解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる構造形態の創生

STRUCTURAL MORPHOGENESIS BY THE GENETIC ALGORITHMS
CONSIDERING DIVERSITY OF SOLUTION本間 俊雄*¹, 野 瑞 憲 太*²
Toshio HONMA and Kenta NOZUI

In this paper, a procedure enabling various solution searches on the genetic algorithms is proposed for the structural morphogenesis. The proposed procedure is able to obtain a solution set including global optimal solution and local optimal solution with high estimation in feasible region. This procedure is applicable to both of the single-objective optimization problem (SOP) and the multi-objective optimization problem (MOP). First of all, our procedure is explained compared with main schemes of past researches. Next, the procedure is applied to maximization problem of bivariate functions corresponding to SOP and a problem of two bivariate functions corresponding to MOP. The effectiveness of the procedure and the fundamental characteristic of the solution are shown from numerical results by their bivariate functions. Finally, this procedure is used for the optimization problem of 2D truss structure and 2D frame structure. A solution set (structural forms) with high estimation and diversity is presented from numerical results in their structural problems. Especially, in the MOP of the frame structure, multiple structural forms with a clear transmission path of loads are able to be obtained.

Keywords : Genetic algorithms, Diversity of solution, Decent solution, Pareto optimum front, Single-objective optimization problem, Multi-objective optimization problem

遺伝的アルゴリズム, 解の多様性, 優良解, パレート最適フロント, 単一目的最適化問題, 多目的最適化問題

1. はじめに

生物の優れた生命維持や情報伝達に関する機能、例えば、進化、遺伝、学習、免疫などは、太古より現在まで、環境に適合させながら種々の形式で生物体内に取り込まれてきた。生物の何千万種もの誕生と多くの種が途絶えたという地球上の繁栄と衰退は、これら機能獲得に関する自然界の演算結果である。現在でもこの演算は続けられ、永遠に留まることはない。つまり、地球上の多様な生物である演算結果の解は、大域的最適解とはいわないまでも現在の環境に適合した、存在が許されている解の集合であると考えられる¹⁾³⁾。ここでは、このような否定されない存在可能な解(許容解:feasible solution)、中でも大域的最適解を含む局所最適解や比較的评价の高い解を優良解(decent solution)^{注1)}と呼び、その優良解を積極的に構造形態の創生に利用していく。

優良解を決定する生命の維持や情報伝達の機構を模倣した演算モデルを総称し、生物的アプローチ(life-like approach)と云う。生物的アプローチの工学における一つの応用である構造物の最適化や形態形成の問題は、ソフトコンピューティングというキーワードと共に注目されるようになった。中でもニューラルネットワーク(neural network: NN)、遺伝的アルゴリズム(genetic algorithms: GA)あるいはセル・オートマトン(cellular automata: CA)は、最近、多くの研究や実用例がみられる⁴⁾⁸⁾。

本論文では、生物的アプローチの中でも構造物の最適化問題に広く利用されているGA系の解法を核に、多様な優良解を得る手順を提案する。提案手法は、単一目的あるいは多目的の最適化問題に対して区別することなく適用できる。

本論文の構成は以下の通りである。まず、提案手法の考え方や位置付けを明確にするため、既往研究による解法と解の多様性及び優良解の関係を示す。次に、本手法のアルゴリズムを説明し、GAのベンチマーク問題として利用されている単一目的問題(single-objective optimization problem: SOP)を想定した2変数関数の最大値探索問題やトレードオフ(trade-off)関係にある目的関数を持つ多目的最適化問題(multi-objective optimization problem: MOP)に対応した2つの2変数関数を取りあげる。これらの得られた解の特性に基づき、トラスと骨組構造の二次元最適化問題に適用し、本手法の有効性と妥当性を検証する。

以上により、著者等は、本提案手法を構造形態創生問題に応用することで、多様性を容認した柔軟な解(優良解)が得られ、設計者に幅広い選択肢が与えられると考えている。

2. 既往の研究と本提案手法の位置付け

多様性を考慮したGA系の解法は古くから考えられている。当初、多くの計算モデルやアルゴリズムは局所最適解に収束することなく、結果的に大域的最適解を得るための手段であり、種々の優良解を同時に捉えるという発想ではなかった。本手法は、多種多様な優良解の探索を考える。ここでGA系の解法とは、全ての設計変数値を二進数型や実数型に置き換え、これらを1本の遺伝子列に配置し、設定した遺伝子列の集合(個体群)を指定した世代数まで、選択・交叉・突然変異を繰り返しながら、評価の高い遺伝子列を順次入れ替え、最適解を見出す計算手順を指す。

多様性を考慮した最適化問題の解法には、免疫アルゴリズム

*¹ 鹿児島大学工学部建築学科 准教授・工博

Assoc. Prof., Dept. of Architecture & Architectural Eng., Faculty of Engineering, Kagoshima Univ., Dr. Eng. Shimizu Corporation, M. Eng.

*² 清水建設 修士(工学)

(immune algorithms : IA) が知られている⁹⁻¹¹⁾。IA は SOP に対する強力な手段である。ただし、IA は GA 系の解法ではあるが、GA と比べ複雑なアルゴリズムを持ち、問題毎に複数の計算パラメータを設定しなければならない。さらに、IA を MOP に拡張するには別の手順を導入しなければならない、多くの労力が要る。

多様性を考慮した SOP の解法では、IA と同様の結果が得られる、GA と勾配法を組み合わせた方法^{12),13)}や免疫型 GA^{14),15)}、MGG (minimal generation gap)¹⁶⁾等種々の方法が提案されている。これらの解法には一長一短がある。GA と勾配法を組み合わせた方法は、大域的最適解を含む局所最適解を探索する方法として優れている。しかし、制約条件により勾配が零以外あるいは単純に他の局所解よりも評価のよい解が存在する場合、目的関数空間の全体像を捉えることは難しい。免疫型 GA は免疫度なる評価値を新たに設定し、局所最適解も同時に得る方法である。ただし、オリジナル免疫型 GA¹⁴⁾は、交叉操作のない突然変異のみの計算手順で、解探索上、遺伝子長に制限がある。免疫型 GA に交叉操作を導入するには工夫が必要であり、導入後、必ずしもオリジナル免疫型 GA と同等の結果を得るとは限らない¹⁵⁾。また、MGG あるいは類似の方法は、局所最適解に陥らないように多様性を考えていて、結果的に従来の GA のように大域的最適解を探索する方法となっている。したがって、世代数を進めると局所最適解ではなく大域的最適解を得る。このように多様性を考慮した SOP の従来の GA 系解法は、必ずしも多様な優良解を探索するアルゴリズムとして満足する計算法ではない。

目的関数が l 個ある MOP は、一般に目的関数空間にトレードオフ関係があると考えられ、得られる解は一つだけの解ではないパレート最適解 (Pareto optimal solution あるいは Pareto solution) が存在する。パレート最適解は、目的関数空間上で許容解が存在しない領域と許容解が存在する領域との境界、すなわちパレート最適フロント (非劣解集合) と呼ばれる超曲面を構成する。したがって、偏ることなく非劣解集合の全体を捉える必要があるため、多様性を考慮したアルゴリズムが重要である。さらに、優良解を考えるならば、SOP の局所最適解に対応する MOP の局所パレート解¹⁷⁾ (局所パレートフロント) 等の効率的な探索法も考えなければならない。

MOP における GA 系の解法は、集団による探索という特徴を持つため、非劣解集合が一括して得られる。それらの方法は、大きく、非パレートのアプローチとパレートのアプローチの二つに分けることができる。非パレートのアプローチは、非劣解集合を直接意識した方法ではない。代表的な方法として、ベクトル評価 GA (vector evaluated GA : VEGA)¹⁸⁾や重みパラメータを変化させる方法 (weight-based GA : WBGA)¹⁹⁾が挙げられる。しかし、これらの方法は、得られる解に偏りを持つことが多い。パレートのアプローチは、非優越に基づいた方法であり、1989 年に Goldberg のパレート・ランキング (Pareto-based ranking)²⁰⁾による方法から始まる。パレート・ランキングとは、目的関数値により各個体にランク付けをする手順であり、ランク状況により暫定非劣解集合のソートを繰り返す操作内容である。パレートのアプローチは、1990 年代前半 (I 期) と 2000 年前後 (II 期) に大きな展開があった。I 期は、MOGA (multi-objective GA : 1993)²¹⁾、NSGA (non-dominated sorting GA : 1993)²²⁾、NPGA (niched Pareto GA : 1994)²³⁾が提案された。II 期は、SPEA (strength Pareto evolutionary algorithm : 1999)²⁴⁾、NPGA-

II (2001)²⁵⁾、SPEA2 (2001)²⁶⁾が発表されている。II 期では、既往アルゴリズムの長所を取り入れた改良型が提案され、飛躍的な進展を遂げた。特にエリート戦略で用いられていたアーカイブ個体群 (免疫系解法では記憶細胞と呼ぶ) の保存とニッチ (niche) 操作では、種の個体数制限による非劣解集合の多様性確保に重点が置かれている。現在、SPEA2 は、多くの研究者に利用されている。ただし、これらすべての解法は、非劣解集合における多様性を維持した解探索であって、非劣解集合を含む非劣解集合付近の評価の高い多様性のある解の探索は考えられていない。

本論文で提案する計算手順は、MOP の非劣解集合を含む非劣解集合付近の多様性のある解の探索を可能にするため、免疫型 GA で考えられている全個体群から指定数のグループを構成し、グループ内の適応度利用により、許容解でかつ全ての目的関数をできるだけ同時に最小化あるいは最大化する比較的评价の高い解集合を捉えることを目的としている。なお、本手法は MOP に対する手順として開発してきたが、結果的に SOP の多様性を維持した解探索にも利用できる。これらの優良解を得る操作の基本は、免疫型 GA のグループ概念と SPEA のクラスタリングのアルゴリズムを導入した手順に特徴がある。ここに考え方の経緯から本提案手法を ISGA (GA with immune system) と呼ぶことにする。

3. 構造形態創生問題の定式化⁸⁾

構造解析に利用する数値計算は、通常、有限要素法 (finite element method : FEM) による離散化計算技術を採用する。一般に FEM を用いた構造形態創生に関する SOP は次式に示す形式で定式化することができる。

目的関数 : $f(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \rightarrow \min \text{ or } \max$ (評価尺度) (1)

設計制約条件 : $g_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \leq 0$ ($i=1, 2, 3, \dots, m$) (不等式制約条件) (2)

$h_k(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = 0$ ($k=1, 2, 3, \dots, \ell$) (等式制約条件) (3)

$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U$ (側面制約条件) (4)

設計変数 : $\mathbf{A} = [A_1 \ A_2 \ A_3 \ \dots \ A_p]^T, \mathbf{R} = [R_1 \ R_2 \ R_3 \ \dots \ R_r]^T$

ただし、 $\mathbf{A}$ と $\mathbf{R}$ は共に未知量ベクトルであり、各々部材特性 (断面積、板厚、密度、ヤング係数など) と節点位置に関する情報である。側面制約条件は、設計変数の上下限値を既定する。

構造形態の創生は、変位や応力などの力学的特性を制約条件に構造総体積 (重量) を最小とする目的関数を扱う場合が多い。必要であれば他の目的関数を導入し、MOP として設計変数を決定する。その場合、式(1)は次式と入れ換える。

$\mathbf{f}(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \{f_1(\mathbf{A}, \mathbf{R}), f_2(\mathbf{A}, \mathbf{R}), \dots, f_l(\mathbf{A}, \mathbf{R})\} \rightarrow \min \text{ or } \max$ (5)

ただし、 f_i は i 番目の目的関数である。制約条件は、構造としての存在可能領域を規定することを意味し、問題設定により等式制約条件や不等式制約条件が使われる。

4. 解の多様性探索機能を導入した GA (ISGA) の計算法

4.1 ISGA の計算アルゴリズム

計算手順は以下の通りである (図 1 参照)。このアルゴリズムは、二進数型 GA や実数型 GA 共に用いることができ、単一目的・多目的最適化問題に関わらず適用可能である。なお、ここでは目的関数値が小さいほど評価が高い問題を対象にアルゴリズムを説明する。

1) 初期個体群の生成 : 乱数を用いて候候補の初期個体群を生成する。

2) 各目的関数値の計算: 集団内にある個体の目的関数値を計算する。
 3) 適応度 $F(i)$ の評価: ①各個体 i が集団の中で支配される(優越な)個体数 $S(i)$ (強度)を求める。この強度はパレート・ランキング方式であるMOGAのランクを採用した²¹⁾。ただし、ここで用いる強度の内容は次の通りである。第 t 世代での集団 P_t の要素 i に対し、次式を満たす集団 P_i と後述する記憶細胞 $\bar{P}_i$ に含まれる全ての個体 j を用いた集合 $Q(i)$ を定義する。

$$Q(i) = \{j | (f_k(x_j) \leq f_k(x_i), k=1, 2, \dots, l), i \in P_t, j \in P_t \cup \bar{P}_t\} \quad (6)$$

ここで、 $x_i^T = (A_i^T R_i^T)$ は個体 i に対応する設計変数ベクトルである。強度 $S(i)$ は集合の要素数である次式で与えられる。

$$S(i) = |Q(i)| \quad (7)$$

$l=2$ の時、すなわち f_1, f_2 の二つの目的関数を扱う場合、強度 $S(i)$ は、図2.aに示すように自身を含むハッチング部個体数に相当する。②集団を後述する手順でグループ G_s ($s=1, 2, \dots, r$)に分ける。③各個体 i が同グループ内で支配される個体の強度を次式のように合計し、それを適応度 $F(i)$ (小さいほど高評価)とする。

$$F(i) = \sum_{f_k(x_j) \leq f_k(x_i)} S(j) \quad (i \in P_t, i, j \in G_s, P_t (= G_s) \subset (P_t \cup \bar{P}_t)) \quad (8)$$

この強度概念を用いた適応度は、免疫型GAやSPEAと同様にグループ(クラスタ)を構成し、グループ内だけで算出する。適応度を図2.aの例で示すと、図2.bのようになる(中白抜き○は同一グループに属さない)。ここで示した設計変数空間と目的関数空間の関係は図3の通りである。なお、グループは設計変数空間で構成する。

4) 上位個体群の選択: 算出した適応度に基づき、集団 P_t の中から適応度上位個体 H (上位個体選択率)を記憶細胞候補 $\bar{P}_t$ とする。

5) 記憶細胞への記憶: 記憶細胞候補 $\bar{P}_t$ と記憶細胞 $\bar{P}_t$ (暫定解集合)を統合し、新たな記憶細胞 $\bar{P}_{t+1}$ とする。記憶細胞の個体が設定した数 M を超える場合、後述する端切り法により個体を削除し、記憶細胞の個体数を調整する。ただし、 $\bar{P}_t$ は空集合である。

6) 次世代個体群の産生: 求めた適応度に基づき個体集団 P_t と記憶細胞 $\bar{P}_{t+1}$ から次世代個体群 P_{t+1} を産生する。

4.2 個体集団のグループ化

ISGAは適応度の評価時に個体集団のグループ化を行う。これにより局所的に優れた個体に高い評価が与えられる。グループ化は次の手順による。

1) 集合の定義: グループ G_ℓ の各個体 β_k ($k=1, 2, 3, \dots$)を要素とする集合 g_ℓ とその個体数 k_ℓ を次のようにおく。

$$g_\ell = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{k_\ell}\}, \quad k_\ell = |g_\ell| \quad (9a, b)$$

2) 集合間距離の計算: 設計変数空間において、すべての集合間距離 $d^*(g_m, g_n)$ を次式で計算する。

$$d^*(g_m, g_n) = \frac{1}{k_m \cdot k_n} \sum_{i \in g_m, j \in g_n} d(i, j) \quad (10)$$

ここで、 $d(i, j)$ は個体 i —個体 j 間における設計変数空間上の無次元化したユークリッド距離である。なお、無次元化とは同一種設計変数において最大距離が1となるように側面制約条件を考慮した換算値を意味する²²⁾。

3) 集合の統合: 設計変数空間上の最短距離を持つ二つの集合を同一集合とし、2)に戻る。以上の操作を指定されたグループ数に達するまで繰り返す。なお、初期段階では1個体が1グループである。

4.3 端切り法 (archive truncation method) による個体の削除

記憶細胞候補と記憶細胞の和が設定された個体数を超える場合、

図1 ISGAの計算流れ図

図2 強度 $S(i)$ と適応度 $F(i)$ の計算法($l=2$ の例)

図3 グループと個体の位置関係

図4 端切り法

以下の手順により個体を削除する(図4参照)。

1) 最短距離にある個体の選択: 設計変数空間上で、無次元化したユークリッド距離を用いて最も隣接する2個体を探す。その際、側面制約条件で既定された空間内の端にある個体は選択せずに残す。

2) 個体の削除: 選択した2個体の内、それぞれもう一つの隣接する個

体との無次元化したユークリッド距離を比較し、近い方の個体を削除する。削除操作は指定された個体数 M (記憶細胞指定数)になるまで繰り返す。

4.4 計算アルゴリズムの特徴と考察

グループ内の強度累積による各個体評価の重み付け(適応度)は、全体の絶対的な評価に関係なく、設計変数値が近いグループ(局所)毎の評価のよい個体を記憶細胞候補に移行させる機構になっている。この操作により局所的に評価の高い個体を解候補として選出可能とした。ここに端切り法を用いることで、設計変数空間上の解間隔(密度)を平均化する。

本アルゴリズムを図5の山登りのイメージを用いて説明すると次の通りである。各個体○は、設計変数の距離が近いグループ毎(図中楕円点線部がグループ単位)に集団で高い(優良解)方向に登り(探索)始める。高き位置が異なっても各個体はよい評価値が与えられ、山登りを続ける。ここに個体(解)が設計変数空間上で一カ所に集まったら密度を下げるニッチ操作が端切り法である。結果的に高低関係なく頂上(大域的最適解や局所最適解)及び頂上近傍にある個体(記憶細胞●)が捉えられる。なお、上位個体選択率 H は、記憶細胞を含めた個体群の強度(絶対評価)とグループ毎の適応度評価(相対的評価)により緩やかな絶対的評価を与えている。つまり、世代数が進むと H ラインはグループ毎に相対的に上昇する。

上述の説明からも判るように ISGA の計算アルゴリズムは、従来の GA における計算パラメータの他に2つの値設定が必要である。一つは、グループ数 r の設定、もう一つは、上位個体選択率 H の設定である。 r の大きさは局所的に優れた解の選択に関係する。 $r=1$ のとき、適応度は絶対評価である。 H は記憶細胞候補を選ぶ割合であり、 r の与え方で、相対的な解の範囲が決まる。なお、アルゴリズムの内容より、完全なエリート保存戦略でないことに注意が必要である。

SPEA2 は、端切り法を目的関数空間上の個体間距離で実施している。ISGA は、設計変数空間上の個体間距離で端切り法を導入する。これは次の理由による。一つの目的関数空間の解の位置において、一つの設計変数の組だけが存在するとは限らない。つまり、目的関数空間上で端切り法を用いることにより、解の多様性を失う可能性がある。ただし、設計変数空間上で端切り法を導入すると目的関数空間上のパレート最適フロントあるいは局所パレートフロントの解密度が、等しくならないあるいは解の範囲が偏ることがある。なお、目的関数空間と設計変数空間の個体間距離を計算する際、後者の計算量は明らかに小さい。

5. 2変数関数値問題への適用

ISGAの基本的な計算特性を確認するため、形状の異なる次の4つの2変数関数を用いた最大値探索等のSOPやMOPを設定する。

$$f_1(x, y) = x + y + 4(\sin x + \cos y) + 1 \quad (0.0 \leq x, y \leq 20.0) \quad (11)$$

$$f_2(x, y) = -20 - x^2 + 10 \cos(2\pi x) - y^2 + 10 \cos(2\pi y) \quad (-5.12 \leq x, y \leq 5.12) \quad (12)$$

$$f_3(x, y) = -\sqrt{20 + (x-1)^4 + (y-1)^4} - 10 \cos(2\pi x) - 10 \cos(2\pi y) \quad (-5.0 \leq x, y \leq 5.0) \quad (13)$$

$$f_4(x, y) = -20 - x - y \quad (-5.0 \leq x, y \leq 5.0) \quad (14)$$

式(11)(sin-cos関数)と式(12)(Rastrigin関数)は最適化アルゴリズムを

図5 ISGAの探索概念図

図6 2変数関数の図形

図7 単一目的関数問題(f_1 : 式(11)の ISGA, IA, SGA の比較)

確認する SOP のベンチマークとして利用されている。また、式(13)(拡張 Rastrigin 関数)と式(14)(平面関数)の関数利用により、同種の設計変数 x, y に異なる関数値(評価値)を与えることから、MOP が想定できる。各式のグラフ(形状)は図6の通りであり、式(11)ー

図8 世代毎のエリート個体の目的関数値の推移[f_1 式(11)] 図9 単一目的最適化問題に対する ISGA による解[f_2 式(12)] a f_3, f_4 目的関数空間上の記憶細胞

b 各関数曲面上の記憶細胞の位置

図10 多目的最適化問題に対する解の比較[f_3 式(13), f_4 式(14)]

(13)は多峰性関数である。これら4つの関数に対し、独立変数(設計変数) x, y の範囲を各々16 bit の二進数型でコード化する。ISGA による解は他の解法とも比較する。単一目的の最大値を求める問題は、SGA (standard GA), IA と比較した。多目的問題では、SPEA2, IA (線形加重和法, 重み共に 1.0 使用) の解と比較した。計算結果は代表的な一例を図7-10に示す。なお、各解法で用いた計算条件やパラメータ等は、同一となるように次のように設定した。世代数: 100, 個体(抗体)数: 200, 交叉法: 二点交叉, 突然変異率: 0.01, 選択法: トーナメント方式, 交叉率: 1.0。SGA ではエリート保存戦略(エリート個体 1)を採用している。IA の特徴を示す計算パラメータは $T_{\Pi} = 0.3$, SOP の時: $T_{\pi 1} = T_{\pi 2} = T_S = 0.1$, MOP の時: $T_{\pi 1} = T_{\pi 2} = T_S = 0.073$ とした^{注2)}。

SOP の計算結果は図7-9に示す。図7 (グループ数 $r=30$, 記憶細胞数 $M=20$, $H=0.2$, 最大値 $f_{1,\max}=f_1(20,20)$)、図9 ($r=30$, $M=50$, $H=0.3$, 最大値 $f_{2,\max}=f_2(0,0)$) は、記憶細胞を各多峰性関数(式(11), (12))のグラフ上にプロットした図である。図7の SGA の解は上位 20 個体以上が同一解となっていた。図8は図7の解に至る世代毎のエリート個体に対する目的関数値の推移である(横軸: 世代数, 縦軸: $f_1(x,y) - f_{1,\max}$)。これらのグラフから判るように ISGA は、優良解の探索を目的としたアルゴリズムであるにも関わらず、他の試行結果も考慮すると、SGA より大域的最適解を早く探索する傾向があり、IA とほぼ同等の大域的最適解探索能力が認められる。なお、図7の解に対

し、 $H=0.01$ で計算すると大域的最適解を中心とした近傍の個体が記憶細胞になる。図9式(12)の ISGA を用いた最大値探索問題に対しても、IA, SGA の解の分布や収束状況は、図7, 8と同様であった。

MOP の計算結果を図10($r=40$, $M=50$, $H=0.3$)に示す。この図は、 $f_3 - f_4$ 目的関数空間上に得られた解個体をプロットしている(図2と表現を同じにするため、各関数値を $-f_3, -f_4$ として最小値探索問題に置き換えた)。図10a から目的関数空間にトレードオフの関係が認められる。図10b では、各関数 f_3, f_4 曲面上に解個体をプロットする。これらの解析結果図より、ISGA による解は SPEA2 と比べ、パレート最適解だけでなくパレート最適解周辺の評価の高い解を得ていることが判断できる。また、設計変数空間(x, y)上の距離概念で端切り法を用いた多様性確保の意味も数値的に捉えることができた。なお、線形加重和法を用いた IA より、ISGA, SPEA2 の方が優れている。SPEA2 はパレート最適解が捉えられていることも確認できる。

以上の計算結果より次の知見が得られる。グループ数 r と上位個体選択率 H の決定法は、問題の内容により変わる。多峰性関数の峰密度が高い場合は、 r の数を増やす必要がある。 H を小さく採れば、最大値付近の探索領域を狭める。ただし、ここでの解析例では、設計変数が同一種・同次元で関数形状も判っているため、パラメータ r, H の値は容易に決められる。種類が異なる設計変数を設定する一般の問題では、目的関数空間の構成が不明である。この場合、通常、 $H=0.3 \sim 0.4$ より計算を始めるとよい。 r に関しては p_i の個体数を考

慮して、多少の試行錯誤による決定が必要である。なお、図 10 の ISGA の解は、記憶細胞の数 M を増やすことにより、図 10.a における SPEA2 のパレート最適フロントを網羅することができ、かつ局所的な解も捉えられる。

6. 構造形態創生問題

ここでは平面上のトラス構造と剛接骨組構造の最適化問題に ISGA を適用した例を示す。まず、ベンチマーク問題として SOP であるトラス構造の上弦節点変位指定問題を取りあげる。この例題は、連続した解を有し、解の多様性を確認する問題としてよく利用される。MOP のトラス構造モデルでは、3つの目的関数を設定する。最後に骨組構造モデルの MOP において、種々の優良解が得られる例を示す。なお、MOP の目的関数の一つに、許容応力度を導入し、許容応力度設計に対応する条件とする。また、構造解析は線形弾性範囲で考える。GA 系解法における計算条件やパラメータ等は、断りのない限り 5 章と同一とする。

6.1 上弦節点変位指定問題(Model-I)

解析モデルは図 11 に示すように同一水平線上にある荷重作用点の節点 1, 2, 3 が荷重作用後も水平の状態を維持する初期構造形状決定の上弦節点変位指定問題である(節点数 8, 要素数 13)²⁷⁾。設計変数は下弦節点 a, b, c の鉛直方向座標値 Y_a, Y_b, Y_c (水平座標固定)とする。各節点の取り得る範囲は次の通りである。

$$-100.0 \leq Y_a, Y_b, Y_c \leq 100.0 \quad (\text{cm}) \quad (15)$$

ここでは解析モデルの形状と荷重の対称性を考慮し、節点 a, b, c の鉛直位置 $Y_a = Y_c, Y_b$ を 2 進数でコード化する。この 2 つの節点鉛直座標値のみを遺伝子にコード化した一遺伝子 20 bit を準備する。なお、この問題では自重を無視し、 $P=9.8 \text{ kN}$ を与える。部材断面積は全部材 10.0 cm^2 である。

荷重載荷後、上弦節点が水平を保持する目的関数は、上弦節点 1, 2, 3 の鉛直方向変位を各々 v_1, v_2, v_3 とすると次式で設定できる。

$$f(Y_a, Y_b) = (v_1 - v_2)^2 + (v_1 - v_3)^2 + 1 \quad (16)$$

この目的関数値が 1 のとき、水平を維持する。

解析結果は、図 12 に代表的な一例を示す。横軸が $Y_a (= Y_c)$ 、縦軸が Y_b の値(座標値)である。ここでは、ISGA, IA, SGA および文献 28) の解と比較している。ISGA, IA, SGA の計算パラメータは、世代数: 100, 個体(抗体)数 200, 突然変異率: 0.01, $M=20$ (SGA では評価の高い上位 20 個体を対応), $r=20$, $H=0.3$, IA では、 $T_{\pi 1} = 0.3$, $T_{\pi 1} = T_{\pi 2} = T_S = 0.15$ とした。文献 28) の解は、セル・オートマトン法系の解法である自律分散有限要素法(ADFEM)による近似解である。計算結果から判るように ISGA は解空間を網羅した個体(解)が得られる。 M を増やすと文献 28) の解を等密度の分布で配置され、覆い尽くす。参考に 6 つの構造形状例を図 12 中に記す。この問題において、上位個体選択率 H を変えても結果の傾向に大きな差は表れない。

6.2 トラス構造の多目的最適化問題(Model-II)

二次元トラス構造の MOP に本手法を適用する。解析モデルは図 13 に示す(節点数 6, 要素数 10)²⁹⁾。このトラス構造に対し文献 30) では SPEA を用いたパレート最適解が示されている。ここでは、ISGA による解と SPEA2 によるパレート最適解を比較する。

このモデルは、部材総重量、最大応力度比、最大節点変位の 3 つの目的関数を最小化する MOP である。各部材が同一材種、同断面積

図 11 上弦節点変位指定問題の解析モデル (Model-I)

図 12 上弦節点変位指定問題 (Model-I) の解の比較

図 13 10 部材トラス構造解析モデル (Model-II) (トラス要素)

で構成すると仮定する。このとき、重量最小化は総体積の最小化問題となる。部材断面積の取り得る範囲は $64.516 \sim 33032.192 \times 10^6 \text{ mm}^2$ ($0.1 \sim 51.2 \text{ in}^2$) とし、各部材断面積を二進数の 9 bit で表現する。つまり、10 部材の断面積を遺伝子にコード化した一遺伝子 90 bit を準備する。制約条件は許容応力度、 $\sigma^U = -\sigma^L = 172.25 \times 10^3 \text{ kN/mm}^2$ (25 kips/in^2) である。なお、弾性係数: 68.9 kN/mm^2 ($1.0 \times 10^4 \text{ kips/in}^2$)、荷重: $P = 445.374 \text{ kN}$ (100 kips) を与える。各目的関数と制約条件は次式に示す。

$$f_1(\mathbf{A}) = \mathbf{L}(\mathbf{R})^T \mathbf{A} \quad (\text{総体積}) \quad (17)$$

$$f_2(\mathbf{A}) = \max_j \sigma_j(\mathbf{A}) / \sigma_a \quad (\text{許容応力度比}) \quad (18)$$

$$f_3(\mathbf{A}) = \max_j \delta_j(\mathbf{A}) \quad (\text{最大節点変位}) \quad (19)$$

$$\sigma^L \leq \sigma_j(\mathbf{A}) \leq \sigma^U \quad (\text{制約条件}) \quad (20)$$

ここで、 $\mathbf{A}$: 部材断面積ベクトル, $\mathbf{L}$: 部材長ベクトル, $\mathbf{R}$: 節点座標ベクトル, σ_j : j 部材応力度, δ_i : i 節点変位を表す。なお、 $\mathbf{L}$ は $\mathbf{R}$ の関数である。許容応力度 σ_a は次式により算出する。

$$\sigma_a = \begin{cases} \sigma^L & \sigma_j(\mathbf{A}) < 0 \text{ のとき} \\ \sigma^U & \sigma_j(\mathbf{A}) \geq 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (21)$$

解析結果の一例は、図 14, 15 に示す。これらの図は目的関数空間に

図14 10部材トラス要素モデル(Model-II)のISGAによる解析結果

ISGA, SPEA2の解個体をそれぞれプロットしている。 f_1 - f_3 平面に投影すると SPEA2 の解はパレート最適フロントが追跡されていることが確認できる。計算条件は、世代数:5000, 個体数 200, $M=200$, $r=40$, $H=0.3$ とした。この問題では、 r を小さくし H を厳しくすると ISGA の解は SPEA2 のパレート最適フロントに近づく傾向にある。 H と r の設定により、パレート最適フロントと局所パレートフロントを同時に捉えることもできる。

6.3 剛接骨組構造モデル(Model-III)

図16の骨組構造モデル(節点数32,要素数39:同一材種,同断面積,同断面形状)において、部材総体積および最大応力度比の最小化を目標とした多目的最適化の解析を実施した。各目的関数と制約条件は以下の通りである。このモデルは文献31)を参考にしている。

$$f_1(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \mathbf{L}(\mathbf{R})^T \mathbf{A} \quad (\text{総体積}) \quad (22)$$

$$f_2(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \max_j \sigma_j(\mathbf{A}, \mathbf{R}) / \sigma_a \quad (\text{許容応力度比}) \quad (23)$$

$$\sigma^L \leq \sigma_j(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \leq \sigma^U \quad (\text{制約条件}) \quad (24)$$

ここで、 $\mathbf{A}$:部材断面積ベクトル, $\mathbf{L}$:部材長ベクトル, $\mathbf{R}$:節点座標ベクトル, σ_j : j 部材の応力度, σ_a は許容応力度であり、式(21)と同様に次式で算出する。

$$\sigma_a = \begin{cases} \sigma^L & \sigma_j(\mathbf{A}, \mathbf{R}) < 0 \text{ のとき} \\ \sigma^U & \sigma_j(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \geq 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (25)$$

設計変数は部材断面(断面形状と面積)及び下弦各節点の座標値(x , y)である。いま、全部材の断面形状を矩形、奥行きは 6 m とする。ここに j 部材断面積 A_j の代わりに部材せい h_j を設計変数とする。座標値については、下弦部材節点 i の鉛直座標 y_i と下弦部材 j の長さ比率を表すパラメータ α_j を設計変数とする。下弦部材 j の長さの x 方向成分 l_{xj} とパラメータ α_j との関係は、次式により与える。

$$l_{xj} = L \times \frac{\alpha_j}{\sum_k \alpha_k} \quad (26)$$

部材せい h_j : $1 \sim 51.2\text{ m}$ (9 bit), 鉛直座標 y_i : 図の基準位置から $-60 \sim 59.0625\text{ m}$ (7 bit), 下弦部材パラメータ α_j : $1 \sim 128$ (7 bit) の範囲を二進数でコード化し、一個体 243 bit 準備する。個体数 200, $M=100$, 最終世代数 30000 (10000 世代設定で十分に収束していると判断したが、この問題の性質上、局所パレート解を乗り越える過程の見極めを明確にするため、30000 世代まで計算した), 突然変異率: 0.03, 交叉

図15 10部材トラス要素モデル(Model-II)のSPEA2による解析結果

図16 39部材骨組構造解析モデル(Model-III)(梁要素)

率: 0.7 とする。構造解析条件は、単位体積重量: 24.5 kN/m^3 , 弾性係数: 206.7 kN/mm^2 , 許容応力度: 8.0 N/mm^2 , $L=260\text{ m}$, $T=60\text{ m}$, $P=546\text{ kN}$ である。なお、下弦部材各節点の水平位置は、境界ライン AB と CD 間に配置させ、式(26)の利用により、上弦材と下弦材を結ぶ部材を交差させないことにする。また、計算上、構造形状の対称性を考慮する。

文献 31)は類似問題(両側境界点 AB, CD 間に部材を入れた 41 部材モデル)を SPEA の利用により解析し、乱数列、交叉率、突然変異率を変えることで 2 種類の構造形式が得られたと報告されている。このことは、GA 単独による多目的最適化問題の解探索において、解集合が局所パレート解近傍に留まり、パレート最適フロントを捉えることが難しい場合がある可能性³²⁾を裏付けている。

ここでは、このような局所パレート解集合を積極的に捉えることを考える。いま、 $H=0.01$, $r=10, 25, 50, 100$ と変化させ、各 10 回合計 40 回試行した。解析結果は、一回の試行において目的関数空間上で種々の滑らかな曲線(局所パレートフロント)に載るような解集合を得た。しかも、一回の試行で得られたデータの構造形状は、力の流れが同じ形式と考えられる形態を構成する。図 17 に得られた構造形状のタイプを 6 つ示す。図 18-20 に 3 つの構造形状タイプ (Type-A, -B, -C: 各 $r=25, 50, 100$ 場合) を選択し、目的関数空間上に記憶細胞をプロットする (Type-A: $\square$, Type-B: $\circ$, Type-C: $\triangleleft$, Type-D: $\triangle$, Type-E: ∇ , Type-F: $\star$)。図中には代表的な構造形状を 4 つ示す(構造形状の太さは梁せいの大きさに対応)。なお、記憶細胞の中で曲線から大きく外れている個体を調べると、類似形態であり、一部の部材梁せいが極端に大きくなっている。

上位固体選択率を $H=0.4$ とし、他の条件を同じにして計算すると

図17 39部材梁要素モデル (Model-III) のISGAによる構造形態創生

6.2の解析結果と同様に目的関数空間上で帯状の解を得る。構造形状を確認すると一回の試行計算で、複数の構造形状が得られる場合と同じ一つの構造形状の場合があった。

次に、 $M=200$ ， $H=0.3$ ， $r=100$ と設定し、突然変位率を遺伝子長の逆数に $1.0-1.5$ を乗じた値で計算した。結果は、目的関数空間上で綺麗な帯状の解を得る。その内側のラインにSPEA2の解が重なる傾向がある。 H 値を小さく、 r を変えると図17と同様に試行毎に収束するパレートフロントが変わる。ただし、収束した曲線は数種類に分けられる。突然変異率を $0.01-0.03$ にすると多様なパレートフロントが捉えられた。なお、図18 Type-B, -E, -Fのようなアーチ形状形態に関しては、他に上下弦材を結ぶ材の配置が異なる種々のパターンを得ている。

SPEA2による解析では文献31)と同一計算条件にすると同じく異なる構造形状のパターンを得た。ただし、一回の計算で一つの構造形状あるいは複数の構造形状が混在するという種々の結果を得る。しかし、多様性のある多くの形状パターンは得られない。

7. おわりに

2変数関数の最大値探索に関するSOPとMOP及び3つの二次元構造モデルのSOPとMOPに対する本提案手法による数値結果から、以下のことがまとめられる。

1. 2変数の多峰性関数を用いたSOPでは、大域最適解や局所最適解及び各最適解近傍を含めた優良解が得られる。ここで採用した多峰性関数においては、 r 、 H の値は容易に決められる。
2. 2変数関数を用いたMOPでは、パレート最適解と一緒にパレート最適フロント近傍の評価の高い解が捉えられる。局所パレートフロントが存在しない問題では、優れた解法であると考ええる。また、設計変数空間で端切り法を導入する意味を明確にした。
3. 連続する解を持つトラス構造の上弦節点変位指定問題では、解空間全体が捉えられる。この問題では、 r 、 H 値を変えても同様の結果を得る。また、記憶細胞の数 M を増やすと解全体の構造を調べることができる。つまり、連続する解が存在する問題では、解空間全体を捉える解法として強力な手段になると考える。なお、目的関数空間で端切り法を適用すると、設計変数空間の端切り法とは異なり、偏った解になることが容易に予想される。
4. トラス構造のMOPは、設計変数が同一種であるため、 $H=0.01$ のとき、ISGAの解はSPEA2のパレート最適フロント(曲面)に近づく傾向がある。また、 r の設定により完全ではないが同時に別の曲

図19 39部材梁要素モデル (Model-III) の結果例1 ($r=25$) 図20 39部材梁要素モデル (Model-III) の結果例2 ($r=50$) 図21 39部材梁要素モデル (Model-III) の結果例3 ($r=100$)

面が得られる。この曲面は、局所パレートフロントと考えている。

5. 剛接骨組構造モデルでは、 r と H の設定により力の流れのパターンが違う種々の構造形態を捉えることができた。この問題では、次元やオーダが異なる設計変数の距離概念を導入したため、このような数値結果を得たと考えている。

これらの解析結果と計算手順を考察すると本提案手法は、アルゴリズム上、2つの仕組みが重要な役割を担っていることが判る。一つは、絶対評価の強度計算に設計変数空間上の距離概念を用いたクラスタリングによるグループ毎の相対的適応度計算である。強度計算は、個体集団と暫定優良解(記憶細胞)を含めることで、世代が進むにつれ、各固体の評価を厳しくする。その結果、グループ毎の相対的評価判定基準が上昇し、得られる優良解全体が比較的评价の高い個体になる。もう一つは、相対的評価の適応度を上位固体選択率の利用により優良候候補(記憶細胞候補)を決定し、暫定優良解と無

条件に統合させることである。指定優良解の数より多いときは、端切り法を用いて暫定優良解を再構成させることもポイントである。この操作は記憶細胞の内容を固定させない意味がある。これら二つの仕組みが多様性のある優良解の確保を可能にする。

上述のように、グループ数 r と上位個体選択率 H の与え方により、多様性のある優良解の内容を制御している。さらに、後者の仕組みにおいて、記憶細胞候補にある絶対的に評価の低い解を記憶細胞に残す可能性を与えている。この可能性は、解析結果図 19-21 (Model-III) で説明したように、記憶細胞を目的関数空間でプロットするとパレートフロントから極端に離れた点も記憶細胞に取り込んでいることから判る。ここに記憶細胞と記憶細胞候補との間に何らかの緩やかな入れ換えスキームの導入も必要であるだろう。ただし、基本的には、本提案法が多様性を重視する優良解探索の基本アルゴリズムになっている。なお、ISGA の計算時間は、SOP と MOP に対して開発した SGA や SPEA2 と比較するとクラスタリング操作の関係で 1.2~2 倍程度多くかかる。

以上、本論文では、解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる解析手法が提案でき、かつこの方法を構造形態創生に応用できる可能性が示せた。今後、本手法によるデータの蓄積と改良を行い、存在が否定されない優良解を積極的に利用する構造形態の創生に展開していきたい。

謝辞

本研究を進めるに当たり、鹿児島大学・情報工学科 中山茂教授より、GA に関する資料の提供を受けました。また、元鹿児島県立短期大学高崎一美氏、鹿児島大学理工学研究科建築学専攻 堀切秀作君には、データ整理の協力を得ました。ここに記して深謝致します。

注

- 注 1) 文献 33) では、“優良解を複数のほどほどに優れた解”と定義し、better solutions と呼んでいる。
- 注 2) 免疫アルゴリズム (IA) は、効率よく抗体 (解候補) を産生し、抗原 (最適化問題) を排除する免疫機構を模倣するため、抗体群の多様性を制御する 4 つの閾値 T_H, T_S, T_{E1}, T_{E2} を設定する。 T_H, T_{E1} は抗体の濃度に関する閾値である。 T_S, T_{E2} は抗体産生の促進と抑制に関する閾値である。ただし、4 つの閾値は独立するパラメータではなく、互いに影響し合う。これらの値の構造問題に対する決め方は文献 11) に詳しい。なお、抗原を排除する抗体が記憶細胞 (解集合) となる。

参考文献

- 1) 本間俊雄: 節点近傍モデルのセル・オートマトン法による計算力学と形態の創生, 第2回半谷裕彦記念「形態解析セミナー」セミナー論文集 CD, Vol.2, No.2, 1-38, 2000.7
- 2) 日本建築学会編: 空間構造におけるコンピュータ利用の新しい試み, 日本建築学会・丸善, 2005.3
- 3) 日本建築学会編: 空間構造におけるコンピュータ利用の新しい試みと将来展望セミナー資料, 1-20, 2005.10
- 4) 日本建築学会編: 構造形態創生の理論と応用 (応用力学シリーズ 8), 日本建築学会・丸善, 2001.3
- 5) 北野宏明, 遺伝的アルゴリズム 1-4, 産業図書, 1(1993), 2(1995), 3(1997), 4(2000)
- 6) 加藤恭義, 光成友孝, 築山洋: セルオートマトン法, 森北出版, 1998.10
- 7) 三井和男, 大崎純, 大森博司, 田川浩, 本間俊雄: 発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム, 計算工学シリーズ 3, コロナ社, 2004.7
- 8) 日本建築学会編: 建築最適化への招待, 日本建築学会, 2005.4
- 9) 森一之, 築山誠, 福田豊生: 免疫アルゴリズムによる多峰性関数最適化, 日本電気学会論文誌 C, 117(5), 593-598, 1997
- 10) 本間俊雄, 加治広之, 登坂宣好: 免疫アルゴリズムによるトラス構造物の多目的最適化と解の多様性, 構造工学論文集, 49B, 309-317, 日本学術会

議・日本建築学会, 2003

- 11) 本間俊雄, 加治広之, 登坂宣好: 免疫アルゴリズムによる構造システムの最適化と解の多様性, 日本建築学会構造系論文集, 588, 103-110, 2005
- 12) 廣安知之, 三木光範, 南泰彦, 谷村勇輔: 傾斜法を用いたハイブリッド遺伝的アルゴリズムの大域的最適点探索, 情報処理学会第 6 回数理モデル化と問題解決シンポジウム, 57-64, 2000
- 13) 廣谷裕介, 小野智司, 中山茂: 実数免疫アルゴリズムと準ニュートン法のハイブリッドによる複数解探索法の基礎的検討, 電子情報通信学会論文誌 D, 89(1), 121-128, 2006
- 14) 斎藤文彦: 免疫システム型 GA を用いた正規化相関による複数画像領域探索, 電学論 C, 122(4), 655-661, 2002
- 15) 野端憲太, 本間俊雄: 免疫システムを導入した GA によるトラス構造の最適化, 計算工学講演会論文集, 9(1), 419-422, 日本計算工学会, 2004.5
- 16) 池谷弦, 吉田洋明, 山口雄仁, 石川芳男: 遺伝的アルゴリズムによる 2 段式スペースブレーン (TSTO) の飛行経路最適化, 計算工学講演会論文集, 10(2), 643-646, 日本計算工学会, 2005.5
- 17) K. Deb: *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, Wiley, 2001
- 18) J.D. Schaffer: Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms, In Proceedings of 1st International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, 93-100, 1985
- 19) P. Hajela and C.-Y. Lin, Genetic search strategies in multicriterion optimal design, *Structural Optimization*, 4(2), 99-107, 1992
- 20) D.E. Goldberg: *Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning*, Addison-Wesley, 1989
- 21) C.M. Fonseca and P.J. Fleming: Genetic Algorithms for Multi-objective Optimization, Formulation, Discussion and Generalization, Proceedings of 5th International Conference on Genetic Algorithms (ICGA'93), 416-423, 1993.
- 22) N. Srinivas and K. Deb: Multi-objective Optimization Using Non-dominated Sorting in Genetic Algorithms, *Evolutionary Computation*, 2(3), 221-248, 1994
- 23) J. Horn, N. Nafpliotis, and D.E. Goldberg: A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multi-objective Optimization, Proceedings of 1st IEEE Conference on Evolutionary Computation, IEEE World Congress on Computational Intelligence, 1, 82-87, 1994
- 24) E. Zitzler and L. Thiele: Multiobjective Evolutionary Algorithms, A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(4), 257-271, 1999
- 25) M. Erickson, A. Mayer and J. Horn: The Niche Pareto Genetic Algorithm 2 Applied to the Design of Groundwater Remediation Systems, In Eckart Zitzler, Kalyanmoy Deb, Lothar Thiele, Carlos A. Coello Coello and David Corne, editors, First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Springer-Verlag, Lecture Notes in Computer Science No. 1993, 681-695, 2000
- 26) E. Zitzler, M. Laumanns and L. Thiele: SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, In Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, 2001
- 27) 半谷裕彦, 原田和明: 変位モード指定の構造形態解析法, 日本建築学会構造系論文集, 453, 95-100, 1993
- 28) T. Honma and N. Tosaka: Autonomous Decentralized Finite Element Method and Its Applications, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 57(6), 853-874, 2003
- 29) S. Rajeev and C.S. Krishnamoorthy: Discrete optimization of structures using genetic algorithms, *International Journal of Structural Engineering*, 118(5), 1233-1250, 1992
- 30) 高田豊文: 多目的遺伝的アルゴリズムを応用したトラス構造物の最適設計, 計算工学講演会論文集, 8(2), 327-330, 日本計算工学会, 2003.5
- 31) 高田豊文, 大崎純: 橋梁の設計・骨組, 構造形態の創生と最適化セミナー資料, 35-41, 日本建築学会, 2005.1
- 32) M. Laumanns, G. Rudolph, H.-P. Schwefel: Mutation Control and Convergence in Evolutionary Multi-Objective Optimization, In Proceedings of the 7th International Mendel Conference on Soft Computing (MENDEL2001), 24-29, 2001
- 33) 大森博司: 建築造形の科学・構造力学の眺望, 2006 年度日本建築学会大会 (関東) 構造部門 (シェル・空間構造) パネルディスカッション「ストラクチャル・デザインの方針」資料, 26-37, 日本建築学会, 2006.9

(2006年9月10日原稿受理, 2006年12月14日採用決定)