建築仕上端部の特異性応力場における破壊力学的パラメータの算定 に関する解析的研究

—タイル張り仕上げの変形追従性能試験を事例として—

AN ANALYTICAL STUDY ON SINGULAR STRESS FIELDS AT THE EDGES OF INTERFACES OF FINISHINGS BY INTERFACIAL FRACTURE MECHANICS

—A case study of compression tests of the units composed of concrete
bodies and cementitious adhesive mortar with ceramic tiles—

渡部 嗣道*

Tsugumichi WATANABE

This paper describes analytical results by a boundary element method on stress singular conditions at the interface edges between the concrete bodies and cementitious adhesive mortar with ceramic tiles. A general stress function is also presented that uses two singularity parameters to predict shear stresses near the stress singular points by a fracture mechanical method. Several new methods are presented to obtain the values of two parameters which are stress intensity factors and singularity exponents. Furthermore, the usefulness of these methods and the characteristics of the two parameters under different influences of several kinds of finishing conditions are discussed.

Keywords : *Interfacial fracture mechanics, Stress intensity factor, Dissimilar Materials, shear stress, Finishing, Interface Delamination*
界面破壊力学、応力拡大係数、異種材料、せん断応力、仕上げ、界面剥離

1. はじめに

鉄筋コンクリート構造物では、セメントを結合材とした接着接合による建築仕上工法が普及しており、左官仕上げやタイル仕上げなどの湿式工法による仕上げはその代表的な例である。これら建築仕上げの代表的な劣化症状の一つとして、建築仕上げとコンクリート構造物との界面剥離がある¹⁾²⁾。これは、物理・化学的な多様な要因によって起きる破壊現象と考えられているが、そのメカニズムは十分に解明されていない。こうしたなか、セメント系材料による建築仕上げを接着させたコンクリートに軸方向圧縮力を載荷して、両材料間の界面にせん断力が作用するように工夫した変形追従性能の評価実験が近年において多く実施されている³⁾。しかし、その界面の応力場に関する詳細な研究はほとんど行われていない。

一方、構造材料の代表的な安全性設計方法の一つとして破壊力学が挙げられるが、近年では、異種材料間の接合問題における界面端部特異性応力場に関する適用技術として界面破壊力学の有効性が唱えられている⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾。しかし、セメントを接着結合材料とした建築仕上げの接着界面において、弾性モデルで解析した場合には、その端部で特異性を示すにも関わらず、破壊力学的手法により応力場を検討した例はほとんどみられない。そこで、著者は界面での線形破壊力学を適用したセメント系材料界面の強度評価方法の提案を行い、その有効性を実験的に示した⁸⁾。ただし、これは界面に接着欠陥による初期き裂または、き裂進展過程を想定しており、健全な仕上げ端部を代弁したものではない。

本研究は、既報⁸⁾と同様に、界面破壊力学からなる複合材料の接

着設計技術を、セメント系建築仕上材料の接着界面端部における剥離問題へ適用するための研究の一環としたものであり、本研究では線形破壊力学的手法を用いている。この手法の実用的な適用性は、それに基づく特異性パラメータと材料強度との感性を実験的に検証評価する必要があるが、その前にその特異性パラメータの算定方法を確定しなければならない。そのためには、タイル仕上げ層におけるモルタルとコンクリートとの接着界面端部近傍の応力場を弾性解析によって評価するとともに、それによって得られた特異性応力場に依拠して、この試験方法を単純化したモデルに適合した特異性パラメータの算定方法を検証する必要がある。なお、変形追従性能試験では、コンクリート/モルタル界面での界面破壊現象が多いため、本解析ではこの界面を対象とした。

2. 既往の研究と研究目的

2.1 変形追従性能試験の仕上げ端部の応力場評価

近年では図1に示すような圧縮載荷による変形追従性能試験を実施して、コンクリートに対するタイル仕上げの変形追従性能の評価を行うことが重要視されるようになった⁹⁾¹⁰⁾。これは、仕上げ層および躯体の乾湿・温冷ムーブメントによるひずみ差によって生じる界面のせん断力に対する抵抗性を評価するには、従来の接着力試験¹⁰⁾のみでは限界があるとの認識が広がったためである。しかし、それらは実験的に剥離時と推定される仕上げまたはコンクリート表面のひずみを評価値として採用しているだけで、界面強度との関係性が明確でない。また、この変形追従性能試験では接着界面の端部から

* 大阪市立大学大学院生活科学研究科 助教授・博士(工学)

Assoc. Prof., Graduate School of Human Life Science, Osaka City Univ., Dr. Eng.

の剥離進展が確認されていることから、その端部の応力場の状況を評価することは極めて重要なことである。しかし、変形追従性能試験における応力場の評価に関する解析的研究はほとんど行われておらず、その応力場は不明確のままである。そこで、本研究は、この変形追従性能試験を研究対象例とし、剥離の起点と考えられるこの接着界面端部について、この近傍の応力場の詳細な状況を2次元弾性解析によって明らかにすることが第一の目的であり、将来的には、乾湿・温冷ムーブメントなどの長期的かつ繰返し応力などが作用する場合の基礎的資料とする。

図1 圧縮荷重による変形追従性能試験モデルの概況

2.2 界面破壊力学の適用

下地と仕上げ層との界面の応力場に応力関数などを用いて適切に評価することは、剥離防止の性能設計を目指す上で重要なことである。ここで、注意しなければならないのは、平居¹¹⁾や前田¹²⁾の解析でも明らかなように、接着界面端部先端は特異点となり、その近傍の弾性解は無限大すなわち特異性を示すことである。特異点は破壊の起点となることが多く、変形追従性能試験などによる接着端部から剥離が進展する実験結果⁹⁾と整合するため、この接着端部の応力場を無視することはできない。まず、馬場ら¹³⁾は、剛体支持盤上にある仕上げ層について、エアリーの応力関数に基づいた界面応力分布を求めている。ここで、特異点では応力度の確定ができないために、特異点となる端部の応力度をゼロとして特異性を強制的に消失させている。一方、前田¹⁴⁾は、仕上げ層を弾性支持盤上の梁モデルとし、界面パネにおける線形および非線形解析を行っており、端部の応力集中が表現されている。また、著者¹⁵⁾もシアラグ理論により端部の応力集中を関数表示している。しかし、これらはいずれも接着界面端部の特異性を詳細に評価したものではない。

一方、破壊力学的手法は、このような特異性応力場を詳細に表現するものであり、今日では多くの分野において重要な信頼性設計に用いられている。線形破壊力学では、応力拡大係数などの特異性パラメータを求めることによって脆性的な材料における破壊強度を直接的に推定することが可能である。近年では界面の剥離問題にまで発展させた界面破壊力学の実用的発展も目覚ましい⁴⁵⁾⁴⁶⁾。そこで、本研究では、図1に示すようなセラミックタイル仕上げの変形追従性能試験を研究対象例として、この試験方法に適合した線形破壊力学に基づく特異性パラメータの算定方法の適正を検討することが最も重要な研究目的となる。なお、コンクリートなどのセメント系粒子分散複合材料は、非弾性的な力学的性質を持ち、き裂進展の性状に関する評価については、近年では非線形破壊力学手法による勢力的

な研究が多く見られる。しかし、変形追従性能試験でのせん断応力による破壊面は接着界面上の単一面破壊となることが多く、コンクリートの凝集破壊に見られる微細な分散ひび割れや骨材を介する破壊性状とは大きく異なる。この場合の破壊性状は不安定な挙動を示すものが多く、塑性変形が極めて狭い領域に限定される小規模降伏破壊となる可能性は高く、弾性体として取り扱つかえる可能性も高い。そのため、破壊面が接着界面となる場合には、線形破壊力学による設計手法の適用は十分に期待できる。

2.3 特異性パラメータの算定方法の適正評価と仕上条件の影響

特異性応力場が生じるような切欠きを有する2種類の弾性材料により構成される半無限体異種材料の接着界面端部の切欠きモデル¹⁶⁾を図2のように置き換えると、その近傍の特異性を示す応力度は、近似的に(1)式の指数関数で表せることが分かっている⁴⁾。ここで、特異性を示すパラメータは、特異性指数と応力拡大係数である。特異性指数は、切欠き角度 θ_1 ならびに θ_2 と各材料の力学的性質によって決定される¹⁶⁾。なお、 θ_1 および θ_2 とも 180° の場合、つまりき裂問題の場合には、材料定数に関わらず λ は0.5となる。

$$\sigma \propto 1/r^\lambda \quad (1)$$

ここで、 σ ：特異点近傍応力度、 r ：特異点からの距離、 λ ：特異性指数

図2 異種材料間接着界面と切欠きモデル¹⁶⁾

しかし、(1)式は応力のプロファイルを記述しているだけであり、特異性応力場の強さを示す比例定数すなわち応力拡大係数についての議論が必要である。つまり、この応力拡大係数は、材料定数、接合端形状 θ_1 および θ_2 などの関数となると考えられるが、異種材接着構造についての応力拡大係数の統一された理論的な定義はまだ確立されていない⁴⁾。そこで、服部ら¹⁷⁾やGroth¹⁸⁾は(1)式を実用的に適用するため応力関数を(2)式で表し、 K を一般化された応力拡大係数として提唱している。そして、服部らは半導体パッケージの熱応力負荷による剥離問題において、界面破壊力学的手法に基づく方法で実用展開している¹⁷⁾¹⁹⁾²⁰⁾。

$$\sigma(r) = K/r^\lambda \quad (2)$$

本研究では、変形追従性能試験において、コンクリート/モルタル間の接着界面端部の応力場評価を、(2)式の応力関数にあてはめて行うが、その算定方法を提示し、その方法に不適切な問題が生じないかを解析的に検証するのが第2の研究目的となる。ここで、特異性指数の値は、図2の理論モデルに対するBogyの理論解¹⁹⁾を用いる方法が考えられる。同試験における仕上げ層は薄い複層で構成されており、図2の理論解モデルとは大きく異なるため、その差異について検討しなければならない。また、理論解が複数存在する場合、応力場の推定方法を(2)式に一義的にあてはめる場合の取り扱いも明確にする必要がある。それは、外挿法を適用する応力拡大係数の

算定値にも影響するものと考えられ、特異点近傍の複雑な応力場に対する一義的な算定方法の適正についても検討する必要がある。

なお、特異性指数と応力拡大係数である特異性パラメータは、力学的性質や幾何学的条件などの仕上げ層の多様な条件の影響を受けるものと考えられる。そこで、特異性指数と応力拡大係数の算定方法の適用性の評価は、仕上条件を広範囲に変化させたパラメトリックな解析的検討によって行う。また、それと同時に、仕上条件が特異性パラメータの大きさに与える影響についても考察する。

3. 仕上げ端部の界面応力度評価

3.1 解析モデルと算定方法

解析対象は、タイル仕上げにおけるセメント系接着材料間界面のせん断抵抗性能を評価するために、近年適用されている圧縮荷荷による変形追従性能試験とした。モデルの形状は、著者のこれまでの変形追従試験体と同様な材料構成と端部形状とし²¹⁾、図3に示すような片面モデルを採用した⁹⁾。なお、タイルの裏足形状は単純化し、タイル厚は平均値としている。ここで、使用材料の力学的性質は既報⁹⁾のものを使用し、載荷盤への載荷応力は 10N/mm^2 、載荷盤とコンクリートとの境界条件は接触境界とした。なお、この境界条件が完全接着境界となっても仕上げ端部近傍の応力場にはほとんど差異がないことが確認された。さらに、この片面モデルの他、図1の(a)のような左右対称モデルでも同様な応力解析を行ったが、両者にもほとんど差異がないことが確かめられた。これらは、特異性を表す領域が接着界面端部近傍の小範囲であるため、載荷盤の境界条件や仕上げ層の構成条件の影響は小さい結果になったものと考えられる。

一方、解析方法は境界要素法とし、2次元弾性問題の平面ひずみモデルとした。また、解析プログラムは、特異点についても高い解析精度が確認されている平居が開発したもの²²⁾²³⁾を使用するほか、特異点近傍の要素分割を微細にする必要があるため、最小要素長さを 0.2mm とし、誤差の大きい特異点近傍2点を計算結果から外した。

図3 境界要素法解析モデル⁹⁾²¹⁾ (1/2モデル)

3.2 接着界面端部近傍における応力度解析結果

コンクリート/モルタル層接着界面について、各種応力度の分布状況を図4に示す。いずれの応力度とも切欠き先端が特異点となっているが、先端から離れるほど応力度は一定値に収束する。

図5に先端からの距離 r ($0.5 \sim 100\text{mm}$)と各種応力度の絶対値とを両対数表示したものを示す。 σ_x (界面に平行な方向の垂直応

力度)と τ (せん断応力度)は、先端付近 ($r = 0.5\text{mm}$ 程度)から $\log(r) = 0.8$ ($r = 7\text{mm}$ 程度)程度の範囲においてほぼ直線に近い特性を示し、応力度分布が(2)式の特異性を示す応力関数で表示できる可能性のあることを示している。なお、2つの直線勾配はほぼ同じ値を示している。しかし、 8mm を越えると直線性が徐々に失われ、最終的に特異性が消失する。一方、 σ_y (界面に垂直な方向の垂直応力度)は本解析領域よりもさらに先端に近い領域で詳細に解析すれば、他の応力度と同等な勾配を持つ直線性を示す可能性はあると考えられるが、先端から 0.5mm 以内での極めて先端に近い領域についてでも直線性を示さず、特異性が消失するように急激に減少した。したがって、この応力度についての(2)式による表示は、実用的な解析作業の上で極めて困難であると考えられる。

ところで、2次元問題における界面剥離の危険性を評価するには、モードI型 (開口型)とモードII型 (せん断型)の2タイプ存在することが知られており、これらに起因する応力度は σ_y と τ である。ここで、 σ_y は負の応力となっているため開口型となり、モードI型の破壊は考えられない。すなわち、この変形追従性能試験における破壊モードはせん断応力度 τ によるモードII型の単一モードであると考えられる。したがって、特異性に関する応力度表示はせん断応力度 τ についてのみ検討することとした。

そこで、せん断応力度 τ に関して、図5で直線と見られる対数表示領域を概ね3等分割し、これらを最小二乗法によって直線近似した結果を表1に示す。 K' は直線近似での切片 ($\log(r) = 0$)から求めた見かけの応力拡大係数であり、(2)式の比例定数に相当する。いずれも高い近似性を示すものの、特に特異性指数は近似範囲により3~7%程度の差異が見られ、結城ら²⁴⁾が指摘しているとおおり、この応力場についても(1)式のような一義的な応力関数のみでは厳密には表現できないことを示している。

図4 応力度分布

図5 応力度分布の両対数表示 (絶対値)

表1 セン断応力に関する直線近似結果

領域	$\log(r)$	r (mm)	λ (先端近傍①に対する比)	K ($N \cdot mm^{-1/2}$)
全体	-0.3010 ~-0.8388	0.5~6.9	0.434 (0.975)	8.62 (相関係数:0.9996)
先端近傍①	-0.3010 ~-0.1139	0.5~1.3	0.445 (1)	8.57 (相関係数:0.9999)
先端近傍②	0.1139 ~-0.4914	1.3~3.1	0.414 (0.930)	8.52 (相関係数:1.0000)
先端近傍③	0.4914 ~-0.8388	3.1~6.9	0.458 (1.029)	8.95 (相関係数:0.9993)

4. 特異性指数の理論解

Bogy は、図2に示すような半無限領域にける2次元弾性モデルにおいて、特異性指数 λ は、(3)式の特性方程式の根とした固有値 p を求めることによって理論的に算定されることを導いている¹⁶⁾。ここでは、この特性方程式を用いて、図1に示す頂角が θ_1 と θ_2 、ヤング係数とポアソン比がそれぞれ E_1, ν_1 と E_2, ν_2 の二つ材料の接着モデルについて、特異性指数 λ の理論解を求める。なお、特異性指数 λ の理論解を求めることはできるが、本研究のような切欠き問題における応力拡大係数 K は、理論解で求めることはできない。

$$Q(\theta_1, \theta_2, \alpha, \beta; p) = 0 \quad (3)$$

ここで、特性関数 Q や諸係数を以下の式で表される。

$$\begin{aligned} Q(\theta_1, \theta_2, \alpha, \beta; p) &= \beta^2 \cdot A(\theta_1, \theta_2; p) + 2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot B(\theta_1, \theta_2; p) \\ &+ \alpha^2 \cdot C(\theta_1, \theta_2; p) + 2 \cdot \beta \cdot D(\theta_1, \theta_2; p) \\ &+ 2 \cdot \alpha \cdot E(\theta_1, \theta_2; p) + F(\theta_1, \theta_2; p) \end{aligned} \quad (4)$$

$$G_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} \quad (i=1, 2) \quad (5)$$

$$m_i = \begin{cases} 4(1-\nu_i); & \text{平面ひずみ} \\ 4/(1+\nu_i); & \text{平面応力} \end{cases} \quad (i=1, 2) \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{G_1 \cdot m_2 - G_2 \cdot m_2}{G_1 \cdot m_2 + G_2 \cdot m_1} \quad (7)$$

$$\beta = \frac{G_1(m_2-2) - G_2(m_1-2)}{G_1 \cdot m_2 + G_2 \cdot m_1} \quad (8)$$

また、(4)式における関数 $A \sim F$ は、

$$H(p, \theta) = \sin^2(p\theta) - p^2 \sin^2(\theta) \quad (9)$$

を用いると以下ようになる。

$$\begin{aligned} A(\theta_1, \theta_2; p) &= 4H(p, \theta_1) \cdot H(p, \theta_2) \\ B(\theta_1, \theta_2; p) &= 2p^2 \cdot \sin^2(\theta_1) \cdot H(p, \theta_2) \\ &\quad + 2p^2 \cdot \sin^2(\theta_2) \cdot H(p, \theta_1) \\ C(\theta_1, \theta_2; p) &= 4p^2 \cdot (p^2-1) \cdot \sin^2(\theta_1) \cdot \sin^2(\theta_2) \\ &\quad + H[p, (\theta_1-\theta_2)] \\ D(\theta_1, \theta_2; p) &= 2p^2 \{ \sin^2(\theta_2) \cdot \sin^2(p\theta_1) \\ &\quad - \sin^2(\theta_1) \cdot \sin^2(p\theta_2) \} \\ E(\theta_1, \theta_2; p) &= -D(\theta_1, \theta_2; p) + H(p, \theta_1) \\ &\quad - H(p, \theta_2) \\ F(\theta_1, \theta_2; p) &= H[p, (\theta_1+\theta_2)] \end{aligned} \quad (10)$$

そして、特異性指数 λ は、上記特性方程式の解となる固有値 p を用いて次式より求まる。

$$\lambda = 1-p \quad (11)$$

ここで、特異性が生じるとき： p が実数で $0 < p < 1$

特異性が消失するとき： $1 \leq p$

なお、 p は複素根となる場合も存在する。これは、Hein, Erdoganら²⁵⁾の詳細な解析結果によると、図3のモデルを対象とした場合($\theta_1=90^\circ, \theta_2=180^\circ$)には、ヤング係数の小さな平板にそれよりも高い材料が接着する場合であり、それもヤング係数比が約10以上であることが明らかとなっている。そのため、後述する本研究で対象とする構成材料の力学的条件では、 p は明らかに実数根が得られるものと判断される。

仕上げ材端部の特異点条件として、図3における変形追従性能試験の諸条件と同一となるように、仕上げ材端部角度： $\theta_1=90^\circ$ 、コンクリート接着面角度： $\theta_2=180^\circ$ とした場合における特性方程式の計算結果を図6に示す。このように固有値 p は、(3)式の左辺である特性関数 Q がゼロとなるように p を変化させて挟込み法によって求められる²⁴⁾。この結果より固有値 p は2つの根が算定され、 $p=0.548$ と 0.925 が得られる。そして、(11)式より、特異性の指数 λ は、0.452と0.075の2つの解が求められる。表1のように、特異性指数 λ が解析領域によって特異性指数の値が異なり、厳密には両対数図上で直線とならないのは、このように2つの特異性指数が存在し、これら2つの特異性応力場が重ね合わせた形で実際の応力場が現れるためと考えられる²⁴⁾。ただし、これら2つの解がどのように特異性応力場に影響するかはいまだ明らかとなっていない。しかし、(2)式のような応力関数で単純化するのであれば、特異性指数をいずれかの値で適用する他は考えられない。そのため、服部ら¹⁶⁾は強度評価に適用する特異性指数 λ は、理論解の大きな値の方が強く支配するものと考え、応力拡大係数を求める際にはこの値を適用している。そこで、本研究でもこの考え方に準拠すれば、採用値は0.452となる。この理論解の値は、表1の先端近傍①の勾配である0.445とほぼ同等な値となっていることから、この解析条件の下ではこの理論解による値でも接着界面先端近傍の特異性指数として概ね取り扱うことができることが確認できる。すなわちこの応力場のせん断応力はこの理論解における特異性指数の大きな値に概ね支配されているものと評価してよい。

図6 特性関数計算結果

5. 接着界面先端の応力拡大係数の算定

特異点における応力拡大係数の決定にはこれまで多くの方法が提案されているが、その中でも外挿法はそれを確定する最も基本的な方法として知られており、界面破壊力学でもき裂問題についてその方法が用いられている²⁴⁾。そこで、本研究でも接着界面先端の応力拡大係数の決定に際し、この外挿法のうち応力に関する直接法を用いる。まず、せん断応力度 τ に関する(2)式を変形すると、(12)式によって距離 r と数値解析値 τ から Kr が求められる。

$$Kr(\tau, r) = \tau \cdot r^\lambda \quad (12)$$

ここで、特異性指数 λ は、表1に示す数値解析値の対数変換値か

ら直線近似して求める場合と、Bogy の理論解を用いる場合とが考えられ、いずれを採用しても精度よく数値解析を行うことが出来れば大きな問題はない。したがって、ここでの特異性指数 λ の選定には、支配的な値と考えられる Bogy の理論解のうち大きな値を用いる方法を暫定的に用いることとし、その適用性については後述において検討する。

(12)式で計算される K_r を先端からの距離が50mmの範囲について図7に示す。先端からの距離が10mmの範囲についての K_r は $-8.5 \sim -9.0 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-\lambda/2}$ の同程度の値を示していることから、この領域の応力場はほぼ同程度の応力拡大係数を持つ(2)式で表示できることが確認できる。しかし、10mmを超えると応力拡大係数の絶対値は単調に大きく増加する。これは、距離 r が大きくなるほど実質的には特異性指数が増大し、界面端部近傍の応力場を示すのに適した応力拡大係数から大きく乖離することを示している。すなわち(2)式で表示できる領域が限定されることを示している。

一方、 K_r は界面端部から5mmの範囲でほぼ線形を示しており、この界面端部の複雑な応力場でも、(2)式へのあてはめが比較的可能な領域と言える。そこで、この範囲において、(13)式の外挿法による接着界面端部における応力拡大係数の推定値 K_{r0} を図8のように求めた。応力拡大係数 K_{r0} の算定計算結果は、 $8.52 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-\lambda/2}$ となり、表1に示されている見かけ上の値 K' と比べると、外挿法による値は先端近傍①および②の領域の近似解とほぼ同様な値となった。

図7 K_r の分布 (50mm 以内)

図8 外挿法による K_{r0} の算定 (λ : 理論解)

図9 数値解と提案式による解との比較

$$K_{r0} = \lim_{r \rightarrow 0} K_r(\tau, r) \quad (13)$$

以上の方法により、応力拡大係数 K_{r0} と特異性指数 λ とを求める、仕上端部近傍のせん断応力度 τ の分布は(14)式で表示される。

$$\tau(r) = K_{r0} / r^{\lambda} \quad (14)$$

せん断応力度 τ に関する数値解析値と(14)式による推定値とを図9に示す。外挿法算定領域において良好な近似性が確認できる。

6. 仕上げ条件に関するパラメトリックな解析的検討

6.1 検討内容

本研究では、(13)式のように特異性指数の算定値を(2)式にはめて応力拡大係数を求めるため、特異性指数の算定方法の適否は重要な課題となる。特異性指数の算定は、せん断応力度の直線近似からの勾配を求める方法(以下、近似解法)と、服部らが採用したBogyの理論解を用いる方法(以下、理論解法)とが考えられる。近似解法では、表1のように近似領域によって値が異なるため、解析方法の精度や要素分割の粗密の影響を受ける恐れがある。一方、理論解法では、図2における材料定数と切欠き部の角度によってのみ一義的に決定されるため、近似解法の問題点が解消される。しかし、実際の接着端部近傍は図1のような半無限モデルとは異なるため、理論解どおりの応力場が形成されるかは不明であるほか、理論解について複数の実数解を持つ状況下において、この一方の理論解を(2)式にあてはめることに対する適正を検討する必要がある。そこで、ここでは、理論解法による特異性指数の算定値が数値解析値による直接的な算定値、すなわち近似解法を精度よく再現しているか否かによって、その算定法の適否を評価する。また、応力拡大係数の算定値に与える影響についても同様に評価する。ここで、近似解法による近似領域を接着界面先端に最も近い表1の領域①とした。

また、応力拡大係数は接着界面の破壊基準などに適用される重要なパラメータであるため、仕上げ層の諸条件がこの特異性パラメータに与える影響も評価する。

なお、変形追従性能試験における接着界面端部での二つの特異性パラメータは、仕上げ層の幾何学的条件や力学的性質に影響を受けるものと考えられるので、ここでは、仕上げ層の条件を3シリーズに分けて、パラメトリックな解析的検討を実施する。

6.2 解析モデルと基本条件

解析条件は、タイル層やモルタル層の厚さおよび長さ、さらに弾性係数などとし、その水準については実用的なタイル寸法を基本とした広範囲な値を設定した。算定方法を整理して図10に示す。また、解析モデルは図3で示したように、コンクリート/モルタル/タイルの3層構造とし、片面張り上下対象モデルとした。解析方法は平面ひずみ問題の2次元解析とし、前述と同様に境界要素法を用いた。本解析は弾性解析であり、載荷力が特異性パラメータに与える影響がないため、図3と同じ 10 N/mm^2 とした。

一方、解析における基本条件を表3に示す。試験体モデルの大きさについて、コンクリート層では、名知らの研究のように650mmの長大試験体を用いたものもあるが、実用的な簡易試験体として厚さ $100 \times$ 幅 $100 \times$ 長さ 400 mm のものを使用している例が多いので、本研究ではこの形状寸法とした。また、タイル層およびモルタル層につ

図10 特異性パラメータの算定フロー

いては、いずれも幅は2次元問題とするためコンクリート層と同じ100mmとした。一方、コンクリートは普通コンクリート、モルタル層は普通モルタル、タイル層はせつ器質タイルとし、各種材料のヤング係数およびポアソン比は既往の研究の値⁹⁾を用いた。

6.3 解析計画

表4に3シリーズの解析条件を示す。

1) シリーズⅠ

シリーズⅠでは、モルタル層およびタイル層の厚さを解析因子とする。モルタル厚は直張りから厚手の下地を含むように5～15mmの3水準、タイル厚は2丁掛タイルの12mmの0.5倍のものの整数倍とし、薄いものから厚いものまでを包含するように6～24mmの範囲の4水準とした。また、モルタル層は普通モルタル、タイル層はせつ器質とした。

2) シリーズⅡ

シリーズⅡについては、仕上層の長さとも地の有無を解析因子とする。「目地無し」については、2丁掛タイル（幅60mm×長さ227×厚さ12mm）を基本寸法として、0.25倍～1.5倍の4水準の長さとした。また、「目地有り」については、2丁掛タイルの0.5倍の長さをモジュール寸法として、タイル2個および3個を配置した2水準とした。なお、目地モルタルの厚さはタイル厚と同じとし、その弾性係数はモルタル層と同じとした。なお、モルタル層およびタイル層の材質については、シリーズⅠと同じとした。

3) シリーズⅢ

シリーズⅢについては、モルタル層およびタイル層の材質を表3の基本条件とは異なる値となる解析条件とする。モルタル層は近年開発が進んでいる低弾性モルタルを想定し、普通モルタルのヤング係数を低減した値を用いた2水準とした。また、タイル層はせつ器質と磁器質の2水準とした。なお、モルタル厚については、5mmと15mmの2水準とした。

6.4 セン断応力分布の解析結果とその評価

1) シリーズⅠ

表5に解析結果を示す。特異性指数について、近似解法による算定値はモルタル厚やタイル厚の違いによる影響はほとんど見られず、ほぼ一定の値となった。また、理論解法との差は1～5%程度とほぼ同等な値となり、理論解法でも十分に特異性指数を推定できるものと評価できる。

モルタル厚とタイル厚との和である仕上げ厚と応力拡大係数との関係を図11に示す。全てのモルタル厚について、タイルが厚くなるほど応力拡大係数も緩やかに増した。特に、モルタル厚が5mmのも

表3 基本条件

コンクリート層	形状	・幅: 100mm、厚さ: 100mm ・長さ: 400mm、一部のみ600mm
	物性値	・材質: 普通コンクリート ヤング係数: 26700N/mm ² 、ポアソン比: 0.18
モルタル層	形状	・幅: コンクリート層と同じ100mm
	物性値	・材質: 普通モルタル ヤング係数: 24000N/mm ² 、ポアソン比: 0.18
タイル層	形状	・幅: コンクリート層と同じ100mm
	物性値	・材質: せつ器質タイル ヤング係数: 24000N/mm ² 、ポアソン比: 0.18

表4 解析諸条件

シリーズ	構成層	条件
Ⅰ	タイル	・厚さ: 6、12、18、24mmの4水準 ・長さ: 227mm (2丁掛タイル1枚分) で一定 ・材質: せつ器質タイル
	モルタル	・厚さ: 5、10、15mmの3水準 ・長さ: タイルの貼付け長さと同じ。 ・材質: 普通モルタル
Ⅱ	タイル	・厚さ: 12mm ・長さ 〔目地なしタイプ〕: 6水準 ①341mm (2丁掛タイル長さの1.5倍) ②227mm (同 1倍) ③114mm (同 0.5倍) ④57mm (同 0.25倍) 〔目地ありタイプ〕: 2水準 ①タイル2個+目地1個 (貼付け長さ: 234mm) (中央部に長さ6mmの目地を1個、タイルは2丁掛 タイル長さの0.5倍 (114mm) のものが2個) ②タイル3個+目地2個 (貼付け長さ: 354mm) (タイルは2丁掛タイル長さの0.5倍 (114mm) の ものが3個、その間に長さ6mmの目地を2個) なお、いずれも目地の厚さはタイル厚と同じ12mm ・材質: せつ器質タイル
	モルタル	・厚さ: 15mm ・長さ: タイルの貼付け長さと同じ。 ・材質: 普通モルタル
Ⅲ	タイル	・厚さ: 12mm ・長さ: 227mm (2丁掛タイル1枚分) で一定。 ・材質: せつ器質タイルと磁器質タイルの2水準 ①せつ器質タイル ②磁器質タイル (ヤング係数: 44800N/mm ² 、ポアソン比: 0.18)
	モルタル	・厚さ: 5と15mmの2水準 ・長さ: タイルの貼付け長さと同じ。 ・材質: 普通モルタルと軽量モルタル ①普通モルタル ②軽量モルタルは2水準 (普通モルタルの縦弾性係数の1/2倍と1/4倍)

のが他のモルタル厚の値よりもやや大きな値を示した。これは、タイル厚が増すほど、タイル側モルタル層の軸方向ひずみに対する拘束効果が増し、端部のせん断ひずみの増大が起こったものと考えられ、モルタル厚が最も小さな条件でその効果が顕著になったものと考えられる。しかし、仕上げ厚が20mm以上では一定となる傾向を示し、全体として概ね7～8 N・mm⁻²の範囲内とその差は小さく、本解析条件下では応力拡大係数について大きな差異は見られなかった。ただし、仕上げ厚の剥離に対する影響については、広範囲な解析条件や十分な実験的研究を含めた慎重な見解が必要である。また、応力拡大係数については、特異性指数の算定方法による差異は極めて小さく、理論解法による特異性指数を用いても応力拡大係数を算定しても問題はないものと評価できる。

2) シリーズⅡ

表6に解析結果を示す。シリーズⅠと同様な結果となり、特異性指数の近似解法による算定値は、目地の有無も含めて仕上げ長の違いによる影響は見られず、ほぼ理論解と同等な値を示した。

仕上げ長と応力拡大係数との関係を図12に示す。仕上げ長が100mm以上では目地の有無に関わらずほぼ一定値を示すが、57mmではそれらよりも小さな値を示した。これは、仕上げ長さが極端に小さい場合には、界面に作用するせん断応力度が小さくなることを示しており、接着長さが十分に長い場合に対してこの値を材料強度などの評価値として適用する場合には危険側の値となる。しかし、仕

上げ長が 100mm 以上では概ね適用できるものと考えられる。

また、いずれの条件ともに近似解法と理論解法との差異についても僅少であった。したがって、本シリーズでも理論解法でも特異性指数および応力拡大係数を推定できるものと評価できる。

3) シリーズⅢ

表 7 に解析結果を示す。特異性指数について、他のシリーズと異なり、近似解法による算定値はモルタルのヤング係数の違いによる大きな影響が見られる。これは、理論解法でも明らかであり、モルタルのヤング係数が小さくなるほど、特異性指数は減少する。ただし、タイルの材質の影響による顕著な差異は見られない。

また、特異性指数の算定値に関する近似解法と理論解法との差異についてもヤング係数が小さくなるほど大きくなり、特にモルタル厚が 5mm のものでタイルのヤング係数が大きくなるほど顕著に現れた。これは、ヤング係数の大きなタイルによるモルタルへの変形拘束効果が大きく影響し、応力場が理論解どおりにならなかったものと考えられる。したがって、理論解法での特異性指数の算定値は近似解法と大きな差異を生じる結果となった。しかし、応力拡大係数については、特異性指数の算定方法による差異は 5% 以内であり、このパラメータのみで剥離の危険性を評価するのであれば特異性指数の算定方法の違いは問題にならず、理論解法による特異性指数を用いることが可能であると評価できる。

一方、モルタルのヤング係数比（普通モルタルの値に対する軽量モルタルの比）と応力拡大係数との関係を図 13 に示す。ヤング係数が小さくなるほど、応力拡大係数もそれに比例するように減少する。ただし、タイルの材質による影響は小さい。

以上より、モルタルのヤング係数が小さくなるほど、特異性パラメータは、2 つの特性値ともに減少し、応力が緩和される結果となった。これは、タイル剥離防止技術として近年開発されている低弾

表 5 解析結果 (シリーズ I)

モルタル厚 (mm)	タイル厚 (mm)	近似解法による 特異性パラメータ		理論解法による 特異性パラメータ		理論解法と 近似解法との比較	
		特異性 指数 λ	応力拡大係数 ^{*1} K	特異性 指数 λ'	応力拡大係数 ^{*1} K'	λ'/λ	K'/K
5	6	0.444	7.89	0.452	7.87	1.018	0.997
	12	0.437	8.59		8.54	1.034	0.994
	18	0.434	8.87		8.81	1.041	0.993
	24	0.431	8.89		8.89	1.049	1.000
10	6	0.450	8.18		8.18	1.004	1.000
	12	0.444	8.49		8.47	1.018	0.998
	18	0.442	8.63		8.60	1.023	0.997
	24	0.439	8.66		8.62	1.030	0.995
15	6	0.449	8.37		8.36	1.007	0.999
	12	0.445	8.51		8.52	1.016	1.001
	18	0.443	8.59		8.56	1.020	0.997
	24	0.441	8.58		8.55	1.025	0.997

*1) 単位: $N \cdot mm^{-2}$

表 6-1 解析結果 (シリーズⅡ・モルタル厚: 5mm)

目地の有無	タイル長さまたは個数	近似解法による 特異性パラメータ		理論解法による 特異性パラメータ		理論解法と 近似解法との比較	
		特異性 指数 λ	応力拡大係数 ^{*1} K	特異性 指数 λ'	応力拡大係数 ^{*1} K'	λ'/λ	K'/K
無し	1.5 倍	0.438	8.68	0.452	8.63	1.032	0.994
	1.0 倍	0.437	8.64		8.54	1.032	0.988
	0.5 倍	0.443	8.54		8.50	1.020	0.995
	0.25 倍	0.438	7.24		7.20	1.032	0.994
有り	2 個	0.445	8.61		8.58	1.016	0.997
	3 個	0.448	8.63		8.62	1.009	0.999

*1) 単位: $N \cdot mm^{-2}$

表 6-2 解析結果 (シリーズⅡ・モルタル厚: 15mm)

目地の有無	タイル長さまたは個数	近似解法による 特異性パラメータ		理論解法による 特異性パラメータ		理論解法と 近似解法との比較	
		特異性 指数 λ	応力拡大係数 ^{*1} K	特異性 指数 λ'	応力拡大係数 ^{*1} K'	λ'/λ	K'/K
無し	1.5 倍	0.445	8.61	0.452	8.58	1.016	0.996
	1.0 倍	0.445	8.51		8.52	1.016	1.001
	0.5 倍	0.446	8.33		8.31	1.013	0.998
	0.25 倍	0.424	6.83		6.76	1.066	0.990
有り	2 個	0.447	8.59		8.58	1.011	0.999
	3 個	0.446	8.69		8.67	1.013	0.998

*1) 単位: $N \cdot mm^{-2}$

表 7-1 解析結果 (シリーズⅢ・モルタル厚: 5mm)

モルタルの材質	タイルの材質	近似解法による 特異性パラメータ		理論解法による 特異性パラメータ		理論解法と 近似解法との比較	
		特異性 指数 λ	応力拡大係数 ^{*1} K	特異性 指数 λ'	応力拡大係数 ^{*1} K'	λ'/λ	K'/K
普通	せつ器	0.437	8.64	0.452	8.54	1.034	0.988
	磁器	0.433	8.80		8.73	1.044	0.992
軽量 (1/2)	せつ器	0.372	6.24	0.400	6.16	1.075	0.987
	磁器	0.365	6.42		6.32	1.096	0.984
軽量 (1/4)	せつ器	0.288	4.24	0.347	4.13	1.205	0.974
	磁器	0.275	4.36		4.21	1.262	0.966

*1) 単位: $N \cdot mm^{-2}$

表 7-2 解析結果 (シリーズⅢ・モルタル厚: 15mm)

モルタルの材質	タイルの材質	近似解法による 特異性パラメータ		理論解法による 特異性パラメータ		理論解法と 近似解法との比較	
		特異性 指数 λ	応力拡大係数 ^{*1} K	特異性 指数 λ'	応力拡大係数 ^{*1} K'	λ'/λ	K'/K
普通	せつ器	0.445	8.51	0.452	8.52	1.016	1.001
	磁器	0.445	8.59		8.57	1.016	0.998
軽量 (1/2)	せつ器	0.407	5.79	0.400	5.80	0.983	1.002
	磁器	0.407	5.85		5.87	0.983	1.003
軽量 (1/4)	せつ器	0.359	3.71	0.347	3.73	0.967	1.005
	磁器	0.359	3.76		3.78	0.967	1.005

*1) 単位: $N \cdot mm^{-2}$

図 11 仕上厚と応力拡大係数との関係 (シリーズ I)

図 12 仕上長と応力拡大係数との関係 (シリーズⅡ)

図 13 モルタルのヤング係数比と応力拡大係数との関係 (シリーズⅢ)

性モルタルの応力緩和効果を示す一つの結果となるが、剥離危険性の評価については破壊靱性などの界面強度との比較が必要であり、今後の実験的研究が望まれる。

また、いずれのシリーズともに、応力拡大係数の算定値は、特異性指数の算定方法の違いによる影響は小さく、本研究において提案された外挿法による同パラメータの算定方法に対しては、幅広い仕上り条件について十分な適用性があるものと評価できる。

7. まとめと今後の展開

軸方向圧縮荷重による変形追従性試験を研究対象として、タイル仕上げにおけるコンクリート/モルタル間の接着界面端部に作用する特異性応力場の特性評価と、それを応力関数で表示するための特異性パラメータの算定方法を提案し、この試験方法に対する解析的研究を行った。本研究において得られた知見を以下に述べる。

- 1) 変形追従性試験におけるコンクリートとモルタルの接着界面端部近傍の各種応力度は、その先端を特異点とした応力場を形成しており、その接着界面の破壊モードは、せん断型であるモードⅡ型の単一モードと考えられる。
- 2) Bogy の理論解は 2 個の実数解があり、そのうち大きな方の値が数値解析に関する近似解とほぼ同等の値を示したが、厳密には 2 つの特異性指数が影響しあう複雑な応力場を形成している。
- 3) 一般化された応力関数に当てはめた外挿法によって応力拡大係数を算定した結果、数値解析結果とほぼ同等の値が得られた。
- 4) 実用的な仕上り条件の範囲におけるパラメトリックな解析的研究の結果、特異性指数の算定値は、理論解法と近似解法とでは、仕上げ層の幾何学的な条件の影響は小さいが、モルタル層のヤング係数比が異なると大きな差異を生じ、理論解法の適用には限界がある。ただし、応力拡大係数の算定値については、いずれの仕上り条件においても特異性指数の算定方法の影響を受けないことから、応力拡大係数の算定における本提案方法の有用性は確認された。
- 5) 特異性パラメータの仕上り条件の影響について、実用的な範囲の仕上げ長であれば、タイルやモルタルの厚さや長さの影響は小さい。しかし、モルタル層のヤング係数比の違いによる影響が大きく、低弾性モルタルの応力緩和効果が示された。
- 6) 本研究では弾性解析を実施したが、今後は実験的評価によって、接着界面の巨視的な破壊現象が線形破壊力学に対する感受性を検討する必要がある。また、変形追従性試験は、実構造物での接着界面に作用するせん断応力を想定して考案されたものであるが、

この実構造物に作用する応力場と変形追従性試験方法との差異についての検討が必要であり、実設計に向けて、破壊靱性などの接着強度の実験的データの整備と実構造物への適用性の検討が必要である。今後は、タイルの形状や目地あるいは伸縮調整目地など、実構造物における実際的な仕上り条件を考慮しながら、材接着界面端部の特異性応力場の評価を実施する予定である。本論文で取り扱う特異性パラメータの感受性が実験的に実証され、実構造物でも同様な応力場が生じる場合には、界面剥離発生予測の設計に寄与することができると考えられる。

謝辞

本研究に当たり、富士川建材工業㈱の上村昌樹氏には多大なご協力を得た。末筆ながら付して謝意を表する。

参考文献

- 1) 日本建築学会編：外壁仕上げの損傷事例 原因と対策，1998. 8
- 2) 日本建築学会編：外壁剥落防止のための設計・施工指針・同解説，1994. 3
- 3) 例えば、増田隆行・和田一也：タイル下地用既調合軽量モルタルの変形追従性に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集 A-1，pp. 521-522，2001. 9
- 4) 飯塚泉・丸一俊夫・岡本直：ポリマーセメントモルタルによる弾性タイル張付けモルタルの開発 ―その 1. 伸び能力とせん断追従性について，日本建築学会大会学術講演梗概集 A-1，pp. 161-162，2002. 10
- 5) 大久保孝昭・根本かおり・長谷川拓哉・井戸川純子：建築部材の目的指向型耐久設計に関する研究 ―その 3 基本性能試験に関する検討例（接着一体性試験について），日本建築学会大会学術講演梗概集 A-1，pp. 653-654，2001. 9
- 6) 名知博司・小野 正：タイル直張り仕上げのひずみ追従性に及ぼすタイル要因の影響，日本建築学会構造系論文集，Vol. 563，pp. 15-22，2003. 1
- 7) 日本機械学会：計算力学ハンドブック，日本機械学会，pp. 191-195，1998. 7
- 8) 結城良治・許 金泉：界面き裂の力学，生産研究 42 巻 8 号，pp. 508-514，1990. 8
- 9) 白鳥正樹：電子デバイス実装における接合の諸問題、日本機械学会論文集 (A 編)，Vol. 60，No. 577，pp. 1905-1912，1994. 9
- 10) 小林英男：セラミックス/金属接合界面破壊のメカニズムとメカニクス，日本機械学会論文集 (A 編)，Vol. 60，No. 577，pp. 1913-1919，1994. 9
- 11) 渡部嗣道：界面破壊力学による建築仕上げの変形追従性能評価，日本建築学会講演梗概集 A-1，pp. 25-32，2005. 8
- 12) 佐々木仁・添田智美・佐藤幸博，ほか：超高強度コンクリート柱へのタイル先付け仕上げのひずみ追従性に関する実験的研究，日本建築学会大会学術講演梗概集 A-1，pp. 277-278，2005. 9
- 13) 日本建築学会：JASS 19 陶磁器質タイル張り工事
- 14) 平居孝之：タイルの貼り付け面の温度応力の解析 (その 1，その 2)，日本建築学会大会学術講演梗概集 A，pp. 9-12，1991. 9
- 15) 徐 俊・前田孝一：仕上げ材料端部応力集中解析，日本建築学会大会学術講演梗概集 A，pp. 279-280，1993. 9
- 16) 馬場明生・平石久廣：仕上げ材料のひびわれ・はく離応力の弾性解析，日本建築学会関東支部研究報告集，pp. 345-348，1980
- 17) 前田孝一：弾性支持盤上の梁モデルを利用した仕上げ材料のひび割れ，及び，剥離現象の解析的研究，日本建築学会構造系論文集，pp. 57-65，1995. 7
- 18) 渡部嗣道・馬場明生：鉄筋コンクリート建築物の表面部材および界面の応力算定に対するシアラジ理論の適用性に関する一考察，日本建築学会構造系論文集，pp. 31-37，2001. 4
- 19) Bogy, D.B.: Two Edge Bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Traction, J. Appl. Mech., Vol. 38, pp. 377-386, 1971
- 20) 服部敏雄・坂田荘司・初田俊雄・村上 元：応力特異場パラメータを用いた接着界面強度評価，日本機械学会論文集 (A 編)，Vol. 54，No. 499，pp. 597-603，1988. 3
- 21) Groth, H.L., Int. J. Adhesion and Adhesives, 8, pp. 107-113, 1988
- 22) 服部敏雄・渡辺孝：応力特異場パラメータを用いた汎用的強度評価基準の検討，日本機械学会論文集 (A 編)，Vol. 67，No. 661，pp. 1486-1492，2001. 9
- 23) 鯉淵興二・小久保邦雄 編著：製品開発のための材料力学と強度設計ノウハウ，日刊工業新聞社，pp. 96-98，2002. 4
- 24) 渡部嗣道・馬場明生・ほか 3 名：セラミックタイル仕上げの下地・コンクリート界面における変形追従性能に関する実験的研究，日本建築学会技術報告集，pp. 7-10，2003. 6
- 25) 平居孝之：弾性解析プログラムとその使い方，理工図書，1984
- 26) 寺崎俊夫・瀬尾健二・平居孝之：残留応力の整理パラメータ 異種材料の界面接合部に生ずる残留応力について (第 1 報)，溶接学会論文集，第 5 巻，第 4 号，1987. 11
- 27) 結城良治・許 金泉・劉 金橋：異材接合材の界面端部応力特異性の解析，生産研究，44-4，206-210 (1992)
- 28) Hein, V.L. and Erdogan, F., "Stress Singularity in a Two Materials Wedge", Int. J. Fract. Mech., Vol. 7, pp. 317-329, 1971

(2006年10月10日原稿受理，2007年2月9日採用決定)