イソブチレン・スチレン系のブロック共重合体からなる粘弾性材料の構成則 (その2 大歪領域における温度・振動数・振幅依存のモデル化)

A CONSTITUTIVE RULE FOR VISCOELASTIC MATERIALS COMBINING ISO-BUTYLENE AND STYRENE POLYMERS

(Part 2 Non-linear model considering temperature, frequency, and strain sensitivities)

大木 洋司*, 笠井 和彦**, 雨宮 健吾***, 木村 勝彦****

Yoji OOKI, Kazuhiko KASAI, Kengo AMEMIYA and Katsuhiko KIMURA

This paper proposes a constitutive rule for the viscoelastic materials combining iso-butylene and styrene polymers. Part 1 provided highly accurate linear rule under wide range of temperature and frequency. Part 2 proposes an extension of the linear rule which can consider the strain sensitivities. So-called temperature-frequency equivalency principle is found applicable even under the large shear strain, and it is utilized for efficient analytical modeling of three distinct viscoelastic materials. The nonlinearities under the stable condition as well as the non-stable condition are carefully considered to the model. The model shows excellent accuracy over a wide range of temperature, frequency, and shear strain of the sinusoidal loading, as well as random loading such as the building response displacement and the gradually increasing and decreasing displacement.

Keywords : *viscoelastic material, fractional derivative, temperature sensitivity, frequency sensitivity, strain sensitivity, temperature-frequency equivalency*

粘弾性体, 分数次導関数, 温度依存, 振動数依存, 振幅依存, 温度・振動数等価性

1. はじめに

我が国では、これまで各種の粘弾性体が提案され、ダンパーに適用されてきた^{1,2)}。そのうちの多くの材料が歪依存性を示し、大歪領域でバイリニア型の履歴を示す。それらの構成則は、正弦波加振実験をもとに線形モデルを構築し、歪ごとにそのパラメータを変化させる方法が一般的である。さらには、非定常な歪入力に対するモデル化として、漸増や漸減といった加振時の挙動を再現する努力がなされてきた。金子ら³⁾は、四要素モデルのパラメータを変化することでゴム・アスファルト系材料の非線形挙動を再現した。また漸減載荷時の結果から、最大歪を経験後、剛性が一定になることを構成則に考慮した。同様のモデル化を、半澤ら⁴⁾がスチレン・オレフィン系材料に対して行っている。また曾田ら⁵⁾は、軟化型および硬化型の材料を、六要素 (M3) モデルを基本とした構成則を提案した。温度上昇以外に、繰返しによる軟化の傾向をエネルギー吸収と関連付けて考慮した。

上記以外にも粘弾性体の構成則モデル^{6,7,8,9)}は数多く存在するが、粘弾性体をもつ温度と振動数に対する依存性の再現については、笠井らが提案した分数微分モデル¹⁰⁾が高精度であることが実証されている。これは、分数微分モデルの優れた特性によるだけでなく、等価振動数の概念により、温度・振動数を一元的に扱い得たことが大きい。さらに笠井らは、温度・振動数依存性を等価振動数のみに対する依存性へと変換できることを利用し、それを基本に振幅依存性をまでを考慮できるアクリル系材料の高精度な非線形モデルを構築した¹¹⁾。前述の四

要素、六要素に代表されるモデルでは、精度確保のためには線形モデルの時点で温度・振動数の適用範囲をある程度制限する必要がある中で、それを基本に振幅依存性を考慮すべくモデルを拡張すれば、大歪領域でも同じ問題を抱える結果となることは想像に難くない¹⁾。

多くの粘弾性構成則は、広範囲な温度・振動数・振幅依存性の再現ができなくとも、使用目的に応じてなるべく簡易なモデル化を志向しているとも考えられる。しかし近年、粘弾性ダンパーはかつてのような中・高層建物のみではなく、木造住宅のような短周期建物に適用されることも多く^{13,14)}、解析モデルの誤用を避ける上でも、温度・振動数・振幅に対して適用範囲が広い方が結果的に実用上も優れていると言える。また、より精度の高い構成則モデルを提案するのは、ダンパーが組み込まれる制振構造の設計や地震応答解析において、信頼度の高い情報を提供する点からも重要である。

以上より本論文では、アクリル系材料よりも顕著な歪依存性をもつ3種のイソブチレン・スチレン系粘弾性体のモデル化を、アクリル系材料の場合と同様に、分数微分モデルを基本に行う。これらは、材料のもつ貯蔵剛性の傾向から低剛性、中剛性、高剛性材料と分類され、既報¹²⁾では、温度・振動数依存性を高精度に再現する線形構成則 (最大せん断歪振幅 $\gamma_{max} \leq 20\%$) を提案した。本論文では、これを線形領域での精度を維持したまま、 $\gamma_{max} \geq 20\%$ での振幅依存性を考慮した非線形構成則へ拡張する。実験は広範な温度・振動数・振幅を組合せて行い、提案するモデルが高精度にこれらを再現できることを実証する。

* 東京工業大学建築物理研究センター 助教

** 東京工業大学建築物理研究センター 教授・Ph. D.

*** 元 東京工業大学 大学院生

**** (株)カネカ 機能性樹脂事業部事業開発グループ

Assistant Prof., Structural Engineering Research Center, Tokyo Institute of Technology
Prof., Structural Engineering Research Center, Tokyo Institute of Technology, Ph. D.

Former Student, Tokyo Institute of Technology

New Business Development Group, Performance Polymer Division, Kaneka Corporation

2. 材料の非線形挙動と温度・振動数等価則

2. 1 実験概要

3 種粘弾性体の大歪領域での実験について述べる。試験体は両面せん断型¹⁰⁻¹²⁾である (せん断面積 $A_s = 50 \times 50 \times 2 = 5000 \text{ mm}^2$ 、厚さ $d = 5 \text{ mm}$)。図 1 に実験に用いた歪 γ の入力時刻歴を示す。図 1(a)正弦波は初期温度 0, 10, 20, 30, 40 °C の 5 種、振動数 0.1, 0.3, 0.5, 1, 3 Hz の 5 種、振幅 50, 100, 200, 300 % の 4 種で計 100 ケースである。また同図(b)漸増・漸減および(c)漸減・漸増波は、最大歪 $\gamma_{\max} = 300 \%$ として(初期温度 °C, 振動数 Hz) = (0, 1), (20, 1), (40, 3), (40, 1), (40, 0.1) の計 5 ケースずつ、さらに同図(d)地震応答波¹⁰⁾は、初期温度 20 °C として、3 種の入力地震波と 3 種の固有周期の建物から得られた計 9 種の波形と、振幅 50, 100, 300 % の 3 種の組合せで計 27 ケースである。以上の加振を、3 種材料それぞれに対し行った。

正弦波応答からは、ある温度・振動数・振幅における粘弾性体の貯蔵剛性と損失係数を求める。本研究における大歪領域での貯蔵剛性 G' と損失係数 η の定義は図 2 に示す通りであり、実験では式(1)から算定できる。

$$[\text{貯蔵剛性 } G'] \times [\text{最大歪 } \gamma_{\max}] = [\text{最大歪での応力}] \quad (1a)$$

$$[\text{損失係数 } \eta] \times G' \times [\text{最大歪 } \gamma_{\max}] = [\text{ゼロ歪での応力}] \quad (1b)$$

なお、歪 γ と応力 τ は、実験でのダンパーの荷重 F と変形 u から $\gamma = u/d$ 、 $\tau = F/A_s$ より得る。ちなみに、これら材料特性は実験での温度上昇が大きい場合に、繰返し回数につれて刻々と変化するため、正弦波応答で、载荷開始から履歴曲線の応力の符号が変わる度に履歴を半波 1, 2, 3, ... と定義し、温度上昇が小さくなおかつ初期の過渡状態の影響が小さい半波 2, 3 での平均値を、本材料の特性値とした。図 3 に繰返しの履歴を分類する半波の定義を示しておく。

式(1)は、提案する構成則が、定常状態にあつては図 2 におけるゼロ歪および最大歪での応力を正確に再現することを意図している。

図 1 3 種の粘弾性体それぞれに与えた歪入力のパターン

図 2 大歪領域での貯蔵剛性、損失係数

図 3 半波の定義

この定義は、既報¹²⁾の線形構成則での貯蔵剛性、損失係数の定義に等価であり、線形から非線形への構成則拡張という本論文の目的に適う。

表 1 に、実験から得られた粘弾性体の貯蔵剛性、損失係数を示す。紙幅の都合上、数値は中剛性材料についてのみ示す。

2.3 節で後述するが、本材料は大歪を経験して剛性が低下し、損傷を受けていなければ時間の経過とともに元に戻る性質がある。つまり、材料の損傷に気がつかないまま、あるいは剛性が完全に復帰しないまままで実験を続けた場合、正しい実験結果を得ることができない。そこで予め実験温度で 1 Hz、50 % の試験を行い、加振の前後に適宜その試験をはさみ、剛性の低下がないことを確認した上で材料試験を進めた。既往の論文でも、最大歪を経験後は剛性が低下したままになったり^{3,4)}、定振幅繰返しで温度上昇の影響以上に剛性が低下したり⁵⁾する報告があり、歪依存性のある材料の実験では充分注意する必要がある。

2. 2 温度・振動数等価則の適用性

既報¹²⁾では、粘弾性のもつ温度・振動数等価性を利用し、包括的で効率の良い線形構成則のモデル化を行った。本報ではさらに振幅依存性を考慮し、線形則を満足しつつ非線形領域へ拡張するので、大歪領域においても温度・振動数等価性が成立する必要がある。

中剛性材料の、実験での $\gamma_{\max} = 200 \%$ の貯蔵剛性 G' 、損失係数 η を図 4 に示す。歪 $\gamma_{\max}$ 、円振動数 ω 、温度 θ °C でのデータを、線形構成則で用いたシフトファクター¹²⁾によって振動数軸に平行に移動し、等価振動数 $f_{eq} = \lambda\omega/2\pi$ 、温度 $\theta_{ref} (= 20 \text{ °C})$ に対する値への変換を試みる。

$$G'(\omega, \theta, \gamma_{\max}) = G'(\omega_{eq}, \theta_{ref}, \gamma_{\max}) \quad (2a)$$

$$\eta(\omega, \theta, \gamma_{\max}) = \eta(\omega_{eq}, \theta_{ref}, \gamma_{\max}) \quad (2b)$$

$$\omega_{eq} = \lambda\omega \text{ (等価円振動数)}, \quad f_{eq} = \lambda\omega/2\pi \text{ (等価振動数)}$$

実験データは、ほぼ後述するモデル曲線上にあり、同様の結果を他の歪の場合、さらに低剛性、高剛性材料の場合でも確認されている。以上より大歪領域でも上式の温度・振動数の等価性が成立すると考えられる。図 5 に、中剛性材料の実験結果から得た貯蔵剛性 G' 、損失係数

表 1 実験から得られた材料特性 (中剛性材料)

	振動数	0.1 Hz					0.3 Hz					0.5 Hz					1 Hz					3 Hz				
		最大歪	10%	50%	100%	200%	300%	10%	50%	100%	200%	300%	10%	50%	100%	200%	300%	10%	50%	100%	200%	300%	10%	50%	100%	200%
貯蔵剛性 G' (N/cm ²)	0°C	27.4	23.7	17.2	10.3	8.14	37.1	31.7	23.4	14.2	10.7	42.8	36.0	28.0	17.1	12.3	52.0	44.5	34.9	21.8	14.9	76.0	62.4	48.8	31.9	20.4
	10°C	18.6	15.0	10.5	6.46	5.39	26.5	21.7	15.3	9.10	6.87	30.7	25.4	18.5	11.3	8.09	36.7	31.2	23.7	14.7	10.1	49.2	41.4	33.7	22.4	14.9
	20°C	11.4	8.79	6.43	4.45	4.32	17.8	14.5	9.50	5.85	5.20	21.4	17.2	11.7	6.93	5.70	26.7	22.3	15.2	8.83	6.78	35.4	30.3	22.8	13.8	9.65
	30°C	6.60	5.12	4.00	3.38	3.55	10.9	8.48	6.05	4.43	4.24	13.7	10.8	7.73	5.12	4.57	18.1	14.5	10.3	6.38	5.27	25.9	21.7	16.4	9.79	7.23
	40°C	4.28	3.23	2.75	2.76	3.21	6.82	5.31	4.17	3.49	3.64	8.83	6.84	5.10	3.98	3.81	12.1	9.55	6.85	4.80	4.33	18.7	15.3	11.2	6.87	5.46
損失係数 η	0°C	0.54	0.63	0.79	1.08	1.16	0.57	0.66	0.77	0.99	1.09	0.62	0.71	0.78	0.96	1.06	0.71	0.78	0.84	0.99	1.06	0.92	1.02	1.04	1.08	1.09
	10°C	0.59	0.75	0.97	1.22	1.12	0.52	0.64	0.82	1.12	1.19	0.51	0.63	0.73	1.02	1.13	0.53	0.60	0.70	0.95	1.09	0.65	0.73	0.78	0.92	1.02
	20°C	0.70	0.91	1.12	1.18	1.00	0.59	0.74	1.02	1.24	1.16	0.55	0.70	0.90	1.21	1.19	0.51	0.59	0.78	1.12	1.19	0.51	0.57	0.68	0.92	1.09
	30°C	0.77	0.99	1.11	0.99	0.75	0.72	0.92	1.15	1.17	0.95	0.66	0.86	1.05	1.22	1.06	0.58	0.73	0.95	1.23	1.16	0.50	0.61	0.75	1.06	1.17
	40°C	0.70	0.91	0.97	0.76	0.55	0.78	0.98	1.09	1.00	0.76	0.74	0.94	1.11	1.08	0.88	0.68	0.85	1.08	1.18	1.02	0.56	0.69	0.89	1.18	1.17

η を、等価振動数 f_{eq} に対して示しておく。また図 6 に、実験データのうち $\gamma_{max} = 50, 100, 300\%$ で、ほぼ同一等価振動数下 ($f_{eq} \approx 1\text{ Hz}$) にあるケースの応力・歪曲線を示すが、定常状態のみならず、非定常である加振初期の挙動まで、歪ごとに非常に似通っていることがわかる。

図 4 大歪領域での温度・振動数等価性 (中剛性材料、 $\gamma_{max} = 200\%$)

図 5 貯蔵剛性、損失係数の等価振動数、歪依存性 (中剛性材料)

図 6 ほぼ同一等価振動数での応力・歪曲線 (中剛性材料)

以上の結果から、本研究で取り扱う 3 種の粘弾性体では、大歪領域においても温度・振動数の等価性が成立するとして、その特性を利用した構成則のモデル化を行う。具体的には図 7 に示す通り、温度、振動数、歪の 3 種の組合せに対して包括的な構成則を考える場合に、温度・振動数の等価性が成立することで、温度 θ_{ref} ($=20\text{ °C}$) における等価振動数と歪の組合せに対して検討を行うだけで良い。これによって材料挙動の理解が容易となるだけでなく、構成則のモデルパラメータ同定作業の効率化も図ることができる。

図 7 粘弾性体の歪依存性の効果的なモデル化方法

2. 3 実験で確認された非線形性

本研究で提案する構成則は、以下に説明する非線形挙動を、線形挙動を包括しつつ極力正確に再現するのが目的である。

まず定常状態から分析する。図 8 は、正弦波加振実験での応力・歪曲線の典型例であり、図 8(a)から(c)へと、等価振動数が最も低い場合から最も高い場合への履歴の変化を示す。図 8(a)~(c)に共通して、粘弾性体が大歪領域で軟化するが、等価振動数が低い(a)の場合さほどでもなく、(b), (c)の場合の方が振幅の増大に伴う軟化は顕著である。図 5 に示す通り、軟化は歪 50% から既に観察されており、中剛性材料ならば歪 100% で貯蔵剛性は初期の約 0.6 倍になる (表 1)。高温で振動数の小さい(a)では、歪が $\gamma_{max} = 300\%$ に達すると硬化が観察され、これが大歪領域での軟化の傾向を緩和する。以上に述べたように、大歪領域での軟化および硬化が、定常状態にある粘弾性体が示す非線形挙動である。

次に、非定常状態での粘弾性体の非線形挙動について述べる。図 8 は正弦波加振時の履歴であるが、以下に述べる 2 種類の非定常状態を含み、特徴のある非線形挙動を示す。第一は温度上昇による軟化である。図 8(c)のように低温の場合は、加振に伴い粘弾性体の温度が上昇し、履歴の傾きが徐々に低下する。第二は、加振初期の硬化である。図 8(b), (c)では、 $\gamma_{max} = 200\%$ 以上となると正弦波加振の初期 (半波 1) で硬化して応力の上昇が顕著である。これは本材料に限らず他の粘弾性材料でもしばしば観察されているが、図 8(c)のように等価振動数が特に高い場合、半波 2 でもやや硬化する傾向がある。一方、図 9 は加振自体が非定常な漸増・漸減加振での典型的な履歴である。図中の歪のピークをつないだ曲線は、歪の漸増時と漸減時で異なっており、これは大歪経験後の小振幅で貯蔵剛性が完全には復元せず、やや軟化することを意味する。ただしこれは、等価振動数が高い場合に該当し、反対に等価振動数が低い場合にはほとんど見られない。このような複雑な剛性の変化は、これまでの粘弾性体の歪での剛性低下を扱った研究³⁻⁵⁾では、報告されていない。

以上の、温度上昇による軟化、加振初期での硬化、大歪経験後の軟化を、非定常な状態での非線形挙動として分類した。

図8 材料の典型的な非線形挙動を示す正弦波加振履歴

図9 材料の典型的な非線形挙動を示す漸増・漸減加振履歴

3. 定常応答時のモデル化

本章では、2.3 節で説明した定常時の非線形挙動をモデル化する。すなわち、式(1)から得られる正弦波応答時の半波 2, 3 の平均貯蔵剛性、損失係数を再現する構成則を構築する。なお、実験から求めた構成則のパラメータは、3 種材料について付録 A1 にまとめる。

3. 1 剛性のモデル化

材料の軟化は、既報の線形粘弾性構成則の貯蔵剛性 G' を、歪に依存する関数へ拡張することで再現する。一方、硬化は剛性が歪に依存する非線形バネ要素を新たに考慮する。すなわち、材料剛性の再現のため、粘弾性要素と非線形バネ要素が並列に配置されるモデルとなり、材料全体の定常状態での貯蔵剛性 G'_{tot} は以下になる。下式は、温度・振動数等価性を利用し、等価円振動数 $\lambda\omega$ ($=\omega_{eq}$) に依存するモデル式となっている (2.2 節)。

$$G'_{tot}(\omega_{eq}, \gamma_{max}) = G'(\omega_{eq}, \gamma_{max}) + G_s(\gamma_{max}) \\ = G \frac{A_c B_c + A_s B_s}{A_c^2 + A_s^2} + G_s(\gamma_{max}) \quad (3)$$

$$A_c = 1 + a[\lambda\omega]^\alpha \cos[\alpha\pi/2], \quad A_s = a[\lambda\omega]^\alpha \sin[\alpha\pi/2] \\ B_c = 1 + b_1[\lambda\omega]^{\beta_1} \cos[\beta_1\pi/2] + b_2[\lambda\omega]^{\beta_2} \cos[\beta_2\pi/2] \\ B_s = b_1[\lambda\omega]^{\beta_1} \sin[\beta_1\pi/2] + b_2[\lambda\omega]^{\beta_2} \sin[\beta_2\pi/2] \quad (4a \sim 4d)$$

式(3)第一項は線形構成則¹²⁾とまったく同じ表現であり、パラメータ G, a, b_1, b_2 は歪 γ の関数 $q(\gamma)$ ($\gamma = \gamma_{max}$) を用いて、非線形領域へ拡張されている。また α, β_1, β_2 は線形構成則の分数微分次数で、線形構成則でのパラメータを下添え字 lin によって示すと以下の通りである。

$$G = q_1(\gamma_{max}) \cdot G_{lin}, \quad a = q_2(\gamma_{max}) \cdot a_{lin} \\ b_1 = q_3(\gamma_{max}) \cdot b_{1,lin}, \quad b_2 = q_4(\gamma_{max}) \cdot b_{2,lin} \quad (5a \sim 5d)$$

式(3)第二項は、硬化を再現する、歪 γ に依存するばね剛性 $G_s(\gamma)$ ($\gamma = \gamma_{max}$) である。歪がごく小さい領域で $G_s \approx 0$ 、なおかつ $q_1 \sim q_4 \approx 1$ であれば、貯蔵剛性式(3)は線形・非線形領域に対して包括的な表現となる。

2.1 節で述べた実験での歪 $\gamma_{max} = 50, 100, 200, 300\%$ それぞれに対し、パラメータ $q_1 \sim q_4, G_s$ を最小自乗法で求める。貯蔵剛性の実験データ

G'_k は、すべて等価円振動数 ω_{eq} に対する値となっており、各歪 γ_{max} に対し 5 温度 × 5 振動数の実験結果から総データ数 $i = 25$ 個を用いる。

$$R_{G'}(q_1, q_2, q_3, q_4, G_s) = \sum_{i=1}^{25} [G'_{tot}(\omega_{eq,i}, \gamma_{max}, q_1, q_2, q_3, q_4, G_s) / G'_i - 1]^2 \quad (6)$$

上式から求めたパラメータ $q_1 \sim q_4, G_s$ を中剛性材料に関して図 10 に示す。これより γ_{max} に対する $q_1 \sim q_4, G_s$ を最も良く補間するモデル式として式(7), (8)を採用する (図 10)。ちなみに $q_1 \sim q_4 \leq 1$ である。

$$q_j = \min[1.0, c_{qj,1} \exp[c_{qj,2} \gamma_{max}]], \quad j = 1 \sim 4 \quad (7)$$

$$G_s = c_{gs,1} \gamma_{max}^3 + c_{gs,2} \gamma_{max}^2 + c_{gs,3} \gamma_{max} \quad (8)$$

図10 定常状態での貯蔵剛性に関するモデルパラメータと歪振幅の関係

3. 2 粘性のモデル化

次に材料が定常状態で示す粘性をモデル化する。粘性のモデル化とは、ゼロ歪での力を再現することである。3.1 節の非線形バネ要素は粘性をもたないので、まず粘弾性要素のみで、どの程度実験結果を満足できるかを確認する。

i 番目の実験切片応力から粘弾性要素の切片応力 $\eta G' \gamma_{max}$ を差し引いた $\Delta\tau_{\gamma=0,i}$ を、ある温度・振動数での歪速度とシフトファクターの積である最大等価歪速度 $\lambda\dot{\gamma}_{max}$ に対して示したのが図 11 である。等価振動数の場合と同じく、等価歪速度は任意の温度、振動数に対する歪速度を温度 θ_{ref} ($= 20^\circ\text{C}$) での値へ変換したものである。

$$\Delta\tau_{\gamma=0,i} = \tau_{\gamma=0,i} - \eta G' \gamma_{max} \quad (\text{各 } \gamma_{max} \text{ での実験データ数 } i = 1 \sim 25) \quad (9)$$

$$\eta(\omega_{eq}, \gamma_{max}) = \frac{A_c B_s - A_s B_c}{A_c B_c + A_s B_s} \quad (10)$$

式(10)は、式(3)と同様に非線形領域へ拡張された粘弾性要素の損失係数である。図 11 から明らかに、 $\Delta\tau_{\gamma=0,i}$ は無視し得ない大きさであり、構成則を非線形領域に拡張するにあたり、 $\Delta\tau_{\gamma=0,i}$ に相当する粘性力をもつ粘性要素をさらに付加する必要がある。

図 11 中の直線は、実験値を最も良く近似できる非線形粘性要素の等価歪速度 $\lambda\dot{\gamma}_{max}$ に対する応力式であり、以下に示す。

$$\Delta\tau_{\gamma=0} = C_d(\gamma_{max}) \cdot [\lambda\dot{\gamma}_{max}]^\zeta \quad (11)$$

式(11)の粘性係数 C_d は、図 11 より明らかに歪 γ に依存するので、要素は非線形粘性の特性をもつ。3.1 節で非線形領域へ拡張された貯蔵剛性式と同様、材料全体の損失係数 η_{tot} は線形構成則を包括する。

$$\eta_{tot}(\omega_{eq}, \gamma_{max}) = \frac{\eta(\omega_{eq}, \gamma_{max}) \cdot G'(\omega_{eq}, \gamma_{max}) + C_d \omega_{eq}^\zeta / \gamma_{max}^{1-\zeta}}{G'_{tot}(\omega_{eq}, \gamma_{max})} \quad (12)$$

損失係数の場合も、実験データ η_k は等価円振動数 ω_{eq} に対する値であり、各歪 γ_{max} でそれぞれ 25 の実験値に対して最小二乗法によりパラメータ C_d, ζ を得る。

$$R_\eta(C_d, \zeta) = \sum_{k=1}^{25} [\eta(\omega_{eq,k}, \gamma_{max}, C_d, \zeta) / \eta_k - 1]^2 \quad (13)$$

最終的にパラメータ ζ は、歪ごとに变えずに一定とするため (図 11)、各歪 γ_{max} に対して得られた ζ の平均を採用した。それを再度式(13)に代入して最終的な C_d を決定した。結果を中剛性材料に関して図 12 に示す。 γ_{max} に対する C_d のモデル式は以下の通りである。

$$C_d = c_{cd,1}\gamma_{max}^3 + c_{cd,2}\gamma_{max}^2 + c_{cd,3}\gamma_{max} \quad (14)$$

図 11 大歪領域で考慮する粘性 (中剛性材料)

図 12 定常状態での粘性に關するモデルパラメータと歪振幅の關係

3. 3 時刻歴解析モデルへの展開

3.1, 3.2 節での議論から、線形モデルを非線形領域に拡張するにあたっては、新たに歪に依存するバネ要素と粘性要素を、粘弾性要素に並列に配置する必要があることがわかった (図 13)。以下に本粘弾性材料の構成則をまとめる。

$$\tau_{tot}(t) = \tau_{ve}(t) + \tau_{sp}(t) + \tau_{dp}(t) \quad (15)$$

$$\text{粘弾性: } \tau_{ve}(t) + aD^\alpha \tau_{ve}(t) = G \left[\gamma(t) + b_1 D^{\beta_1} \gamma(t) + b_2 D^{\beta_2} \gamma(t) \right] \quad (16)$$

$$\text{非線形バネ: } \tau_{sp}(t) = G_s(\gamma_{hf}) \cdot \gamma \quad (17)$$

$$\text{非線形粘性: } \tau_{dp}(t) = s_c \cdot C_d \left(\max[\gamma_{hf}, \gamma'_{hf}] \right) \cdot \text{sgn}(\dot{\gamma}) \cdot |\dot{\gamma}|^\zeta \quad (18a)$$

$$s_c = \min \left[\sin^\zeta \left[\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\gamma - \gamma'_{hf}}{\max[\gamma_{hf}, \gamma'_{hf}]} \right], \dot{\gamma} / \dot{\gamma}_{hf} \right] \quad (18b)$$

図 13 時刻歴解析モデルの構成

式(16)は、粘弾性要素の分数微分構成則であり、既報¹²⁾にて報告した線形構成則とまったく同じ形式で、パラメータ G, a, b_1, b_2 は式(5), (7)により振幅依存性を考慮する。式(17)はバネ要素、式(18)は粘性要素の構成則である。定常状態での貯蔵剛性・損失係数のモデル化 (3.1, 3.2 節) では、歪の関数となるパラメータ $q_1 \sim q_4, G_s, C_d$ には最大歪 γ_{max} を用いてきたが、時刻歴解析モデルにあっては歪 γ_{hf} を適用する。図 14 に示すように γ_{hf} は、基本的に歪 γ のピークの絶対値である。歪のピークからピークを半サイクルと定義すれば、直前の半サイクル終了

時の γ_{hf} を γ_{hf}' とし、現在の半サイクルでは γ_{hf} を初期値として保持する。もし、現在の半サイクルで歪の絶対値が $|\gamma| > \gamma_{hf}'$ ならば、その時点で γ_{hf} を更新する。定常状態にあれば $\gamma_{hf} = \gamma_{max}$ である。

一方、式(18b)中の s_c は、非線形粘性要素の履歴形状の調節に必要な係数である。 s_c の有無による定常状態での粘性要素履歴の違いを図 15 に示しておくが、 s_c 無しの場合は履歴が矩形のようになって、実際の材料と比較してエネルギー吸収が過大となる。

なお正弦波の歪入力 $\gamma = \gamma_{max} \exp[i\omega_{eq}t]$ を仮定すれば、式(16)~(18)より定常応答時の貯蔵剛性・損失係数 (式(3), (12)) が得られる。

図 14 γ_{hf} の定義

図 15 s_c が粘性要素履歴に与える影響

4. 非定常応答時のモデル化への考慮

3 章に引き続き 2.3 節で説明した非定常時の挙動をモデル化する。当然、定常応答時の挙動に影響しないものとしており、3, 4 章のモデル化を統合して粘弾性体の構成則が構築される。なお、ここでも構成則のパラメータは、3 種材料について付録 A1 にまとめる。

4. 1 温度上昇について

本材料では、大歪による影響のみならず、温度上昇も剛性の低下をもたらすため、軟化の原因の判断には困難が伴う。それゆえ本材料の構成則を求めるための実験では、2.1 節にも述べた通り、温度上昇の影響が少ない半波 2, 3 を対象にしている。

笠井らは、地震入力のように比較的継続時間が短い場合、粘弾性体の時刻歴解析モデルの吸収エネルギーがすべて温度に変換されると仮定して、温度上昇による非定常な挙動を再現した¹¹⁾。同じ手法を本モデルでも採用する。温度上昇を $\Delta\theta$ 、材料の比熱と比重の積を sp とすれば以下の通りである。

$$\Delta\theta = \frac{1}{sp} \int \tau_{tot}(t) d\gamma \quad (19)$$

4. 2 加振初期での硬化

ここで扱う 3 種粘弾性体では、式(5), (7)を用いて粘弾性要素の剛性の振幅依存性を扱っており、結果的にはこれのみによって、半波 1 での硬化をほぼ再現できることが判明した。よって、半波 2 での硬化について、以下のようにモデル化を行った。

2.3 節に述べた通り、半波 2 での硬化は概ね $\gamma_{max} = 200\%$ 以上で、等価振動数が高い場合に限られている。そこで、温度 20°C 以下、振動数 1 Hz 以上、歪は $50\% \sim 300\%$ の実験結果 $k = 1 \sim 45$ 個について、半

波 1, 2 の実験最大・最小応力の差の平均 $\tau_{t,max}$ と、対応する理論値 $\tau_{tot,max} = \sqrt{1 + \eta_{tot}^2} \cdot G'_{tot} \cdot \gamma_{max}$ の比 $(\tau_{t,max} / \tau_{tot,max})_k$ を算定した (図 16)。半波 1, 2 の影響を平均化したのは、半波 2 の硬化が半波 1 の硬化に伴って起きることによる (図 8)。 $\tau_{tot,max}$ 算定時の温度は初期温度である。

硬化は振幅が大きく、等価振動数が高いほど顕著であるため、図 16 の横軸は、定常加振での最大歪 γ_{max} と等価振動数 ω_{eq} との積となる最大等価歪速度 $\lambda \dot{\gamma}_{max}$ としており、実験結果は下式で近似できる (ここではべき乗を記号 $\wedge$ で示す)。

$$r_1 = 1.0 + c_{r1,1} \cdot [\lambda \dot{\gamma}_{max}]^{\wedge c_{r1,2}} \quad (20)$$

式(7)より半サイクルでの歪の変化に対する q_1 を算定すると、 $\gamma = 0 \rightarrow 100\%$ では $q_1 = 1.0 \rightarrow 0.62$ 、 $\gamma = 0 \rightarrow 200\%$ では $q_1 = 1.0 \rightarrow 0.35$ であり、構成則では直前の半サイクルで q_1 が 0.4 以上減少した場合に、式(5)に示した G, a, b_1, b_2 を r_1 で割り増すことにした。現象が過渡的であるが故に、補正するパラメータの選定を理論的に行うのは難しく、 G, a, b_1, b_2 を補正するに至ったのは、試行錯誤による結果である。

$$G = q_1(\gamma_{max}) \cdot r_1 \cdot G_{lin}, \quad a = q_2(\gamma_{max}) \cdot r_1 \cdot a_{lin} \\ b_1 = q_3(\gamma_{max}) \cdot r_1 \cdot b_{1,lin}, \quad b_2 = q_4(\gamma_{max}) \cdot r_1 \cdot b_{2,lin} \quad (21a \sim 21d)$$

図 16 半波 1, 2 が描く履歴の最大応力の実験・理論値の比

4. 3 大歪経過後の剛性の復元

図 17 に漸増・漸減、および漸減・漸増加振時の等価剛性の実験・理論値の比 $(G'_t / G'_{tot})_m$ (実験データ数 $m = 1 \sim 5$ 個) を示す。実験の等価剛性は半サイクルごとの最大歪 γ_{hf} を用いて式(1a)から算定し、それを理論値 (式(3)) で除した。漸増や漸減加振では温度上昇の影響があるため、理論値は実験の温度を用いた。等価振動数により等価剛性の変化の傾向は様々であるが、一度、最大歪を経験した後は、振幅 γ_{hf} と $(G'_t / G'_{tot})_m$ の関係はほぼ同じ曲線上をなぞる。これを 4 次関数で近似し (図 17)、 $\gamma_{hf} = 0$ での $(G'_t / G'_{tot})_m$ 、つまり等価剛性の実験・理論値の比の下限を最大等価歪速度 $\lambda \dot{\gamma}_{max}$ に対して示したのが図 18 である。

図 18 中の実験データは漸増や漸減加振での最大歪が $\gamma_{max} = 300\%$ の場合であり、歪が弾性範囲にある $\gamma_{max} \leq 20\%$ では常に $G'_t / G'_{tot} = 1.0$ である。例えば中剛性材料では、以下のように近似できる。

$$\gamma_{max} = 300\% : \left(\frac{G'_t}{G'_{tot}} \right)_{min} = 1.0 - \frac{1.0 - 0.74}{0.5\pi} \tan^{-1} [0.62 \cdot \lambda \dot{\gamma}_{max}] \\ \gamma_{max} = 20\% : \left(\frac{G'_t}{G'_{tot}} \right)_{min} = 1.0 - \frac{1.0 - 1.0}{0.5\pi} \tan^{-1} [0.62 \cdot \lambda \dot{\gamma}_{max}] (= 1.0)$$

$20\% \leq \gamma_{max} \leq 300\%$ では、上の 2 式の関係を線形に補間し、最大歪 γ_{max} 一般に対して下式を採用する。

$$\left(\frac{G'_t}{G'_{tot}} \right)_{min} = 1.0 - \frac{1.0 - \min[1.0, c_{r2,1} \cdot \gamma_{max} + c_{r2,2}]}{0.5\pi} \tan^{-1} [c_{r2,3} \cdot \lambda \dot{\gamma}_{max}] \quad (22)$$

再度、図 17 に戻り、大歪経過後の剛性変化に関して、実験結果を近似する 4 次関数は 2 点 $(0.0, (G'_t / G'_{tot})_{min})$, $(\gamma_{max}, 1.0)$ を通ることから、以下の補正係数を提案できる。

$$r_2 = [1.0 - (G'_t / G'_{tot})_{min}] \cdot \left[\frac{\gamma_{hf}}{\gamma_{max}} \right]^4 + (G'_t / G'_{tot})_{min} \quad (23)$$

構成則では、歪のピークで $\gamma_{hf} < \gamma_{max}$ であれば、式(23)を用いて式(5)に示した G のみを補正する。 a, b_1, b_2 までは補正すると履歴の面積までに影響し、後述するランダムな入力に対する実験結果までを含め再現精度が低下したので採用しない。

$$G = q_1 \cdot r_2 \cdot G_{lin} \quad (24)$$

図 17 漸増や漸減加振での等価剛性の実験・理論値の比 (中剛性)

図 18 図 17 の実験・理論値の比の下限値

5. 計算アルゴリズム

時刻歴解析モデルに歪 γ が与えられた場合の、応力算定手順について以下にまとめる。

5. 1 初期化

応力計算にあたり諸量を初期化する。粘弾性要素の線形パラメータについて、 G_{lin} および初期温度 $\theta^{(0)}$ に依存する $a_{lin}, b_{1,lin}, b_{2,lin}$ 、さらに 5.2 節で言及する分数微分構成則の積分用重み係数 w, w_a, w_{b1}, w_{b2} を予め算定しておく。重み係数に関する詳細は既報¹²⁾を参照されたい。

5. 2 応力計算に必要な諸量の算定

以下、上添え字 (n) を含むパラメータは、 n ステップ毎に計算することを意味する。時刻歴解析の n ステップ目にあたる計算ループの先頭では、与えられた歪 $\gamma^{(n)}$ に対し、以下の諸量を確認・計算する。

$$\lambda^{(n)} = \text{シフトファクター (現在の温度 } \theta^{(n)} \text{ から算定}^{12)})$$

$$\lambda^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)} = \text{等価歪速度}$$

$$\gamma_{hf}^{(n)} = \text{現在の半サイクルの最大歪}$$

$$\gamma_{max}^{(n)} = \text{加振開始から現在に至るまでの最大歪}$$

$$\dot{\gamma}_{hf}^{(n)} = \text{現在の半サイクルの最大歪速度}$$

$$\lambda \dot{\gamma}_{max}^{(n)} = \text{加振開始から現在に至るまでの最大等価歪速度}$$

もし歪速度の符号が反転した場合、歪はピークとなり、直前半サイクル開始時の最大歪 γ_{hf}'' 、最大歪速度 $\dot{\gamma}_{hf}''$ 、軟化パラメータ $q_1'' \sim q_4''$ 、および直前半サイクル終了時の最大歪 γ_{hf}' 、最大歪速度 $\dot{\gamma}_{hf}'$ 、軟化パラメータ $q_1' \sim q_4'$ をそれぞれ記憶する。また、現在の半サイクルのパラメータの初期値について、最大歪 $\gamma_{hf}^{(n)}$ の初期値を γ_{hf}' 、最大歪速度 $\lambda^{(n)} \dot{\gamma}^{(n)}$ の初期値を 0 とする。

5. 3 粘弾性要素応力の算定

粘弾性要素の軟化パラメータ $q_1^{(n)} \sim q_4^{(n)}$ を算定しておく。

$$q_j = \min \left[1.0, c_{qj,1} \exp \left[c_{qj,2} \gamma_{hf}^{(n)} \right] \right], \quad j = 1 \sim 4 \quad (25)$$

もし $q_j(\gamma_{hf}^{(n)}) - q_j(\gamma_{hf}^{(n-1)}) \geq 0.4$ の場合は、以下の補正を行う。

$$r_1 = 1.0 + c_{r1,1} \cdot \lambda^{(n)} \cdot \dot{\gamma}_{\max}^{(n)} \wedge c_{r1,2} \quad (26)$$

$$G = q_1 \cdot r_1 \cdot G_{lin}, \quad a = q_2 \cdot r_1 \cdot a_{lin}$$

$$b_1 = q_3 \cdot r_1 \cdot b_{1,lin}, \quad b_2 = q_4 \cdot r_1 \cdot b_{2,lin} \quad (27a \sim 27d)$$

あるいは $\gamma_{hf}^{(n)} < \gamma_{\max}^{(n)}$ の場合は、以下の補正を行う。

$$\left(\frac{G'_i}{G'_{tot}} \right)_{\min} = 1.0 - \frac{1.0 - \min \left[1.0, c_{r1,1} \cdot \gamma_{\max}^{(n)} + c_{r1,2} \right]}{0.5\pi} \tan^{-1} \left[c_{r3,1} \cdot \lambda \cdot \dot{\gamma}_{\max}^{(n)} \right] \quad (28)$$

$$r_2 = \left[1.0 - \left(G'_i / G'_{tot} \right)_{\min} \right] \cdot \left[\frac{\gamma_{hf}^{(n)}}{\gamma_{\max}^{(n)}} \right]^4 + \left(G'_i / G'_{tot} \right)_{\min} \quad (29)$$

$$G = q_1 \cdot r_2 \cdot G_{lin} \quad (30)$$

以上の G, a, b_1, b_2 を用いて、粘弾性要素の時刻歴応力を得る¹²⁾。

$$\tau_{ve}^{(n)} = G \cdot \frac{\left\{ \gamma^{(n)} + \sum_{j=0}^N \left[b_1 \cdot w_{b1}^{(j)} + b_2 \cdot w_{b2}^{(j)} \right] \cdot \gamma^{(n-j)} \right\} - a \sum_{j=1}^N w_a^{(j)} \cdot \tau^{(n-j)}}{1.0 + a \cdot w^{(0)}} \quad (31)$$

5. 4 パネ要素応力と粘性要素応力の算定

$$\tau_{sp}^{(n)} = G_s(\gamma_{hf}^{(n)}) \cdot \gamma^{(n)} \quad (32)$$

$$s_c = \min \left[\sin^c \left[\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\gamma^{(n)} - \gamma_{hf}^{(n)}}{\max[\gamma_{hf}, \gamma_{hf}']} \right], \dot{\gamma}^{(n)} / \dot{\gamma}_{hf}^{(n)} \right] \quad (33)$$

$$\tau_{dp}^{(n)} = s_c \cdot C_d \left(\max[\gamma_{hf}^{(n)}, \gamma_{hf}'] \right) \cdot \text{sgn}[\dot{\gamma}^{(n)}] \cdot \lambda^{(n)} |\dot{\gamma}^{(n)}|^c \quad (34)$$

5. 5 要素全体による応力の算定

算定した $\tau_{ve}^{(n)}, \tau_{sp}^{(n)}, \tau_{dp}^{(n)}$ の和から歪 $\gamma^{(n)}$ に対する応力 $\tau_{tot}^{(n)}$ が求まる。

$$\tau_{tot}^{(n)} = \tau_{ve}^{(n)} + \tau_{sp}^{(n)} + \tau_{dp}^{(n)} \quad (35)$$

エネルギー吸収量から温度上昇を求める。次ステップからは 5.2 節へ戻って計算を続けられよい。

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} + [\tau_{tot}^{(n)} + \tau_{tot}^{(n-1)}] \cdot [\gamma^{(n)} - \gamma^{(n-1)}] / [2 \cdot \rho] \quad (36)$$

6. 解析モデルによる実験結果の再現

本章では、実験 (2.1 節) での歪を時刻歴解析モデルに適用し、その精度評価を行う。

6. 1 正弦波加振

図 19 に、中剛性材料の正弦波加振時の履歴について示す。グラフの縦軸は、材料が線形と仮定した場合の歪 100 % での応力を 1.0 として、それに対する倍率を示している。すなわち、線形材料ならば歪 300 % では 3.0 倍となるところを、本材料はその振幅依存性ゆえに、高温・高振動数で硬化するケースを除いて概ね 1.5 倍以下に抑えている。提案モデルは、温度・振動数・振幅によって多様に変化する粘弾性体の履歴をよく再現しており、特に半波 1 での硬化や、さらには低温・高振動数に見られる半波 2 での硬化にも追従している。表 2 に、3 種材料の半波 2, 3 での貯蔵剛性と損失係数の再現精度を示す。(実験)/(理論値)の平均は、歪 300 % まで誤差約 10 % 以内であるが、歪の増大とともに、ばらつきや誤差の最大値はやや大きくなる。これは振幅が大きく、等価振動数が高い場合に、半波 1, 2 での硬化、温度上昇による軟化などが動的特性に影響するためである。

6. 2 漸増や漸減の加振、地震応答波加振

漸増・漸減および漸減・漸増加振時の履歴と応力の時刻歴を、低剛性材料、中剛性材料について図 20 に示す。グラフの縦軸は、20 °C, 1 Hz の正弦波加振時の最大応力で基準化されている。この加振は周期を一定にして振幅を変化させるので、歪が応力軸を負から正に横切る際に、速度が不連続に変化する。特に漸減加振の場合に、グラフの第一象限で解析の応力が実験を下回るの、歪が負のピークから正のピークに向かう間に粘弾性要素のパラメータが変化せず、正のピークに至った後に剛性復元の手続きを取ることが理由のひとつと考えられる。紙幅の都合で省略したが、0 °C, 1 Hz の加振の初期に実験の応力をやや下回る以外は、モデルは図 20 に示す通り、実験を精度良く再現した。

図 21 は 3, 12, 24 層の建物の、El Centro 波に対する 1 層部分の層間変形時刻歴を地震応答解析から得て、最大歪を 50, 300 % に基準化して適用したもので^{10, 11)}、3 種材料について示す。いずれの材料の場合も、最大歪が 50 % から 300 % に 6 倍に変化する一方で、最大応力は 3 倍程度に抑えられ、材料の歪依存性の効果を見て取ることができる。

図 19 正弦波加振時の履歴 (中剛性材料、 $\gamma_{\max} = 50, 100, 200, 300 \%$)

エネルギー吸収に関しては、3層建物のように短周期で繰返し回数が多い場合モデルは誤差の蓄積も小さく、総エネルギー吸収をよく再現できている。図21に示した以外の地震応答波を含めて（全27ケース）、提案するモデルの総エネルギー吸収を解析と実験とで比較すると、3種材料それぞれで誤差は平均で5%以内であった。ちなみに誤差の最大値は低剛性、中剛性材料で約10%、高剛性材料では約18%（図21の12層など）である。

表2 3種材料の正弦波加振時の精度

$\gamma_{\max}$ =50%	低剛性材料		中剛性材料		高剛性材料	
	G'	η	G'	η	G'	η
平均	0.975	1.016	0.995	1.001	1.012	1.010
標準偏差	0.028	0.039	0.020	0.037	0.042	0.043
最大	0.089	0.105	0.045	0.081	0.122	0.096

$\gamma_{\max}$ =100%	低剛性材料		中剛性材料		高剛性材料	
	G'	η	G'	η	G'	η
平均	1.003	0.980	1.026	0.966	1.041	0.988
標準偏差	0.047	0.047	0.044	0.038	0.040	0.047
最大	0.120	0.101	0.115	0.095	0.143	0.091

$\gamma_{\max}$ =200%	低剛性材料		中剛性材料		高剛性材料	
	G'	η	G'	η	G'	η
平均	1.049	0.971	1.051	0.972	1.078	1.024
標準偏差	0.057	0.040	0.060	0.029	0.066	0.039
最大	0.154	0.087	0.153	0.067	0.304	0.120

$\gamma_{\max}$ =300%	低剛性材料		中剛性材料		高剛性材料	
	G'	η	G'	η	G'	η
平均	0.970	1.013	0.958	1.023	0.935	1.064
標準偏差	0.032	0.039	0.034	0.047	0.040	0.026
最大	0.119	0.101	0.094	0.100	0.136	0.120

* (精度) = (実験値) / (理論値)

7. まとめ

- 1) アクリル系粘弾性体よりも顕著な振幅依存性をもつスチレン・イソブチレン系粘弾性体でも、大歪領域での温度・振動数等価性が成立することを実験結果から示した。
- 2) 前述の温度・振動数等価性を利用して実験データを等価振動数に対して一元的に整理した。さらに正弦波加振時に材料が示す剛性・粘性について分析し、構成則を構築する手順について示した。

図20 漸増や漸減加振での履歴 — 実験 — 解析

図21 地震応答波での履歴とエネルギー吸収 — 実験 — 解析

- 3) 加振初期の応力上昇、漸増・漸減あるいは漸減・漸増加振時の剛性の変化について観察した。粘弾性体の応力や剛性の変化を正弦波加振時の理論値に対する倍率としてまとめ、構成則に組み込んだ。
- 4) 温度・振動数等価性と分数微分構成則を利用し、粘弾性体の剛性・粘性を正確に再現するべくモデル化を進めることで、正弦波やそれ以外の非定常な入力に対して、実験を精度良く再現できるモデルが構築可能なことを示した。

参考文献

- 1) 日本地震工学協会: パッシブ制振構造設計・施工マニュアル第2版, 2005年9月
- 2) 日本構造技術者協会: 応答制御構造設計法, 彰国社, 2000年12月
- 3) 金子美香, 中村豊: 振幅および振動数依存性を有する粘弾性ダンパーの力学モデルの構築, 日本建築学会構造工学論文集, 44B, pp.263-270, 1998年3月
- 4) 半澤徹也, 寺田岳彦, 佐藤孝典, 西村拓也, 邵立, 堀江竜巳: スチレン-オレフィン系粘弾性体のモデル化と制震効果, 日本建築学会技術報告集, 第13号, pp.63-68, 2001年7月
- 5) 曾田五月也, 柿本和茂, 関谷英一: 軟化型・硬化型非線形粘弾性ダンパーの力学モデル, 日本建築学会構造系論文集, 第551号, pp.45, 2002年1月
- 6) 曾田五月也, 高橋雄司: ランダム加振による粘弾性ダンパーの振動数依存性の定量化, 日本建築学会構造系論文集, 第498号, pp.43-49, 1997年8月
- 7) 黄一華, 加藤敏史, 和田章, 岩田衛, 竹内徹, 大熊潔: 振動数と温度に依存する粘弾性ダンパーの動的力学モデル, 日本建築学会構造系論文集, 第516号, pp.91-98, 1999年2月
- 8) 石川理都子, 諏訪仁, 関松太郎: 非線形粘弾性ダンパーのモデル化に関する検討, 日本建築学会構造系論文集, 第544号, pp.47-52, 2001年6月
- 9) 来田義弘, 中村豊, 竹脇出, 上谷宏二: 非線形システム同定法による高減衰ゴムダンパー力学モデルの構築, 日本建築学会構造系論文集, 第531号, pp.63-70, 2000年5月
- 10) 笠井和彦, 寺本道彦, 大熊潔, 所健: 粘弾性体の温度・振動数・振幅依存性を考慮した構成則 (その1: 線形領域における温度・振動数依存のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第543号, pp.77-86, 2001年5月
- 11) 笠井和彦, 所健: 粘弾性体の温度・振動数・振幅依存性を考慮した構成則 (その2: 温度上昇および歪・歪速度がもたらす非線形性のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第561号, pp.55-63, 2002年11月
- 12) 笠井和彦, 大木洋司, 雨宮健吾, 木村勝彦: イソブチレン・スチレン系のブロック共重合体からなる粘弾性材料の構成則 (その1: 小歪領域における温度・振動数依存のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第569号, pp.47-54, 2003年7月
- 13) たとえば松田和浩, 笠井和彦, 坂田弘安, 大木洋司, 和田章, 中山一孝: 財産保持に優れた制振住宅に関する開発の経過報告 その17: 2層木質制振架構の振動台実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.851-852, 2006年9月
- 14) たとえば佐藤利昭, 小川英記, 真崎雄一, 小室達也, 井口道雄: 木造軸組構法における制振構造の研究 実大試験結果に基づく構造要素特性の抽出, 日本建築学会大会学術講演梗概集, C-1, pp.307-308, 2006年9月
- 15) 伊藤嘉朗, 喜連川昭夫, 浅野清昭, 柴田明徳: 振動数依存性を有する粘弾性体の動的抵抗の時刻歴解析用モデル化手法 パネーダッシュポットモデル, 分数微分モデル, 及び減退記憶モデルの比較, 日本建築学会構造系論文集, 第525号, pp.41-48, 1999年11月
- 16) Bagley, R.L., and Torvik, P.J.: A Theoretical Basis for the Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity, Journal of Rheology, 27(3), 201-210, 1983
- 17) Bagley, R.L., and Torvik, P.J.: On the Appearance of the Fractional Derivative in the Behavior of Real Materials, Transaction of the ASME, Vol. 51, pp.294-298, 1984

付録A1 3種材料の非線形モデルパラメータ

本研究で提案した、3種のイソブチレン・スチレン系粘弾性体の非線形も出るパラメータを表A1にまとめる。時刻歴解析モデル作成のためには、これに粘弾性要素の線形パラメータが必要である。詳細は文献12を参照されたい。

表A1 3種イソブチレン・スチレン系粘弾性体の非線形モデルパラメータ

低剛性					中剛性	高剛性	低剛性					中剛性	高剛性	
q_1	$q_{1,1}$	1.129	1.110	1.061	q_2	$q_{2,1}$	1.113	1.057	1.111	C_d	$c_{cd,1}$	-0.230	-0.371	-0.662
	$q_{1,2}$	-0.563	-0.583	-0.589		$c_{cd,2}$	0.958	1.552	2.765					
q_3	$q_{3,1}$	1.215	1.081	1.215		$c_{cd,3}$	0.652	0.894	0.516					
	$q_{3,2}$	-0.867	-0.778	-0.699	ζ	0.256	0.261	0.280						
q_4	$q_{4,1}$	1.024	1.030	1.081	r_1	$c_{r,1,1}$	0.017	0.025	0.166					
	$q_{4,2}$	-0.238	-0.297	-0.249		$c_{r,1,2}$	0.514	0.452	0.106					
G_s	$c_{gs,1}$	-0.214	-0.235	0.129	r_2	$c_{r,2,1}$	-0.127	-0.091	-0.113					
	$c_{gs,2}$	1.056	1.160	-0.687		$c_{r,2,2}$	1.013	1.009	1.011					
	$c_{gs,3}$	-0.633	-0.436	2.502		$c_{r,2,3}$	0.076	0.619	1.102					

(G_s, C_d) の単位はそれぞれ N/cm^2 , $N \cdot s/cm^2$)

(G_s, C_d の単位はそれぞれ N/cm^2 , $N \cdot s/cm^2$)

付録A2 提案した構成則を適用した制振構造の地震応答時刻歴解析

本研究で提案した構成則をもとに、ダンパー変形からダンパー力を算定するダンパー解析サブルーチンを記述できる。このような単純な入出力とすることで、文献1発行時に公開された各種ダンパー解析サブルーチンと同様に、様々な構造解析プログラムへの適用が容易となる。この場合、構造解析プログラムの側では、ダンパー力による不釣り合い力をキャンセルするために、例えば繰返し計算を行うなどの機能を備えている必要がある。

筆者らが使用している構造解析プログラムPC-ANSR¹⁰⁾にも、提案した構成則に基づくダンパー解析サブルーチンを組み込み、時刻歴解析を行った。

ダンパーを適用する主架構は、文献1にあるテーマストラクチャー10層トリムタイプ(せん断棒モデル)とし、各層に表A2に示すダンパーと、それに直列するブレースを適用した。主架構には1次周期 $T_1 = 2.0$ 秒、2次周期 $T_2 = 0.76$ 秒で、1次と2次の減衰定数が2%となるように、Rayleigh減衰が与えられている。入力にはBCJ-L2波、時間刻みは $\Delta t = 0.01$ 秒とした。図A1および図A2に解析結果を示す。ここに示した例は、制振構造の目標性能を、層間変形角 $1/150$ 、粘弾性体せん断至 200% としたもので、これら応答予測法、設計法の詳細については、別報にて報告する予定である。

本研究の構成則を含むプログラムでは、ダンパーのサブルーチンには直列するブレースの変形 u_b を含めて、ダンパー・ブレース直列系(付加系)の変形 u_d を入力し、ダンパー力 F_d を得ている。このとき、サブルーチンの中では、繰返し計算 k 回目でのダンパーせん断歪を $\gamma_d^{(k)} = (u_d^{(k)} - F_d^{(k-1)}/K_b)/d$ (d = 粘弾性体厚さ, K_b = ブレース剛性)としてダンパー力 $F_d^{(k)}$ を算定できる。パソコン上での解析に要した時間は、分数微分構成則で記憶する過去の応力と歪の情報^{10,12)}を $N_w = 300$ ステップ分とした場合、3.5分であった。これを $N_w = 1000$ ステップと3倍以上大きくしても解析時間は4分に留まった。また、ダンパーをアクリル系粘弾性体(線形モデル¹⁰⁾)とした場合は、プログラムの構成が似通っているためか、解析時間は3.5分 ($N_w = 300$ ステップ)と変わらなかった。

表A2 制振構造に適用したダンパーとブレースの諸元(層全体、軸方向)

層	ダンパー本数	粘弾性体 厚さ (mm)	せん断 面積 (m^2)	ブレース 軸剛性 (kN/mm)
10	2	11	1.79	397
9	6	11	11.5	2550
8	6	11	15.6	3450
7	6	11	20.9	4630
6	6	11	20.6	4560
5	6	11	25.0	5540
4	6	11	26.7	5910
3	6	11	21.0	4650
2	6	11	24.1	5350
1	6	14	22.3	3870

図A1 最大層間変形角の分布

図A2 ダンパー力・ダンパー変形の例(層全体、軸方向)

(2006年10月10日原稿受理, 2007年3月20日採用決定)