浮屋根式円筒液体貯槽の地震時スロッシング応答の解析解

SLOSHING IN A CYLINDRICAL LIQUID-STORAGE TANK WITH FLOATING ROOF UNDER EARTHQUAKE EXCITATION: ANALYTICAL SOLUTION

松井 徹哉*

Tetsuya MATSUI

An analytical solution is presented to predict the sloshing response of a cylindrical liquid-storage tank with floating roof under earthquake excitation. The containing liquid is assumed to be inviscid, incompressible and irrotational, while the floating roof be an isotropic elastic plate with uniform stiffness and mass. The dynamic interaction between the floating roof and the liquid is taken into account exactly within the framework of linear potential flow theory. By employing the Fourier-Bessel expansion technique in cylindrical coordinates the solution is derived in an explicit form, which is convenient for parametric understanding of the sloshing behavior and preliminary study in the early design stage. Numerical results are also provided to investigate the effect of the stiffness and mass of the floating roof on the sloshing response.

Keywords: liquid-storage tank, floating roof, sloshing, long-period earthquake motion, potential theory, analytical solution
液体貯槽, 浮屋根, スロッシング, 長周期地震動, ポテンシャル理論, 解析解

1. 序

液体貯槽の耐震設計を行う上で重要な検討要目の一つに内容液のスロッシング(液面動揺)がある¹⁾。過去の大地震ではスロッシングに起因すると考えられる液体貯槽の被害が多発している。特に1964年の新潟地震, 1983年の日本海中部地震や2003年の十勝沖地震では, 浮屋根式石油貯槽に原油の溢流, 浮屋根の損傷・沈没や火災などの甚大な被害が発生し関係者に衝撃を与えるとともに, その原因の究明と再発防止策の検討が耐震工学における重要課題の一つとして認識されるようになった。

自由液面のスロッシング応答に関しては, 線形ポテンシャル理論解²⁾があり, スロッシング波高・周期や貯槽側壁に作用する動液圧の算定式として設計指針等³⁾にも広く採用されている。一方, 浮屋根が存在する場合については, 浮屋根が液面の変位を拘束する効果を減衰定数のみに集約させ, 自由液面の算定式を代用して波高や動液圧の推定を行っているのが現状であり, 浮屋根の効果や浮屋根に生じる応力を内部液体との連成作用を考慮して検討することは, 通常の設計では行われていない。従来, 浮屋根は付属物として取り扱われ強度検討の対象からは除外されていたため, 設計時に浮屋根の挙動については十分に検討されることはなく, このことが浮屋根式貯槽の被害を大きくしている一因とも考えられる。上記のような被害を防止し安

全な貯槽を設計するためには, 浮屋根の挙動を弾性体と内部液体との連成振動として捉え, 浮屋根に生じる応力を正確に算定し安全性を確認するプロセスが是非とも必要である⁴⁾。

このような観点から浮屋根式液体貯槽のスロッシング挙動を理論的に解明しようと試みた研究には, 古くは Senda and Nakagawa²⁾の研究や新潟地震のタンク火災を契機として行われた山本⁵⁾の研究がある。これら初期の研究では浮屋根を質量の無視し得る剛体板と仮定しポテンシャル理論を適用して内部液体との連成振動問題を解いている。浮屋根を質量のある弾性体として扱い液体との連成振動問題を解いたのは坂井ら⁶⁾が最初であり, 境界積分型の変分原理を利用してリッツ法(有限要素法)により解析する手法を提案し, 浮屋根の存在が固有振動性状に与える影響について詳細な解析と実験を行っている。またこの手法を適用して半地下式石油備蓄タンクの浮屋根応力の計算を行い⁷⁾, 日本海中部地震や十勝沖地震における浮屋根被害の分析を試みている⁴⁾。一方最近では, 汎用の有限要素解析ソフトを利用して, 浮屋根と内部液体との連成振動を, 塑性化, 大変形, 有限振幅波高などの構造・流体非線形効果をも含めて詳細に解析することも行われている⁸⁾。このように現在では, 浮屋根式液体貯槽のスロッシング応答を理論的に予測するための解析ツールは十分に整えられている状況にはあるが, 計

* 名城大学理工学部建築学科 教授・工博

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Science and Technology, Meijo Univ., Dr. Eng.

算に多大な労力を必要とする非線形詳細解析はスロッシング基本性状のパラメトリックな把握や初期設計段階での予備的な検討には必ずしも適さない。たとえ線形理論の範囲内であっても、浮屋根と内部液体との連成振動を解析的に表現した解があれば、基本性状の把握や初期設計段階での検討に有用であると思われるが、このような理論解を提示した研究は見当たらない。

本稿では、一様な剛性・質量分布の浮屋根を有する剛な平底円筒液体貯槽を対象に、地震時スロッシング応答の解析解を線形ポテンシャル理論に基づき導出する。さらに、解析例により浮屋根の形式、剛性や質量がスロッシング応答に及ぼす影響を検討する。

2. 理論解の導出

2.1 境界値問題

図1に示すような平底円筒液体貯槽の地震時液面動揺問題を扱う。貯槽は剛体であると仮定し、その半径を R 、液体の深さを H とする。液面は一様な剛性と質量をもつ浮屋根で覆われており、浮屋根と液面は常に接触していると仮定する。浮屋根は等厚の等方弾性平板であると仮定し、その単位面積当たりの質量を m 、曲げ剛性を D 、ポアソン比を ν とする。

貯槽底面の中心に原点をもつ円筒座標系 (r, θ, z) を z 軸が鉛直上向きになるようにとる。内容液は理想流体で線形ポテンシャル理論が成立すると仮定すると、 $\theta = 0$ の方向に水平地動変位 $x_g(t)$ を受けた場合の速度ポテンシャル ϕ の境界値問題は次のように記述される。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{流体領域で} \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \dot{x}_g(t) \cos \theta \quad \text{側壁 } r = R \text{ で} \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{底面 } z = 0 \text{ で} \quad (1c)$$

図1: 貯槽の形状と座標系

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \dot{w}(t) \quad \text{液面 } z = H \text{ で} \quad (1d)$$

ここに、 $w(t)$ は浮屋根の鉛直変位であり、 $\cdot$ は時間に関する微分を示す。

浮屋根面に働く動液圧 p は、線形化されたベルヌーイ式により

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{z=H} - \rho g w \quad (2)$$

で与えられる。ここに、 ρ は流体密度、 g は重力加速度である。

また浮屋根の運動方程式は、減衰を無視すれば、次式で表される。

$$D \nabla^4 w + m \ddot{w} = p \quad (3)$$

2.2 浮屋根変位の固有モード展開

浮屋根および液面の運動の振幅は微小で線形重ね合わせが成り立つものと仮定し、浮屋根の鉛直変位 $w(t)$ を剛体モード $Z_0 \cos \theta$ と空中での固有弾性振動モード $Z_n \cos \theta$ ($n = 1, \dots, \infty$) の重ね合わせによって、次式のように表現する。

$$w(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n(t) Z_n \cos \theta \quad (4)$$

ここに

$$Z_0 = \frac{r}{R}, \quad Z_n = \alpha_n J_1 \left(k_n \frac{r}{R} \right) + \beta_n I_1 \left(k_n \frac{r}{R} \right) \quad (5)$$

で、 J_1 は1次の第1種ベッセル関数を、 I_1 は1次の第1種変形ベッセル関数を示す。また k_n は波数であり、浮屋根の空中における n 次固有円振動数 ω_n と次式によって関係づけられる。

$$k_n^4 = \frac{m R^4}{D} \omega_n^2 \quad (6)$$

k_n および α_n と β_n の振幅比は自由端条件から導かれる次の同次方程式が非自明解を有する条件より定められる。

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_n \\ \beta_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ここに

$$\begin{aligned} c_{11} &= k_n^2 J_1''(k_n) + \nu k_n J_1'(k_n) - \nu J_1(k_n) \\ c_{12} &= k_n^2 I_1''(k_n) + \nu k_n I_1'(k_n) - \nu I_1(k_n) \\ c_{21} &= k_n^3 J_1'''(k_n) + k_n^2 J_1''(k_n) - k_n(3 - \nu) J_1'(k_n) \\ &\quad + (3 - \nu) J_1(k_n) \\ c_{22} &= k_n^3 I_1'''(k_n) + k_n^2 I_1''(k_n) - k_n(3 - \nu) I_1'(k_n) \\ &\quad + (3 - \nu) I_1(k_n) \end{aligned} \quad (8)$$

で、 ν はポアソン比である。

2.3 速度ポテンシャルの解表現

連続方程式 (1a)、側壁条件 (1b) および底面条件 (1c) を満たす速度ポテンシャル ϕ の解は次式で与えられる。

$$\phi = \left[\dot{x}_g(t) r + \sum_{i=1}^{\infty} A_i(t) \cosh \left(\epsilon_i \frac{z}{R} \right) J_1 \left(\epsilon_i \frac{r}{R} \right) \right] \cos \theta \quad (9)$$

ここに、 ϵ_i は $J_1'(\epsilon_i) = 0$ の正の実根である。

(4), (9) を (1d) に代入すれば、液面の運動学的条件は

$$\sum_{i=1}^{\infty} A_i(t) \frac{\Omega_i^2}{g} \cosh\left(\epsilon_i \frac{H}{R}\right) J_1\left(\epsilon_i \frac{r}{R}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \dot{\xi}_n(t) Z_n \quad (10)$$

と表される。ここに、 Ω_i は次式で与えられる自由液面の i 次のスロッシング固有円振動数である。

$$\Omega_i = \sqrt{\frac{g}{R} \epsilon_i \tanh\left(\epsilon_i \frac{H}{R}\right)} \quad (11)$$

(10) の両辺に $(r/R)J_1(\epsilon_i r/R)$ を掛け $0 \leq r/R = u \leq 1$ にわたって積分し、付録のベッセル関数の直交関係 (A1) を利用すれば、未定関数 A_i に対して

$$A_i(t) = \frac{2}{\epsilon_i^2 - 1} \frac{1}{\cosh\left(\epsilon_i \frac{H}{R}\right)} \frac{1}{J_1(\epsilon_i)} \frac{g}{\Omega_i^2} \sum_{n=0}^{\infty} a_{in} \dot{\xi}_n(t) \quad (12)$$

を得る。ここに

$$a_{in} = \frac{\epsilon_i^2}{J_1(\epsilon_i)} \int_0^1 u Z_n J_1(\epsilon_i u) du$$

であり、(5) を代入し積分公式 (A2)~(A4) を用いれば

$$\begin{aligned} a_{i0} &= 1 \\ a_{in} &= \epsilon_i^2 k_n \left[\frac{\alpha_n}{\epsilon_i^2 - k_n^2} J_1'(k_n) + \frac{\beta_n}{\epsilon_i^2 + k_n^2} I_1'(k_n) \right] \quad (n \geq 1) \end{aligned} \quad (13)$$

となる。

(12) を (9) に代入すれば、速度ポテンシャルの解は

$$\begin{aligned} \phi &= \left[\dot{x}_g(t)r + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\epsilon_i^2 - 1} \frac{g}{\Omega_i^2} \frac{\cosh\left(\epsilon_i \frac{z}{R}\right)}{\cosh\left(\epsilon_i \frac{H}{R}\right)} \frac{J_1\left(\epsilon_i \frac{r}{R}\right)}{J_1(\epsilon_i)} \right. \\ &\quad \left. \cdot \sum_{n=0}^{\infty} a_{in} \dot{\xi}_n(t) \right] \cos \theta \end{aligned} \quad (14)$$

と表される。

2.4 運動方程式の解

(2) に (4), (14) を代入すれば、浮屋根面に作用する動液圧は

$$\begin{aligned} p &= -\rho \left[\ddot{x}_g(t)r + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\epsilon_i^2 - 1} \frac{g}{\Omega_i^2} \frac{J_1\left(\epsilon_i \frac{r}{R}\right)}{J_1(\epsilon_i)} \sum_{n=0}^{\infty} a_{in} \ddot{\xi}_n(t) \right. \\ &\quad \left. + g \sum_{n=0}^{\infty} Z_n \xi_n(t) \right] \cos \theta \end{aligned} \quad (15)$$

で与えられる。

(3) に (4), (15) を代入すれば、浮屋根の運動方程式は

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} m [\ddot{\xi}_n(t) + \omega_n^2 \xi_n(t)] Z_n \\ = -\rho \left[\ddot{x}_g(t)r + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\epsilon_i^2 - 1} \frac{g}{\Omega_i^2} \frac{J_1\left(\epsilon_i \frac{r}{R}\right)}{J_1(\epsilon_i)} \sum_{n=0}^{\infty} a_{in} \ddot{\xi}_n(t) \right. \\ \left. + g \sum_{n=0}^{\infty} Z_n \xi_n(t) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

と書き表される。

(16) の両辺に $(r/R)Z_n$ を掛け $0 \leq r/R = u \leq 1$ にわたって積分し、さらにモードの直交性を利用して整理すれば

$$\sum_{l=0}^{\infty} (\delta_{nl} + \mu_{nl}) \ddot{\xi}_l(t) + \left(\omega_n^2 + \frac{\rho g}{m} \right) \xi_n(t) = -\gamma_n \ddot{x}_g(t) \quad (17)$$

を得る。ここに、 δ_{nl} はクロネッカ記号を示し、

$$\begin{aligned} \mu_{nl} &= \frac{\rho}{m \Delta_n} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{2}{\epsilon_i^2 - 1} \frac{g}{\Omega_i^2} \frac{1}{J_1(\epsilon_i)} a_{il} \int_0^1 u Z_n J_1(\epsilon_i u) du \right] \\ \gamma_n &= \frac{\rho R}{m \Delta_n} \int_0^1 u^2 Z_n du, \quad \Delta_n = \int_0^1 u Z_n^2 du \end{aligned}$$

である。上式に (5), (13) を代入しベッセル関数の積分公式⁹⁾を用いれば、 Δ_n , μ_{nl} , γ_n はそれぞれ次のように表される。

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= \frac{1}{4} \\ \Delta_n &= \frac{1}{2} \alpha_n^2 \left[\{J_1(k_n)\}^2 - J_0(k_n)J_2(k_n) \right] \\ &\quad + \frac{\alpha_n \beta_n}{k_n} [J_1(k_n)I_2(k_n) + J_2(k_n)I_1(k_n)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \beta_n^2 \left[\{I_1(k_n)\}^2 - I_0(k_n)I_2(k_n) \right] \quad (n \geq 1) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\mu_{nl} = \frac{\rho}{m} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{2}{\epsilon_i^2 (\epsilon_i^2 - 1)} \frac{g}{\Omega_i^2} \frac{a_{in} a_{il}}{\Delta_n} \right] \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \frac{\rho R}{m} \\ \gamma_n &= \frac{\rho R}{m} \frac{\alpha_n J_2(k_n) + \beta_n I_2(k_n)}{k_n \Delta_n} \quad (n \geq 1) \end{aligned} \quad (20)$$

運動方程式 (17) において、左辺の μ_{nl} は液体の付加質量を、 $\rho g/m$ は浮力変化に伴う復元力をそれぞれ m で除したものに对应している。ここでは、空中の固有振動モードを用いて展開しているため、通常モード分解法のようにモードごとに独立した式にはならない。液体中の固有振動特性は (17) の右辺を 0 とおいた自由振動方程式を解くことによって得られる。

(17) は非減衰の運動方程式であるが、適当な減衰(剛性比例型減衰あるいはレーリー型減衰など)を考慮してこれを解けば、モード変位 $\xi(t)$ が得られる。

2.5 解の最終表示

モード変位 $\xi(t)$ が得られれば、これを (4), (14) および (15) に代入することによって浮屋根変位 w , 速度ポテンシャル ϕ および動液圧 p の解が得られる。

キルヒホッフの平板理論によれば、浮屋根面の曲率とねじり率は

$$\begin{aligned} \kappa_r &= \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}, \quad \kappa_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ \kappa_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (21)$$

で与えられる。(21) に (5) を代入すれば

$$\kappa_r = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \left(\frac{k_n}{R} \right)^2 \left[\alpha_n J_1''\left(k_n \frac{r}{R}\right) + \beta_n I_1''\left(k_n \frac{r}{R}\right) \right]$$

$$\kappa_\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \frac{k_n}{Rr} \left[-\alpha_n J_2 \left(k_n \frac{r}{R} \right) + \beta_n I_2 \left(k_n \frac{r}{R} \right) \right] \cdot \cos \theta$$

$$\kappa_{r\theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \frac{k_n}{Rr} \left[\alpha_n J_2 \left(k_n \frac{r}{R} \right) - \beta_n I_2 \left(k_n \frac{r}{R} \right) \right] \cdot \sin \theta \quad (22)$$

が得られ、曲げモーメントとねじりモーメントは

$$M_r = -D(\kappa_r + \nu \kappa_\theta), \quad M_\theta = -D(\kappa_\theta + \nu \kappa_r)$$

$$M_{r\theta} = -D(1 - \nu) \kappa_{r\theta} \quad (23)$$

により算定される。

3. 解析例および考察

3.1 解析モデル

解析例として用いたモデル貯槽の諸元を表1に示す。これらは実機 10 万 kl タンクの諸元を参考に設定したモデルであり、浮屋根の形式、曲げ剛性と質量のみを変化させ、その他のパラメータは一定としている。ここでは便宜上、ダブルデッキ形式の浮屋根を模した図 2(a) のような断面構成のものを D モデル、シングルデッキ形式の浮屋根を模した図 (b) のような断面構成 (注 1) のものを S モデルと総称し、各モデルを浮屋根の曲げ剛性と質量の値によって表 2 に示すようなモデル記号を用いて区別する。曲げ剛性の算定は下式による。

● D モデル

$$D = \frac{E [d^3 - (d - 2t_e)^3]}{12(1 - \nu^2)} \quad (24)$$

● S モデル

$$D = \frac{Et_e^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (25)$$

表 1: モデル貯槽の諸元

モデル	D モデル	S モデル
浮屋根形式	ダブルデッキ	シングルデッキ
貯槽半径 R	40m	40m
液体深さ H	20m	20m
液体密度 ρ	0.85t/m ³	0.85t/m ³
浮屋根曲げ剛性 $D/(\rho g R^4)$	0.005, 0.01	10^{-7}
浮屋根質量 $m/(\rho R)$	0.01, 0.02	0.01, 0.02
減衰定数		
浮屋根なし	0.1%	0.1%
浮屋根あり	1.0%	0.5%
採用モード数		
スロッシング	7	25
浮屋根応答	6	24

表 2: モデル記号一覧

$D/(\rho g R^4)$	$m/(\rho R) = 0.01$	$m/(\rho R) = 0.02$
0.01	D1L	D1H
0.005	D2L	D2H
10^{-7}	SL	SH

図 2: 浮屋根の断面構成

ここに、 d は浮屋根総厚、 t_e は有効リム厚を示す (図 2)。

3.2 固有振動解析

自由振動方程式の固有値解析により得られた各モデルの固有周期 (液体中) を図 3 に示す。1 次固有周期はモデルによらずほぼ一定で、自由液面の 1 次固有周期とほぼ一致する。D モデルの場合、浮屋根の存在は 2 次以上の固有周期に影響し、浮屋根の剛性が増加するほど固有周期は短くなるが、S モデルでは浮屋根の影響は小さく、各次の固有周期は自由液面の固有周期よりもわずかに長くなる程度である。浮屋根の質量が液体の付加質量に比べて小さいため、浮屋根質量の影響は剛性の影響に比べると小さい。これらの傾向はいずれも坂井ら⁶⁾の研究結果と符合している (注 2)。

3.3 地震応答解析

入力地震動として 2003 年十勝沖地震の際に苫小牧で観測された地震波 (K-NET 公開波 HKD1290309260450EW) を採用し、時刻歴応答解析を行った。時刻歴応答解析には地震継続時間 300s に対して時間間隔を 0.01s としてニューマークの β 法 ($\beta=1/4$) を採用した。また減衰は剛性比例型とし、1 次モード (液体中) に対して表 1 に示す減衰定数を用いた。

入力地動加速度、液面 (屋根面) 変位、浮屋根面動液圧および半径方向曲げモーメントの時刻歴波形と対応するフーリエ振幅スペクトルを D1L モデルについて図 4, 5 に示す。

本解析例の場合、自由液面のスロッシング固有周期は 1 次が 10.97s、2 次が 5.52s に対して、D1L モデルの浮屋根の固有周期は 1 次が 11.00s、2 次が 2.49s である。液面変位では浮屋根の有無にかかわらず 1 次モード成分が卓越しているが、自由液面の場合は 2 次モードの影響も無視できない。一方、浮屋根面の動液圧や曲げモーメントでは、1 次モードに加え 2 次モード

図 3: 各モデルの固有周期

図 4: 入力加速度と応答の時刻歴波形 (D1L モデル)

図 5: 入力加速度と応答のフーリエ振幅スペクトル (D1L モデル)

成分の寄与が顕著である。時刻歴波形を見ると、液面変位は地震動の主要動が去った後も減衰せず、1次モード主体の振動を長時間継続しているのに対して、動液圧や曲げモーメントは地震動の主要動が作用している間は主として2次モードで振動し、主要動が去った後は液面変位と同周期の1次モードの振動だけが残る、最大振幅は2次モードが卓越している地震動の主要動

図 6: 各モデルの最大応答値の空間分布 ($\theta = 0$)

が作用している間に生じている。

各モデルの液面変位、浮屋根面動液圧および曲げモーメントの最大応答値の $\theta = 0$ に沿う分布を比較して図 6 に示す。

D モデルの場合、剛性の高い D1L モデル、D1H モデルでは浮屋根はほぼ剛体的に変位しているが、それより剛性の低い D2L モデル、D2H モデルでは弾性変形の影響が現れ、剛性の

低下とともに自由液面の変位に少しずつ近づいて行く傾向が見られる。浮屋根による拘束効果により貯槽内部の変位は自由液面の変位よりもかなり小さくなるが、側壁における変位は自由液面の場合と大差ない。一方、Sモデルの場合は、浮屋根による拘束効果はきわめて小さく、SLモデル、SHモデルともに自由液面変位に近い最大変位分布となっている。

動液圧は浮屋根剛性が高くなるほど大きくなり、曲げモーメントも剛性が高くなるほど増加する傾向を示す。動液圧は、Dモデルの場合、 $r = 0.4R$ 付近で最大となり、その後 r の増加とともに減少して $r = 0.8R$ 付近で正負を反転して端部 $r = R$ まで単調増加する分布性状を示すが（図6は各点の最大応答の絶対値を示しているの、各時刻の瞬間的な応答分布性状はこの図からは読み取れない）、Sモデルでは場所による差は殆ど見られない。曲げモーメントも、Dモデルでは $r = 0.4R$ 付近で最大値をとるが、Sモデルでは場所による差は殆ど見られない。全体的に半径方向曲げモーメント M_r の方が周方向曲げモーメント M_θ よりも大きく、 M_r は M_θ の約 1.5 倍になっている。

浮屋根質量の影響について見ると、Dモデルでは浮屋根の質量が小さいほど動液圧や曲げモーメントが増加し、Sモデルでは逆に動液圧が減少し、曲げモーメントは殆ど変わらないが、その影響は剛性の影響に比べると小さい。

3.4 断面算定例

以上の結果から分かるように、浮屋根の断面を決定する主要な応力は半径方向曲げモーメント M_r による曲げ応力である。

例として、D1Lモデルについて検討して見ると、図6より最大曲げモーメントは $M_r|_{max}=229\text{kN}\cdot\text{m/m}$ である。曲げ剛性は $D/(\rho g R^4)=0.01$ であるから、総厚を $d=80\text{cm}$ と仮定すると(24)より有効リム厚は $t_e=0.297\text{cm}$ となる。圧縮側の有効リム厚は座屈を考慮して $t_e/3$ に減ずると仮定し単位幅当たりの断面係数を算定すると $Z \cong t_e d/3=7.92\text{cm}^2$ となり、曲げ応力度は $\sigma_r=229/7.92=28.9\text{kN/cm}^2$ となって、鋼材の降伏応力度と比較しうる値となる。

一方、SLモデルについて検討すると、 $M_r|_{max}=0.0611\text{kN}\cdot\text{m/m}$ 、また $D/(\rho g R^4)=10^{-7}$ であるから、(25)より $t_e=0.484\text{cm}$ 、 $Z=t_e^2/6=0.039\text{cm}^2$ となり、曲げ応力度は $\sigma_r=0.0611/0.039=1.57\text{kN/cm}^2$ となって、鋼材の降伏応力度よりも一桁小さい値となる。

以上をまとめると、ダブルデッキ形式の浮屋根においては、半径方向曲げモーメントによる曲げ応力が断面設計を決定する主要な応力となる。一方、シングルデッキ形式の浮屋根の場合は、曲げ応力度は鋼材の降伏応力度に比べて十分小さく、むしろ大変形効果による膜応力（線形理論では考慮できない）が支配的になると予想される。

4. 結語

一様な剛性・質量分布の浮屋根を有する剛な平底円筒液体貯槽を対象に、地震時スロッシング応答の解析解を線形ポテンシャル理論に基づいて導出した。さらに、適用例として実機 10 万 kl タンク相当のモデルに対する解析結果を示し、浮屋根の形式、剛性や質量がスロッシング応答に及ぼす影響を検討した。浮屋

根応力を検討した結果、ダブルデッキ形式の浮屋根においては、半径方向曲げモーメントによる曲げ応力が断面設計を決定する主要な応力となること、一方、シングルデッキ形式の浮屋根においては、曲げ応力度は降伏応力度に比べて十小さく、むしろ大変形効果による膜応力が支配的になる可能性があることを指摘した。

導出された解はベッセル関数を含む陽な関数形で表示されており、スロッシング基本性状のパラメトリックな把握や初期設計段階での予備的な検討に役立つものと考えられる。今後、半径方向と周方向とで剛性が異なる直交異方性のダブルデッキ形式浮屋根や外周ポンツーンを有するシングルデッキ形式浮屋根のようなより実際的な場合についても解を導出し、稿を改めて報告する予定である。

謝辞

本研究には平成 16 年度名城大学総合研究所学術研究奨励助成制度戦略的研究開発推進事業費の援助が得られている。また本研究は日本建築学会東海地震等巨大災害への対応特別調査委員会建築構造物小委員会容器構造 WG での議論が動機付けとなったものであり、貴重な助言と資料提供を頂いた同 WG 委員各位に謝意を表する。なお、地震波には独立行政法人防災科学技術研究所の強震観測網 K-NET 公開波を使用した。

注

1. ここでは一様な厚さの平板によってシングルデッキ形式の浮屋根をモデル化しており、外周にポンツーンを有する実際のシングルデッキ形式浮屋根とは必ずしも対応していないことに注意されたい。
2. 坂井ら⁶⁾はダブルデッキ形式浮屋根の下板の局部変形を考慮した固有振動解析も行っている。その結果によると、3 次以上のモードでは下板の局部変形の影響が無視できず、固有周期は本解析例のように一枚板と仮定した場合よりもかなり長くなるが、2 次までのモードにはその影響は現れない。

参考文献

- 1) 曾我部潔、重田達也、柴田碧：液体貯槽の耐震設計に関する基礎的研究、東京大学生産技術研究所報告、第 26 巻、第 7 号、pp.261-290、1977.3
- 2) K. Senda and K. Nakagawa: On the Vibration of an Elevated Water Tank - I, II, Technical Report of Osaka University, No.117, 1954, No.170, 1955
- 3) 日本建築学会：容器構造設計指針・同解説、1996
- 4) 坂井藤一：2003 年十勝沖地震における浮屋根式タンクの被害について、JSSC, No.52, pp.20-25, 2004.4
- 5) 山本善之：地震による石油タンクの液面の動揺と衝撃圧、高圧力、第 3 巻、第 1 号、pp.2-8, 1965.1
- 6) Sakai, F., Nishimura, M. and Ogawa, H.: Sloshing Behavior of Floating-Roof Oil Storage Tanks, Computers and Structures, Vol.19, No.1-2, pp.183-192, 1984
- 7) 池田澄人、藤波昌、酒井守雄、愛屋憲一、坂井藤一、西村正弘：半地下式石油備蓄タンクの設計について、川崎重工技報、76 号、pp.59-66, 1980.10

- 8) 西口英夫, 伊藤雅文, 保延宏行, 加納俊哉: 長周期地震動による大容量石油タンクのスロッシング挙動解析と安全性評価, 火力原子力協会誌, Vol.56, No. 581, 2005.2
- 9) 森口繁一, 宇田川銑久, 一松信: 数学公式 3—特殊関数—, 岩波書店, 1960
- 10) 犬井鉄郎: 偏微分方程式とその応用, コロナ社, 1957

付録: 積分公式

ϵ_i を $J_1'(\epsilon_i) = 0$ の正の実根とすると, 次のような直交関係が成り立つ [文献 10), 式 (8.60), p.168 参照]。

$$\int_0^1 u J_1(\epsilon_i u) J_1(\epsilon_j u) du = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_i^2} \right) [J_1(\epsilon_i)]^2 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (\text{A1})$$

ベッセル関数の積分公式⁹⁾より

$$\int_0^1 u^2 J_1(\epsilon_i u) du = \frac{1}{\epsilon_i} J_2(\epsilon_i) = \frac{1}{\epsilon_i^2} J_1(\epsilon_i) - \frac{1}{\epsilon_i} J_1'(\epsilon_i)$$

$$\int_0^1 u J_1(k_n u) J_1(\epsilon_i u) du = \frac{k_n J_0(k_n) J_1(\epsilon_i) - \epsilon_i J_1(k_n) J_0(\epsilon_i)}{\epsilon_i^2 - k_n^2}$$

$$\int_0^1 u I_1(k_n u) J_1(\epsilon_i u) du = \frac{k_n I_0(k_n) J_1(\epsilon_i) - \epsilon_i I_1(k_n) J_0(\epsilon_i)}{\epsilon_i^2 + k_n^2}$$

上式に $J_1'(\epsilon_i) = J_0(\epsilon_i) - J_1(\epsilon_i)/\epsilon_i = 0$, i.e., $J_0(\epsilon_i) = J_1(\epsilon_i)/\epsilon_i$ の関係を用いれば, 次式を得る。

$$\int_0^1 u^2 J_1(\epsilon_i u) du = \frac{1}{\epsilon_i^2} J_1(\epsilon_i) \quad (\text{A2})$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 u J_1(k_n u) J_1(\epsilon_i u) du &= \frac{[k_n J_0(k_n) - J_1(k_n)] J_1(\epsilon_i)}{\epsilon_i^2 - k_n^2} \\ &= \frac{k_n}{\epsilon_i^2 - k_n^2} J_1'(k_n) J_1(\epsilon_i) \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 u I_1(k_n u) J_1(\epsilon_i u) du &= \frac{[k_n I_0(k_n) - I_1(k_n)] J_1(\epsilon_i)}{\epsilon_i^2 + k_n^2} \\ &= \frac{k_n}{\epsilon_i^2 + k_n^2} I_1'(k_n) J_1(\epsilon_i) \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

(2005年3月10日原稿受理, 2005年5月6日採用決定)