RC 部材のスリップ型多軸復元力特性の定式化に関する研究

STUDY ON FORMULATION OF SLIPPING TYPE MULTI-AXIAL RESTORING FORCE CHARACTERISTICS OF R/C MEMBERS

西村 康志郎*, グエン ホアン フィ**, 瀧口 克己***

Koshiro NISHIMURA, Hoang NGUYEN Huy and Katsuki TAKIGUCHI

A purpose of this study is to propose multi-axial restoring force model of slipping type of R/C members. Firstly, three-directional loading tests were carried out in order to understand tri-axial nonlinear restoring force characteristics of R/C members without bond of longitudinal bars, which the members without bond showed slipping behaviors in its one-directional force-deformation relationships. Then, based on consideration of the test results, bi-axial restoring force characteristics of slipping type was formulated. A matrix was used to express slipping area in this model. Finally, numerical results with the proposed model were compared with the test results to verify the model.

Keywords: R/C member, tri-axial restoring force characteristics, slipping type, theory of plasticity, modeling

RC 部材, 3 軸復元力特性, スリップ型, 塑性論, モデル化

1. 序

多方向外乱を受ける鉄筋コンクリート (RC) 構造物の地震応答解析において、部材の多軸復元力特性を適切にモデル化することは重要である。繰り返し曲げせん断力を受ける RC 部材では、荷重が零あるいは低荷重のまま荷重の増減がほとんどなく、変形のみ増減するスリップ型の復元力特性を示すことがあり、スリップ型の 1 軸復元力モデルはいくつか提案されている¹⁾。RC 耐震壁や主筋の付着が不十分な RC 梁などでは、スリップ型の復元力特性を示すことが多いが、このような部材の 2 軸あるいは 3 軸の力-変形挙動については不明な点が多く、スリップ型多軸復元力モデルも確立されていない。本論文は、スリップ型の多軸復元力特性の把握を目的とした実験と、2 軸非線形復元力特性の定式化について報告するものである。

実験では、主筋の付着の無い RC 柱試験体を 4 体作製し、一定軸力下で 2 方向加力を行った。既往の研究²⁾³⁾で、主筋の付着の無い RC 梁に曲げせん断力を与えると、1 軸復元力特性はスリップ型になることが明らかにされている。本実験では、主筋の付着の無い RC 柱が、多方向加力を受けたときの力と変形の挙動を把握する。次に、実験結果を基にスリップ型 2 軸復元力モデルを提案する。このモデルは、塑性論との類似性を利用した完全弾塑性の 2 軸復元力モデル (アナロジーモデル⁴⁾) を拡張したものである。最後に、提案したモデルによる解析結果と実験結果を比較することでモデルの検証を行う。

2. 付着の無い RC 柱の 3 方向加力実験

2.1 試験体および加力方法

試験体リスト・コンクリートの力学特性と鉄筋の力学特性を表 1、2 に、試験体図と加力概念図を図 1、2 に示す。

試験体は計 4 体であり、試験体名は [CBS:圧縮曲げせん断]-[NB:付着無し]-[試験体番号] の形で表している。全ての試験体は同形状で、コンクリート強度は 30N/mm² 級である。主筋には異形鉄筋 D10 を 8 本使用し、柱部分ではコンクリートとの付着を、図 3 に示す方法で取り除いている²⁾³⁾。主筋端部を定着版に溶接接合することで定着を確保した。部材両端部および中央部の 3 つの断面位置には、8 本の主筋に歪ゲージを表裏 1 枚ずつ計 48 枚貼付した。せん断補強筋には 4φ 丸鋼を使用し、間隔を 25mm とした。

載荷システムは文献 5) と同じである。図 2 のように、水平 2 軸を X 軸と Y 軸、鉛直方向を Z 軸とする。2 方向の水平力と軸力を 3 つの油圧ジャッキで加力し、ロードセルで荷重を測定した。試験体柱脚部を固定し、柱頭部の回転を平行定規による機械式平行維持装置と油圧シリンダーを用いた油圧式平行維持装置で抑制し、柱頭と柱脚が平行となるようにした⁵⁾。なお、軸力および Z 軸方向変位は圧縮側を正としている。力と変形の座標系は図 4 の通りである。柱頭の 3 方向並進変位を 3 つの変位計で、柱頭の回転を 5 つの変位計で測定した。図 4 に示す 3 方向の変位は、柱頭の回転を考慮して算出した。

* 東京工業大学 助手・博士 (工学)

** 東京工業大学 大学院生

*** 東京工業大学 教授・工博

Assistant Prof., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Graduate Student, Tokyo Institute of Technology

Prof., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

表1 試験体リストおよびコンクリートの力学特性

試験体名	断面 b×D (mm)	クリア スパン (mm)	鉄筋		コンクリート*		
			主筋 Pg(%)	せん断 補強筋 Pw(%)	材令(日)	シリンダー 圧縮強度 σ_B (N/mm ²)	1/3割線 弾性係数 E_c (N/mm ²)
CBS-NB-1	150×150	600	8-D10 2.54	4φ@25 0.67	45-46	32.1	2.35×10^4
CBS-NB-2					49-52	31.9	2.35×10^4
CBS-NB-3					58-60	32.2	2.37×10^4
CBS-NB-4					63-66	33.0	2.40×10^4

*: 7日間の湿潤養生後、気中養生

表2 鉄筋の力学特性

	主筋 D10異形鉄筋	せん断補強筋 4φ丸鋼
公称直径(mm)	9.53	4.0
公称断面積(mm ²)	71.33	12.57
降伏応力(N/mm ²)	371	452*
降伏歪(%)	0.18	0.42*
引張強度(N/mm ²)	485	496
ヤング係数(N/mm ²)	2.03×10^5	2.03×10^5

*: 0.2%オフセット法

図1 試験体図

図2 加力概念図

図3 付着除去方法

図4 座標系

①～⑤を変位漸増で繰り返し

図5 CBS-NB-1の加力計画

①～⑪を変位漸増で繰り返し

図6 CBS-NB-2の加力計画

図7 CBS-NB-3の加力計画

図8 CBS-NB-4の加力計画

2.2 加力計画

各試験体の加力計画を図5～8に示す。図中の番号は経路の順序を、点線は P_x を一定に維持した過程を示している。変位は試験体柱頭の変位である。全ての試験体で、一定軸力下での繰り返し水平方向加力を行った。軸力は、CBS-NB-1のみ軸力比 ($N/bD\sigma_B$) 0.2で、CBS-NB-2～4の3体では、油圧ジャッキによる加力を行わず、油圧式平行維持装置の重量 13.8kN (軸力比 0.02) である。それぞれの試験体について加力経路を説明する。

CBS-NB-1では、軸力を約 140kN で一定に保ち、X方向正負繰り返し漸増変位を与えた。文献2)3)では軸力を作用させていないので、軸力の影響を見ることが目的である。繰り返し変位の振幅は 6mm、

12mm、18mm、24mm、30mmとした。

CBS-NB-2では、直交方向の加力履歴の影響を見るために、一定軸力下でX方向とY方向へ交互に正負繰り返し加力した。まず、X方向に正負繰り返し加力し、力と変位をほぼ零に収束させた後、Y方向に正負繰り返し加力を行った。この操作を、変位漸増で繰り返した。

CBS-NB-3では、2方向加力時の基本的な力-変形関係を把握するために、一定X方向水平力下で、Y方向正負繰り返し漸増変位を与えた。まず、X方向の正負繰り返し加力を行った後、X方向水平力を約 17.5kN で一定に保ち、Y方向に正負繰り返し加力した。

CBS-NB-4では、2方向加力状態での復元力特性を把握するために、X-Y変位平面上で三角形の変位経路を取り入れた。水平2方向加力で

図9 CBS-NB-1の実験結果

図10 CBS-NB-2の実験結果

部材を降伏させ（図8の②、③）、その後部材が再び降伏しない範囲で水平2方向加力した（図8の④～⑩）。次に、X方向力を零に保ったままY方向へ1方向加力し（図8の⑩～⑬）、その後、X軸負側でも加力を行い（図8の⑬～⑮）、再度、X方向力を零に保ったままY方向へ1方向加力した（図8の⑮～⑳）。

2.3 実験結果および考察

2.3.1 主筋の付着および破壊性状

図9～12に実験結果を、図13に載荷後の試験体の写真を示す。図14はCBS-NB-1の結果を左から右へ示したものである。最上段から、鉄筋の歪、X方向変位、X方向力、軸力、を示しており、歪と軸力は圧縮を正としている。鉄筋の歪は、1本の主筋（図2で、X軸負側、Y軸正側の隅主筋）の柱頭、中央、柱脚での歪であり、その3点の歪はほぼ同様な挙動を示した。8本全ての主筋で同様な結果が得られたことから、主筋の付着は充分に除去されていると判断した。最下段の軸力については後述する。

主筋の付着がないため、図13に示すように、損傷が柱端部に比較的に集中しており、変形が大きくなると端部において1つのひび割れが大きく広がることが特徴である。CBS-NB-1では、軸力比0.2の軸力を作用させたため、徐々に耐力が低下した後、X方向変位約84mmで端部コンクリートが圧壊した。CBS-NB-2では、軸力がほとんど作用していないため、耐力は低下するものの、X方向変位が200mmを越えても破壊することなく、加力装置の限界により実験を終了された。

図11 CBS-NB-3の実験結果

図12 CBS-NB-4の実験結果

CBS-NB-3では、一定のX方向水平力のために、Y方向の耐力が低下し、X方向変位-115mmで端部コンクリートが圧壊した。CBS-NB-2では最後は単調加力だったが、CBS-NB-3では最後まで繰り返し加力したので、破壊変位に差が出たものと考えられる。CBS-NB-4では、最後にY方向へ単調加力し、耐力が最大耐力の8割以下に低下した

図 13 載荷後の試験体写真 (Y 軸の正側の面)

のを確認し、Y 方向-53mm で除荷して実験を終了させた。

2.3.2 スリップ性状について

CBS-NB-1 (図 9) では、変位振幅 12mm の繰返し変位までは最大点指向型の復元力特性を示したが、振幅 24mm の繰返し変位のときにはスリップ挙動が見られた。CBS-NB-1 では全ての鉄筋が降伏歪には達しなかった。鉄筋が負担した軸力を算出し、図 14 最下段に示した。柱脚断面での 8 本の主筋の歪に表 2 のヤング係数と断面積を乗じて、それぞれの応力を算出し、その和を鉄筋負担分の軸力とした。図中の作用軸力は材軸方向に作用している全軸力である。図 14 より、変位が零付近における鉄筋負担分の軸力は徐々に大きくなっており、スリップ挙動が顕著となる図 14 の一点鎖線以降では、スリップしているときに鉄筋が負担している軸力は約 7 割以上になっている。

CBS-NB-2 (図 10) では、X 方向も Y 方向も比較的小さな変位振幅でスリップ挙動を示し、軸力が低いとスリップ挙動を示しやすい結果となった。変位振幅 12mm の X 方向繰返し加力時には主筋がすべて引張降伏し、Z 方向変位は引張側へ進んでいた。スリップ時には、コンクリートは圧縮力をほとんど負担していなかったと思われる。

CBS-NB-3 (図 11) では、X 方向水平力を一定にした状態での Y 方向の繰返し加力の過程ではスリップ挙動を示さなかった。これは、X 方向水平力によりコンクリートが常に応力を負担している状態なので、部材が曲げせん断力に抵抗したためだと考えられる。

以上より、スリップ挙動を示す原因は、コンクリートの負担応力の低下によって部材が曲げせん断力に抵抗できなくなるためと考えられる。

2.3.3 軸方向変位および剛性について

CBS-NB-2 (図 10) では、スリップ挙動を示している時、鉛直方向変位はほぼ一定であった。CBS-NB-1 (図 9) の鉛直変位-水平変位関係は、振幅が小さい時には逆 V 字型であったが、振幅が大きくなり、スリップ挙動が顕著になってくると、鉛直変位の変動が小さくなった。コンクリートが応力を伝達できている場合は、繰返し水平加力によって材軸方向に伸びたり縮んだりするが、スリップ時には、コンクリートの負担応力が低い状態なので、材軸方向への伸縮が少なくなると言える。

CBS-NB-2 (図 10) の Y 方向の力-変位関係では、それぞれの変位振幅の繰返し加力における最初の剛性が、X 方向に比べて低下しており、直交方向加力の影響が出ている。これは、せん断力に対して、主筋に付着による応力伝達がなく、部材端部のコンクリートからの応力伝達しか期待できないので、X 方向加力による端部コンクリートの

図 14 鉄筋の歪と応力[CBS-NB-1]

損傷が影響し易いこと、および、軸力が小さく、鉛直変位が引張側に進んだため、コンクリートが応力を伝達し難い状態になっていたことが主な原因と考えられる。

2.3.4 2 軸の力-変位関係について

CBS-NB-3 (図 11) の δ_x - δ_y 関係では、一定の X 方向水平力下での Y 方向の繰返し加力の過程で、X 方向変位の増減が見られた。主筋の付着の有る RC 柱を用い、軸力を作用させて同様な水平加力を行った場合⁹⁾、X 方向変位は、降伏後には変位が進行し、降伏していないときは、ほぼ一定となる。図 11 のように、X 方向力が一定でも X 方向変位が増減するのは、スリップ性状を示す部材の特徴と考えられる。

CBS-NB-4 (図 12) では、最初の 45° 方向の加力で降伏させ、Y 方向へ除荷し、Y 軸負側で再度降伏させた (図 12 の①→③)。その後、力と変位を零に戻し、④→⑤→⑥→⑦の過程では、経験変位の内側で、X-Y 変位平面上で直角三角形となるような変位を与えた。X-Y 力平面に示した応答は、部材が再降伏していないにもかかわらず、変位平面のものとはかなり異なる結果となった。⑤→⑥の過程では、変位増分と力増分の方法は明らかに異なる。また、④→⑤→⑥→⑦の過程では P_x - δ_x 関係および P_y - δ_y 関係においてスリップ挙動が確認された。2 度目の④→⑤→⑥→⑦の過程と、その逆回りの⑦→⑧→⑨→⑩の過程での力の応答は、1 度目の④→⑤→⑥→⑦の過程とほぼ同じ経路を、そ

る行列である。 k_0 は、 $\{d\delta^p\}$ と直交する方向への膨張の割合を表す係数で、 $0 < k_0 \leq 1$ とする。 $k_0=1$ のときは等方に膨張する。

スリップ領域の境界は、 $\{n\}$ が単位円上にある状態という条件、 $\{n\}^T \cdot \{n\} = 1$ より得られる。式(7)より得られる $\{n\} = [D]^{-1} \cdot \{\delta^s\}$ を代入すると、 $\{\delta^s\}^T \cdot ([D]^{-1})^T \cdot [D]^{-1} \cdot \{\delta^s\} = 1$ となる。スリップ領域の境界は $g=1$ なので、 $[D]$ が対称行列であることを利用すると、 g は次式となる。

$$g = \{\delta^s\}^T \cdot [D]^{-1} \cdot [D]^{-1} \cdot \{\delta^s\} \quad (10)$$

式(10)より ∇_{gX} は、 $\nabla_{gX} = (1, 0) \cdot [D]^{-1} \cdot [D]^{-1} \cdot \{\delta^s\} + \{\delta^s\}^T \cdot [D]^{-1} \cdot [D]^{-1} \cdot (1, 0)^T$ となる。 $[D]^{-1} \cdot [D]^{-1}$ も対称行列なので、 $\nabla_{gX} = (2, 0) \cdot [D]^{-1} \cdot [D]^{-1} \cdot \{\delta^s\}$ を得る。 ∇_{gY} についても同様に計算すると、 $\{\nabla g\}$ は次式となる。

$$\{\nabla g\} = 2 \cdot [D]^{-1} \cdot [D]^{-1} \cdot \{\delta^s\} \quad (11)$$

式(2)(11)より次式を得る。

$$\{P\} = \kappa \cdot [T] \cdot \{\delta^s\}, \text{ただし } [T] = 2 \cdot [D]^{-1} \cdot [D]^{-1} \quad (12)$$

3.2 力増分-変位増分関係

式(1)より全変位増分は次式となる。

$$\{d\delta\} = \{d\delta^e\} + \{d\delta^s\} + \{d\delta^p\} \quad (13)$$

$\{d\delta^e\}$ は弾性変位増分である。力増分は式(3)より次式となる。

$$\{dP\} = [K^e] \cdot \{d\delta^e\} \quad (14)$$

力-変位関係の状態は4つあり、それぞれをE状態、S状態、ES状態、ESP状態、とする。E状態は、スリップ領域が無く、降伏後の塑性化を起こしていない状態である。S状態は、変位がスリップ領域内を移動し、力を負担しない状態である。ES状態は、 $\{\delta^s\}$ がスリップ領域の境界上を移動し、且つ、力を負担し、且つ、塑性化を起こしていない状態である。ESP状態は、降伏後の負荷の状態である。

3.2.1 E状態

E状態では、 $\{d\delta^s\}=0$ 、 $\{d\delta^p\}=0$ となり、式(13)は、

$$\{d\delta\} = \{d\delta^e\} \quad (15)$$

となり、式(14)より力増分-変位増分関係は次式となる。

$$\{dP\} = [K^e] \cdot \{d\delta\} \quad (16)$$

3.2.2 S状態

S状態では、図15で考えると、力を負担せず、ローラーがスリップ領域内で移動している状態なので、 $\{d\delta^e\}=0$ 、 $\{d\delta^p\}=0$ となり、式(13)は次式となる。

$$\{d\delta\} = \{d\delta^s\} \quad (17)$$

式(14)より $\{dP\}=0$ なので、次式を得る。ただし、 $[K^s]$ は零行列である。

$$\{dP\} = [K^s] \cdot \{d\delta\} \quad (18)$$

3.2.3 ES状態

ES状態では、式(9)より $\{d\delta^e\}=0$ なので、式(13)は、

$$\{d\delta\} = \{d\delta^e\} + \{d\delta^s\} \quad (19)$$

図19 ES状態

(a) 第1項

(b) 第2項

図20 式(21)に示す力増分の意味

となる。図19には、ES状態の変位増分ベクトルと力増分ベクトルを、変位平面上に示している。ES状態ではスリップ領域は変化しないので、 $dg=0$ より次式を得る。

$$\{\nabla g\}^T \cdot \{d\delta^s\} = 0 \quad (20)$$

式(20)や図19に示すように、 $\{\nabla g\}$ と $\{d\delta^s\}$ は直交する。ES状態では式(12)の $[T]$ は変化しないので、 $\{dP\} = \{P + dP\} - \{P\}$ を算出すると、

$$\{dP\} = (\kappa + d\kappa) \cdot [T] \cdot (\{\delta^s\} + \{d\delta^s\}) - \kappa \cdot [T] \cdot \{\delta^s\}$$

となり、次式を得る。ただし、微小量の2乗項は無視する。

$$\{dP\} = d\kappa \cdot [T] \cdot \{\delta^s\} + \kappa \cdot [T] \cdot \{d\delta^s\} \quad (21)$$

図15で考えると、図20に示すように、式(21)の第1項はローラーを動かさないときの力増分、第2項はローラーが壁に沿って動くことによる力増分を表す。

式(14)(19)(21)より次式を得る。

$$\{d\delta^s\} = [A]^{-1} \cdot [K^e] \cdot \{d\delta\} - d\kappa \cdot [A]^{-1} \cdot \{\nabla g\}$$

ただし $[A] = [K^e] + \kappa \cdot [T]$ 、式(2)(12)より $[T] \cdot \{\delta^s\} = \{\nabla g\}$

前式を式(20)に代入すると次式となる。

$$d\kappa = \frac{\{\nabla g\}^T \cdot [A]^{-1} \cdot [K^e] \cdot \{d\delta\}}{\{\nabla g\}^T \cdot [A]^{-1} \cdot \{\nabla g\}}$$

前2式を式(21)に代入することで次式を得る。

$$\{dP\} = [K^{es}] \cdot \{d\delta\} \quad (22)$$

ただし、

$$[K^{es}] = [K^e] \cdot [A]^{-1} \cdot \frac{\{\nabla g\} \cdot \{\nabla g\}^T}{\{\nabla g\}^T \cdot [A]^{-1} \cdot \{\nabla g\}} \cdot [A]^{-1} \cdot [K^e] + \kappa \cdot [T] \cdot [A]^{-1} \cdot [K^e]$$

$[K^{es}]$ の第1項は対称行列である。第2項は、 $K_{12}^e = K_{21}^e$ と $T_{12} = T_{21}$ を用いると1行2列目と2行1列目は等しいので、対称行列である。

$\{d\delta^s\}$ は、式(14)(19)(22)より次式となる。 $[I]$ は単位行列である。

$$\{d\delta^s\} = ([I] - [K^e]^{-1} \cdot [K^{es}]) \cdot \{d\delta\} \quad (23)$$

ここで、E状態について考える。スリップ領域が無いということは、スリップ領域を点と考えることもでき、 $\{\nabla g\}$ はあらゆる方向と成り得る。従って、式(20)を満たすには $\{d\delta^s\}=0$ となり、式(15)(16)が導き出される。つまり、E状態はES状態の特異な場合とも言える。

3.2.4 ESP状態

ESP状態では、式(13)がそのまま成り立つ。図21は変位平面と力平面を重ねたもので、ESP状態の変位増分ベクトルと力増分ベクトルが示されている。図中の $\{d\delta^{s'}\}$ は、 $\{d\delta^{s'}\} = \{d\delta^s\} - k_s \{d\delta^p\}$ である。図17で説明したように、図21のB'点での勾配は $\{\nabla g\}$ と同じ向きなので、 $\{d\delta^{s'}\}$ は $\{\nabla g\}$ と直交すると考えられ、次式を得る。

$$\{\nabla g\}^T \cdot (\{d\delta^s\} - k_s \cdot \{d\delta^p\}) = 0 \quad (24)$$

図21 ESP状態

次に、式(21)のときと同様に $\{dP\}=\{P+dP\}-\{P\}$ を算出するが、ESP状態では $[T]$ も変化するので、式(21)の右辺に $[T]$ の増分に関する項が加わる。この項は、図15で考えると、ローラーが接している壁が変化することによる力増分である。図21の後続するスリップ領域の境界において、勾配が $\{\nabla g\}$ と同じ方向となるのはB'点なので、式(21)の $\{d\delta^s\}$ を図21の $\{d\delta^s\}$ に置き換えた式で $\{dP\}$ を近似する。

$$\{dP\}=d\kappa\cdot[T]\cdot\{\delta^s\}+\kappa\cdot[T]\cdot\left(\{d\delta^s\}-k_s\cdot\{d\delta^p\}\right) \quad (25)$$

また、完全塑性の仮定より $d\mu=0$ となるので、次式を得る。

$$\{\nabla f\}^T\cdot\{dP\}=0 \quad (26)$$

後はES状態の場合と同様な計算をする。式(6)(9)(13)(14)(25)より $\{d\delta^s\}$ を算出する。 $\{d\delta^s\}$ は $\{d\delta\}$ と $d\kappa$ と $d\lambda$ の関数となる。これを式(24)に代入し、 $d\kappa$ を算出する。 $d\kappa$ は $\{d\delta\}$ と $d\lambda$ の関数となる。 $\{d\delta^s\}$ と $d\kappa$ を式(25)に代入すると次式を得る。

$$\{dP\}=[K^{es}]\cdot\{d\delta\}-d\lambda\cdot[K^{es}]\cdot\{\nabla f\}$$

これを式(26)に代入し、次の2式を得る。

$$d\lambda=\frac{\{\nabla f\}^T\cdot[K^{es}]\cdot\{d\delta\}}{\{\nabla f\}^T\cdot[K^{es}]\cdot\{\nabla f\}} \quad (27)$$

$$\{dP\}=[K^{esp}]\cdot\{d\delta\} \quad (28)$$

$$\text{ただし、}[K^{esp}]=[K^{es}]-\frac{[K^{es}]\cdot\{\nabla f\}\cdot\{\nabla f\}^T\cdot[K^{es}]}{\{\nabla f\}^T\cdot[K^{es}]\cdot\{\nabla f\}}$$

$[K^{es}]$ が対称行列なので、式(28)の $[K^{esp}]$ も対称行列である。

$\{d\delta^e\}$ は、式(6)(9)より次式となる。

$$\{d\delta^e\}=(1-k_s)\cdot d\lambda\cdot\{\nabla f\} \quad (29)$$

$\{d\delta^s\}$ は、式(13)(14)(28)(29)より次式となる。

$$\{d\delta^s\}=\left([I]-[K^e]^{-1}\cdot[K^{esp}]\right)\cdot\{d\delta\}-(1-k_s)\cdot d\lambda\cdot\{\nabla f\} \quad (30)$$

$[dD]$ は、式(6)(8)より次式となる。

$$[dD]=d\lambda\cdot\frac{k_s}{|\{\nabla f\}|}\cdot\begin{bmatrix} \nabla f_x^2+k_o\cdot\nabla f_y^2 & (1-k_o)\cdot\nabla f_x\cdot\nabla f_y \\ (1-k_o)\cdot\nabla f_x\cdot\nabla f_y & k_o\cdot\nabla f_x^2+\nabla f_y^2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$\{d\delta^e\}$ と $\{d\delta^s\}$ と $[dD]$ は、それぞれ、式(29)と式(30)と式(31)に、式(27)を代入することで算出される。

E状態から初めて降伏後の負荷となる場合を考える。E状態では、 $\{\nabla g\}$ はあらゆる方向と成り得るので、式(24)より $\{d\delta^s\}=k_s\{d\delta^p\}$ となる。これを式(13)に代入し、式(9)を用いると、 $\{d\delta\}=\{d\delta^e\}+\{d\delta^p\}$ となる。この式と式(6)(14)(26)より次式を得る。

図22 剛性行列を決定する手順

$$\{dP\}=\left[[K^e]-\frac{[K^e]\cdot\{\nabla f\}\cdot\{\nabla f\}^T\cdot[K^e]}{\{\nabla f\}^T\cdot[K^e]\cdot\{\nabla f\}}\right]\cdot\{d\delta\} \quad (32)$$

式(32)は、式(28)の $[K^{es}]$ を $[K^e]$ に置き換えたものに等しい。なお、 $\{d\delta^s\}$ 、 $\{d\delta^p\}$ ともに零ベクトルではないので、ESP状態としているが、剛性行列を使い分ける必要がある。

3.3 剛性の決定手順

図22に剛性行列を決める手順を示す。※1の分岐では、式(7)の $[D]$ の行列式を用いてスリップ領域の有無を調べている。※2では、式(10)を用いて $\{\delta^s\}$ がスリップ領域の内側かその境界上にあるかを調べている。※3では、式(5)を用いて、系が力を負担しているか否かを調べている。※4は、式(4)を用いて力点の位置が降伏曲面上か内側かを調べている。※5と※6では、負荷・除荷判定を行っており、それぞれ、 $dB^e=\{\nabla f\}^T\cdot[K^e]\cdot\{d\delta\}$ 、 $dB^{es}=\{\nabla f\}^T\cdot[K^{es}]\cdot\{d\delta\}$ 、である⁶⁾⁷⁾。 $dB^e>0$ のときに負荷、 $dB^e<0$ のときに除荷、 $dB^e=0$ のときに中立負荷、となる。中立負荷のときは、除荷と同じ剛性を用いた。 dB^{es} についても同様な判定を行った。※7では、 $db=\{\nabla g\}^T\cdot\{d\delta\}$ とにおいて、 $\{\delta^s\}$ がスリップ領域の境界上にあり、且つ、系が力を負担していない場合に、変位増分方向がスリップ領域の外側を向いているか否かを調べている。変位増分の向きがスリップ領域の外側の場合、力増分が生じるので、ES状態となる。変位増分の向きがスリップ領域の内側か、スリップ領域の境界の接線方向の場合、力増分が生じないので、S状態となる。

4. 実験結果と解析結果の比較

4.1 モデルのパラメータ

CBS-NB-2~4の3体を対象に、提案した復元力モデルを用いた解析結果と実験結果を比較する。モデルのパラメータは、降伏強度、弾性剛性、式(8)(9)の k_s と k_o であり、 $k_s=0.5$ とした。

降伏強度は、RC断面から算出されるX軸とY軸方向の累加強度をシアスパンで除したものをを用いた。累加強度の算定では、鉄筋とコンクリートの材料特性を剛塑性とし、それぞれの強度曲線を足し合わせた⁸⁾⁹⁾。材料の降伏強度には、表1のコンクリートのシリンダー圧縮強度と表2の主筋の降伏応力を用いた。図23に、主筋の付着が無いことが考慮された鉄筋の強度曲線⁸⁾、コンクリートの強度曲線、および、累加強度曲線を示した。シアスパンはクリアスパンの半分とした。算出した降伏強度を P_y^x 、 P_y^y とし、式(4)の $[U]$ の成分を、 $U_{11}=1/P_y^x^2$ 、 $U_{22}=1/P_y^y^2$ 、 $U_{12}=0$ 、 $U_{21}=0$ とした。

式(3)の $[K^e]$ について、X軸の弾性剛性 K_{11}^e は、CBS-NB-2での初期降伏までの P_x - δ_x 関係の実験結果に合うように決定し、Y軸の弾性剛性 K_{22}^e はX軸と同一とした。また、 $K_{12}^e=0$ 、 $K_{21}^e=0$ とした。CBS-NB-3、CBS-NB-4では、CBS-NB-2と同じ弾性剛性を用いた。

k_o は、塑性化によってスリップ領域が膨張するときの、塑性流れ方

図23 主筋の付着の無いRC部材の累加強度

図 24 CBS-NB-2 の実験結果
と解析結果

図 25 CBS-NB-3 の実験結果と解析結果

図 26 CBS-NB-4 の実験結果と解析結果

向に直交する方向への膨張の割合だが、本論文では $k_0=0.2$ の場合の結果を示す。“2.3.3 軸方向変位および剛性について”では、CBS-NB-2の結果で、直交方向加力の影響で剛性が低下したことを述べたが、図10のCBS-NB-2の P_X - δ_X 関係と P_Y - δ_Y 関係を見ると、直交方向の繰返し加力直後の負荷で、スリップ領域も若干広がっているのが見て取れる。剛性低下を考慮しないモデルで、直交方向加力がスリップ領域膨張に与える影響をどの程度見込むかは難しい問題であるが、 $k_0=0.1$ 、 0.2 、 0.3 の3つの場合の解析結果を比較し、 $k_0=0.2$ を採用した。

4.2 モデルの検証

図24～26に実験結果と解析結果を示す。薄い線が実験結果、濃い線が解析結果である。 $k_0=0.1$ 、 0.3 とした場合の解析結果についても言及する。

CBS-NB-2では、Y軸方向の変位振幅18mmの繰返し加力までの実験結果と比較した。入力データは δ_X と δ_Y の実験値である。図24よりスリップ領域を表現できていることがわかる。 $k_0=0.3$ では、その解析結果より、直交方向加力が与えるスリップ領域膨張の影響が大きすぎると判断した。

CBS-NB-3では、Y軸方向の耐力が低下する前までの実験結果と比較した。X軸方向の繰返し加力の過程では δ_X と δ_Y の実験値を入力データとした。一定X方向力下でのY軸方向の繰返し加力の過程では P_X と δ_Y の実験値を入力データとした。剛性行列を決める際、スリップ領域が存在し、且つ、X方向力が常に作用していることを考慮して、図22の※4(左側)以降によって剛性を決定した。図25より、一定X方向力下でのY軸方向の繰返し加力の過程において、 δ_X が増減する挙動や、 P_Y - δ_Y 関係でスリップ挙動が見られないことが表現できている。 $k_0=0.1$ では、その解析結果より、この δ_X が増減する挙動が若干小さいと判断した。

CBS-NB-4では、図8の⑬までの実験結果と比較した。入力データは δ_X と δ_Y の実験値である。図26の P_X - P_Y 関係より、②→③の過程では大きな違いがあり、その影響が③以降の過程で出ているものの、④

→⑤→⑥→⑦や⑦→⑧→⑨→⑩の過程で、変位増分と力増分の方が異なる点が表現できている。

以上、提案したスリップ型の2軸復元力モデルにより、スリップ挙動を大域的に表現できることを確認した。

5. 結

主筋の付着の無いRC柱試験体を4体作製し、一定軸力下での水平2方向加力実験を行った。実験結果よりスリップ性状について考察し、それを基にスリップ型の2軸復元力モデルを提案した。モデルは、塑性論を利用した完全弾塑性のモデルを拡張したものである。実験結果と復元力モデルを用いた解析結果を比較し、提案したモデルが2軸復元力特性を大域的に表現できることを確認した。

参考文献

- 1) 日本建築学会：建築耐震設計における保有耐力と変形性能（1990），1990
- 2) 滝口克己，岡田謙二，堺 正博：付着のあるRC部材と付着のないRC部材の変形特性，日本建築学会論文報告集，第249号，pp.1～11，1976.11
- 3) 滝口克己：付着のあるRC部材と付着のないRC部材の変形特性・Ⅱ，日本建築学会論文報告集，第262号，pp.53～59，1977.12
- 4) 日本建築学会：多次元入力地震動と構造物の応答，1998
- 5) 西村康志郎，瀧口克己：曲げ降伏型RC柱の3軸非線形復元力特性に関する実験研究，日本建築学会構造系論文集，第587号，pp.173～180，2005.1
- 6) 瀧口克己，高 智龍，西村康志郎：塑性論を利用した構造物の多軸非線形復元力モデルにおける負荷基準，日本建築学会構造系論文集，第533号，pp.127～134，2000.7
- 7) W.F.Chen, E.Yamaguchi, and H.Zhang: On the Loading Criteria in the Theory of Plasticity, Computers & Structures, Vol.39, No.6, pp.679-683, 1991
- 8) 瀧口克己：非線形構造力学 — 構造物の多軸挙動と塑性論 —，数理工学社，2002，p.217～234
- 9) 鈴木敏郎，瀧口克己，岡本哲美，加藤征宏：SRC部材の復元力特性に対するフープ筋の効果に関する実験，日本建築学会構造系論文集，第348号，pp.61～74，1985.2

(2006年1月17日原稿受理，2006年7月26日採用決定)