鉄筋コンクリートおよびプレストレスト鉄筋コンクリート二方向スラブの
長期たわみ制御に関する研究STUDY ON CONTROL OF LONG-TERM DEFLECTIONS OF REINFORCED CONCRETE AND
PRESTRESSED REINFORCED CONCRETE TWO-WAY SLABS

岩田 樹美*, 大野 義照**, 李 振 宝***

Tatsumi IWATA, Yoshiteru OHNO and Zhenbao LI

As already reported, practical calculating method was suggested for the long-term deflections of reinforced concrete slabs and prestressed reinforced concrete slabs. The application of this method is limited to one-way slabs. On this study, it was suggested that the calculating method of two-way slabs. The effects of various factors on the deflection of slabs are numerically analyzed, and the points of concern for control design of long-term deflections were indicated. In addition, the usability of the control method of long-term deflections was shown.

Keywords : long-term deflection, reinforced concrete, prestressed reinforced concrete, two-way slab, gradually estimation method

長期たわみ, 鉄筋コンクリート, プレストレスト鉄筋コンクリート, 二方向スラブ, 段階的予測手法

1. はじめに

筆者等は、モールの定理に基づく繰り返し計算による長期たわみ計算法¹⁾を用いて、設計実務を考慮した簡便で実用上問題のない予測精度を持つ、付着クリープ特性に基づく鉄筋コンクリート（以下 RC と略記）スラブの実用的な長期たわみ計算法を提案した²⁾。さらに、この長期たわみ計算法を用いて、近年採用が増加している長スパンスラブを合理的に実現できるプレストレスト鉄筋コンクリート（以下 PRC と略記）スラブの長期たわみ計算法を応力をプレストレスにより制御した RC スラブとして定式化し³⁾、RC スラブから PRC および PC スラブまで一連のコンクリート系スラブの長期たわみを評価できる手法を提案している。これらの計算法において対象としているスラブは、両端固定一方向 RC および PRC スラブであり、スラブ部材として本来考慮すべき二方向スラブまで適用範囲を広げ、設計実務に適用できるようにすることが必要である。

四辺を梁で固定支持された四辺固定スラブの変形状を捉えるためには、板要素として二方向性を考慮した解析が必要であるが、一方向スラブに対して展開された理論や、実験結果を準用することが多い。RC 規準においては、二方向スラブに関する長期載荷実験がほとんどないこと等から、一方向帯スラブの長期たわみ載荷実験結果を四辺固定床スラブの長期たわみ算定用として使用している⁴⁾。

四辺固定スラブの弾性たわみについては、スラブを直交する2つの梁に置き換え両方向の荷重分担率を決める方法があり、RC 規準においては、この方法によって四辺固定スラブの弾性たわみ δ_e の略算式として、理論解析値とほぼ一致する結果を与える下式が示されている⁴⁾。

$$\delta_e = \frac{1}{32} \frac{\lambda^4}{1 + \lambda^4} \frac{w l_x^4}{E_c H^3} \quad (1)$$

ここに、 l_x ：短辺スパン、 l_y ：長辺スパン、 $\lambda = l_y/l_x$ 、 w ：床スラブの全荷重、 E_c ：コンクリートのヤング係数、 H ：スラブ厚さ

一方、長期たわみの予測においては、ひび割れやクリープ・乾燥収縮等により剛性が経時的に変化するため、各方向の剛性が異なる直交異方性板としての評価が必要である。応力上支配的となる短辺方向の剛性の低下の程度が大きくなるのに対して、長辺方向は応力が小さく、剛性の低下も短辺方向に比べて小さくなるため、長辺方向への応力再配分が大きくなる分、長期たわみが小さくなると考えられる。このように、剛性の経時的な変化を評価の上、二方向性を考慮することは、たわみ制御の面で有利になることから、より合理的な長期たわみ制御設計の実現が期待できる。

本研究では、長期たわみ制御設計へと展開するため、既報で示した RC および PRC スラブの長期たわみ実用計算法を用いて、RC および PRC 二方向スラブの長期たわみ計算法を提案する。さらに、本計算法を用いたケーススタディにより、各種要因の長期たわみに及ぼす影響を定量的に評価し、長期たわみ制御設計における留意事項を指摘すると共に、難易度の異なる予測手法を段階的に採用することで、設計実務に対応できる長期たわみ制御手法を提示する。

2. 二方向スラブの長期たわみ計算法

2.1 一方向スラブから二方向スラブへの展開

RC規準の弾性たわみ計算において示されている、スラブを直交する二方向の交差する一方向スラブに置き換える方法（交差梁理

* NTTファシリティーズ

** 大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻 教授・工博

*** 北京工業大学工程抗震与結構診治北京市重点实验室
教授・工博

NTT Facilities Inc.

Prof., Dept. of Global Achi. Eng., Osaka Univ., Dr. Eng.

Prof., The College of Achi. & Civil Eng., Beijing University of Technology, Dr. Eng.

論)を採用し、一方向スラブの長期たわみ計算法を用いて二方向性を考慮した長期たわみを計算する。なお、本計算法のコンクリート強度の適用範囲として、RC規準と同様に18~60N/mm²とする。

2.2 計算フロー

図1に計算フローを示す。

(i) 分担荷重 w_x, w_y の計算

分担荷重の初期値を、プレストレスによる吊り上げ荷重 $w_p^{(3)}$ を考慮して、RC 規準に示されている下式により計算する⁴⁾。

$$w_p = 8 \left(a_x \frac{P_x}{l_x^2} + a_y \frac{P_y}{l_y^2} \right) \quad (2)$$

$$w_x = \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} (1-x) w \quad (3)$$

$$w_y = \frac{l_x^4}{l_x^4 + l_y^4} (1-x) w \quad (4)$$

ここに、 a_x, a_y : 短辺方向および長辺方向の PC 鋼材のライズ、 P_x, P_y : 短辺方向および長辺方向の PC 鋼材の緊張力、 x : 荷重キャンセル率 ($=w_p/w$)

(ii) 各方向の長期たわみ δ_{ix}, δ_{iy} の計算

(i) で求めた分担荷重を用いて、X (短辺)、Y (長辺) 各方向の長期たわみ δ_{ix}, δ_{iy} を一方向スラブとして既報^{2), 3)}で提案した実用計算法により計算する。

(iii) 収束計算による分担荷重および長期たわみの決定

$\delta_{ix}-\delta_{iy}$ の値が許容誤差以下であれば、 δ_{ix} が二方向スラブとして求めた長期たわみ δ_i である。 $\delta_{ix}-\delta_{iy}$ の値が許容誤差を超える場合は、これが許容誤差以下となるまで繰り返し分担荷重を修正して再計算を行う。

2.3 実用計算法

計算フローで示した二方向スラブの長期たわみ計算法は、繰り返し計算を必要とする煩雑さがある。そこで、この繰り返し計算をなくし、実用的な計算法への展開を試みる。

一方向として、すなわち分担荷重を(3)式として求めた長期たわみを δ_{i1} とする。二方向として求めた長期たわみを δ_i とする。両者の関係を整理できれば、繰り返し計算することなく δ_{i1} から δ_i を求められることから両者を比較する。3 章表 2 に示す二方向スラブの解析ケースに対して δ_{i1} および δ_i を求め、両者を比較した。 $\gamma=0.5$ の場合の RC スラブおよび X 方向にプレストレスを導入した PRC スラブの $\delta_i-\delta_{i1}$ 関係を、それぞれ図 2(a)、(b) に示す。PRC スラブの荷重キャンセル率 x は 0.4 とした。

λ により両者の関係に違いが見られる。 $\lambda=1.0$ の場合は、長辺方向とみなす Y 方向の鉄筋を X 方向の内側へ配筋している。そのため Y 方向のひび割れ断面剛性が X 方向に比べて小さくなるため、長期変形後の X 方向の分担荷重が弾性解析時に比べて大きくなり、全体的に δ_i が δ_{i1} に比べて大きくなっている。 $\lambda=1.5$ および 2.0 の場合は、主応力方向である X 方向の長期変形時における剛性低下が Y 方向に比べて大きいため、X 方向の分担荷重が弾性変形時に比べて小さくなり、 δ_i は δ_{i1} に比べて小さくなっている。このように、 δ_i と δ_{i1} の関係は、X 方向と Y 方向の長期変形後の剛性により

決まり、 δ_{i1} は δ_i に対して $\pm 20\%$ 程度のばらつきを有している。

以上の結果を踏まえ、両方向のたわみ倍率を用いて δ_{i1} を補正する。分担荷重を(3)、(4)式として求めた X、Y 方向の弾性たわみを $\delta_{ex1}, \delta_{ey1}$ 、長期たわみを $\delta_{ix1}, \delta_{iy1}$ とする。 $\delta_{ix1}, \delta_{iy1}$ を各方向の弾性たわみで除して求めたたわみ倍率を K_{x1}, K_{y1} とする。 δ_{ix1} と δ_{iy1} は下式で表せる。

$$\delta_{ix1} = K_{x1} \delta_{ex1} = \frac{K_{x1} w_x l_x^4}{32 E_c H^3} \quad (5)$$

$$\delta_{iy1} = K_{y1} \delta_{ey1} = \frac{K_{y1} \{(1-x)w - w_x\} l_y^4}{32 E_c H^3} \quad (6)$$

交差梁理論を適用し、 $\delta_{ix}=\delta_{iy1}$ として X 方向の分担荷重 w_{xi} を求めると下式となる。

$$w_{xi} = \frac{l_x^4}{(K_{x1}/K_{y1}) l_x^4 + l_y^4} (1-x) w \quad (7)$$

(7)式による w_{xi} を用いて、長期変形後の各方向の剛性により補正した弾性たわみ δ_{ec} から長期たわみ δ_{ic} を求めると以下ようになる。

$$\delta_{ic} = K_{x1} \delta_{ec} = \frac{1}{32} \frac{K_{x1} l^4}{K_{x1}/K_{y1} + \lambda^4} \frac{(1-x) w l_x^4}{E_c H^3} \quad (8)$$

図 2 と同様のケースに対して δ_i と δ_{ic} を比較したのが図 3 である。 δ_{ic} は δ_i に対して、RC スラブ、PRC スラブ共 $\pm 10\%$ の範囲で予測できている。たわみ倍率 K_{x1}, K_{y1} を用いた(8)式によれば、 λ やプレストレスの有無にかかわらず、繰り返し計算をすることなく二方向スラブの長期たわみを計算できる。

2.4 適合性の検討

既往の実験結果^{5)~8)}を用いて二方向スラブの長期たわみ計算法の適合性を検討する。表 1 に二方向スラブの長期たわみ実験結果と本計算法による計算値を示す。比較に用いた試験体は全て実大規模のスラブであり、合計 8 体である。芳賀の試験体の内 S2、S3 の 2 体は、X 方向にアンボンド PC 鋼材によりプレストレスを導入した

図 2(a) $\delta_i-\delta_{i1}$ 関係 (RC)

図 2(b) $\delta_i-\delta_{i1}$ 関係 (PRC)

図 3(a) $\delta_i-\delta_{ic}$ 関係 (RC)

図 3(b) $\delta_i-\delta_{ic}$ 関係 (PRC)

PRC スラブであり、その他の6体は全てRCスラブである。クリープ係数および乾燥収縮ひずみは報告されている場合は実測値を使用し、報告されていない場合はCEB-FIP Model Code⁹⁾による予測値を用いた。高田の実験において計測されたたわみ実測値にはスラブ自重による初期たわみを含んでいないため、文献¹⁰⁾を参考にRSLで0.5mm、RSSで0.3mmの初期たわみを仮定し、実測値に加えた。芳賀の実験において計測されたたわみには、スラブを支持する大梁のたわみも含まれている。そこで、長期たわみ実用計算法²⁾により求めた大梁（断面寸法 400×600）のたわみにより実験値を補正した。補正値は、S1、S3 に対して 0.95mm、S2 に対して 1.90mm である。補正した実験値および計算値と実験値の比を、表1の①内に示す。

図4に長期たわみの計算値と実験値の比較を示す。限られた試験体数ではあるが、本計算法による計算値は実験値に対してほぼ±20%の精度で予測できている。

図4 実験結果との比較

3. 長期たわみの影響要因分析

提案した長期たわみ計算法を用いて、各要因が長期たわみ δ_t およびたわみ倍率 K に及ぼす影響を検討する。以下に示す要因についてケーススタディを行い、その傾向を調べた。

- ・ 長期たわみ制御効果に関する要因

スラブ厚さ、鉄筋量、コンクリート強度、クリープ・乾燥収縮、プレストレス量（荷重キャンセル率）、二方向性（辺長比）

- ・ 他の断面決定要因との関係

長期たわみと鉄筋応力、長期たわみと長期ひび割れ幅

3.1 解析条件

ケーススタディは、最近特に採用の多い長スパンスラブも対象に含め、設計事例やコンクリートの材料特性を考慮して、表2に示す条件を設定した。なお、3.2～3.6節は一方方向スラブ、3.7～3.9節は二方向スラブの検討結果を示している。

仕上り荷重+積載荷重：2600N/m²

コンクリート強度：24N/mm²

クリープ係数：3.0、乾燥収縮ひずみ：4×10⁻⁴

鉄筋位置：短辺方向 $d_t=d_c=35\text{mm}$ （かぶり厚さ30mm）

長辺方向 $d_t=d_c=45\text{mm}$ （かぶり厚さ40mm）

鉄筋断面積：本節で示す p_t は端部上端筋（二方向スラブの場合は短辺方向）での値を基準とする。

中央部下端の断面積は、端部上端筋の0.78倍（D10・13のD13に対する比率）とする。

長辺方向の配筋： $\lambda=1$ のときは短辺と同配筋、 $\lambda=1.5$ および2のときは、短辺端部上端筋断面積の0.56倍（D10のD13に対する比率）で上下同配筋とする。

鉄筋径：短辺方向 端部D13、中央部D10・D13交互

長辺方向 $\lambda=1$ のとき、短辺と同径

$\lambda=1.5$ および2のとき、全てD10

鉄筋間隔： a_n/pd とする。ここに、 a_n ：1本当たりの鉄筋断面積、

$p_t=a_n/bd$ 、 d ：有効せい

3.2 スラブ厚さの影響

長期たわみの抑制方法として最も効果の高いと考えられるスラブ厚さ H の影響について検証する。ここでは、スパン l との比としてスパン/スラブ厚さ比 l/H との関係で整理する。図5は δ_t および K と l/H との関係をスラブ厚さ毎に示したものである。 δ_t は l/H の増加に対して双曲線的に増加しており、 p_t が小さい程、ひび割れによる剛性低下の影響が大きいことから、 l/H に対する変化が大きくなっている。また、同じ l/H でも H が大きい程、すなわち l が大きい程 δ_t は大きくな

表1 既往の二方向スラブ長期たわみ実験結果との比較

*：仕上り+積載荷重を考慮

研究者	試験体 名称	方向	スラブ 厚さ (mm)	スパン (m)	辺長 比 λ	d _t (mm)	鉄筋量 (mm ²)	コンクリート ①内は予測値				プレストレス		荷重 (kN/m ²)	加力 材齢 (日)	実験値 測定材齢 (日)	①実験 値 (mm)	長期たわみ																						
								上端 下端	端部 中央部	圧縮 強度 (N/mm ²)	ヤング 係数 (N/mm ²)	クリー プ係数	収縮 ひずみ (×10 ⁻⁶)					荷重キャン セル率	平均ブレス トレス (N/mm ²)	計算値(mm)					②/①															
																				本計算法																				
																				①δ _{cr} +δ _{sp}	①δ _{sh}	①δ _i	①δ ₁	②δ _{tc}																
高田 ⁵⁾	RSL	X	130	4.3	1.28	30	473	0	24.6	22065	2.29 (3.15)	500 (428)	—	—	4.16	14	245	6.34	2.46	2.06	1.88	6.40	7.07	1.12																
		Y		5.5		40	473	0											2.43	1.38	2.58																			
		X	130	3.5		1.29	30	473											0	24.6	22065				3.43 (4.02)	600 (433)	—	—	4.16	14	245	4.61	1.24	2.48	1.26	4.98	4.96	1.08		
		Y		4.5			40	473											0														1.49	1.49	1.99					
	RSS	X	130	3.5	1.29	30	237	473	24.6	22065	3.43 (4.02)	600 (433)	—	—	4.16	14	245	4.61	1.24			2.48	1.26	4.98									4.96	1.08						
		Y		4.5		40	237	237											1.49			1.49	1.99																	
山本 ⁶⁾		B	X	120		4.5	1.00	30											355	0	24.9	19200	3.30 (4.40)		900 (485)	—	—	4.24	2	2779	22.38	5.43			14.15	3.03	22.60	21.76	0.97	
			Y			4.5		40											355	0												7.54			9.47	5.59				
	X		200	6.055	2.08	35		847	423	27.8	23800	(2.04)	(330)	—	—	4.71	64	424	5.95	3.39				0.76								1.43	5.58	5.56	0.93					
	Y			12.6		45		423	423											3.68				0.00								1.89								
	S2	X	250	6.2		2.03	35	847	423											27.8	23800	(1.92)	(275)	—	—	8.88*	64	424	6.24	4.18	0.68	1.59				6.45	6.91	1.11		
		Y		12.6			45	423	423																					4.30	0.00	2.16								
田中 ⁷⁾		S1	X	200	6.055		2.08	35	847	423	27.8	23800	(1.92)	(275)	—	—	8.88*	64	424											6.24	4.18	0.68	1.59	6.45	6.91				1.11	
			Y		12.6			45	423	423																					3.68	0.00	1.89							
	S2		X	250	6.2	2.03		35	847	423										27.8	23800	(1.92)	(275)	—	—	8.88*	64	424	6.24		4.18	0.68	1.59			6.45	6.91	1.11		
			Y		12.6			45	423	423																					4.30	0.00	2.16							
		芳賀 ⁸⁾	S1	X	170		6.0	1.00	35	495	318	28.7	24100	(2.31)	(322)	—	—	6.55	93											490	10.1 (9.2)	4.53	0.00	2.62	7.16				7.17	0.71 (0.78)
				Y			6.0		45	495	318																					3.97	0.00	3.19						
S2	X			150	6.0	1.00	35		495	318	28.7									24100	(2.37)	(349)	0.281	0.31	6.08	93	490	5.4 (3.5)	3.73			0.01	0.00	3.74		3.77	0.70 (1.08)			
	Y				6.0		45		495	318																			3.74			0.00	0.00							
	S3		X	170	6.0		1.00	35	495	318		28.7	24100	(2.31)	(322)	0.366	0.27	6.55	93										490	3.0 (2.1)	2.35	0.01	0.00		2.36			2.36	0.79 (1.15)	
			Y		6.0			45	495	318																					2.35	0.01	0.00							

表2 解析ケース

要因	記号	単位	パラメータ: () は、 γ の影響の検討に用いる					
スラブ厚さ (RC)	H	mm	120	150	200	250	300	
スラブ厚さ (PRC)	H	mm	200	300	400			
スパン (RC)	l	m	3	4	5	6	7	8
スパン (PRC)	l	m	8	9	10	11	12	13
鉄筋比	p_t	%	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2
複筋比	γ		0	0.5	1 (1.5)	(2)		
コンクリート強度	σ_B	N/mm ²	18	24	30	50		
ヤング係数	E_c	$\times 10^4$ N/mm ²	2.06	2.27	2.45	2.90		
クリープ係数	ψ		1	2	3	4		
乾燥収縮ひずみ	ε_{sh}	$\times 10^{-4}$	2	4	6	8		
プレストレス	x		0.2	0.4	0.6	0.8		
辺長比	λ		1	1.5	2			

っている。これは、等分布荷重を受ける δ_t が l^4/H^3 に比例することにより起因している。

K について見ると、 $l/H \geq 20$ においては、 p_t が小さい程ひび割れ断面剛性が小さくなるため、 $p_t=0.4\%$ のときは l/H の増大に合わせて K も大きくなっているが、 $p_t=1.0\%$ の場合は逆に l/H の増大に対して K が同程度か若干小さくなっている。また、 $l/H < 20$ においては p_t に関係なく l/H の増大に対して K が小さくなる関係を示しており、 K は $l/H=20$ 付近において最小値を示す結果となった。この結果と合せて、 $l/H < 20$ においては、 $\delta_t \leq 5\text{mm}$ となっておりたわみが問題とならないこと、 $l/H \geq 20$ において l/H を小さくすることによるたわみ抑制効果が現れていることを総合的に判断し、 $l/H=20$ がたわみ制御を行うための下限値として位置づけ、後述する $l/H=35$ 程度を上限として、 l/H をこの範囲で小さくすることで、たわみを合理的に制御することができる。

3.3 鉄筋量の影響

鉄筋によるたわみ制御は、ひび割れ発生後の剛性を向上させることにある。図6は、 δ_t および K と p_t との関係 ($\gamma=0$) をスパン毎に示

図5 δ_t - l/H および K - l/H 関係

したものである。 l が大きい程ひび割れが多くなり、断面剛性に及ぼす鉄筋量の影響が大きくなるため、 p_t の増加と共に δ_t が双曲線的に小さくなっており、 p_t によるたわみ抑制効果が大きくなっている。その抑制効果は p_t が大きくなると頭打ちの傾向にあり、ひび割れ発生領域の大きさやスラブ厚さによりその程度は変わるが、 p_t が 0.6% 程度以上になると小さくなっている。

複筋比 γ の影響を確認するため、 $p_t=0.4\%$ で一定として $\gamma=0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ と設定し、圧縮鉄筋と引張鉄筋の総量が $\gamma=0$ 、 $p_t=0.4 \sim 1.2\%$ の部材と等しくなるようにして圧縮鉄筋と引張鉄筋のたわみ抑制効果を比較した。図6に点線で示したのが γ を変化した場合の関係であり、横軸は鉄筋の総量が等しい $\gamma=0$ の部材の p_t で表示している。本計算例においては、 $H=150\text{mm}$ のときに $l \leq 4.5\text{m}$ 、 $H=300\text{mm}$ のときに $l \leq 8\text{m}$ において、同じ鉄筋量であれば引張鉄筋を増やすよりも圧縮鉄筋を増やした方がたわみ抑制効果が大きくなっており、 ε_{sh} が大きい程その傾向は顕著に現れている。これは γ が大きい程、 ε_{sh} を鉄筋が拘束することにより生ずる引張応力が小さくなり、見かけ上のひび割れ耐力が大きくなること、および ε_{sh} による曲率増分が小さくなるためである。一般的には引張鉄筋を増やした方がたわみ

図6 δ_t - p_t および K - p_t 関係

抑制効果も大きいですが、本検証によれば、 H が大きく ε_{sh} の大きい場合で応力によるたわみに対して ε_{sh} によるたわみの影響が大きい場合は、圧縮鉄筋を増やす方がたわみ抑制効果が大きいことが示された。

K については、応力が大きくひび割れ領域が大きくなると、 p_i の増加に対して K が小さくなる関係を示すが、応力が小さくひび割れの少ない部材に対しては、 p_i が大きい程 ε_{sh} によるたわみの影響が大きくなるため、 K が大きくなっている。

3.4 コンクリート強度の影響

コンクリート強度 σ_B の増大により、ひび割れ耐力 M_{cr} とヤング係数 E_c が大きくなり、たわみを抑制することができる。図7は、 δ_i および K と σ_B の関係をスパン毎に示したものである。 M_{cr} は文献²⁾により、 E_c はRC規準の式により求めた。 δ_i は σ_B に対して右下がりの関係にあり、 σ_B によるたわみ抑制効果が現れている。応力の大きい部材程、 σ_B の増大によるひび割れ抑制効果が働き、たわみ抑制効果も大きくなっている。また、鉄筋量が少なくコンクリート断面の影響が大きい程、 σ_B によるたわみ抑制効果が大きくなっている。以上の結果は、 σ_B の増大によるひび割れの抑制が、たわみ制御に非常に有効であることを示している。既往の研究¹¹⁾などにおける長期たわみ計算においては、ひび割れの発生を前提としているため、ひび割れ抑制効果を直接評価できないという点で、 σ_B のたわみ抑制効果が適正に評価されていないと思われるが、本検証においてその効果の大きさを定量的に示すことができた。

K については、 $p_i=0.4\%$ と小さい場合でひび割れ抑制効果が特に大きい場合に、 σ_B の増大により K も小さくなっているが、それ以外は σ_B に関係なくほぼ一定値となっている。

3.5 クリープ・乾燥収縮の影響

図8は、 δ_i および K とクリープ係数 ψ との関係 ($\gamma=0$) をスパン毎に示したものである。 δ_i および K と ψ は線形関係にあり、 ψ の δ_i への

影響は小さい。これは、 ψ の曲げ剛性 EI に及ぼす影響から以下の様に説明することができる。ひび割れの無い場合は、等価ヤング係数 E_i における ψ がそのまま曲げ剛性に影響するため、 ψ の影響は大きくなるが、ひび割れが無い場合は、そもそもたわみが小さいため、 ψ の影響も小さい。ひび割れ発生断面においては、 I の計算における鉄筋の影響が大きくなり、計算上は E_i と I_e の計算において考慮する ψ が互いに打ち消し合うため、 ψ の影響が小さくなる。

図9は、 $H=150\text{mm}$ および 300mm のときの δ_i および K と乾燥収縮ひずみ ε_{sh} との関係をスパン毎に示したものである。両関係は、 ε_{sh} に対して線形関係にあり、応力が大きく、ひび割れ発生領域が大きいか、 ε_{sh} の増大に対するたわみの増大が大きくなっている。また、図9(a)と(c)を比較すると、 $H=300\text{mm}$ のときの方が、 $\gamma=0$ と 1.0 との δ_i の差が大きくなっている。これは、3.3節でも検討したように、スラブ厚さが大きい場合に、圧縮鉄筋による ε_{sh} によるたわみの抑制効果の大きいことを示している。

3.6 プレストレスの影響

特に長スパンとなる場合にプレストレスによるたわみ制御が有効となるが、その効果を定量的に把握する。図10は、 δ_i および K と荷

図8(a) δ_i - ψ 関係

図8(b) K - ψ 関係

(a) δ_i ($H=150\text{mm}, p_i=0.4\%$)

(b) K ($H=150\text{mm}, p_i=0.4\%$)

(c) δ_i ($H=300\text{mm}, p_i=0.4\%$)

(d) K ($H=300\text{mm}, p_i=0.4\%$)

図9 δ_i - ε_{sh} および K - ε_{sh} 関係

(a) δ_i ($H=150\text{mm}, \gamma=0.5$)

(b) K ($H=150\text{mm}, \gamma=0.5$)

(c) δ_i ($H=250\text{mm}, \gamma=0.5$)

(d) K ($H=250\text{mm}, \gamma=0.5$)

図7 δ_i - σ_B および K - σ_B 関係

重キャンセル率 x との関係をスパン毎に示したものである。なお、本検証においては、既報³⁾で示したPRCスラブの長期たわみ計算法において、プレストレスの効果を吊り上げ力による荷重キャンセル効果のみとし、 M_{cr} の導入軸力による効果は無視した。

x の増加に対して δ_t が小さくなり、 $p_t=0.4\%$ のときの方が、 $p_t=1.0\%$ に比べて δ_t - x 関係の傾きが大きく、すなわちたわみ抑制効果が大きい。これは、 p_t が小さい程ひび割れ断面剛性が小さく、プレストレスによるひび割れ抑制効果がより顕著に現れるためである。また、 l が大きい程 δ_t - x 関係の傾きが大きく、長スパン程、プレストレスによるたわみ制御が有効であることを示している。

K については、 x が大きく応力が小さいため、 ε_{sh} による影響の大きい場合に K が大きくなっていることを除き、 x に関係なくほぼ一定となっている。これは、 δ_t におけるプレストレスのたわみ抑制効果が、 δ_t に対しても同じように現れていることを示しており、 δ_t が $(1-x)$ にほぼ比例していることを意味している。

以上の検証結果より、プレストレスによるたわみ抑制効果は、 x の大きさに拘らずほぼ同様の効果のあることが示された。

図10 δ_t - x および K - x 関係

図11 δ_t - λ 関係

図12 δ_t の $\delta_t(1.0)$ に対する比率

3.7 二方向性（辺長比）の影響

二方向スラブの場合は、短辺スパンのみでなく、長辺スパンを変え、辺長比 λ を調整することでたわみを制御することも可能である。図11は、 δ_t と λ との関係（ $p_t=0.6\%$ 、 $\gamma=0.5$ ）をスパン毎に示したものである。ただし、 σ_s が長期許容応力度である 200N/mm^2 を超えるものについては同図から除外している。両者の関係は、 λ が1に近い程傾きが大きく、すなわちたわみ抑制効果が大きくなっている。また δ_t の大きい程 λ によるたわみ抑制効果は大きくなっている。同図には $H=150\text{mm}$ と 250mm の関係を併記しているが、 H の影響はあまりなく、ほぼ同様の関係を示している。

図12に、 $\lambda=1.5$ と $\lambda=2.0$ のときの δ_t （それぞれ $\delta_t(1.5)$ 、 $\delta_t(2.0)$ とする）の $\lambda=1.0$ のときの δ_t （ $\delta_t(1.0)$ とする）に対する割合をスラブ厚さ毎に示す。 $\delta_t/\delta_t(1.0)$ の値は、同一の H において l が大きくなる程大きくなっており、 $\lambda=1.5$ のとき $1.2\sim 2.5$ 、 $\lambda=2.0$ のとき $1.2\sim 3$ 程度となっている。長辺スパンを小さくすることが可能な場合は、 λ を1に近づけることにより大きなたわみ抑制効果を期待することができる。

3.8 長期たわみと鉄筋応力

長期たわみ δ_t と鉄筋応力 σ_s の関係を調べ、強度ではなく変形で決まるスラブ厚さ H の限界を検証する。図13は、 $\lambda=1.5$ の二方向スラブ、 $\gamma=0.5$ に対して、 δ_t および K と端部上端筋における σ_s との関係を表2に示す p_t をパラメータとして H 毎に示したものである。同図に示す各スラブ厚さ毎の δ_t - σ_s 関係から、スラブ断面決定条件が強度、変形のどちらであるかを把握することができる。

ここで、たわみ限界値をRC規準に従い $l/250$ とし、図13(a),(c)に示したたわみ限界値と $\sigma_s=200\text{N/mm}^2$ の交点に重なるときの H が、本計算法により示されるたわみの検討を要しない H の最小値とする。これより H が小さい場合は、 $\sigma_s=200\text{N/mm}^2$ に達する前に、 δ_t が限界値を超える H である。図13に破線で示したのが、 H の最小値の δ_t - σ_s 関係である。同図には、RC規準のスラブ厚さ規定により求めた H の最小値の関係も併せて示している。本計算法とRC規準により求めた H の最小値を表3に示すが、本計算法による H の最小値は、全てのスパンに対してほぼ $l/H=35$ となっている。本計算法により求められる H の最小値は、RC規準と比べて $l=4\text{m}$ の場合はほとんど同じであるが、 l が大きくなる程小さくなっており、以前から指摘¹²⁾されている、 $l=6\text{m}$ 程度を超えるとRC規準による H は厚めに算定する傾向と同様の結果となっている。これは、RC規準の H の最小値の規定が、 K を一律16倍としていることに起因している。図13(b),(d)の K - σ_s 関係に示すように、 l が大きくなる程 K は全体的に小さくなる傾向を示しており、 $l=4\text{m}$ のときはほぼRC規準で規定する $K=16$ となっているが、 $l=6\text{m}$ のときは $K=12$ 程度になっている。図13(a),(c)には、RC規準の H の最小値に対してはたわみ限界値と対応する $K=16$ としたときの関係も示しているが、RC規準では、この実際よりも大きなたわみが発生することを前提にしていることから、 H が大きく評価されていると考えられる。

$l=6\text{m}$ のモデルに対して、 $\varepsilon_{sh}=8\times 10^{-4}$ とした場合の関係を図13(e),(f)に示すが、 ε_{sh} の影響で δ_t が大きくなっており、 H の最小値も $H=205\text{mm}$ （ $l/H=29.3$ ）となり、RC規準による H とほぼ同じ結果となった。コンクリートの材料特性としての ε_{sh} は応力とは関係のない要因であるため、 σ_s との関係から求められるたわみの検討を要しない

図 13 δ_{lt} - σ_s および K - σ_s 関係

表 3 スラブ厚さ最小値 (mm)

l_x (m)	4	5	6	7	8
①本計算法	115	145	170	195	225
②RC規準	118	156	198	244	293
①/②	0.97	0.93	0.86	0.80	0.77

H は、コンクリートの材料特性により変化することを示している。

3.9 長期たわみと長期ひび割れ幅

長期たわみと共に重要な使用限界性能であるひび割れ幅との関係を検証する。既報²⁾で提案している実用計算法は、鉄筋とコンクリート間の付着クリープ特性から、ひび割れによる曲げ剛性の変化を考慮できる手法であり、付着解析を基本とした鉄筋の抜け出し量算定式から長期ひび割れ幅を算定できることも、実用計算法の大きな特徴のひとつである。図14は、図13と同様の条件に対して $l=6m$ のときの δ_{lt} および K と端部上端筋における長期平均ひび割れ幅 w_{av} との関係を示したものである。ひび割れ幅の目標値を最大値で0.3mmとして、平均値で0.3/1.5=0.2mmとする。3.8節と同様に、破線で示したたわみ限界値と $w_{av}=0.2mm$ の交点に重なるときの H が、ひび割れ幅に対してたわみの検討を要しない最小スラブ厚さとして、 σ_s に対して求めるスラブ厚さ最小値にほぼ対応する結果となった。

図 14(a) δ_{lt} - w_{av} 関係($l=6m$)

図 14(b) K - w_{av} 関係($l=6m$)

以上の検討より、 $l=4\sim 8m$ のRCスラブに対して、 δ_{lt} と σ_s 及び w_{av} との関係から、たわみ限界値を $l/250$ としてたわみの検討を要しないスラブ厚さの最小値を求めた結果、 l/H でおよそ35となった。

4. 段階的長期たわみ予測手法の提案

提案した二方向スラブの長期たわみ計算法は、設計実務に対応することを意図して実用計算法として定式化しているものの、長期たわみ挙動が種々の要因の影響を受けることから、精度よく予測するための煩雑さは依然としてあるため、設計実務において様々な状況に応じていく手法としては必ずしも適さないと考えられる。そこで、段階的長期たわみ予測手法（以下段階的手法と呼ぶ）を提案する。段階的手法とは、難易度の異なる2つの予測法を段階的に採用することにより、ある程度の安全率を持たせた上で簡易に予測を行う場合と、より詳細に予測を行うことで、合理的なたわみ制御設計にも応えることのできる予測手法である。

4.1 段階的手法フロー

図15にフローを示す。たわみ制御目標を設定し、スラブ断面を仮定した上で、まず簡易予測手法（以下簡易法と呼ぶ）によりたわみ検討を行う。ここで検討結果がOKとなり、妥当であると判断した場合はここで設計を終了する。検討結果がNGあるいは、より合理的な設計を行うと判断した場合は、詳細予測手法（以下詳細法と呼ぶ）による検討を行い、検討結果がOKの場合に設計を終了する。詳細法には、本論の2章で提示した長期たわみ計算法を用いる。

図 15 段階的手法フロー

4.2 簡易法

等分布荷重 w を受ける部材のたわみは、下式により計算される。

$$\delta_{lt} = \alpha \frac{(1-x)wl^4}{EI} + \beta \phi_{sh} l^2 \quad (9)$$

(9)式を簡易法による基本式とする。右辺第1項は、ひび割れによるたわみ δ_{cr} とクリープによるたわみ δ_{cp} 、端部筋の抜け出しによるたわみ δ_s で、応力の影響を受けるたわみを表している。右辺第2項は、乾燥収縮によるたわみ δ_{sh} で、応力には直接関係のないたわみを表している。基本式はこの両者を足し合わせた形とする。二方向スラブの場合、 w は(3)式による w_x とし、 l は短辺スパン l_x とする。 E は等価

ヤング係数 E_t とし、 I は等価断面二次モーメント $I_e^{(2)}$ とする。ただし、式を簡単にするため中立軸比 x_{n1} およびひび割れ領域断面二次モーメント I_{cr} は付着特性係数 $q'(t)=1$ とした下式により計算する。

$$x_{n1} = n'(1+\gamma)p_t \left(\sqrt{1 + \frac{2(1+\gamma)d_{c1}}{n'(1+\gamma)^2 p_t}} - 1 \right) \quad (10)$$

$$I_{cr} = \left\{ \frac{x_{n1}^3}{3} + n'p_t(1-x_{n1})^2 + n'p_t\gamma(x_{n1}-d_{c1})^2 \right\} bd^3 \quad (11)$$

ϕ_{sh} は乾燥収縮ひずみによるひび割れを考慮した等価曲率 $\phi_{she}^{(2)}$ とする。 I_e および ϕ_{she} は端部と中央部の平均値とする。以上の条件の下、 δ_t と $(1-x)wl^4/EI$ および $\phi_{sh}l^2$ との関係を表す α および β を求める。

$\gamma=0.5$ 、 $\psi=3.0$ 、 $\epsilon_{sh}=4 \times 10^{-4}$ の場合のRCスラブに対して、表2に示す解析ケースに対して $\delta_{cr}+\delta_{cp}+\delta_s-(1-x)wl^4/EI$ および $\delta_{sh}-\phi_{she}l^2$ 関係 ($\gamma=0.5$) をそれぞれ図16、図17に示す。 δ_t の算出にあたり、 σ_s が長期許容応力度である 200N/mm^2 を超えるものについては同図から除外している。(9)式のように、 δ_t を簡易式としていることから、若干のばらつきは見られるものの、大略的には両者を比例関係と見なすことができる。表2に示す他の要因に対しても同様の関係となることを確認している。これを下式のように、たわみが安全側になるように直線近似したものを α 、 β とする。

$$\alpha = \epsilon_{sh} + 0.0036 \quad (12)$$

$$\beta = 1/12 \quad (13)$$

(12)、(13)式を(9)式に代入し、簡易法による δ_t を下式に示す。

$$\delta_t = (\epsilon_{sh} + 0.0036) \frac{\lambda^4}{1+\lambda^4} \frac{(1-x)wl_x^4}{E_t I_e} + \frac{\phi_{she} l_s^2}{12} \quad (14)$$

4.3 簡易法による予測精度

表2に示す解析ケースに対して、 $\gamma=0.5$ の場合のRCスラブおよびPRCスラブ ($x=0.4$) の簡易法による δ_t を詳細法と比較したのが図18である。たわみが問題とならない 10mm 以下の範囲で大きめに評価する場合もあるが、簡易法による値は詳細法による値の $1.0 \sim 1.5$ 倍程度となっており、簡易な手法として必要な精度を確保しつつ、安全側に予測できることを確認した。

5. まとめ

本研究により得られた結果をまとめて以下に示す。

- (1) 交差梁理論を用いたRCおよびPRC二方向スラブの長期たわみ計算法を提案し、その適合性を既往の実験結果により確認した。
- (2) 設計実務にも適用できる長期たわみ制御設計法として、難易度の異なる2段階の予測法からなる段階的手法を提案した。
- (3) 各種要因の長期たわみに及ぼす影響を検討した結果をまとめると以下ようになる。
 - ・ 引張鉄筋を増やすことによるたわみ抑制効果は大きい、その効果は頭打ちの傾向にある。
 - ・ 応力によるたわみに対して乾燥収縮によるたわみの影響が大きい場合は、圧縮鉄筋を増やすことで長期たわみを抑制できる。その抑制効果はスパンが小さい程、スラブ厚さが大きい程顕著である。
 - ・ コンクリート強度の長期たわみに及ぼす影響は大きく、その影響は鉄筋比が小さい程大きい。
 - ・ ひび割れのない場合はたわみ自体が小さいこと、およびひび割れのある場合は、コンクリートに対して鉄筋の影響が大きくなるた

図 16 $\delta_{cr}+\delta_{cp}+\delta_s-(1-x)wl^4/EI$ 関係

図 17 $\delta_{sh}-\psi l^2$ 関係

図 18(a) 予測法による比較 (RC)

図 18(b) 予測法による比較 (PRC)

め、長期たわみに及ぼすクリープの影響は小さい。

- ・ プレストレスによって、長期たわみは荷重キャンセル率に応じて制御される。
- ・ 辺長比を1に近づけることで大きなたわみ抑制効果を期待できる。
- ・ 長期たわみと鉄筋応力、長期ひび割れ幅との関係から、たわみの検討を要しないスラブ厚さの最小値は l/H でおおよそ35となり、RC規準で求められるスラブ厚さよりも小さくなった。
- (4) 長期たわみ制御設計における留意事項を以下に示す。
 - ・ l/H によるたわみ制御は、 $l/H=35$ 程度を上限とし、 $l/H=20$ まで l/H を小さくすることで合理的に行うことができる。
 - ・ $p_t=0.6\%$ 程度を上限として p_t を増やすことにより、合理的にたわみを制御できる。
 - ・ 乾燥収縮の長期たわみに及ぼす影響が大きく、乾燥収縮を小さくするための調査・施工計画が重要である。

参考文献

- 1) 岩田樹美ほか2名：端部筋の抜け出しを考慮した鉄筋コンクリートスラブの長期たわみ算定，日本建築学会構造系論文集，第510号，pp.145-152，1998.8
- 2) 岩田樹美ほか3名：鉄筋とコンクリート間の付着特性に基づく鉄筋コンクリートスラブの長期たわみ実用計算法，日本建築学会構造系論文集，第617号，pp.153-160，2007.7
- 3) 岩田樹美ほか3名：プレストレスト鉄筋コンクリートスラブの長期たわみ計算法，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.29，No.3，pp.409-414，2007.7
- 4) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説1999
- 5) 高田博尾ほか3名：型枠支保工の存置期間に関する研究—その11，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.467-468，1983.9
- 6) 山本俊彦：鉄筋コンクリート造2方向スラブの長期変形性状に関する実験的研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.18，No.2，pp.1085-1090，1996
- 7) 田中義成ほか2名：鉄筋コンクリート造実大スラブの長期たわみ実験，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.267-268，1989.10
- 8) 芳賀勇治ほか5名：長期たわみ低減のためにアンボンドPSを導入したスラブの長期載荷実験：日本建築学会大会学術講演梗概集，pp.2031-2032，1984.10
- 9) CEB-FIP Model Code 1990, July 1991
- 10) 武田寿一ほか2名：鉄筋コンクリート床スラブの長期たわみに関する研究，日本建築学会構造系論文集，第365号，pp.165-174，1986.7
- 11) 岡田克也ほか2名：鉄筋コンクリート部材の長期たわみ簡易計算法に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第532号，pp.145-152，2000.6
- 12) 岡田克也ほか2名：鉄筋コンクリートスラブのたわみ制御を目的とした最小厚さ算定式，日本建築学会構造系論文集，第539号，pp.95-102，2001.1