分散型 MTMD による大スパン建築構造の振動制御に関する研究

－ MTMD 分割とその制振効果に関する考察 －

VIBRATION CONTROL OF LARGE SPAN STRUCTURES
USING SPATIALLY DISTRIBUTED MTMDs
Division of MTMDs and its effect of vibration control

吉中 進*, 川口 健一**

Susumu YOSHINAKA and Ken'ichi KAWAGUCHI

The main objective of this research is to develop the vibration control procedure of several modes for large span structures using spatially distributed MTMDs (multiple tuned mass dampers). We have already proposed the set-up procedure for design parameters and the spatial arrangement of MTMDs to control various vibration modes effectively. In this paper, we studied analytically the influence of division number of MTMDs on the vibration control performance using a spherical shaped spatial structure. As a consequence, we could recognize that increase of division number tends to improve the control performance of the over all structure. And we considered the reason from the point of variation of equivalent mass that is an important parameter to design the multi-degree-of freedom system.

Keywords : *Vibration control, Large span structures, Tuned mass damper, Multiple TMD, Equivalent mass*

振動制御, 大スパン構造, TMD, MTMD, 等価質量

1. はじめに

TMD(Tuned Mass Damper)は、質量、バネ、ダンパーで構成され、構造物に取り付けて大きく振動させることにより、構造物の振動エネルギーを TMD の運動エネルギーとして吸収し、ダンパーの減衰力によりエネルギーを消散する。本研究は空間的な広がりをもつドームやスタジアム屋根など、主に大スパン屋根構造の地震時や強風時における振動制御のための TMD の適用方法に関するものである。大スパン屋根構造物は、2004 年新潟県中越地震や 2005 年福岡県西方沖地震、2005 年宮城県沖の地震、2007 年能登半島地震、2007 年新潟県中越沖地震において体育館や屋内プールの天井材や照明など吊り物の落下被害が多く発生し、耐震・制振対策の必要性が指摘されている¹⁾。また今後床スラブの大スパン化が進むことにより、環境振動障害に対する対策の必要性が増すと考えられる²⁾。本研究で提案する手法は、これらの問題に対する対策の一手法になると考えられる。TMD を用いた大スパン屋根構造の振動制御に関する研究として、楠ら³⁾や立道⁴⁾により、単層ラチスドームや円筒形状の複層トラスを対象として観測地震波に対する TMD の制振効果が確認されているが、ビル等構造に適用する一般的な TMD 設計法⁵⁾ (以降、通常 TMD と呼ぶ) そのままの形式で大スパン屋根構造に適用しており、大スパン屋根構造特有の振動性状を特に考慮されたものではない。大スパン屋根構造はビル等の重層式骨組構造と比較して、高次モードまで含む固有振動数の近接した複

数の振動モードが励起されやすい特徴があり、本研究では特に固有振動数の近接した複数の振動モードを効率良く制御する設計手法の開発に重点を置いている。さらに制御対象が空間的な広がりを持つ構造物であることから、制振効果の評価には特定の点ではなく構造全体における応答低減効果を用いている。

既報⁶⁾では大スパン建築構造用の TMD 設計法として、複数の小型の TMD を空間に分散配置する分散型 TMD を提案した。設計パラメータの設定法として、同調比に対するロバスト性に優れ、固有振動数があるバンド幅を持って分布する複数の小型の TMD を用いた MTMD(Multiple TMD)法^{7), 8)} (図 1 参照) を用い、MTMD は制御モード成分の重ね合わせの最大振幅点に分散的に配置した (図 2 参照、以降で分散型 MTMD と呼ぶ)。平板を対象に周波数応答解析を行った結果、提案手法は特定の一点でなく構造全体の振動制御に対して特に有効であり、大スパン屋根構造のための TMD 設計法として適用可能性に優れるという結論を得た。既報⁹⁾では MTMD の空間配置に着目し、逐次的な最適配置探索法による配置と提案した配置を比較した結果はほぼ同じであり、制振効果も同等であることが確認された。単層円筒ラチスシェルをモデルとして観測地震波に対する制振効果を時刻歴応答解析により検討した結果、モードの腹に一つの TMD を設置する通常 TMD と比較して分散型 MTMD は構造全体の応答をバランス良く制御することが可能であり、構造全体における制振効果に優れてい

本論文の一部は既に文献11)において発表されている。

* 大阪市立大学 講師・工博

** 東京大学生産技術研究所 教授・工博

Lecturer, Osaka City University, Dr. Eng.
Prof., IIS, University of Tokyo, Dr. Eng.

ることが確認された。既報¹⁰⁾では重要な設計パラメーターである複数モード制御のためのバンド幅設定法を新たに提案し、適用範囲の目安を設定した。球殻状スペースフレーム構造に本手法を適用して解析的検討を実施し、本モデルのように自由度が高く柔らかい構造で全体が滑らかに変位する振動モードを制御する場合の MTMD 配置法を新たに提案し、複数モードに対する良好な制振効果を確認した。具体的には既報⁹⁾で提案した制御モード成分の重ね合わせの最大振幅点に配置しただけでは MTMD 設置位置における制振効果は高いが構造全体の応答のバラツキが大きい場合に MTMD 設置後のモードの最大振幅点にもさらに MTMD を追加配置するものである。しかし MTMD の追加配置、言い換えると合計質量が同じ条件下での MTMD 分割をどの程度繰り返す必要があるかを明確にしていない。

そこで既報¹¹⁾では、同じモデルを用いて MTMD 分割数と制振効果の関係を解析的に検討した。その結果、分割数を増すに従い構造全体における制振効果が向上する傾向を確認し、提案した MTMD 分割法が有効であることを確認した。一方、分割数をある程度以上多くすると励起される振動モードの数が増えるために地震波によっては分割数を増すことにより逆に制振効果が低下する場合があります、分割数にはある上限が存在することが明らかとなった。しかし、分割数を増すに従い構造全体における制振効果が向上する理由は明確にしていない。そこで本報では、MTMD 分割と構造全体における制振効果の考察に重点をおいて述べる。なお、解析には全て汎用の構造解析プログラム MSC Nastran を用いた。

図2 分散型 MTMD

2. 分散型 MTMD 設計法のまとめ

分散型 MTMD は、MTMD 法の構造物の固有振動数変動に対するロバスト性を活かして、複数の振動モードを個別ではなく、まとめて制御する考え方を特徴とする。以下に設計法を空間配置と設計パラメーターの設定に分けて要約する。

2. 1 MTMD 空間配置

一般的な TMD の設計（通常 TMD）では、複数の振動モードを制御する場合も各制御モードの腹に 1 個ずつ TMD を設置し、設計パラメーターを各モードで個別に設定する。一方、MTMD 法の設計パラメーターは MTMD 一構造物の全体系で全ての MTMD が構造物と強く連成する、すなわち MTMD の応答が大きくなる状態を基準として設定するため、複数の振動モードをまとめて制御するときの空間配置も MTMD と構造物が複数の制御モード全てに対して強く連成する状態

を目標として設計する必要がある。そこで、MTMD を複数の制御モード成分を重ね合わせた形状における最大振幅点に設置する。さらに構造全体をバランス良く制御するため、MTMD の設置による構造物の振動モードの変化を小さくする分散型の配置とする。図 3 に i 次モードと j 次モードを制御すると想定した場合の通常 TMD と分散型 MTMD の空間配置を比較する。

図3 通常 TMD と MTMD の空間配置の比較

2. 2 設計パラメーター設定法

(1) 単一モード制御用パラメーター設定法

最初に既往文献^{7), 8)}で提案された単一振動モード制御用の MTMD の設計パラメーター設定法をまとめる。本手法中で全ての MTMD の質量と固有円振動数間隔は等しい。図 4 に MTMD 固有円振動数の振動数軸上での分布を示す。図中の n は MTMD 番号を示す。

図4 MTMD の固有円振動数の分布

MTMD の個数を N 個とする。中心の MTMD 固有円振動数を ω_0 、それ以外の MTMD の固有円振動数を ω_j とし、両者の関係を(1)式で表す。 ω_0 と構造物の固有円振動数 ω_s の関係を(2)式で表す。式中のパラメーター β は MTMD の固有円振動数間隔を、 β_0 は ω_0 と ω_s の間隔を示している。

$$\omega_j = \omega_0(1 + j\beta) \quad (j = -n \sim n) \quad (1)$$

$$\omega_0 = \omega_s(1 + \beta_0) \quad (2)$$

MTMD の固有円振動数バンド幅 B を(3)式で表す。

$$B = (\omega_n - \omega_{-n}) / \omega_0 \quad (3)$$

このときパラメーター β とバンド幅 B の関係は、(4)式で表される。

$$\beta = B / (N - 1) \quad (4)$$

MTMD 合計質量の MTMD 設置位置における制御モードの等価質量に対する質量比を μ_{total} とすると、

$$\omega_0 = \omega_s / \sqrt{1 + \mu_{total}} \quad (5)$$

既往文献^{7), 8)}で提案された最適バンド幅 B_c は以下の(6)式である。

$$B_c = \frac{1}{4} \sqrt{(8\mu_{total} T)} \quad (6)$$

ただし、 $T = \gamma + \log(N)$ ($\gamma = 0.57721$: オイラー定数) である。この最適バンド幅は、幅広い外力周波数に対して平均した制振性能を持つ MTMD の特性が卓越するのは構造物-MTMD 系の全てのモードで MTMD の動きに大きな差が無いモード形状になっていることから、「各モードにおける MTMD の最大モード振幅が等しい」ことを基準として定められたものである。

減衰定数の目安として、(7)式が与えられている。

$$\xi_T = \sqrt{3\beta} / \pi \quad (7)$$

(3)式よりバンド幅 B を決定するとパラメーター β が定まり、(1)式と(7)式より個々の MTMD の固有円振動数と減衰定数が求まる。

(2) 複数モード制御用パラメーター設定法

文献¹⁰⁾で新たに提案した複数モード制御用パラメーター設定法の要約を述べる。詳細は文献¹⁰⁾に示す。本論文の解析例では本手法を用いて MTMD の設計パラメーターを設定した。なお、文献¹⁰⁾では設定バンド幅から見た本手法の適用範囲の目安についても述べている。

図5に i 次、 j 次、 k 次の3個の振動モードを制御すると仮定した場合における MTMD 設定バンド幅を示す。このように(6)式で求めた各制御モードにおける最適バンド幅が全て含まれるように設定することにより、全ての振動モードに対して構造物-MTMD 系の全モードで全ての MTMD の動きに大きな差が無く、制御モード周囲でバラツキの少ない良好な制振効果を得ることが出来る。減衰定数の設定には本 MTMD 設定バンド幅を用いて(7)式より求める。

図5 複数モード制御用 MTMD 設定バンド幅

3. 解析モデルと制御モードの選択

今回の解析では外力として水平の一方方向(図6のX方向)のみを考慮した。鉛直方向外力に対する MTMD の設計も基本的な考え方は同じである。またY方向外力に対する結果もX方向と同様の傾向を示すことを確認している¹²⁾。

3.1 解析モデル

解析モデルは、代表的な大スパン建築構造のスパン 60m の中規模単層ラチスドームとし、竹内らによる既往の研究¹³⁾を参考として作成した(図6参照)。全体の構成は、①ドーム部、②テンションリング、③梁+支持柱の下部構造、よりなる。ドーム部のスパンは 60.0m、半開角 30°、曲率半径 60.0m、ライズ 8.04m、支持柱の長さは 6.0m である。材料は鋼材とし、部材は全て円形鋼管を用いた。鋼管部材の諸元を表1に示す。部材は軸・曲げ・ねじり剛性を有する梁要素を用いた。支持柱の境界はピン支持、梁とテンションリングはピン接合、その他

は全て剛接合とした。荷重は部材の自重の他、ドーム部では仕上げ材の重量及び吊り荷重を考慮して 70.0kgf/m² の荷重を与えた。合計節点数は 247 である。

3.2 制御モードの選択

制御モードを選択して MTMD を設計するために、線形固有値解析を行った。図7に励起方向がX方向の(a)2次モード(2.726Hz)と(b)5次モード(2.916Hz)、励起方向がY方向の(c)1次モード(2.726Hz)と(d)4次モード(2.916Hz)を示す。図の座標軸の向きに注意する。入力がX方向のときの1次モードと5次モードのX方向入力全質量に対する有効質量比はそれぞれ 0.6667, 0.02918 である。入力がY方向のときの1次モードと4次モードのY方向入力全質量に対する有効質量比は 0.6667, 0.02919 であり、本モデルでは水平方向入力に対して特に1次と2次モードが全体の応答に与える影響が大きい。本解析では固有振動数が近接し、有効質量比が比較的大きいこれら4つのモードを制御モードとして選択した。図6(b)には2次モードと5次モードの腹の位置を示す。

図6 解析モデル

表1 鋼管部材諸元

部 材	外径(cm)	厚さ(cm)
ドーム部	16.52	0.40~0.65
テンションリング	60.96	1.27
梁	60.96	1.27
支持柱	91.44	1.60

図7 制御モード

4. MTMD の設計

まず 2. 1 節で述べた空間配置法に従い 4 個の MTMD を用いた 4MTMD を設計する。4 個以上の MTMD は全て同じ手順に従って設計する。MTMD の動作方向は設置位置における法線方向とし、MTMD の合計質量はモデル全体の構造質量の 2.0% で各解析ケース共通 (8,415kg) とした。制振効果の比較には主に鉛直方向の応答変位を用いた。なお、ドーム部の水平方向の応答変位も鉛直方向の応答変位と傾向が同様であることを確認している。

4. 1 4MTMD の設計

(1) MTMD 空間配置

有効質量比が同程度の複数モード制御の場合は、MTMD は最大振幅で正規化したモードを単純に重ね合わせた最大振幅点に設置する。しかし今回のモデルは 3. 2 節で述べた 4 個の制御モードの有効質量比が大きく異なるため、有効質量比の大きさと重み付けした以下の(8)式の重ね合わせを用いた。

$$\{u_{superpose}\} = q_1\{u_1\} + q_2\{u_2\} + q_4\{u_4\} + q_5\{u_5\} \quad (8)$$

ここで $\{u_i\}$ は最大振幅で正規化した i 次モードベクトルを、 q_i は i 次モードの有効質量比を示す。図 1 0 (a) に(8)式を用いて決定した MTMD 配置 (MTMD1~MTMD4) を示す。

(2) MTMD の設計パラメーター

4 個の MTMD の質量は全て 2,104kg である。まず MTMD 設置点の等価質量を求めて MTMD 合計質量比を計算し、(6)式により 4 個の制御モードに対する最適バンド幅を計算した。1 次モードに対する最適バンド幅は 2.479~2.875Hz, 2 次モードは 2.463~2.880Hz, 4 次モードは 2.675~3.067Hz, 5 次モードは 2.657~3.073Hz であり、2. 2 節 (2) より 4 個の制御モードに対する MTMD 設定バンド幅は 2.463~3.073Hz となる。4 個の MTMD の固有振動数は 2.463~3.073Hz の間に等間隔で分布し、(7)式より減衰定数を計算すると 4.053% となる。各 MTMD の設計パラメーターの詳細は既報¹⁰⁾で述べた。

4. 2 8MTMD, 16MTMD, 24MTMD, 32MTMD の設計

5. 1 節でも述べるが、2. 1 節で述べた空間配置法のみを用いた 4MTMD は MTMD 設置によるモード形状の変化が大きく応答変位のばらつきが大きくなり、MTMD を設置しない場合よりも逆に応答が大きくなる節点がある。そこで 4MTMD 設置時に応答が卓越する 5 次モード (2.734Hz) と 6 次モード (2.737Hz, 図 8 参照) の重ね合わせの最大振幅の 4 節点にも 4 個の MTMD を設置し、合計 8 個の MTMD を設置する空間配置 (8MTMD, 図 1 0 (b) 参照) を提案した。5 次と 6 次モードは XY の方向が異なるのみでモードの形状は同様である。8MTMD の設定バンド幅は 2.414~3.067Hz であり、4MTMD とほぼ同等である。8MTMD の設計パラメーターの詳細は既報¹¹⁾で述べた。MTMD 合計質量比 μ_{total} の計算に用いる等価質量は MTMD の設置位置により全て異なる値となるが、8MTMD は既報⁶⁾で提案した平均等価質量を用いて各節点における等価質量の平均値を用いた。

図 8 6 次モード形状 (4MTMD)

既報¹¹⁾で提案した 8MTMD~32MTMD の設計手順を以下にまとめる。

- 1) 前解析ケース (8MTMD の場合は 4MTMD, 16MTMD の場合は 8MTMD, 以下同様) において応答が卓越する振動モードの成分を重ね合わせた最大振幅点にも MTMD をさらに追加配置し、前解析ケースにおける MTMD 配置と合わせて、最終的な MTMD 空間配置を決定する。
- 2) MTMD の合計質量を MTMD 個数で除し、各 MTMD の質量を決定する。
- 3) MTMD の固有振動数間隔が全て等しくなるように MTMD バンド幅を分割し、各 MTMD の固有振動数を決定する。(7)式より MTMD の減衰定数を決定する。

手順 1) において応答が卓越する、すなわちモデル全体の応答に与える影響が大きい振動モードは、8MTMD の 9 次モード (2.748Hz) と 10 次モード (2.750Hz), 16 個の MTMD を用いた 16MTMD の 17 次モード (2.777Hz) と 18 次モード (2.787Hz), 24MTMD の 25 次モード (2.802Hz) と 26 次モード (2.810Hz) であり、下線を記したモードが本論文で対象とする励起方向が X 方向の振動モードである。図 9 に 16MTMD の 18 次モード形状を示す。図 8 に示した 4MTMD の 6 次モード形状と比較して、構造全体の応答のばらつきが小さくなっていることが確認される。

図 9 18 次モード形状 (16MTMD)

手順 1) により決定された 16MTMD, 24MTMD, 32MTMD の空間配置を図 1 0 に示す。白丸は追加配置された MTMD の位置を示す。

なお、16MTMD, 24MTMD, 32MTMD の設計において、複数個ある MTMD の最大固有振動数から最小固有振動数までの MTMD 設定バンド幅は全て 8MTMD と同じ (2.414~3.067Hz) とした。既往の研究^{6), 9), 14)}から、大スパン建築構造において MTMD 設定バンド幅の差が大きくない場合は、一般に MTMD 設定バンド幅に比較して MTMD 空間配置が制振効果に及ぼす影響が大きいことが分かっている。そこで本論文では、まずバンド幅は共通とし、MTMD の空間配置のみをパラメーターとして制振効果を比較検討した。MTMD が等価質量の異なる節点に多数分散配置された場合における最適なバンド幅設定法については今後の課題である。16MTMD の設計パラメーターを表 2 に示す。MTMD 質量は全て 526kg である。

図 1 0 MTMD 空間配置

図 10 MTMD 空間配置

表 2 16MTMD の設計パラメーター

MTMD 番号	固有振動数 (Hz)	バネ定数 (N/m)	減衰係数 (N-sec/m)
MTMD1	2.414	120,994	139.7
MTMD2	2.457	125,398	142.2
MTMD3	2.501	129,879	144.8
MTMD4	2.545	134,439	147.3
MTMD5	2.588	139,078	149.8
MTMD6	2.632	143,796	152.3
MTMD7	2.675	148,592	154.8
MTMD8	2.719	153,467	157.4
MTMD9	2.762	158,421	159.9
MTMD10	2.806	163,453	162.4
MTMD11	2.849	168,564	164.9
MTMD12	2.893	173,754	167.4
MTMD13	2.936	179,023	170.0
MTMD14	2.980	184,370	172.5
MTMD15	3.023	189,796	175.0
MTMD16	3.067	195,300	177.5

5. 解析結果

最初に周波数領域での制振効果を確認するために周波数応答解析を行った。次に観測地震波を入力した時刻歴応答解析を行い、地震外力に対する制振効果を確認した。

5. 1 周波数応答解析

外力として X 方向に 1 G の加速度を与えて周波数応答解析を実施した。構造物の減衰は高次モードが応答に及ぼす影響を確認するため、各次 2.0% とした。代表的な節点として X 方向加力時に全体の応答に及ぼす影響が大きい 2 次モード腹の節点 A (図 6 (b) 参照) を選択し、周波数応答曲線を図 11 に示す。縦軸は水平方向の応答を含む節点の応答変位の大きさを示す。MTMD の分割数を増すに従い応答ピークが低下すること、2 次と 5 次の両モードに対する応答低減効果が確認できる。4MTMD の場合に 2 次モードに対する効果が微小であるのは節点 A が図 8 に示すように卓越モードの腹の近傍に位置するためである。32MTMD は MTMD 無しの 2 次固有振動数 (2.726Hz) 近傍に 2 個の大きな応答のピーク (21 次モード: 2.653Hz, 34 次モード: 2.840Hz) が現れることに注意する必要がある。なお、既報¹⁾では 5 次モード腹の節点 B (図 6 (b) 参照)、2 次と 5 次モードの振幅の重ね合わせの最大

振幅点である節点 C (図 10 (a) 参照) における周波数応答曲線も示し、以上に述べた節点 A と同様の傾向があることを確認している。

図 11 2 次モード腹における周波数応答曲線

次に特定の節点ではなく構造全体における制振効果を比較するために 24MTMD までの分割数を横軸とし、4. 2 節で述べた応答が卓越する振動モードの固有振動数で全節点の鉛直方向応答変位の 2 乗和を縦軸にとったグラフを図 12 に示す。MTMD の分割数が増すに従い構造全体における応答が低減する傾向が確認できるが、分割数が 16 のときに曲線の勾配が変化している。図 13 に同じ固有振動数における全節点中の鉛直方向応答変位の最大値を示す。4MTMD は MTMD 無しの場合と比較して応答が大きくなる節点がある。これは 4. 2 節で述べた MTMD 設置によるモード形状の変化によるためである。本論文で提案した配置法は構造全体で平均的に応答が小さくなることを目標としているが、最大応答を低減するための配置法は新たに提案する必要があると思われる。

図 14 に複数個ある MTMD の平均の鉛直方向応答変位を示す。MTMD 分割数を増すに従い MTMD の変位が大きくなるため、設計時には注意が必要である。

図 12 全節点の鉛直方向応答変位の 2 乗和

図 13 全節点中の鉛直方向応答変位の最大値

図 14 MTMD の平均の鉛直方向応答変位

図 15 に MTMD 無し, 4MTMD, 8MTMD, 16MTMD の卓越モードの固有振動数における鉛直方向応答変位の分布を示す。応答変位の大きい順に、赤→黄→緑→青→白と色に変化する。MTMD の個数が増すに従い、応答変位のばらつきが小さくなるとともに、応答変位の小さい青い領域が増加する様子が確認できる。

図 15 鉛直方向応答変位の分布

5. 2 時刻歴応答解析結果

本節では時刻歴応答解析により観測地震波に対する MTMD 分割数と構造全体の制振効果の関係を調べる。鉛直方向応答変位を確認する節点は全節点ではなく、構造物の形状と MTMD 空間配置、荷重の対称性を考慮して図 6 (b) に示すドーム部の 1/4 の領域とした。地震波はエルセントロ 1940NS 波とタフト 1952EW 波を用いた。減衰は 1 次と 2 次モードの固有振動数で 2.0% とした剛性比例型減衰を用いた。

地震動を受けたときの制振効果の確認には、(9)式で示すドーム部の 1/4 の領域における鉛直方向応答変位の二乗平均値の和を用いた。

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{T} \int_0^T X_{Zi}^2(t) dt \quad (9)$$

ここで、 X_{Zi} は節点 i における鉛直方向応答変位、 N は対象節点数、 T は加力時間である。図 16 にエルセントロ波とタフト波を受けたときに(9)式で計算した MTMD 分割数と鉛直方向応答変位の二乗平均値との関係を示す。両波ともに分割数が増すに従い応答が低下している傾向が確認できるが、エルセントロ波では MTMD 分割数を 16 個以上に

すると逆に応答が大きくなる。この理由は、既報¹¹⁾で述べたように地震波の加速度応答スペクトル分布によるものと考えられる。

図 16 1/4 領域の鉛直方向応答変位

6. MTMD 分割と制振効果に関する考察

前章での解析による検討の結果、MTMD の分割数を増すことによりドーム屋根全体に対する制振効果が向上し、応答のばらつきが小さくなる傾向が確認できた。本章ではこの理由について考察する。

6. 1 等価質量の変化

最初に多自由度系構造における TMD 及び MTMD の制振効果を示す指標として重要なパラメーターである等価質量についてまとめる⁶⁾。TMD は 1 自由度系に対する設計法を基本とし、制振効果は質量比に比例する。多自由度系の場合は制御モードの TMD 取り付け位置における等価質量を用いて質量比を計算する。以下に等価質量の計算方法を要約する。 N 自由度系において、制御対象とする i 次モードの固有ベクトルが以下の(10)式で表されるとする。

$$\{x_i\}^T = \{x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_j \quad \cdots \quad x_N\} \quad (10)$$

各質点の速度は ρx_1 (m/sec), ρx_2 , ..., ρx_N で表される。 ρ が全節点で共通なのは同じ固有振動数で振動するためである。質点の質量を m とすると、この系全体の運動エネルギーは以下の式で表される。

$$T_{all} = \frac{1}{2} (m_1 \rho^2 x_1^2 + m_2 \rho^2 x_2^2 + \cdots + m_N \rho^2 x_N^2) \quad (11)$$

モード解析法では N 自由度系を連成の無い N 個の 1 自由度系の集まりと考えるので同様に 1 自由度系で表すことを考える。質点 j に着目し、 j 点で 1 自由度系に置換するには N 自由度系における j 点と全く同じ運動をしていると考えて、運動エネルギーを(12)式で表す。

$$T_j = \frac{1}{2} M_{i,j} (\rho x_j)^2 \quad (12)$$

M_{ij} を i 次モードの j 点 (TMD 設置位置) における等価質量と定義する。

$T_j = T_{all}$ とおけば等価質量は次に示す(13)式で求めることができる。

$$M_{i,j} = \begin{Bmatrix} x_1/x_j \\ x_2/x_j \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ x_N/x_j \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_1 & & & 0 \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & m_j \\ & & & & \ddots \\ & 0 & & & & m_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1/x_j \\ x_2/x_j \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ x_N/x_j \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$M_{i,j}$ を用いれば j 点に TMD を設置するときの i 次モードにおける質量比は TMD の質量を m とすると以下の (14) 式で計算でき、 N 自由度系構造全体の i 次モードに対する TMD の制振効果を示す指標として用いることができる。

$$\mu = m / M_{i,j} \quad (14)$$

前章の解析モデル全体の構造質量は、420,761(kg)である。図 17 に 4. 2 節で述べた卓越モードの MTMD 追加配置位置 (図 10 の白丸位置) における平均の MTMD 設置前後の等価質量の変化を示す。MTMD の設置により、等価質量が 1.6 倍程度に大きくなっている。これは MTMD の設置による構造物のモード形状の変化が大きいことを示している。また等価質量が大きく変化する結果、通常の配置法では設計時に想定した構造全体に対する質量比の制振効果が得られない可能性があることを示している。

図 17 MTMD 追加配置位置における等価質量の変化

6. 2 TMD (MTMD) 分割配置の効果

本節では MTMD 分割配置が構造全体の制振効果に与える影響について簡単なモデルを用いて解析的検討を行う。ここでは分割配置に関する議論を明確にするために、複数モード制御ではなく単一モード制御とし、MTMD ではなく一般的な通常 TMD を用いる。分割配置に対する考え方は MTMD も TMD も同じである。通常 TMD の設計パラメータは、Den Hartog による調和地盤振動下での最適同調比 γ_{opt} と最適減衰比 ξ_{opt} の計算式(15), (16)式を用いて求める⁹⁾。

$$\gamma_{opt} = \frac{1}{\sqrt{1+\mu}} \quad (15)$$

$$\xi_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu/2)}} \quad (16)$$

TMD 設置によるモード形状の変化が小さい一般的な構造物の例として図 18 に示す 2 層ラーメン構造を想定した 2 質点系構造の 1 次モード (0.9836Hz) の制振を考える。TMD を 2 層目に設置するものとし、上式を用いて全体構造質量に対する質量比が 10.0% の 0.2kg の質量を持つ TMD を設計すると、バネ定数 6.673 (N/m), 減衰係数 0.5198 (N-sec/m) となる。TMD 設置によるモード形状の変化が大きい構造物の例として、既報¹⁰⁾ で用いた図 19 に示す両端が固定された 9 質点系構造 ($M=1.0(\text{kg})$, $K=100(\text{N/m})$) の 2 次モード (0.9836Hz) の制振を考える。全体構造質量に対する質量比は 10.0% とし、モードの腹の節点 2 に TMD を設置するものとする、質量 0.9(kg), バネ定数 29.56

(N/m), 減衰係数 2.451 (N-sec/m) となる。

図 18 2 質点系構造 (2 層ラーメン構造)

図 19 9 質点系構造

質量正規化による TMD 設置後のモード形状の変化を図 20 と図 21 に示す。図中のモード次数は TMD 設置後の次数である。2 質点系構造のモード形状の変化は微小である。一方、9 質点系構造は他の節点と比較して TMD 設置位置における応答は小さくなっているが、TMD の設置により構造全体のモード形状が大きく変化している様子が確認できる。図 22 に TMD 設置位置における等価質量の変化を TMD 設置前との比で示す。2 質点系構造の場合はモード形状の変化が微小であるため等価質量がほとんど変化しない。一方、9 質点系構造の場合は TMD 設置によるモード形状の変化が大きいため、等価質量が約 2 倍になっている。

図 20 2 質点系構造のモード形状の変化

図 21 9 質点系構造のモード形状の変化

図 22 等価質量の変化

次に9質点系構造でTMD設置後の2次と3次モード成分の大きさの重ね合わせ形状の最大振幅点である節点7にもTMDを分割配置する、すなわち質量が0.45(kg)の2個のTMDを節点2と節点7の2箇所に設置する場合を考える。TMDの設計パラメータを表3に示す。分割配置したときのモード形状の変化を図23に示す。TMDが1個の場合と比較してモード形状の変化は小さい。

図23 9質点系構造のモード形状の変化 (TMD 分割配置)

TMDの設置パターンによる制振効果を比較するために、主振動系全節点の2乗平均応答の和を用いる。励振(地盤面にする水平加速度)は有限帯域白色雑音と仮定し、(17)式を用いて計算した。

$$E[x^2(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} |H(i\omega)|^2 S_f(\omega) d\omega \quad (17)$$

ここで $S_f(\omega)$ は励振のパワースペクトル密度であり、 $|H(i\omega)|$ は主振動系-TMD全体系の複素周波数応答の大きさを表す。本計算において白色雑音のパワースペクトル密度関数 $S_f(\omega)$ は単位の大きさを持つものとし、下臨界周波数 ω_1 と上臨界周波数 ω_2 はTMD設置後のモードの固有振動数近傍を含むように0.6(Hz)と1.4(Hz)とした。外力は地震動を想定して地盤面変位で与え、9質点系構造の場合は2次モードが励起する両端の位相差が 180° すなわち逆方向に変位するものとした。逆方向に変位する場合における各質点の絶対変位の分布は既報¹⁰⁾で述べた三角形分布とした。参考として2質点系構造も合計質量が同じでTMDを1層と2層に分割配置したモデルも用いた。設計パラメータを表3にまとめる。図24に計算結果を示す。2質点系構造の場合はTMDの分割配置により逆に制振効果が低下すること、9質点系構造の場合は分割配置により制振効果が向上することが分かる。

図24 制振効果の比較

表3 TMDの設計パラメータ

主振動系	2質点系		9質点系	
TMD 個数	TMD 1 個	TMD 2 個 分割配置	TMD 1 個	TMD 2 個 分割配置
質量 (kg/個)	0.2	0.1	0.9	0.45
バネ定数 (N/m)	6.673	1層: 3.717 2層: 3.562	29.56	14.78
減衰係数 (N-sec/m)	0.5198	1層: 0.1233 2層: 0.1932	2.451	1.226

6. 3 考察

前節の9質点系モデルのようにTMDの設置によるモード形状の変化が大きい構造物において、TMDの分割配置により制振効果が向上する理由を考える。前節での解析的検討の結果得られた分割配置の効果に関するイメージ図を図25に示す。図中のモード形状とはあくまでモード形状の変化を分かり易く示すために描いたものであり、実際のモード形状とは異なる。実線はTMD無し、またはTMD1のみ設置したときのモード、点線は全TMD設置後のモードを示す。分割配置無しの場合も分割配置の場合と同様にTMD質量を分割して2個の小さなTMD1とTMD2を順に設置するものとする。(a)分割配置無しの場合はTMD1の設置によりモード形状が大きく変化した結果、TMD2設置時の等価質量はTMD無しの状態に比較して大きくなるため、TMD2の構造全体に対する効果はTMD1より小さくなる。最終的なモード形状はTMDを設置した点と設置しない点でのモード成分のばらつきが大きくなる。一方、(b)TMD1を設置した状態での最大振幅点にTMD2を分割配置する場合は、TMD2設置位置での等価質量が小さく、TMD2の構造全体に対する制振効果が大きくなる。最終的なモード形状はTMD1とTMD2設置位置での制振効果が高いため、モード成分のばらつきが小さくなる。

以上をまとめると、TMD (MTMD) 設置によるモード形状の変化が大きい構造物は逐次的に等価質量の大きい点を選択して分割配置することにより、TMDの合計質量が同じ条件下での構造全体における制振効果が高くなる。また等価質量の高い多くの点を逐次選択し、TMD設置位置及びその周辺での応答が抑えられる結果、主振動系のモード成分のばらつきが小さくなり、結果的に構造全体の応答のばらつきが小さくなるものと考えられる。5章のモデルで、モード質量で正規化した卓越モード各(X,Y,Z)成分の二乗和の標準偏差をとると図26のようになり、MTMD分割数を増すに従いモード成分のばらつきが小さくなることが確認できる。これは図15に示したMTMD分割数と構造全体の制振効果の関係と傾向が近似しており、前述した考察の妥当性が確認できる。ばらつきが微小であれば全節点の等価質量も同等であり、これ以上の分割配置は必要ない。

図25 TMD 分割配置の効果に関するイメージ図

図 2 6 卓越モード各成分の二乗和の標準偏差

7. まとめ

本論文で対象とした球殻状スペースフレーム構造のように MTMD の設置によるモード形状の変化が大きい構造物においては、構造物単体ではなく、MTMD—構造物の全体系におけるモード形状を考慮して MTMD の空間配置を決定する必要がある。

本論文の結論を以下にまとめる。

- (1) MTMD の設置によるモード形状の変化が大きい構造物における MTMD 設計法 (MTMD 分割法) を提案した。
- (2) MTMD の分割数を増すに従い構造全体における制振効果が向上し、且つ応答のばらつきが小さくなる傾向があることを確認した。
- (3) (2) に関する考察を多自由度系の TMD (MTMD) 設計において重要なパラメーターである等価質量の変化という観点から述べた。

謝辞

本研究は平成 19 年度科学研究費補助金若手研究 (B) 「大スパン構造の新しいロバスト制振法に関する研究」によるものである。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 日本建築学会編：体育館・公共ホールの地震被害と耐震改修，2005 年度日本建築学会大会（近畿）構造部門（シェル・空間構造）PD 資料，2005.9.
- 2) (社) 日本建築構造技術者協会：(主集) 居住環境としての対振動性能，structure, pp.11-46, No.84, 2002.10.
- 3) 楠達明，薛松涛，山田大彦：TMDによる単層ラチスドームの振動制御，構造工学論文集，Vol.41B, pp.17-22, 1995.3.
- 4) 立道郁生：空間構造の地震応答制御に関する研究，法政大学学位請求論文，2001.3.
- 5) 例えば，山口宏樹：構造振動・制御，共立出版株式会社，1996.5.
- 6) 吉中進，川口健一：大スパン建築構造における複数モード制御のための MTMD法に基づく分散型 TMDに関する研究，日本建築学会構造系論文集，第586号，pp.123-130, 2004.12.
- 7) 阿部雅人，藤野陽三：マルチプル同調質量ダンパー (MTMD) の基本的特性，土木学会論文集，No.465, pp.87-96, 1993.4.
- 8) 阿部雅人，藤野陽三：マルチプル同調質量ダンパー (MTMD) の性能評価式，土木学会論文集，No.465, pp.97-106, 1993.4.
- 9) 吉中進，川口健一：分散型 MTMDによる大スパン建築構造の振動制御 MTMD の空間配置について，構造工学論文集 Vol.52B, pp.41-51, 2006.3.
- 10) 吉中進，川口健一：分散型 MTMD による大スパン建築構造の振動制御，複数モード制御のための MTMD バンド幅設定法，日本建築学会構造系論文集，第 608 号，pp.77-84, 2006.10.
- 11) 吉中進，川口健一：ドーム状スペースフレーム構造における分散型 MTMD

の制振効果，鋼構造年次論文報告集，第 15 巻，pp.499-506, 2007.11.

- 12) 吉中進：分散型 MTMDによる大スパン建築構造の振動制御に関する研究，東京大学学位請求論文，2007.3.
- 13) 竹内徹，小河利行，中川美香，熊谷知彦：応答スペクトル法による中規模ラチスドームの地震応答評価，日本建築学会構造系論文集，第 579 号，pp.71-78, 2004.5.
- 14) 吉中進，川口健一：分散型 TMD による空間構造の振動制御に関する一考察，構造工学論文集 Vol.50B, pp.627-634, 2004.3.

(2007年12月21日原稿受理，2008年6月10日採用決定)