音波を用いた膜張力測定手法における空気の付加質量の影響の評価

EVALUATION OF EFFECT OF ADDED MASS OF AIR ON MEASURING METHOD OF MEMBRANE STRESS USING SOUND WAVE

陳 商煜*¹, 大森 博司*²
SangWook JIN and Hiroshi OHMORI

One of the most important matters in keeping membrane structures in healthy condition is to maintain the proper tension distribution over the membrane. However, it is not easy to know the actually existing stress level in the membrane quantitatively after completion of the structures. Fluttering by strong wind or ponding caused by rain water may cause the severe damage of membrane structure itself and, therefore, it is very important to know magnitude of existing stress in constructed membrane structures for their maintenance and management. A new method is proposed by authors to measure membrane stresses in two different directions separately, where instead of measuring the membrane stresses directly, the natural frequencies of the membrane within fixed rectangular region resonated by sweep and white noise external excitation induced by sound is utilized. The new method makes use of the resonance phenomena of the membrane which is induced by sound excitation given through audio speaker, where the effect of the added mass of surrounding air can not be ignored for high accuracy measurement. In this paper, evaluation scheme for the added mass effect of the air on vibration of the membrane is discussed, where two different approaches are adopted. It is shown that the proposed measurement scheme can be used for the prediction apparatus of the membrane tension stresses, where the accuracy of the measurement is achieved by proper consideration of the added mass effect of the surrounding air.

Keywords: membrane stress, sound excitation, radiation impedance, added mass, white noise

膜張力, 音波加振, 放射インピーダンス, 付加質量, ホワイトノイズ

1 序

近年、数多く設計されるようになった膜構造物は、本来圧縮あるいは曲げに対しては抵抗できない材料である膜材料を、適切な引張状態に保持することにより安定化し、膜構造物全体を雪や風による荷重に耐えられるようにするものである。こうした膜構造物の最大の弱点は張力の正確な維持管理が困難であることである。施工の初期張力導入の段階では、膜の巻き取り器具などの反力により、ある程度把握することも可能であるが、竣工後はこれを定量的につかむことが非常に困難である。ところが強風によるばたつき（フラッターリング）や雨水の局部的滞留（ポンドイング）は膜の破断につながる致命傷になることもあり、竣工後に膜構造物に生じている膜張力の大きさを知ることは、維持管理の観点から大変重要で、これを可能とする技術に大きな期待が寄せられている。

膜張力の測定に関する技術は、膜面に機械吸引を行い、その吸引方向への盛り上がりの大きさから張力を推定する方法¹⁾、膜面に特殊な器具を設置し、その変形を測定することにより膜張力を推定する方法²⁾など、これまでにいくつか試みが成されてきており、実際に現場で利用されているものもある。ところが、膜張力の測定を要するところでは未だ熟練した技術者の勤や経験に頼っており、現場

図1 測定装置の概略図

図2 膜面の境界部

で要求する性能や可搬性および測定の簡便さなどを満足させる測定装置とはなっていないのが現状である。

筆者らは、図1のように、音波を用いた膜張力測定技術を提案しており、スイープ加振やホワイトノイズを加振音源とした検証実験を行っている。³⁾⁻⁵⁾ その原理は図2に示すような長方形の境界面を持つ膜面を可聴域の振動数を持つ音波で加振し、膜面の持つ固有振動数近傍で起こる共振振動数を測定することで、間接的に膜面に作用している張力を測定するものである。理論的には、直交二方向の張力を別々に測定することが可能であり、これが実現できれば膜

*¹ 名古屋大学大学院環境学研究科 大学院生・修士(工学)

*² 名古屋大学大学院環境学研究科 教授・工博

Graduate Student, Graduate School of Environmental Studies, Nagoya Univ., M. Eng.
Prof., Graduate School of Environmental Studies, Nagoya Univ., Dr. Eng.

張力の大きさの把握に正確で安定した方法を導入することが可能となり、設計時に設定された膜張力を簡易かつ適切に導入できることになり、膜構造物の設計施工の技術分野に対する貢献は非常に大きい。

提案する膜張力測定方法は、既述のように膜面に生起する振動の固有振動数を測定することをその基本原理としているが、筆者らのこれまでの研究^{5)~7)}により膜の固有振動に対する空気の影響が大きいことが分かっている。これは振動体である膜が非常に軽く、振動中に空気の影響を受けるためであり、膜の固有振動数を理論的に予測するためには空気による付加質量の影響を考慮することが必要となる。

本報では、空気の付加質量の影響を最小二乗法により近似的に考慮する方法と、音響学の放射インピーダンスの考え方により流体反力として扱い、理論的に評価した場合について併せて記述し、実験結果との照合を通してこれらの評価法の妥当性を検証する。

2 基礎理論

膜の線形運動方程式は次のように表される。

$$-\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} T_x + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} T_y \right) = p \quad (1)$$

ここで、 $w = w(x, y, t)$ は膜面の面外のたわみ、 t は時間、 p は外圧、 ρ は膜の単位面積当たりの質量を表している。また、 T_x, T_y はそれぞれ x, y 方向の単位長さ当たりの張力を表している。

式 (1) を満足する w, p として次のような変数分離形の関数を考える。

$$w(x, y, t) = W(x, y)e^{i\omega t}, \quad p(x, y, t) = P(x, y)e^{i\omega t} \quad (2)$$

式 (2) を式 (1) に代入すると次式が得られる。

$$\rho \omega^2 W + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} T_x + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} T_y \right) = P \quad (3)$$

周辺固定の矩形膜を考えると、振動形 $W(x, y)$ は

$$W = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad m, n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

と表すことができ、自由振動を考えるため $P = 0$ とし、式 (4) を式 (3) に代入して固有振動数 ω_{mn} を求めれば次のようになる。

$$\omega_{mn} = \pi \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \sqrt{\frac{m^2}{a^2} T_x + \frac{n^2}{b^2} T_y}} \quad m, n = 1, 2, \dots \quad (5)$$

ここで、 m, n は振動モードの波の数を示しており、 $a = b$ とした正方形膜の固有振動モードのいくつかを図 3 に示す。

膜面の固有振動数から直交二方向の張力を推定することを考える。 $2\pi f = \omega$ の関係式を用いると、固有振動数 f_{mn} は次のようになる。

$$f_{mn} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \sqrt{T_x \frac{m^2}{a^2} + T_y \frac{n^2}{b^2}}} \quad (6)$$

今、2 種類の異なった加振音源の振動数 f_1, f_2 に対して膜面が共振したとき、それらの振動数は固有振動数と考えられるから式 (6) より次式が成立する。

$$\begin{aligned} T_x \frac{m_1^2}{a_1^2} + T_y \frac{n_1^2}{b_1^2} &= 4\rho f_1^2 \\ T_x \frac{m_2^2}{a_2^2} + T_y \frac{n_2^2}{b_2^2} &= 4\rho f_2^2 \end{aligned} \quad (7)$$

図 3 膜の振動モード

図 4 実験の概略図

ここで、 a_1, b_1 は振動数 f_1 の、 a_2, b_2 は振動数 f_2 の、それぞれ加振音源境界の各辺の長さを表す。

式 (7) は次式のように表現できる。

$$[A]\{T\} = \{f\} \quad (8)$$

$$\text{ここで、} [A] = \begin{bmatrix} \frac{m_1^2}{a_1^2} & \frac{n_1^2}{b_1^2} \\ \frac{m_2^2}{a_2^2} & \frac{n_2^2}{b_2^2} \end{bmatrix}, \{T\} = \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix}, \{f\} = 4\rho \begin{Bmatrix} f_1^2 \\ f_2^2 \end{Bmatrix}$$

式 (8) から膜張力 $\{T\}$ は次式によって求められる。

$$\{T\} = [A]^{-1}\{f\} \quad (9)$$

式 (9) より、共振における膜面の固有モードとそのときの固有振動数が測定できればこれを解き、 T_x, T_y の直交二方向の膜張力を別々に求めることができることが分かる。

3 Sweep 加振検証実験

本研究で提案する張力測定装置は、既述の理論に基づいて膜張力を音波加振により非接触かつ高精度に測定しようとするものである。図 4 に示すように装置は、スピーカー、音源部、レーザー変位計測部、箱型境界部、並びに記録装置からなる。スピーカーは音源部からの電圧を受け、適量の大きさと振動数を持つ音波を発信し、レーザー変位計測部は音波を受けて共振する膜面の変位を非接触で測定する。箱型境界部は、その端部を膜面に接触させることで膜面に振動境界を作る役割を持ち、20cm × 30cm の平面形状に 20cm の高さを有し、その上部は膜の振動により空気が閉じ込められないように開放されている。測定装置の重量は 3.3kgf である。

二軸引張装置により、検証実験を行った。実験に用いた膜材は A 種膜材料で、概略の形状は図 2 に示されているとおりである。膜材のスリットの入っている部分は加力と垂直方向の応力を逃がすためのものであり、指定された二軸方向の張力が膜面に正確に導入されることを目的としたものである。スリット部分以外の膜面の大きさは 40cm × 40cm、膜面密度は約 1.3kg/m² である。膜面に導入す

表 1 設定張力パターン (単位:kgf/cm)

	T_x	T_y	T_x	T_y	T_x	T_y	T_x	T_y	T_x	T_y
$T_x = T_y$	1.0		3.0		5.0		10.0		20.0	
$T_x \neq T_y$	2.0	1.0	6.0	3.0	10.0	5.0	20.0	10.0	—	—
	1.0	2.0	3.0	6.0	5.0	10.0	10.0	20.0	—	—

図 5 測定装置

図 6 測定実験の様子

る直交二方向の張力パターンを表 1 に示す。縦糸方向を X、横糸方向を Y 軸とし、重力加速度 $g = 9.8m/sec^2$ とする。

ファンクションジェネレータを用いたスイープ加振を行った。図 5 は測定装置を、図 6 は膜面に試験装置を置いた状態での音波加振実験の様子を示している。

固有モードについて、通常一次モードが卓越するので、式 (7) の m_1, n_1, m_2, n_2 は 1 となり、 $a_1 = 20cm, b_1 = 30cm$ の時の膜面の一次共振振動数 f_1 と、装置を 90° 回転させ、 $a_2 = 30cm, b_2 = 20cm$ の膜面の一次共振振動数 f_2 を測定し、式 (9) に代入して求められた測定結果を図 7 に示す。横軸は設定した (x, y) の張力パターンを示しており、縦軸は測定実験から求められた値をそれぞれの設定応力で割った値であり、1 に近いほど精度の良いことを示している。Y 軸の値が X 軸より若干精度良く測定されているが、これは縦糸方向より横糸方向の方が糸の編み方により振動しやすくなり、横糸方向に装置の長辺が置かれた f_2 の振動数の方が若干大きめとなるためと考えられる。なお、Sweep 加振実験では、装置の重量や微小な張力緩和などを考えずに行った結果であり、実際二軸引張装置に設定した張力をそのまま設定張力と扱っており、測定値には設定値そのものの誤差が入っている。

4 空気の付加質量の近似的評価

図 7 の実験結果では、高張力になるにつれて精度が落ちていることが分かる。その原因の一つとして、膜面上の空気が膜面の共振時に膜の振動を押さえるなどの役割を果たして、膜面に何らかの影響を与えた可能性が考えられる。ここでは膜面の共振振動数が空気の付加質量に影響されると仮定して、最小二乗法により誤差最小化を考える。周辺固定の矩形膜で、2 種類の異なった加振音源の振動数 f_1, f_2 に対して膜面が 1 次共振したとき、 n 回実験が

図 7 測定結果

図 8 誤差最小化による結果

表 2 n 回実験

実験番号	1	2	3	...	i	...	n
設定張力	$\{T_0\}_1$	$\{T_0\}_2$	$\{T_0\}_3$	...	$\{T_0\}_i$	...	$\{T_0\}_n$
測定張力	$\{T\}_1$	$\{T\}_2$	$\{T\}_3$	...	$\{T\}_i$	...	$\{T\}_n$

行われ、固有振動数のデータとして $\{f\}_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ が得られたとすれば、表 2 に示すように、設定張力 $\{T_0\}_i$ と測定張力 $\{T\}_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ を得る。ここで、 $\{T\}_i = [A]^{-1}\{f\}_i$ を表す。この時、誤差ベクトル $\{e\}_i$ を次式で定義する。

$$\{e\}_i = \{T\}_i - \{T_0\}_i = [A]^{-1}\{f\}_i - \{T_0\}_i \quad (10)$$

誤差の尺度として次式のような誤差ベクトルのノルム e を採用する。

$$e = \sum_{i=1}^n \{e\}_i^t \{e\}_i \quad (11)$$

ここで、式 (9) の ρ に、空気の付加質量の影響が混入していると考え、これが振動数の関数として次式のように表されるものと仮定する。

$$\rho = \rho(f) = \rho^{(0)} + \rho^{(1)}f + \rho^{(2)}f^2 \quad (12)$$

式 (12) の係数を式 (11) で表される誤差を最小化するように決めることにする。振動数ベクトル $\{f\}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \{f\} &= 4 \begin{Bmatrix} \rho(f_1)f_1^2 \\ \rho(f_2)f_2^2 \end{Bmatrix} = 4 \begin{Bmatrix} (\rho^{(0)} + \rho^{(1)}f_1 + \rho^{(2)}f_1^2)f_1^2 \\ (\rho^{(0)} + \rho^{(1)}f_2 + \rho^{(2)}f_2^2)f_2^2 \end{Bmatrix} \\ &= \rho^{(0)}\{f^2\} + \rho^{(1)}\{f^3\} + \rho^{(2)}\{f^4\} \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、

$$\{f^2\} = 4 \begin{Bmatrix} f_1^2 \\ f_2^2 \end{Bmatrix}, \quad \{f^3\} = 4 \begin{Bmatrix} f_1^3 \\ f_2^3 \end{Bmatrix}, \quad \{f^4\} = 4 \begin{Bmatrix} f_1^4 \\ f_2^4 \end{Bmatrix}$$

式 (11) で表された誤差を式 (12) の係数 $\rho^{(0)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}$ により最小化するための条件式は次のようになる。

$$\frac{\partial e}{\partial \rho^{(k)}} = 0, \quad k = 0, 1, 2 \quad (14)$$

これを実験データに基づいて実際に解けば、近似式 (12) の各係数は次のように得られる。

$$\begin{aligned} \rho^{(0)} &= 1.31054 \\ \rho^{(1)} &= 3.05943 \times 10^{-3} \\ \rho^{(2)} &= 7.65345 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (15)$$

したがって、空気の付加質量の影響は式 (9) の面密度 ρ を次式で評価することによって考慮できることになる。

$$\rho = \rho(f) = 1.31054 + 3.05943 \times 10^{-3}f + 7.65345 \times 10^{-6}f^2 \quad (16)$$

図 8 の中で ● と ■ の記号は、式 (16) で求められた膜面密度を、膜張力算定式である式 (9) に用いることによって得られる付加質量の影響を考慮した結果を示している。

5 空気の付加質量の理論的考察

ここで、空気の付加質量を音響学の放射インピーダンスの考え方を用いて、膜の振動に及ぼす付加質量の影響を理論的に評価する。ただ、媒質である空気は境界箱の平面形状だけに関係し、箱の高さ方向の空気の圧縮などの影響は受けないことにする。

図9 境界を有する円形板の放射面

5.1 無限平面境界板を有する円形板の放射インピーダンス

板の振動において媒質の影響は、振動板に無数の点音源があり、媒質中で音を放射するとき、それらが振動板に及ぼす影響に置き換えることができる。板の振動によって媒質中に音を放射すると、振動面にも音圧が生じ、板の振動を抑えるように働く。したがって、板を媒質中で真空中と同じ速度で振動させるためには余分の力が必要となる。よって、音の放射を考えると、音圧の反作用による余分なインピーダンスを考えなければならない。この余分なインピーダンスを放射インピーダンス (Radiation Impedance) といい、振動板の振動に影響を及ぼす。

図9のように円形平面音源が、角振動数を ω (rad/s) として複素速度 $u = U_0 e^{j\omega t}$ で振動しているものとする。ただし、 t は時刻、 U_0 は振幅 (実数)、 $j = \sqrt{-1}$ とする。円形平面音源上の微小面積 dS の振動によって、距離 r 離れた同じ平面上の任意の微小面積 dS' 上に生じる音圧の増分 dp は次式で与えられる。⁸⁾

$$dp = \frac{j\rho_0\omega}{2\pi r} U_0 dS e^{j(\omega t - kr)} \quad (17)$$

ここで、 $k = \omega/c$ は波数、 c は音速、 ρ_0 は媒質の密度を表す。振動面全体の振動による dS' 上の媒質の音圧は式 (17) を円形板の全面積にわたって積分することにより求められる。

$$p = \iint \frac{j\rho_0\omega}{2\pi r} U_0 e^{j(\omega t - kr)} dS \quad (18)$$

dS' 上に働く力は $p dS'$ であるから、振動面全体に作用する反作用力 f_r は次のようになる。

$$f_r = - \iint p dS' \quad (19)$$

式 (18) を式 (19) に代入し、次式を得る。

$$f_r = - \frac{j\rho_0\omega}{2\pi} U_0 e^{j\omega t} \iint dS' \iint \frac{e^{-jkr}}{r} dS \quad (20)$$

式 (20) の積分において、 dS' と dS は共に剛な円形板面上にあり、かつその振動速度は等しいので、 dS' の部分の振動によって dS に生じる力と dS 部分の振動によって dS' に生ずる力とは全く等しい。図9の右図に示すように、円形板の中心から dS' までの距離を σ 、 dS と dS' を結ぶ線と円形板の中心と dS' を結ぶ直線が挟む角度を θ とする。 dS について積分するにあたり、 dS' を一つの場所 (σ, ψ) に固定しておけば r と θ とは (σ, ψ) から測った円形板面上の座標である。 dS' を固定しておいて r と θ について全面にわたって積分し、次に dS' を移動させて r と ψ について全面にわたって積分すれば、式 (20) の二重積分は計算されたことになり、面上の全ての点が2度ずつ積分されている。 $dS = r d\theta dr$ であり、 θ 方向において dS' からの距離 σ は0から $2\sigma \cos \theta$ の間を、 θ は

$-\pi/2$ から $\pi/2$ の間を動くことになる。また、 $dS' = \sigma d\sigma d\psi$ となり、 ψ は0から 2π の間、 σ は0から a の間を動くことになるので、式 (20) は次式を積分することになる。

$$f_r = - \frac{j\rho_0\omega}{\pi} U_0 e^{j\omega t} \int_0^a \sigma d\sigma \int_0^{2\pi} d\psi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\sigma \cos \theta} e^{-jkr} dr \quad (21)$$

式 (21) の積分を行うと次の結果を得る。⁹⁾

$$f_r = -\rho_0 c \pi a^2 U_0 e^{j\omega t} [R_1(2ka) + jX_1(2ka)] \quad (22)$$

ただし、 k は波数、 a は振動板の半径、 c は音速で、 J_1 を第1種のベッセル関数、 K_1 を第1種変形ベッセル関数とすれば、 $R_1(2ka)$ 、 $X_1(2ka)$ はそれぞれ次のような級数で表される。

$$\begin{aligned} R_1(2ka) &= 1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka} \\ &= \left(\frac{(2ka)^2}{2 \cdot 4} - \frac{(2ka)^4}{2 \cdot 4^2 \cdot 6} + \frac{(2ka)^6}{2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8} - \cdots \right) \\ X_1(2ka) &= \frac{2K_1(2ka)}{(2ka)^2} \\ &= \frac{4}{\pi} \left(\frac{(2ka)}{3} - \frac{(2ka)^3}{3^2 \cdot 5} + \frac{(2ka)^5}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} - \cdots \right) \end{aligned} \quad (23)$$

放射インピーダンス Z_r は放射力 $-f_r$ と円形板の速度 $U_0 e^{j\omega t}$ の比で定義されるので、次式のように書ける。

$$Z_r = \frac{-f_r}{U_0 e^{j\omega t}} = \rho_0 c \pi a^2 [R_1(2ka) + jX_1(2ka)] \quad (24)$$

$$f_r = -Z_r U_0 e^{j\omega t} \quad (25)$$

したがって、複素駆動力 $F e^{j\omega t}$ によって媒質中を駆動している円形板の振動方程式は次のようになる。

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + R_m \frac{\partial \xi}{\partial t} + s \xi = F e^{j\omega t} - Z_r U_0 e^{j\omega t} = (F - Z_r U_0) e^{j\omega t} \quad (26)$$

ここで、 m は円形板の質量、 R_m は減衰定数、 s は円形板の剛性係数、 ξ は振動変位を表す。式 (26) を解くと円形板の速度は次式で与えられる。

$$u_p = \frac{(F - Z_r U_0) e^{j\omega t}}{R_m + j(\omega m - s/\omega)} \quad (27)$$

円形板の最初の動きを、 $u_p = U_0 e^{j\omega t}$ と仮定しているのので、式 (27) から次式が得られる。

$$U_0 = \frac{F}{Z_m + Z_r} \quad (28)$$

ここで、 $Z_m = R_m + j(\omega m - s/\omega)$ は機械的インピーダンスを表す。一方、 Z_r は放射インピーダンスであって、実部の放射抵抗 R_r 、虚部の放射リアクタンス X_r の和で定義され、次のように書ける。

$$Z_r = R_r + jX_r \quad (29)$$

Z_m, Z_r は両方とも振動数の関数であり、放射インピーダンスは駆動力と速度の比率で定義されているので、基本的に他の種類の機械的インピーダンスであって、 $kg/sec(MT^{-1})$ の次元を持つ。式 (24) の実部である放射抵抗は U_0 と同位相の力であってエネルギーを消費するが、放射リアクタンスである虚部は U_0 より位相が 90° 進み、空気を前後に動かすだけで、エネルギーを消費しない成分である。したがって、虚部の放射リアクタンスを角振動数で割れば、

加速度に関係する質量の次元を持つ量を得る。これは、常に正であって、円形板の質量 m に付加的な質量を加える役割をする。これが空気の付加質量であり、次式で表される。

$$\Delta m = \frac{X_r}{\omega} = \frac{X_r}{kc} = \rho \pi a^2 \frac{X_1(2ka)}{k} \quad (30)$$

5.2 円形板面積に等価な長方形板の放射インピーダンス

各辺の長さが $a = 20\text{cm}$, $b = 30\text{cm}$ である長方形平面板の振動による空気の付加質量を同じ面積を持つ等価円形板に置換して求める。すなわち、 $a \times b (= 20\text{cm} \times 30\text{cm}) = \pi r^2$ を満足する、半径 $r = 13.82\text{cm}$ を考える。ただし、長方形平面板は円形板に近似されたものとする。その結果を図 10 に表す。

図 10 を見ると付加質量は、振動数の関数であって、振動数の増加につれてその影響は少なくなる。本研究で扱っている 200Hz 以下の振動数領域で、振動体の密度が媒質に比べて高くはないときは無視できないものであり、その値はほとんど一定値となることが分かる。

5.3 空気の付加質量の影響の考察

前節で扱った付加質量を近似的に評価した全膜面密度は式 (16) で与えられており、これは次のように書ける。

$$\rho = \rho(f) = \rho_m + \Delta\rho \quad (31)$$

ここで、 ρ_m は膜材の面密度、 $\Delta\rho$ は付加された面密度を表す。膜材の面密度に対して付加される面密度の割合を次式で評価する。

$$\rho = \rho(f) = \rho_m \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_m} \right) \quad (32)$$

前節の近似的評価と本節の理論的評価の 2 つの付加面密度の比較を図 11 に示す。近似的評価法では、空気の付加質量の影響が膜の共振振動数に影響されると仮定して行ったため、振動数に依存して高くなり、振動数 200Hz 付近では付加面密度の割合が 70% まで近づき、空気の付加質量の影響以外の誤差が混入していることを示す。一方、理論的考察により、空気の付加質量分の誤差を分離することができ、低振動数領域で一定の値を持つことが示されており、空気の付加質量の影響を考慮した膜の振動は、真空中に比べて、膜の面密度が 20% 増加した膜が真空中で振動しているのと同じであることを示している。空気の付加質量の影響を理論的に考慮して求めた膜張力の結果を図 12 に示す。

6 White Noise 加振検証実験

既述の膜張力測定実験で用いた正弦波スイープ加振は、スイープの速度や時間に応答振幅が依存する可能性があるため所定の精度を確保するために測定時間を長く必要とする。このことを解

図 10 円形板に等価な長方形平面板の付加質量

図 11 付加面密度の割合

図 12 付加質量の影響の検討

図 13 重り付加の測定概略図 図 14 重り付加の実験の様子

表 3 重りなしの張力パターン (単位: kgf/cm)

Pattern1	T_x	1.03	1.99	3.01	3.84	4.78	5.78	6.74	7.90	9.05	13.13	14.75	19.36
	T_y	0.75	1.66	2.96	3.86	4.98	6.15	6.88	7.66	9.49	10.06	15.15	18.84
Pattern2	T_x	1.38	2.29	3.29	4.34	5.31	6.33	7.26	8.29	9.26	10.11		
	T_y	1.85	3.64	5.53	7.54	9.43	11.29	13.35	15.41	17.41	14.29		

表 4 重り付加時の張力パターン (単位: kgf/cm)

Pattern1	T_x	1.34	2.21	3.08	4.04	4.95	6.13	7.29	7.84	9.01	9.95	14.84	19.15
	T_y	0.95	1.78	2.70	3.83	5.06	7.25	6.81	7.38	8.61	9.56	14.56	18.85
Pattern2	T_x	1.58	2.48	3.43	4.38	5.34	6.40	7.49	8.44	9.38	10.25		
	T_y	1.96	3.75	5.65	7.46	9.49	11.40	13.39	15.23	17.31	14.48		

消するために、 $0 \sim 500\text{Hz}$ の振動数領域を持つホワイトノイズを加振音源とした測定実験を行った。測定装置の浮き上がりにより、想定した膜面の振動の節が境界面の外側に生じる可能性を防ぐため、 3.3kg の重さを持つ装置の上部に約 5kg ($1208\text{g} \times 4$ 個) の重りを載せて実験を行い、重りを載せなかった実験の結果と比較した。図 13 は重り付加による測定の概略図を示し、図 14 は実際に測定装置の上部に重りを乗せた様子を示している。

表 3 に示す導入張力は、測定装置を膜面に載せてある程度の時間が経ち、膜の応力変化が止まったときの二軸引張装置のロードセルから読み取った張力値である。表 4 に示す導入張力はさらに約 5kg の重りを装置の上部に載せて同様に記録した張力である。パターン 1 は等張力状態を目標に行ったものであるが、表から分かるように、実際の張力には多少のずれが見られる。パターン 2 では例えば $T_x/T_y = 1/2$ のように、 T_x と T_y との間に一定の比を持つような異張力状態を目指しており、この場合にも、表から分かるように多少のずれが生じている。各々の実験時には、ここに示されている張力が導入された状態になっている。

図 15 は測定例で、X, Y 方向の導入張力 ($1.03, 0.75\text{kgf/cm}$ 時の測定データと FFT 解析結果を表しており、導入張力下の共振

図 15 波形データと FFT 解析結果

振動数の理論値 75.39Hz に対して、 69.57Hz の共振振動数が求められていることを示す。

測定実験から求められた、重りなしと付加時の結果をそれぞれ図 16 の (a), (b) に示す。図の中の ● は導入張力であり、● と結ばれている ○ がその張力時に実験から求められた測定張力である。図 17 はパターン 1 で行った実験の測定誤差 (kgf/cm) を表しており、XY 平面上に立っている棒 ■ と ■ が、X, Y 方向のそれぞれの導入張力に対する誤差の大きさを表す。XZ 平面上の ● は X 方向の誤差を同平面上に射影したものであり、YZ 平面上の ○ は Y 方向の誤差を射影したものである。重り付加の場合、誤差は張力レベルの増加にほぼ比例的に増大していることが分かる。この傾向はスイープ加振実験と同じである。図 18 は、図 17 の誤差に空気の影響を取り入れた誤差を示している。スイープ加振による測定実験と同じく約 20% の誤差低減が確認できた。

7 結

本研究では、膜張力を定量的に、二方向別々に、高い精度で測定でき、かつ現場で利用できる膜張力の測定方法として、音波を用いた方法を提案し、実験により精度の検討を行った。また、誤差の原因の一つと考えられる空気の影響を経験則により近似的に考慮した場合と、等価な円形板を用いて理論的に評価した場合について検討を行った。

経験則による誤差最小化近似では、付加質量が振動数とともに変化すると仮定したが、理論的評価により、付加質量が振動数の関数でありながらも低振動数ではほぼ一定の値を持ち、高振動数になるに従って消失することが明らかになった。実験では膜の固有振動数が最大 200Hz を超えないので、付加質量の影響はここで問題としている振動数域では振動数に関係なく一定であることも示された。

膜の振動において空気の影響は無視できず、本研究で提案した音波を用いた膜張力の測定精度においては空気の影響を考慮することにより、約 20% の精度の向上が得られた。

ホワイトノイズを加振音源とした検証実験では、重りを付加することにより装置の浮き上がりを防ぎ、精度の良い結果を得た。膜構造が通常用いられる張力レベルである 5kgf/cm 以下の時は 80% 以上の精度を持つことが確認されたが、装置の実用化を目標としているので、目標測定精度は、低張力から高張力の広い範囲で 90% 以上を目標としている。今後は装置の実用化に向けて改良を重ねて行く予定である。

謝辞：本研究の実験には (株) 太陽工業空間技術研究所の全面的な協力を得た。記して深謝する。

参考文献

- 1) 佐々木直也, 坪田張二: 膜張力計測システム開発, 日本建築大会学術講演梗概集, B-1, pp.1389-1390, 1993
- 2) 板波隆雄: 膜張力測定装置, 公開実用新案公報 (平 05 - 062834), 1993 年 8 月 20 日公開
- 3) 大森博司, 呉 明児: 膜張力の非接触測定法の開発に関する実験的研究, 日本

図 16 White Noise 入力実験結果

図 17 White Noise 入力実験誤差

図 18 付加質量を考慮した White Noise 入力実験誤差

建築大会学術講演梗概集 (北陸), B-1, pp.847-848, 2002

- 4) S.W. Jin, H. Ohmori: Development of Measurement Equipment of Membrane Stress - Evaluation of Added Mass of Air, Proceedings of the International Symposium on Shell and Spatial Structures, Vol.1, pp.29-36, 2005
- 5) 陳 商煜, 大森博司: 膜構造の簡易膜張力測定装置の開発, 膜構造研究論文 集 2005, No.19, pp.35-40, 2006
- 6) 陳 商煜, 候 興国, 呉 明児, 大森博司: 空気の影響を考慮した簡易膜張力測定法に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北海道), B-1, pp.917-918, 2004
- 7) 陳 商煜, 大森博司: 膜張力測定法における空気の影響の理論的評価, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (近畿), B-1, pp.915-916, 2005
- 8) L.E. Kinsler, A.R. Fery: Fundamentals of Acoustics, John Wiley & Sons, Inc., pp.177-183, 1962
- 9) R.W.B. Stephens, A.E. Bate: Acoustics and Vibrational Physics, Edward Arnold Ltd., pp.687-715, 1966
- 10) 早坂寿雄: 音響工学概論, 日刊工業新聞社, pp.121-142, 1977
- 11) 太田光雄編: 基礎物理音響学, 朝倉書店, pp.81-113, 1990
- 12) 関口利男: ノイズ入門, 森北出版, pp.1-39, 1985
- 13) 星谷 勝: 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, pp.49-66, 1974

(2006年7月10日原稿受理, 2006年10月26日採用決定)