tilde{k}_s(Q_B^*) = 0 \quad (51)$$

$$s\tilde{Q}_Y(Q_B^*) = \frac{(\kappa - 1)Q_B^* - \sqrt{\kappa^2 Q_B^{*2} - (2\kappa - 1)MV_E^2 k_0}}{2\kappa - 1} \quad (52)$$

$$\tilde{C}_I(Q_B^*) = \alpha_1 k_0 + \beta \frac{(\kappa - 1)Q_B^* - \sqrt{\kappa^2 Q_B^{*2} - (2\kappa - 1)MV_E^2 k_0}}{2\kappa - 1} \quad (53)$$

で表される。

2) $Q_B^* \in \mathbf{B}_{II}$ の時、

この時、免震層の最適設計解は滑り支承ありの条件で決定され、最適設計解は、

$$\tilde{k}_f(Q_B^*) = \frac{1}{(2\kappa - 1)MV_E^2} \left\{ \kappa^2 Q_B^{*2} - \left(\frac{MV_E^2 \beta}{2\alpha_3} \right)^2 \right\} \quad (54)$$

$$\tilde{k}_s(Q_B^*) = k_0 - \frac{1}{(2\kappa - 1)MV_E^2} \left\{ \kappa^2 Q_B^{*2} - \left(\frac{MV_E^2 \beta}{2\alpha_3} \right)^2 \right\} \quad (55)$$

$$s\tilde{Q}_Y(Q_B^*) = \frac{1}{2\kappa - 1} \left((\kappa - 1)Q_B^* - \frac{MV_E^2 \beta}{2\alpha_3} \right) \quad (56)$$

$$\begin{aligned}\tilde{C}_I(Q_B^*) = & -\frac{\kappa^2 \alpha_3 Q_B^{*2}}{(2\kappa-1)MV_E^2} + \alpha_2 k_0 \\ & + \frac{(\kappa-1)\beta Q_B^*}{2\kappa-1} - \frac{MV_E^2 \beta^2}{(2\kappa-1)\alpha_3}\end{aligned}\quad (57)$$

で表される。

3) $Q_B^* \in B_{III}$ の時、

この時、免震層の最適設計解は滑り支承ありの条件で決定され、最適設計解は、

$$\tilde{k}_f(Q_B^*) = \frac{Q_B^{*2}}{MV_E^2} \quad (58)$$

$$\tilde{k}_s(Q_B^*) = k_0 - \frac{Q_B^{*2}}{MV_E^2} \quad (59)$$

$$s\tilde{Q}_Y(Q_B^*) = 0 \quad (60)$$

$$\tilde{C}_I(Q_B^*) = \alpha_1 k_0 - \alpha_3 \frac{Q_B^{*2}}{MV_E^2} \quad (61)$$

で表される。

この場合の解も **0)** の場合と同様、本論文の後半の議論において一貫性を保持するために提示したものであり、数学的には最適性の条件を満たすが、ダンパーの降伏剪断力が 0 となるため実務的には受け入れ難い解である。

次に上・下部構造の最適設計問題は以下のように書ける。

最適設計問題 ODUL(上・下部構造の最適設計問題)

Find $\mathbf{X}_{UL}$
to Minimize $C_{UL}(\mathbf{X}_{UL})$
Subject to $\mathbf{g}_{UL}(\mathbf{X}_{UL}, \mathbf{R}_{UL}(\mathbf{X}_{UL}; Q_B^*)) \leq \mathbf{0}$

ここに、 $\mathbf{g}_{UL}(\mathbf{X}_{UL}, \mathbf{R}_{UL}(\mathbf{X}_{UL}; Q_B^*))$ は、免震層の地震時最大応答剪断力の上限值 Q_B^* に基づいて決定される上・下部構造物の設計用外力に対する上・下部構造の応答に関する制約条件を表わしている。 $C_{UL}(\mathbf{X}_{UL})$ は、上・下部構造物のコスト関数である。この問題の最適解は Q_B^* をパラメータとした表現となり、一般的に以下のように書ける。

$$\mathbf{X}_{UL} = \tilde{\mathbf{X}}_{UL}(Q_B^*) \quad (62)$$

$$C_{UL} = \tilde{C}_{UL}(Q_B^*) \quad (63)$$

原問題 ODBIB は、上記の 2 つの部分問題を組み合わせることと定数 Q_B^* に対応する設計変数 X_{QB} を用いた次のような問題に再定式化できる。

最適設計問題 ODWB

Find $X_{QB} \in B^C$
to Minimize $C^{OD}(X_{QB})$

ここで、 $C^{OD}(X_{QB})$ は、建物全体のコストを X_{QB} の関数として書き直したもので、下式で定義される。

$$C^{OD}(X_{QB}) = \tilde{C}_{UL}(X_{QB}) + \tilde{C}_I(X_{QB}) \quad (64)$$

この問題の最適設計解が $X_{QB} = Q_B^{opt}$ で表わされているとき、上・下部構造の設計解 $\mathbf{X}_{UL}$ 、免震層の設計解 $\mathbf{X}_I$ は以下のように書ける。

$$\mathbf{X}_{UL} = \tilde{\mathbf{X}}_{UL}(Q_B^{opt}) \quad (65)$$

$$\mathbf{X}_I = \tilde{\mathbf{X}}_I(Q_B^{opt}) \quad (66)$$

$$k_f = \tilde{k}_f(Q_B^{opt}) \quad (67)$$

$$k_s = \tilde{k}_s(Q_B^{opt}) \quad (68)$$

$$sQ_Y = s\tilde{Q}_Y(Q_B^{opt}) \quad (69)$$

3.2 一次固有周期指定条件下の免震層最大応答剪断力最小化問題

免震周期 T_f と免震層の降伏後剛性 k_f の間には下式が成立する。

$$T_f = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_f}} \quad (70)$$

下記に示す理由により、実務における設計手法の数値モデルは、後に述べる最適設計問題 ODPR のように一次固有周期が予定数として与えられている問題として定式化することが適切である。

1. 免震層の最大応答剪断力を評価関数とした設計手法においては、免震周期を設計変数としてしまうと、無限大の周期が最適であるという結果になってしまい、合理的な解が得られない。
2. 実務設計においては、構造設計者が過去の経験・実績を参照し、かつ判断のよりどころとしながら、同時に設計対象とする建物に要求される性能やコストなどの様々な制約条件を総合的に勘案して免震周期を決定しているのが実情である。

次に示す最適設計問題 ODPR(Optimum Design problem as a numerical model of the **PR**actical design method) では、免震周期 T_f が T_f^* という定数で与えられている。この時の免震層の降伏後剛性を k_f^* (定数) とおくと、これは下式のようになる。

$$k_f^* = \frac{4\pi^2 M}{T_f^{*2}} \quad (71)$$

最適設計問題 ODPR

(一次固有周期指定条件下の免震層最大応答剪断力最小化問題)

Find sQ_Y
to Minimize $\hat{Q}_B(k_f^*, sQ_Y)$

$\kappa = 8$ とした時、この問題の解 $s\tilde{Q}_Y(T_f^*)$ は以下のようになることが既に知られている¹⁾²⁾。

$$s\tilde{Q}_Y(T_f^*) = \frac{7\pi MV_E}{4\sqrt{15}T_f^*} \quad (72)$$

この解は、より一般的には、以下のように書ける。

$$s\tilde{Q}_Y(T_f^*) = \frac{2(\kappa-1)\pi MV_E}{\kappa\sqrt{2\kappa-1}T_f^*} \quad (73)$$

ここに、 T_f^* の関数 $s\tilde{Q}_Y(T_f^*)$ は、 T_f^* の与える免震ダンパーの最適降伏剪断力を表わす。

故にこの時の評価関数 $\hat{Q}_B$ の値を $Q_B^{Topt}(T_f^*)$ と書くと、

$$Q_B^{Topt}(T_f^*) = \hat{Q}_B(k_f^*, \frac{2(\kappa-1)\pi MV_E}{\kappa\sqrt{2\kappa-1}T_f^*}) = \frac{2\sqrt{2\kappa-1}\pi MV_E}{\kappa T_f^*} \quad (74)$$

となる。

問題 ODPR の最適解の与える免震層のコストを $\tilde{C}_I(T_f^*)$ で表わすこととすると、(17),(71),(73) 式より下式を得る。

$$\tilde{C}_I(T_f^*) = -\frac{4\alpha_3\pi^2 M}{T_f^{*2}} + \alpha_2 k_0 + \frac{2(\kappa-1)\beta\pi MV_E}{\kappa\sqrt{2\kappa-1}T_f^*} \quad (75)$$

また、問題 ODPR の最適解が与える上部構造物の設計解は (62),(63) 式より次のようになる。

$$\mathbf{X}_{UL} = \tilde{\mathbf{X}}_{UL}(Q_B^{Topt}(T_f^*)) \quad (76)$$

$$C^{PR}(T_f^*) = \tilde{C}_{UL}(Q_B^{Topt}(T_f^*)) + \tilde{C}_I(T_f^*) \quad (77)$$

ここに、 $C^{PR}(T_f^*)$ は問題 ODPR の最適解が与える免震建物全体のコストである。

4 最適設計解の上界

3.1 節の (50), (54) 式で示したように、著者らが提案する最適設計手法で得られる最適解のうち、免震層の降伏後剛性 k_f の存在範囲は $0 < k_f \leq k_0$ である。

実務設計においても、上部構造物の重量を安全に支持するため最低限必要な支承材の水平断面積を超えて支承材を配置することは一般的には行われなことから、最適設計問題 ODPR の設計変数 k_f について $0 < k_f \leq k_0$ なる変域を設けても広く一般に受け入れられるであろう。

以上より、著者らの提案する最適設計問題 ODBIB 及びその部分問題 ODBIS、並びに実務設計手法の数値モデルとしての問題 ODPR に共通する k_f に関する解の上界は k_0 である。

k_f に変域が存在することは、免震周期 T_f にも変域が存在することを意味し、 T_f の変域 B_{Tf} は以下のように定義できる。

$$B_{Tf} = \left\{ T_f; T_f > 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_0}} \right\} \quad (78)$$

免震層の最適降伏剪断力についても、問題 ODBIS, ODPR それぞれについて上界が与えられることを以下に示す。

系 1. 問題 ODBIS における免震層の最適降伏剪断力の上界

問題 ODBIS において免震層の最適降伏剪断力 $s\tilde{Q}_Y(X_{QB})$ には上界が存在し、 $\forall X_{QB} > 0$ に対して以下の不等式が成り立つ。

$$s\tilde{Q}_Y(X_{QB}) \leq s\bar{Q}_Y \quad (79)$$

ここに、

$$s\bar{Q}_Y = \frac{\kappa - 1}{\kappa(2\kappa - 1)} \sqrt{\left(\frac{MV_E^2\beta}{2\alpha_3} \right)^2 + (2\kappa - 1)MV_E^2k_0} - \frac{MV_E^2\beta}{2(2\kappa - 1)\alpha_3}$$

$s\bar{Q}_Y$ は最適解が図 1 の②点にある場合の $s\tilde{Q}_Y(X_{QB})$ を示している。

図 1 に破線で示すように、ODBIS の解は変数 X_{QB} の増大と共に、領域 II においては②点を通る放物線上を、領域 I においては直線 $k_f = k_0$ 上を移動する。最適降伏剪断力 $s\tilde{Q}_Y(X_{QB})$ は、②点において最大値をとることが分かる。

以下、このことを数学的に証明する。

【系 1. の証明】

1) $X_{QB} \in B_I$ の時の最適解 (52) 式において定数 Q_B^* を設計変数 X_{QB} で置き換え、更にその右辺を X_{QB} に関して微分すると下式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d s\tilde{Q}_Y(X_{QB})}{d X_{QB}} &= \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} - \frac{\kappa^2 X_{QB}}{(2\kappa - 1)\sqrt{\kappa^2 X_{QB}^2 - (2\kappa - 1)MV_E^2k_0}} \\ &< \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} - \frac{\kappa^2 X_{QB}}{(2\kappa - 1)\sqrt{\kappa^2 X_{QB}^2}} \\ &= -\frac{1}{2\kappa - 1} < 0 \end{aligned} \quad (80)$$

故に、 $X_{QB} \in B_I$ の時、 $s\tilde{Q}_Y(X_{QB})$ は単調減少関数だから、 $X_{QB} = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\left(\frac{MV_E^2\beta}{2\alpha_3} \right)^2 + (2\kappa - 1)MV_E^2k_0}$ の時最大値、

$$\frac{\kappa - 1}{\kappa(2\kappa - 1)} \sqrt{\left(\frac{MV_E^2\beta}{2\alpha_3} \right)^2 + (2\kappa - 1)MV_E^2k_0} - \frac{MV_E^2\beta}{2(2\kappa - 1)\alpha_3} = s\bar{Q}_Y \text{ をとる。}$$

よって、 $\forall X_{QB} \in B_I$ に対して、 $s\tilde{Q}_Y(X_{QB}) \leq s\bar{Q}_Y$

2) $X_{QB} \in B_{II}$ の時の最適解 (56) 式は X_{QB} に関する一次関数で表されているので、この領域の X_{QB} の最大値 $\frac{1}{\kappa} \sqrt{\left(\frac{MV_E^2\beta}{2\alpha_3} \right)^2 + (2\kappa - 1)MV_E^2k_0}$ を代入することで、

$\max_{X_{QB} \in B_{II}} s\tilde{Q}_Y(X_{QB}) = s\bar{Q}_Y$ が確かめられる。

3) $X_{QB} \in (B_0 \cup B_{III})$ の時、 $s\tilde{Q}_Y(X_{QB}) = 0 < s\bar{Q}_Y$

上記 1)~3) より、 $\forall X_{QB} > 0$ に対して、 $s\tilde{Q}_Y(X_{QB}) \leq s\bar{Q}_Y$

Q.E.D.

系 2. 問題 ODPR における免震層の最適降伏剪断力の上界

問題 ODPR において免震層の最適降伏剪断力 $s\tilde{Q}_Y(T_f)$ には上界が存在し、 $\forall T_f \in B_{Tf}$ に対して以下の不等式が成り立つ。

$$s\tilde{Q}_Y(T_f) \leq s\bar{Q}_Y^T \quad (81)$$

$$\text{ここに、} s\bar{Q}_Y^T = \frac{(\kappa - 1)V_E}{\kappa} \sqrt{\frac{Mk_0}{2\kappa - 1}}$$

$s\bar{Q}_Y = \frac{(\kappa - 1)V_E}{\kappa} \sqrt{\frac{Mk_0}{2\kappa - 1}}$ は図 1 の④点を表わしている。

ODPR の解は図 1 に破線で示すように④点を通る放物線上に存在する。④点は、 T_f が最小値 $2\pi \sqrt{\frac{M}{k_0}}$ をとる時の解を示しており、この時最適降伏剪断力が最大値をとることが分かる。

【系 2. の証明】(73) 式より明らかなように、 $s\tilde{Q}_Y(T_f)$ は、 T_f に関して単調減少関数であるから、 T_f がその変域で最小値 $T_f = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_0}}$ を取るとき最大値 $\frac{(\kappa - 1)V_E}{\kappa} \sqrt{\frac{Mk_0}{2\kappa - 1}}$ をとる。

図 1 最適設計問題 ODBIS の解構造

図 2 最適解近傍の拡大図

5 2つの最適設計問題の比較

本論文では、実務における設計手法の数値モデルとしての最適設計問題と、免震建物のコスト最小化問題としての最適設計問題をそれぞれ定式化した。

これら2つの最適設計問題の解の間には、不等式関係が成立する。以下に示すような不等式関係を提示することで、著者らの提案する最適設計手法と実務における設計手法の関係が明らかとなる。

5.1 最適降伏剪断力の上界に関する不等式

最適設計問題 ODBIS と、問題 ODPR の与える最適降伏剪断力の上界の間には次に示す不等式関係が成立する。

系 3. 問題 ODBIS と問題 ODPR の最適降伏剪断力の上界の間に成立する不等式

問題 ODBIS と問題 ODPR の最適降伏剪断力の上界の間に次の不等式が成立する。

$$s\bar{Q}_Y \leq s\bar{Q}_Y^T \quad (82)$$

図 1 に示した ODBIS と ODPR の解の上界近傍の拡大図を図 2 に示す。

両者の解は、何れも直線 $k_f = k_0$ 上にあるが、ODBIS の解は $\beta/\alpha_3 > 0$ なる傾きを有するコスト等高線と免震層の最大応答剪断力 Q_B の等高線の接点となっているのに対し、ODPR の解は、傾きが 0 である直線 $k_f = k_0$ と免震層の最大応答剪断力 Q_B の等高線の接点即ち放物線の頂点となっている。

このように、二つの最適設計解の上界は、免震層の最大応答剪断力の等高線が接するべき直線の傾きによって特徴づけられ、図 2 より明らかなように、両者の間には式 (82) に示す不等式関係が成立している。

以下、このことを数学的に証明する。

【系 3. の証明】

(82) 式の両辺を自乗して右辺から左辺を減じると、

$$\begin{aligned} & (s\bar{Q}_Y^T)^2 - (s\bar{Q}_Y)^2 \\ &= \frac{(\kappa - 1)MV_E^2\beta}{\kappa(2\kappa - 1)^2\alpha_3} \sqrt{\left(\frac{MV_E^2\beta}{2\alpha_3}\right)^2 + (2\kappa - 1)MV_E^2\beta} \\ & \quad - \frac{\kappa^2 + (\kappa - 1)^2}{\kappa^2(2\kappa - 1)^2} \left(\frac{MV_E^2\beta}{2\alpha_3}\right)^2 \end{aligned} \quad (83)$$

ここで、(34) 式に示す不等式を用いて下式を得る。

$$(s\bar{Q}_Y^T)^2 - (s\bar{Q}_Y)^2 > \frac{1}{\kappa^2(2\kappa - 1)} \left(\frac{MV_E^2\beta}{2\alpha_3}\right)^2 > 0 \quad (84)$$

Q.E.D.

5.2 免震建物の総コストに関する不等式

免震建物を設計する場合、様々な尺度を持って合理性を追求しながら解を求めることになるが、何を尺度にするかに関わらず総コストを無視して設計解を決定することは出来ない。

従って、著者らが提案するコスト最小設計問題の解は、他のいかなる設計手法により得られる解よりも小さな総コストを与える、即ち、総コストの下界を提示するものであるということは、重要な点である。

ここでは、このことを示す一例として、 $C^{OD}(Q_B^{opt})$ ((64) 式) と、許容な指定一次固有周期 T_f^* に対する問題 ODPR の解が与える総コスト $C^{PR}(T_f^*)$ ((77) 式) の比較を提示する。

系 4. 問題 ODBIS と問題 ODPR の最適解が与える建物総コストの間に成立する不等式

問題 ODBIS と問題 ODPR の与える免震建物の総コストの間に次の不等式が成立する。

$$\forall T_f^* \in B_{Tf} \text{ に対して } C^{OD}(Q_B^{opt}) \leq C^{PR}(T_f^*) \quad (85)$$

系 4. が成立することは、 $C^{OD}(Q_B^{opt})$ が許容な設計解の与えるコストの下界 (最適解) であることから自明であるので数学的証明は割愛する。

6 設計例による比較

本節では、免震建物設計例から現実的な数値を取り入れることで、著者らが提案する設計手法と、実務における設計手法を定量的に比較する。

ここで設計対象とする超高層免震建物の設計諸元は表 1 に示す通りである⁷⁾。

表 1 設計諸元

定数	記号	値
上部構造物の質量	M	$204.0 \text{ kNsec}^2/\text{cm}$
地震入力エネルギーの速度換算値	V_E	150 cm/sec
積層ゴム支承の限界ばね定数	k_0	295.1 kN/cm

この建物は、実際既に設計が完了しており、2 次設計時 ($V_E = 150 \text{ cm/sec}$) の免震層の最大応答剪断力 Q_B が 14500 kN (ベースシャー係数換算で $C_B = 0.073$) となるように設計されている。

また、上・下部構造物の直接工事費も既に分かっているので、この時の直接工事費をコストの基準値とし、これ以降、コストについては全てこの基準値を用いて基準化したコスト指標で表現する。

この時、免震層のコスト係数は表 2 のようになる。

表 2 コスト係数

コスト係数		値
支承に関する係数	α_1	$3.6 \times 10^{-4} \text{ cm/kN}$
	α_2	$6.0 \times 10^{-4} \text{ cm/kN}$
ダンパーに関する係数	β	$1.74 \times 10^{-6} \text{ l/kN}$

本例題の建物を 1 階部分で固定して求めた固有周期は 1.7 秒である。一般に免震周期が上部構造物の固有周期の 2~3 倍以上であれば、上部構造物を剛体として扱っても問題ないことが知られている¹⁾が、本例題では免震周期 4~6 秒以上がその条件である。後に示すように、本例題の最適解は免震周期 6 秒以上の帯域にあるので、上部構造物を剛体として取り扱う本論文の仮定が妥当な範囲にある。

本論文では上・下部構造の最適設計を問題 ODUL で行う方法を提案しているが、ここでは簡単のため ODUL で得べき上部構造物のコスト関数 ((63) 式) を以下のような近似式で代替する。

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{UL}(X_{QB}) &= C_{UL}(X_{UL}(X_{QB})) = \\ & 1.8 \times 10^{-6}(X_{QB} - 14500) + 1.0 \end{aligned} \quad (86)$$

上式は、上・下部構造物をベースシャー係数換算で $C_B = 0.35$ の地震荷重即ち $X_{QB} = 70000 \text{ kN}$ で設計するとコスト係数が 1.1 となるという仮定のもとに求めた上・下部構造のコスト関数 $\tilde{C}_{UL}(X_{QB})$ の一次近似式である。

免震層の応答に関する制約条件は表 3 に示す通りである。

表 3 制約条件

制約条件	制約条件式
免震層応答変位に関する条件	$\delta_{max} \leq 50cm$
免震層剪断力に関する条件	$Q_B \leq 14500kN$

著者らの提案する設計手法では、上記の与条件のもとで免震層の最適設計解を直接的に求めることが出来るが、実務の設計においては、構造設計者が先ず免震周期を決定しなければならない。この設計例の場合は、超高層免震建物であるため、免震装置に対する引き抜き力を発生させないための条件式 $X_{QB} \leq 14500kN$ を満たす免震周期を、過去の類似設計例を参照しながら仮に決定し、試行錯誤により適切と判断される周期が設定された。結果として、免震周期をおよそ 6.4 秒と設定し、 $k_f = 195.4kN/cm$ とした。

以下に、2 つの最適設計手法に基づく最適設計解とそれらの比較を示す。図 3 に、2 つの設計手法に基づく解を図示する。

表 4 最適設計解

	① ODBIS の解	② MNQB の解	②/①
k_f	191.0kN/cm	195.4kN/cm	1.023
sQ_Y	5658.7kN	6766.0kN	1.196
C_I	0.141	0.142	1.006

図 3 超高層免震建物の最適設計例

この設計例の場合、免震装置に引き抜き力を生じさせないための制約条件が解を決定しており、何れの解も免震層の最大応答剪断力 X_{QB} が 14500kN となる設計となっている。免震層の最大応答剪断力が同じであるから、上・下部構造のコストは両者とも同じで、建物全体のコストの差は、免震層のコストの差のみである。

本設計例では、両者の建物全体コストの差は 0.1% 未満と非常に僅かである。免震層の設計変数については、 k_f, sQ_Y 共に、著者らが提案する設計手法の方が小さな値を与える傾向があるが、値の差は僅かであると言える。

この結果は、著者らが提案する設計手法が、これまで実務者が活用してきた設計手法を否定するものではないことを示唆している。ダンパーのコスト係数 β を 0 とおくと、著者らの提案する設計手法の与える解と実務で用いられている設計手法の与える解は一致する。

即ち、実務における設計手法は、ダンパーのコストを無視したコスト最小設計手法であると解釈できる。

7 結論

本論文の結論は以下のようにまとめられる。

1. 近年免震建物が高層化する傾向が見られるが、このような免震建物においては、地震時において免震装置に引き抜き力を生じさせないために従来の免震構造より長周期化を図る設計が行われる。この場合は、免震建物の最大応答転倒モーメントに関する制約が免震周期を含む設計解を決定する問題となっていることを示した。免震建物の高層化のように、今後免震構造の適用範囲が拡大したり、免震建物に要求される性能がより高度化することが予測されるが、著者らの提案する設計手法では、制約条件式にそれらの条件を記述できる限り、複雑化・高度化した問題でも直接的に解を求めることができる。
2. 著者らの提案する最適設計解の与えるコストは、その問題の定義から明らかなように、免震建物の許容な設計解の与えるコストの下界を与える。このように設計対象となる免震建物に対して、要求される制約条件を満たす許容な解の下界を明らかにすることは、設計者に対して設計上の判断のよりどころとなる有用な情報を提供する。
3. 免震建物の最適設計手法により得られる免震層の最適解に関する上界を提示した。包絡解析法に基づいて誘導されたこの上界は、免震建物の動的解析の手法を等価線形化手法や時刻歴応答解析法とした最適設計問題を解く際の初期解として用いることが出来る。
4. 実務において活用されている設計手法を数理的にモデル化し、著者らの提案する最適設計手法との比較を行った。設計例を通して、前者の問題において免震周期の設定が適切であれば、両者の解の差は僅かであることを示した。また、異なる二つの問題において免震層最大応答剪断力が一致する場合、ダンパーのコスト係数を無視したコスト最小設計問題の解と、本論文で提示した実務設計手法の数理モデルとしての最適設計問題の解は一致することを示し、両設計手法の関係を明らかにした。

参考文献

- 1) 多田英之、高山峯夫、「4 秒免震への道－免震構造設計マニュアル」、理工図書、1997.8
- 2) 日本建築学会、免震構造設計指針第 3 版
- 3) Bhatti M. A. and Pister K. S.: A dual criteria approach for optimal design of earthquake-resistant structural systems., Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 9, pp.557-572, 1981
- 4) Inaudi, J. A. and Kelly, J. M. :, Optimum damping in linear isolation systems., Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 123:9, pp. 897-971, 1993
- 5) Sinha S. C. and Li G. N.: Optimum designing of base-isolated structures with dynamic absorber. Journal of Engineering Mechanics, 120:2, pp.221-231, 1994
- 6) Jeung-Geun Park and Hisanori Otsuka: Optimal Yield Bilinear Seismic Isolation Devices.
- 7) 五十子幸樹、上谷宏二: 一自由度近似を用いた免震構造の最適設計, 日本建築学会構造系論文集 第 586 号, pp.87~94, 2004 年 12 月
- 8) 秋山宏: エネルギーの釣合に基づく建築物の耐震設計, 技報堂出版, 1999.11
- 9) H.W. Kuhn and A.W. Tucker : Nonlinear programming, in: J.Neyman (ed.), Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability (University of California Press, Berkeley, CA) pp.481-492, 1951
- 10) G.L. Nemhauser, A.H.G. Rinnooy Kan and M.J. Todd (eds.): Optimization: Handbooks in Operations Research and Management Science, Vol.1, Elsevier, 1989. [邦訳 (伊理ほか監訳), 最適化ハンドブック, 朝倉書店, 1995]

(2004年10月8日原稿受理, 2005年4月25日採用決定)