砂とセメント安定処理砂の簡易なひずみ軟化型構成式

A SIMPLE CONSTITUTIVE EQUATION FOR SANDS AND CEMENT-TREATED SANDS
WITH STRAIN-SOFTENING

山田 雅一*, 安達 俊夫**

Masaichi YAMADA and Toshio ADACHI

This study is related to the modeling of the nonlinear stress-strain behavior of frictional materials for wide range of strain. To describe both strain-hardening and also strain-softening behavior, a constitutive equation including a power term is proposed in the following. This equation is shown to offer more versatility for modeling stress-strain behavior in monotonic loading conditions, at from low- to high-strain levels. The proposed equation is relatively verified by experimental data of hollow cylindrical torsional shear tests on both sands as frictional materials, and cement-treated sands as frictional and cohesive materials. In addition, an exponential function is adopted to express the stress-dilatancy relations of cement-treated sands. A dilatancy characteristics of sands and cement-treated sands is expressed by using both functions together.

Keywords : Sand, Soil cement, Torsional shear, Constitutive equation, Stress-strain relation, Strain softening, Dilatancy

砂, ソイルセメント, ねじりせん断, 構成式, 応力-ひずみ関係, ひずみ軟化, ダイレイタンス

1. はじめに

基礎構造物の設計法を取り巻く現状は, 世界的に仕様設計から性能設計に移行しつつあり, 小変位から大变位までの連続的な変形の把握と評価が急務となっており, 広範囲なひずみ領域における適切な応力-ひずみ関係を表現する構成式の開発, ならびにこれらを用いた地盤の変形予測の重要性が高まってきている。

地盤材料の実測した応力-ひずみ関係を定式化するには, その構成式が簡明でかつ一般性があり, 個々のデータのフィッティングの精度が高いことが望まれる。また, 構成式のパラメータの数は少なく, 原位置試験と室内土質試験によりパラメータを決定できる必要がある¹⁾。

土の非線形な応力-ひずみ関係を表現する代表的なものに, Kondner^{2),3)}の提案した双曲線モデルがある。このモデルは, 応力-ひずみ関係を直接的に近似する手法により定式化されたモデルであり実務でも用いられているが, 一方では龍岡ら⁴⁾によって, 各種地盤材料に対する双曲線モデルと実測データの適合性が調べられ, ほとんどの地盤材料において両者は一致しないことが指摘されている。また, 実際に, これまでに双曲線モデルに派生した多くの非線形モデルが提案されている。例えば, 試験データのフィッティングの精度を高めるために, Hayashi ら⁵⁾, Prevost ら⁶⁾, Griffiths ら⁷⁾,

龍岡ら^{1),8)}によって, 双曲線モデルを修正したモデルが提案されている。この中で, 龍岡ら^{1),8)}が提案した GHE モデルは, 微小ひずみレベルから最大強度に到るまでの平面ひずみ圧縮試験による試験結果を良く近似できることが示されている。また, Duncan ら⁹⁾は, Kondner^{2),3)}の双曲線モデルを用い FEM 解析に適用している。Towhata ら¹⁰⁾は, 双曲線モデルを用いて主応力軸の回転による影響を考慮できる Multi-Spring モデルを提案している。この他にも, 非線形な応力-ひずみ関係を表現するモデルには, Ramberg-Osgood モデル, Iwan モデル¹¹⁾, Jardine ら¹²⁾のモデル, Goto ら¹³⁾のモデルなどがある。Ramberg-Osgood モデルは, 最初に Ramberg-Osgood¹⁴⁾によって提案され, Jennings¹⁵⁾によってさらに一般性を持たせるために改良された自由度の高いモデルで, 線形項にべき関数による非線形項を加えた指数関数型モデルである。Iwan モデル¹¹⁾は, 強度の異なる多数の弾・完全塑性タイプのばねを並列に並べたもので, 双曲線モデルと比べると応力-ひずみ関係を近似するときの自由度が高いモデルである。Jardine ら¹²⁾のモデルは, 粘性土の非排水三軸圧縮試験結果に基づき定式化された余弦関数と対数関数の併用型モデルであり, 広範囲なひずみ領域での応力-ひずみ関係を近似できるのが特徴である。Goto ら¹³⁾のモデルは, 応力-ひずみ関係を弾性領域と非線形領域に分割し, 非線形領域に正

本論文の一部は, 参考文献(34)~(37)に発表した。

* 日本大学理工学部建築学科 助手・工修

** 日本大学理工学部建築学科 教授・工博

Assistant, Dept. of Architecture, College of Science & Technology, Nihon University, M. Eng.

Prof., Dept. of Architecture, College of Science & Technology, Nihon University, Dr. Eng.

弦関数と対数関数の併用型モデルを用いている。

ところで、密な砂、過圧密粘土、軟岩および安定処理土をせん断すると、それらの応力-ひずみ関係にはひずみ硬化のみならず、ひずみ軟化現象が観察される。ひずみ軟化現象とは、せん断により応力が増加して最大強度に達して、その後減少に転じて最終的には大ひずみで残留強度に到達する現象であり、せん断変形の進行とともにダイレイタンスが生じる。また、ひずみ軟化現象は、地盤工学の諸問題で論じられている進行性破壊と密接に関連すると考えられていることから、その挙動を表現できる構成式の確立は重要となる。しかしながら、前述した非線形モデルではこの最大強度後のひずみ軟化挙動を表現することができない。一方では、地盤材料のより複雑な挙動を表現するために弾塑性理論に基づいた構成式が多く提案されている(例えば16)~20)。しかしながら、それらにはそれぞれに多様な特徴があり比較的厳密な土の挙動を再現できるものの、前述した一般性があるとは言えないようである。また、簡易な構成式に比べてパラメータ数が多くなり、そのパラメータを決定するには室内土質試験などにに基づく多くの精緻な土質情報が必要不可欠となる。

このような背景から、本論文では、地盤材料に対する広範囲なひずみ領域で、ひずみ硬化のみならずひずみ軟化の応力-ひずみ関係を表現できる簡易な非線形モデルを提案し、ここでは、摩擦性材料である砂と粘着成分を有する摩擦性材料であるセメント改良砂に対する中空ねじりせん断試験結果による応力-ひずみ関係について提案モデルと双曲線モデルを適用して両モデルを比較検討した。さらに、砂とセメント改良砂のダイレイタンス特性を表現するために、砂に対しては既往のストレス・ダイレイタンス関係²¹⁾を用い、セメント改良砂については中空ねじりせん断試験結果に基づいたストレス・ダイレイタンス式を提案し、これらストレス・ダイレイタンス関係と、提案した応力-ひずみ関係を併用することによって砂とセメント改良砂のダイレイタンス特性を表現できることを示した。

2. 非線形モデル

2.1 双曲線モデルと提案モデル

地盤材料の応力-ひずみ関係の最大の特徴は、小ひずみでの非線形性にあり、最大強度以前の応力-ひずみ関係に対しては、双曲線関係でおおよそ近似できることが知られている。Kondner^{22,23)}は粘性土と砂の三軸試験結果から得られた主応力差-軸ひずみ関係を表現するために(1)式的双曲線関係を提案した。

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon}{a + b \varepsilon} \quad (1)$$

ここに、 $\sigma_1 - \sigma_3$ は主応力差、 ε は軸ひずみ、 $1/a$ は初期接線係数、 $1/b$ は破壊応力である。

Hardin-Drnevich²²⁾は、粘性土と砂の主に共振法土質試験から得られた結果を近似するために Kondner^{22,23)}が提案した(1)式を修正した。このモデルでは、せん断応力 τ はせん断ひずみ γ の関数として(2)式で表されている。(2)式中の $\tau_{\max}$ は破壊応力であり、(3)式で定義される。

$$\tau = \frac{\gamma}{\frac{1}{G_{\max}} + \frac{\gamma}{\tau_{\max}}} \quad (2)$$

$$\tau_{\max} = G_{\max} \gamma_r \quad (3)$$

ここに、 $G_{\max}$ は初期せん断弾性係数、 γ_r は規準ひずみと定義される。

(1)式と(2)式の構成式は基本型が同一であり、Kondner^{22,23)}は単調載荷試験による応力-ひずみ関係を表し、Hardin-Drnevich²²⁾は繰返し載荷試験による応力-ひずみ関係を表している。しかしながら、Kohata²⁴⁾は、供試体端面とキャップおよびベDESTAL面との不完全接触で生じるベディングエラー²⁴⁾を取り除いた局所軸ひずみ測定法に基づく数種類の粗粒土と堆積軟岩を対象とした排水三軸圧縮試験結果から、(1)式に示した初期接線係数は最大ヤング係数ではなく、最大ヤング係数は軸応力に依存して大きくなることを報告している。このことより、地盤材料の種類によっては、(1)式と(2)式の応力-ひずみ関係で両者の非線形性が異なることに留意しなければならない。

本論文で提案する非線形モデルは、微小ひずみレベルから最大強度以降の大ひずみまでの広範囲なひずみ領域における応力-ひずみ関係を表現できる構成式である。提案モデルの応力-ひずみ関係を(4)式で表す。提案モデルは、地盤材料の応力-ひずみ関係の非線形性とひずみ硬化ならびにひずみ軟化を表現するために、べき乗数を導入した非線形項を有する指数関数型モデルであり、実測した試験データのフィッティングの精度を高めるために、双曲線モデルを拡張したものである。

$$\tau = a G_{\max} [1 - R(\gamma)] \gamma_r \quad (4)$$

ここに、 a は補正係数であり1とは限らない。 $R(\gamma)$ は(5)式で定義する。

$$R(\gamma) = \frac{\left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^C}{\left[1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^C\right]^D} \quad (5)$$

ここで、(5)式中のべき乗 C 、 D の変化に対する $R(\gamma)$ と γ/γ_r の関係を図-1(a)、(b)に示した。図-1(a)は $D=1.0$ として $C=1.0$ を中心に0.05刻みで変動させた場合の $R(\gamma)$ の変化を示し、図-1(b)は $C=1.0$ で $D=1.0$ を中心に D の値を変動させた場合に対する $R(\gamma) - \gamma/\gamma_r$ 関係を示している。両図より、べき乗 C は主として非線形性

図-1(a) $R(\gamma) - \gamma/\gamma_r$ 関係
($C=0.85 \sim 1.15$, $D=1.0$)

図-1(b) $R(\gamma) - \gamma/\gamma_r$ 関係
($C=1.0$, $D=0.85 \sim 1.15$)

を規定するパラメータ, べき乗 D は主としてひずみ硬化およびひずみ軟化を規定するパラメータと定義される。

また, 規準ひずみ γ_r は $\tau_{\max}$ と $G_{\max}$ に補正係数を乗じた(6)式と定義する。

$$\gamma_r = \frac{b \tau_{\max}}{a G_{\max}} \quad (6)$$

ここに, b は補正係数である。

(4)式において, $A=1/(aG_{\max})$, $B=1/(b \tau_{\max})$ とおくと提案モデルは(7)式で表される。

$$\tau = \frac{\gamma}{A} \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{B\gamma}{A} \right)^C}{\left[1 + \left(\frac{B\gamma}{A} \right)^C \right]^D} \right\} \quad (7)$$

(7)式において $C=1, D=1$ とおけば, 提案モデルは(8)式となり, 双曲線モデルに帰着することになる。

$$\tau = \frac{\gamma}{A + B\gamma} \quad (8)$$

従って, 提案モデルのパラメータは, $G_{\max}$, $\tau_{\max}$, a , b , C , D となる。一方, 双曲線モデルのパラメータは提案モデルと同様に規準ひずみ γ_r に補正係数を考慮すると, $G_{\max}$, $\tau_{\max}$, a , b である。後述する排水せん断試験のシミュレーション解析では, 規準ひずみに補正係数を考慮した双曲線モデルで検討した。

また, 提案モデルをせん断応力 τ/σ'_m - せん断ひずみ γ 関係で表現すると(9)式となる。

$$\frac{\tau}{\sigma'_m} = \frac{aG_{\max}}{\sigma'_m} \{1 - R(\gamma)\} \gamma \quad (9)$$

ここに, σ'_m は平均有効主応力である。

(9)式において, $A=1/(aG_{\max}/\sigma'_m)$, $B=1/(b(\tau/\sigma'_m)_{\max})$ とおくと(10)式となる。

$$\frac{\tau}{\sigma'_m} = \frac{\gamma}{A} \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{B\gamma}{A} \right)^C}{\left[1 + \left(\frac{B\gamma}{A} \right)^C \right]^D} \right\} \quad (10)$$

一方, 双曲線モデルを $\tau/\sigma'_m - \gamma$ 関係に適用すると(11)式になる。

$$\frac{\tau}{\sigma'_m} = \frac{\gamma}{\frac{\sigma'_m}{aG_{\max}} + \frac{\gamma}{b(\tau/\sigma'_m)_{\max}}} \quad (11)$$

(11)式において, 提案モデルと同じように $A=1/(aG_{\max}/\sigma'_m)$, $B=1/(b(\tau/\sigma'_m)_{\max})$ とおくと(12)式となる。

$$\frac{\tau}{\sigma'_m} = \frac{\gamma}{A + B\gamma} \quad (12)$$

(9)式において $C=1, D=1$ とおけば, 提案モデルは(12)式で表され, 双曲線モデルと同じになる。

2.2 各種地盤材料への適用例

図-2 は, 佐藤ら²⁵⁾と澁谷ら²⁶⁾による平面ひずみ圧縮試験および三軸圧縮試験で得られた各種地盤材料に対する最大強度以前の $E_{\text{sec}}/E_{\text{max}}$ と q/q_{max} の関係を示したものであり, 地盤材料の種類によって非線形性が異なっていることがわかる。ここに, E_{sec} は割線ヤング係数, E_{max} は初期最大ヤング係数, q は偏差応力, q_{max} は最大偏差応力であり, $Y=q/q_{\text{max}}$, $X=\gamma/\gamma_r$ として試験結果が整理されたものである。ここで, 提案モデルを $Y=\tau/b \tau_{\max}$, $X=\gamma/\gamma_r$ において, Y/X と Y の関係を図-2 に示した平面ひずみ圧縮試験および三軸圧縮試験結果に当てはめて, 各種地盤材料の試験データを提案モデルで近似して同図中に実線で併せ示した。また, 図中の破線は補正係数 a と b が 1 のときの双曲線モデル, すなわち(1)式に示した Kondner の双曲線モデル(ここでは, 原型双曲線モデルと呼ぶことにする。)を示しており, 礫の応力-ひずみ関係については原型双曲線モデルで近似できるようなのである。また, 図中にはデータが示されていないが硬岩の場合も原型双曲線モデルが適用できるようなのである²⁷⁾。図-2 より, 提案モデルは, 各種地盤材料に対して最大強度以前の応力-ひずみ関係を表現できることがわかる。

本論文では, 図-2 に示したせん断挙動が大きく異なる摩擦性材料である自然砂と, 砂と岩の中間的な力学挙動を呈する粘性成分を有する摩擦性材料であるセメント改良砂の中空ねじりせん断試験による排水単調載荷試験結果に提案モデルと双曲線モデルを適用して両モデルを比較検討した。

図-2 各種地盤材料の $Y/X(=E_{\text{sec}}/E_{\text{max}})$ と $Y(=q/q_{\text{max}})$ の関係^{25), 26)}

3. ストレス・ダイレイタンス関係

せん断中の体積変化特性を表現する式としてストレス・ダイレイタンス式がよく使われる。Rowe²¹⁾は, 粒状体の変形機構を微視的

観点から調べ、せん断中の主応力比と主ひずみ増分比の関係式をストレス・ダイレイタンスー式と呼んだ。このような応力比-ひずみ増分比関係は、地盤材料の構成式を構築する際によく利用される関係式の一つである。また、この関係は同一の土ならば、密度、圧密応力、構造異方性の影響を基本的には受けないことが実験的に示されている(例えば 28)。一方では、この応力比-ひずみ増分比関係は、Shamoto ら 29)によって、ピーク強度に至るまでは応力径路とひずみ径路の影響を受けることも報告されている。

このストレス・ダイレイタンスー式は、平面ひずみ状態では(13)式で表される。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = K \left(-\frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} \right) \quad (13)$$

ここに、 σ_1 、 σ_3 はそれぞれ最大主応力、最小主応力であり、 K は材料定数、 $d\varepsilon_1$ は最大主ひずみ増分、 $d\varepsilon_3$ は最小主ひずみ増分である。

単純せん断変形状態で、せん断応力比を平均有効主応力 σ'_m で表すと(14)式となる。

$$\frac{\tau}{\sigma'_m} = K \left(-\frac{d\varepsilon_v}{d\gamma} \right) \quad (14)$$

ここに、 $d\varepsilon_v$ は体積ひずみ増分、 $d\gamma$ はせん断ひずみ増分である。

図-3に、中空ねじりせん断試験による異方応力条件下での自然砂とセメント改良砂の τ/σ'_m - $d\varepsilon_v/d\gamma$ 関係の試験結果 30)を示した。試験に用いた試料は、茨城県鹿嶋市で採取した自然砂である。自然砂の物理的性質を表-1に、粒径加積曲線を図-4に示す。中空円筒供試体の寸法は、外径 10cm、内径 6cm、高さ 10cm である。自然砂は相対密度が $Dr=66\%$ である飽和した鹿嶋砂に対する異方圧密応力比 $K=0.4$ の排水ねじりせん断試験結果であり、セメント改良砂は鹿嶋砂をセメント系固化材により安定処理した(固化材添加量 $C=50 \text{ kg/m}^3$ 、水・固化材重量比 $W/C=100\%$ 、ベントナイト・固化材重量比 $B/C=3\%$ ；液状化対策として適用される強度レベルで一軸圧縮強度は約 120 kN/m^2 である。)改良砂の異方圧密応力比 $K=0.4$ の条件下における試験材齢 7 日の排水ねじりせん断による試験結果である。図-3より、自然砂の τ/σ'_m - $d\varepsilon_v/d\gamma$ 関係は、データに多少のばらつきが見られるものの、圧密応力の影響を受けていないことがわかる。また、試験結果はせん断に伴い体積収縮から体積膨張の変化を示しているため、(14)式に示したストレス・ダイレイタンスー式は(15)式で表現されることになる。同図中にはせん断応力比のピーク $(\tau/\sigma'_m)_{\max}$ 後のひずみ軟化過程のデータも含めて(15)式による回帰直線を破線で示した。

$$\frac{\tau}{\sigma'_m} = M + K \left(-\frac{d\varepsilon_v}{d\gamma} \right) \quad (15)$$

ここに、 M は $(-d\varepsilon_v/d\gamma)=0$ のときのせん断応力比である。

一方、セメント改良砂の τ/σ'_m - $d\varepsilon_v/d\gamma$ 関係の試験結果に着目すると、セメント改良砂のせん断応力比 τ/σ'_m の値は、同じダイレイタンスー比で、自然砂の τ/σ'_m に比べて大きな値を示している。また、ダイレイタンスー比のピーク $(-d\varepsilon_v/d\gamma)_{\max}$ までは明らかに圧密応力の影響を受けており、 $(-d\varepsilon_v/d\gamma)_{\max}$ 以降は圧密

図-3 ストレス・ダイレイタンスー関係

表-1 試料の物理的性質

土粒子の密度 $\rho_s (\text{g/cm}^3)$	最大間隙比 $e_{\max}$	最小間隙比 $e_{\min}$	均等係数 U_c	平均粒径 $D_{50}(\text{mm})$
2.769	1.11	0.78	2.6	0.43

図-4 粒径加積曲線

応力の影響をほとんど受けていない、 τ/σ'_m - $d\varepsilon_v/d\gamma$ 関係は未改良砂とほぼ同じ傾きの直線で示されるようである。さらに、せん断応力比のピーク $(\tau/\sigma'_m)_{\max}$ とダイレイタンスー比のピーク $(-d\varepsilon_v/d\gamma)_{\max}$ はほぼ一致していると考えてもよいことがわかる。香月ら 30)が行ったシリカ砂およびガラスビーズのセメント固化供試体に対する一面せん断試験および三軸圧縮試験結果でも同様な傾向が認められている。

セメント改良砂の体積変化特性をストレス・ダイレイタンスー関係を用いて表現するには、セメント改良砂の τ/σ'_m - $d\varepsilon_v/d\gamma$ 関係を定式化する必要がある。そこで、本論文では、上述したセメント改良砂の τ/σ'_m - $d\varepsilon_v/d\gamma$ 関係の試験結果の特徴を捉えるために、せん断応力比のピーク $(\tau/\sigma'_m)_{\max}$ までのひずみ硬化過程を(16)式に示した指数関数で表す。

$$\frac{\tau}{\sigma'_m} = \frac{(\tau/\sigma'_m)_{\max}}{1 + \alpha \cdot \exp[-\beta \cdot (-d\varepsilon_v/d\gamma)]} \quad (16)$$

ここに、 α 、 β は材料定数である。

ひずみ軟化過程である $(\tau/\sigma'_m)_{\max}$ 以降は、上述した理由により

(15)式を適用して材料定数 K は自然砂と等しくなると仮定した。

図-3 には、(16)式と(15)式に基づくセメント改良砂のストレス・ダイレイタンス式をそれぞれ実線と一点鎖線で併せ示した。(16)式中のパラメータ α は、試験結果からダイレイタンス比がゼロになるときのせん断応力比とせん断応力比の最大値から(17)式で求められる。パラメータ β は、代表的な $\sigma'_m = 41 \text{ kN/m}^2$ の試験結果から非線形最小二乗法の Marquardt 法³²⁾によるカーブフィッティングから求めた。

$$\alpha = \frac{(\tau/\sigma'_m)_{\max}}{(\tau/\sigma'_m)_{-d\varepsilon_v/d\gamma=0}} - 1 \quad (17)$$

4. 排水せん断試験のシミュレーション

4.1 解析方法

摩擦性材料である自然砂と粘着成分を有する摩擦性材料であるセメント改良砂に対する排水ねじりせん断試験結果³⁰⁾について、提案モデルと双曲線モデルでシミュレーションし、両モデルを比較したので、その検討結果について以下に述べる。

排水せん断による両モデルの解析手順を図-5に示す。せん断ひずみ γ からせん断応力比 τ/σ'_m - せん断ひずみ γ 関係とストレス・ダイレイタンス関係を併用することで、砂とセメント改良砂のせん断応力 τ - せん断ひずみ γ 関係と体積ひずみ ε_v - せん断ひずみ γ 関係を表現するものである。ひずみ軟化挙動における限界状態は、図-5に示した体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v$ がゼロの状態、すなわちダイレイタンス比がゼロになるときの状態である。提案モデルでは、体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v$ がゼロに達したときのせん断応力比を一定に保持させることで残留強度（限界状態での強度）を評価する。

図-5 排水せん断の解析手順

4.2 パラメータの決定方法

自然砂の初期せん断弾性係数 $G_{\max}$ は Hardin-Richart の式³³⁾から求め、排水せん断強度 $\tau_{\max}$ はねじりせん断試験結果に基づく Coulomb の破壊基準から求めた。提案モデルと双曲線モデルの補正係数 a と b および提案モデルの C と D は Marquardt 法で代表的な $\tau/\sigma'_m - \gamma$ 関係の試験結果 ($\sigma'_m = 41 \text{ kN/m}^2$) のカーブフィッティングから求めた。セメント改良砂の初期せん断弾性係数 $G_{\max}$ と排水せん断強度 $\tau_{\max}$ は筆者らが提案する推定式³⁰⁾から求め、それ以外のパラメータ a , b , C , D は自然砂と同様に決定した。

図-6(a), (b)に、自然砂とセメント改良砂の代表的な $\tau/\sigma'_m - \gamma$ 関係の試験結果 ($\sigma'_m = 41 \text{ kN/m}^2$) と、提案モデルと双曲線モデル

図-6(a) 自然砂の $\tau/\sigma'_m - \gamma$ 関係のシミュレーション

図-6(b) セメント改良砂の $\tau/\sigma'_m - \gamma$ 関係のシミュレーション

表-2 解析に用いたパラメータ

試料	モデル	パラメータ	
自然砂	Hyperbolic Model	a	0.0014
		b	0.9965
	Proposed Model	a	0.0050
		b	0.3813
セメント改良砂	Hyperbolic Model	C	0.7765
		D	0.9993
	Proposed Model	a	0.0042
		b	0.8366
		a	0.0016
		b	1.1782
		C	1.0332
		D	0.9997

によるシミュレーション結果を示す。図-6(a)より、自然砂においては、双曲線モデルは、せん断初期においては試験結果を良く近似しているが、最大強度と大ひずみ域におけるひずみ軟化を表現できていない。一方、提案モデルは、小ひずみ域から最大強度、そして最大強度以降のひずみ軟化挙動を比較的良く近似できていることがわかる。図-6(b)より、セメント改良砂においては、双曲線モデルは、せん断応力比-せん断ひずみ関係は完全塑性的な挙動を示し、ひずみ軟化を表現できていない。一方、提案モデルにおいては、小ひずみ域から最大強度、そして最大強度以降のひずみ軟化挙動を比較的良く近似できていることがわかる。

図-6 に示した自然砂とセメント改良砂に対する $\tau/\sigma'_m - \gamma$ 関係

のシミュレーション解析結果から求めた提案モデルと双曲線モデルのパラメータ a と b および提案モデルの C と D を表-2 に示す。後述するせん断応力-せん断ひずみ関係ならびに体積変化特性のシミュレーション解析には、表-2 に示したパラメータを用いている。

4.3 せん断応力-せん断ひずみ関係

提案モデルと補正係数を考慮した双曲線モデルによる各供試体の $\tau/\sigma'_m - \gamma$ 関係のシミュレーション解析結果からせん断応力 τ を求め、せん断応力 τ -せん断ひずみ γ 関係の試験結果と比較した。

図-7(a)と図-7(b)には、相対密度が $Dr \approx 66\%$ である飽和した自然砂の異方応力条件（異方圧密応力比 $K=0.4$ ）下での排水ねじりせん断による試験結果と双曲線モデルと提案モデルのシミュレーション結果を示す。試験結果は、滑らかなひずみ硬化-軟化型の応力-ひずみ関係を示している。両図から、自然砂においては、広範囲なひずみ領域において両モデルとも試験結果を全般的に良く近似していることがわかる。また、提案モデルにおいては、ひずみ軟化挙動を表現できていることがわかる。

図-7(a) 自然砂の $\tau - \gamma$ 関係のシミュレーション (Hyperbolic Model)

図-7(b) 自然砂の $\tau - \gamma$ 関係のシミュレーション (Proposed Model)

図-8(a)と図-8(b)には、自然砂をセメント系固化材により安定処理した（固化材添加量 $C=50 \text{ kg/m}^3$ 、水・固化材重量比 $W/C=100\%$ 、ベントナイト・固化材重量比 $B/C=3\%$ ）セメント改良砂の異方圧密応力比 $K=0.4$ の条件下における排水ねじりせん断による試験結果と、双曲線モデルと提案モデルのシミュレーション結果を示す。図-8(a)より、双曲線モデルは、せん断初期においては試験結果を良く近似しているが、最大強度と大ひずみ域におけるひずみ軟化挙動を

図-8(a) 自然砂の $\tau - \gamma$ 関係のシミュレーション (Hyperbolic Model)

図-8(b) 改良砂の $\tau - \gamma$ 関係のシミュレーション (Proposed Model)

表現できていない。一方、図-8(b)より、提案モデルは、最大強度を過小評価しているものの、小ひずみ域から最大強度、そして最大強度以降のひずみ軟化挙動を比較的良く近似できていることがわかる。試験結果はせん断ひずみが約 20% を越えるとせん断応力がほぼ一定の限界状態を呈しているように見えるが、後述する体積変化は、 $\sigma'_m = 41 \text{ kN/m}^2$ の試験結果が明確でないものの体積膨張が進行しており、本試験結果の範囲内では限界状態には到達していないようである。

4.4 体積ひずみ-せん断ひずみ関係

提案モデルと補正係数を考慮した双曲線モデルによる $\tau/\sigma'_m -$

図-9(a) 自然砂の $\varepsilon_v - \gamma$ 関係のシミュレーション (Hyperbolic Model)

図-9(b) 自然砂の ε_v - γ 関係のシミュレーション
(Proposed Model)

図-10(a) セメント改良砂の ε_v - γ 関係のシミュレーション
(Hyperbolic Model)

図-10(b) セメント改良砂の ε_v - γ 関係のシミュレーション
(Proposed Model)

γ 関係のシミュレーション解析結果と、自然砂とセメント改良砂に対するストレス・ダイレイタンス式から体積ひずみ ε_v を求め、体積ひずみ ε_v -せん断ひずみ γ 関係の試験結果と比較した。

図-9(a), (b)に、自然砂の ε_v - γ 関係の試験結果と、双曲線モデルと提案モデルによるシミュレーション結果を示す。図-9(a), (b)より、自然砂においては、両モデルとも、せん断に伴う体積収縮から体積膨張の変化が捉えられており、大局的には広範囲なひずみ領域で試験結果と一致していることがわかる。

図-10(a), (b)には、セメント改良砂に対する ε_v - γ 関係の試験結果と、双曲線モデルと提案モデルによるシミュレーション結果を示

した。図-10(a)より、セメント改良砂においては、双曲線モデルでは応力-ひずみ関係で最大強度以降のひずみ軟化挙動を表現できないことと、提案モデルに比べ最大強度が過小評価されることにより、体積変化特性は収縮傾向のみを示している。図-10(b)より、提案モデルでは、せん断に伴う体積収縮から体積膨張の変化が捉えられており、大局的には広範囲なひずみ領域で試験結果を比較的良く近似していることがわかる。

5. まとめ

本論文を要約すると以下の通りである。

- ① 地盤材料の広範囲なひずみ領域において、ひずみ硬化のみならずひずみ軟化の応力-ひずみ関係を表現できる簡易な非線形モデルを提案した。
- ② 提案モデルは、摩擦性材料である砂と粘着成分を有するセメント改良砂に対して、広範囲なひずみ領域でのひずみ硬化-軟化の応力-ひずみ関係を表現できることを示した。
- ③ 粘着成分を有する摩擦性材料であるセメント改良砂の最大強度までのひずみ硬化過程のストレス・ダイレイタンス式を指数関数((16)式)で表した。
- ④ 提案した応力-ひずみ関係の非線形モデルとストレス・ダイレイタンス式を併用することにより砂とセメント改良砂のダイレイタンス特性を表現できることを示した。

本論文に示したひずみは、供試体の平均ひずみであり、最大強度後のひずみ軟化現象で発達する供試体の局所的な変形、すなわちせん断層におけるひずみではなく、単調載荷試験による砂とセメント改良砂に対する巨視的な排水せん断挙動のシミュレーション解析結果をまとめたものである。また、本論文の検討は限られた試験結果に基づいたものであり、今後は、非排水せん断挙動の解析、繰返し載荷試験、せん断層における応力-ひずみ関係に提案モデルを適用して構成式の一般性を検討しなければならない。

【参考文献】

- 1) 龍岡文夫, 澁谷啓: 地盤材料の広い範囲のひずみでの応力-ひずみ関係式について, 第26回土質工学研究発表会, pp.537-540, 1991.
- 2) Kondner, R.L.: Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils, J. Soil Mech. and Found. Div., ASCE, Vol. 89, No. SM1, pp. 115-143, 1963.
- 3) Kondner, R.L. and Zelasco, J.S.: A Hyperbolic Stress-Strain Formulation for Sands, Proc. 2nd Pan Am. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Brazil, Vol. 1, pp. 289-324, 1963.
- 4) 龍岡文夫, 澁谷啓: 三軸試験と原位置試験法との関連(変形特性について), 三軸試験方法に関するシンポジウム発表論文集, pp.39-84, 1991.
- 5) Hayashi, H. and Sugahara, T.: Modeling of the Nonlinear Shear Stress-Strain Behavior of Soils, 第8回日本地震工学シンポジウム, pp.777-782, 1990.
- 6) Prevost, J.H. and Keane, C.M.: Shear Stress-Strain Curve Generation from Simple Material Parameters, Jour. Of Geotechnical Engineering, 116-8, pp. 1255-1263, 1990.
- 7) Griffiths, D.V. and Prevost, J.H.: Stress Strain Curve Generation from Simple Triaxial Parameters, Proc. Int. Jour. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 14, pp. 587-594, 1990.
- 8) Tatsuoka, F. and Shibuya, S.: Deformation Characteristics of Soils and Rocks from Field and Laboratory Tests, Theme Lecture 1, Proc. Ninth Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 2, pp. 101-170, 1992.
- 9) Duncan, J.M. and Chang, C.Y.: Nonlinear Analysis of Stress and Strain

- in Soils, Jour.SMF Div., ASCE, Vol.96, No. SM5, pp.1629-1653, 1970.
- 10) Towhata, I. and Ishihara, K. : Modelling Soil Behavior under Principal Stress Axes Rotation, Proc. Fifth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya, pp.523-530, 1985.
- 11) Iwan, W.P. : On a Class of Models for the Yielding Behavior of Continuous and Composite Systems, Journal of Applied Mechanics, Vol.34, No.E3, pp.612-617, 1967.
- 12) Jardine, R.J., Potts, D.M., St.John, H.D. and Hight, D.W. : Some Practical Applications of a Non-Linear Ground Model, Proc. of 10th European Regional Conference on SMFE, Firenze, Vol. I, pp.223-228, 1991.
- 13) Goto, S., Burland, J.B. and Tatsuoka, F. : Non-Linear Soil Model with Various Strain Levels and Its Application to Axisymmetric Excavation Problem, Journal of the Japanese Geotechnical Society, Soils and Foundations, Vol.39, No.4, pp.111-119, 1999.
- 14) Ramberg, W. and W.R.Osgood : Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters, Technical Note 902, NACA, July, 1943.
- 15) Jennings, P.C. : Periodic Response of a General Yielding Structure, J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol.90, No. EM 2, April, 1964.
- 16) Nishi, K. and Esashi, Y. : Stress-Strain Relationships of Sand based on Elasto-Plasticity Theory, 土木学会論文報告集, No.280, pp.111-122, 1978.
- 17) 中井照夫, 松岡元 : 3主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈, 土木学会論文報告集, 第303号, pp.65-77, 1980.
- 18) Hirai, H., Takahashi, M. and Yamada, M. : An Elastic-Plastic Constitutive Model for the Behavior of Improved Sandy Soils, Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Soils and Foundations, Vol.29, No.2, pp.68-84, 1989.
- 19) 足立紀尚, 岡田三生 : 軟岩のひずみ軟化型弾塑性構成式, 土木学会論文報告集, 第445号, Ⅲ-18, pp.9-16, 1992.
- 20) Gens, A. and Nova, R. : Conceptual Bases for a Constitutive Model for Bonded Soils and Weak Rocks, Proc., Int. Symp. on Geotech. Engrg. of Hard Soils-Soft Rocks, Vol.1, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, pp.485-494, 1993.
- 21) Rowe, P. W. : The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact, Proc. Royal Society London, Series A, Vol.269, pp.500-527, 1962.
- 22) Hardin, B.O. and Drnevich, V.P. : Shear Modulus and Damping in Soils : Design Equations and Curves, Proc. ASCE, Jour. SMFD, Vol.98, No. SM7, pp.667-692, 1972.
- 23) Kohata, Y., Tatsuoka, F., Wang, L., Jiang, G.J., Hoque, E. and Kodaka, T. : Modelling the Non-Linear Deformation Properties of Stiff Geomaterials, Geotechnique, Vol.47, No.3, pp.563-580, 1997.
- 24) 龍岡文夫, 木幡行宏 : ベディングエラー, 土と基礎, Vol.42, No.9, Ser. No.440, pp.53-55, 1994.
- 25) 佐藤剛司, 金有性, 澁谷啓, 龍岡文夫 : 各種土質材料の変形特性とせん断強度の関係, 第25回土質工学研究発表会, pp.715-718, 1990.
- 26) 澁谷啓, 金有性, 龍岡文夫, 佐藤剛司 : 人工および自然軟岩の変形と強度, 土と基礎, Vol.38, No.7, Ser. No.390, pp.132-137, 1990.
- 27) Kulhawy, F.H. : Stress Deformation Properties of Rock and Rock Discontinuities, Engineering Geology, 9, pp.327-350, 1975.
- 28) Oda, M. : The Mechanism of Fabric Changes during Compressional Deformation of Sand, Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Soils and Foundations, Vol.12, No.2, pp.1-18, 1972.
- 29) Shamoto, Y., Zhang, J.-M. and Kusukame, T. : A Simple Method for Triaxial Strain Path Testing, Journal of the Japanese Geotechnical Society, Soils and Foundations, Vol.36, No.2, pp.129-137, 1996.
- 30) 山田雅一, 安達俊夫 : 中空ねじりせん断によるセメント改良砂の強度・変形特性・排水せん断強度と微小ひずみでの変形特性, 日本建築学会構造系論文集, 第570号, pp.107-114, 2003.
- 31) 香月大輔, 中田幸男, 兵藤正幸, 吉本憲正, 村田秀一 : ダイレクタンシーに着目したセメント固化粒状体のせん断強度特性の評価, 第5回地盤改良シンポジウム論文集, pp.147-152, 2002.
- 32) 中川徹, 小柳義夫 : 最小二乗法による実験データ解析 プログラム SALS, 東京大学出版会, 1986.
- 33) Hardin, B.O. and F.E. Richart Jr. : Elastic Wave Velocities in Granular Soils, Jour. of SMF Div., Proc. ASCE, Vol.89, No. SM1, Proc. Paper 3407, pp.33-65, 1963.
- 34) 山田雅一, 安達俊夫, 旭山敦 : セメント系砂質改良土の強度・変形特性(その7. ストレス・ダイレクタンシー関係), 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.687-688, 2001.
- 35) 山田雅一, 安達俊夫 : 広範囲なひずみ領域におけるセメント改良砂の応力-ひずみ関係, 第37回地盤工学研究発表会, pp.811-812, 2002.
- 36) 山田雅一, 安達俊夫 : 広範囲なひずみ領域における地盤材料の応力-ひずみ関係, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.615-616, 2002.
- 37) 山田雅一, 安達俊夫 : 広範囲なひずみ領域における地盤材料の応力-ひずみ関係・砂とセメント改良砂のダイレクタンシー特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.399-400, 2003.

(2005年4月10日原稿受理, 2005年10月14日採用決定)