局所探索法による鋼構造骨組の多目的最適化

LOCAL SEARCH FOR MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION OF STEEL FRAMES

大崎 純^{*1}
Makoto OHSAKI

A single-point local search method is presented as a simplification of the multiobjective tabu search. Some improvements are made to reach the Pareto front within small number of function evaluations. The performance of the proposed method is first verified by a small mathematical problem. It is shown that accurate Pareto solutions with good diversity are obtained by using the proposed method. Pareto optimal solutions are next found for a four-span five-story steel building frame. The objective functions are the total structural volume and the compliance under the specified set of loads. It is shown that about 30 Pareto solutions with good accuracy can be found by carrying out structural analysis 200 times. The proposed method has very few problem-dependent parameters. Therefore, the method can be applied to multiobjective optimization of large structures, for which the population-based method is difficult to be applied.

Keywords: heuristic method, structural optimization, local search, tabu search, compliance
発見的手法, 構造最適化, 局所探索, タブー探索法, コンプライアンス

1 序

建築構造設計の過程は, 簡潔に表現すると, 設計荷重に対する応力や変位などに関する制約の下で, 施工時の条件なども考慮して最も望ましい部材を選択する過程であるといえる。このような設計行為を最適化によって実行することを, 構造最適化という (例えば文献 1, 2)。

構造最適化問題の最適解は, 設計変数が連続変数の場合には, 数値計画法によって効率良く求めることができる。しかし, 現実の構造設計では, 部材はあらかじめ与えられた離散的なリストから選択されることが多い。したがって, 構造最適化問題は離散変数を持つ組合せ最適化問題となる。組合せ最適化問題を現実的な計算時間で効率的に解くことを目的として, 種々の発見的手法 (ヒューリスティックス) が近年開発され^{3, 4)}, 構造最適化に適用されている⁵⁾。

構造最適化の過程では, 応答量の評価のために構造解析を多数回実行する。しかし, 実務への適用を考えると, 解析回数は少ない方が望ましい。遺伝的アルゴリズムなどの多点探索型の発見的手法は, 最適化の過程で複数の解を保持しており, 世代の更新ごとに多数回の解析を必要とするため, 部材数や変位の自由度数が大きい構造物に適用するのは困難である。したがって, 擬似焼きなまし法 (SA)⁶⁾やタブー探索法 (TS)⁷⁾に代表される単点探索型の手法の適用が望ましい。

また, 構造最適化問題では, 一般に複数の競合する指標を考慮

しなければならない。したがって, 設計問題は多目的最適化問題となる^{8, 9)}。建築構造物の多目的最適化に対しては, 形状と剛性のトレードオフを考慮した設計法など, 多くの研究が存在する¹⁰⁻¹⁵⁾。

多目的最適化に対するヒューリスティックスとしては, 遺伝的アルゴリズム¹⁶⁾, Particle Swarm Optimization (PSO) 法¹⁷⁾などが提案されている。また, 単点探索型の SA や TS も, 多目的最適化に拡張されている¹⁸⁻²¹⁾。著者らは, SA と TS を, 多目的構造最適化に適用した²²⁾。しかし, その研究の目的は, 地震時応答を考慮した多目的最適化問題の解 (パレート最適解あるいはパレート解) の特性を考察することであり, そこでは十分な数のパレート解を得るために, 数千回の解析を行っている。また, 探索手法の性能についても, 十分な検討を行っていない。

本論では, 単点探索型の局所探索法を改良した手法により, 少ない解析回数で高精度かつ多様性の高いパレート解の集合を得ることが可能であることを示す。局所探索法の性能を単純な数値例題で検証し, 骨組構造物の多目的最適化例を示す。

2 離散変数を持つ多目的構造最適化問題

骨組構造物の設計において, 使用できる部材のリストが与えられているものとする。第 i 部材について, 次式のようなリスト χ_i を考える。

$$\chi_i = \{\mathbf{x}_1^i, \dots, \mathbf{x}_j^i, \dots, \mathbf{x}_{t_i}^i\} \quad (1)$$

^{*1} 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 准教授・博士(工学) Assoc. Prof., Dept. Architecture and Architectural Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

ここで、 $\mathbf{x}_j^i$ は第 i 部材に対する j 番目の候補断面の性能を決定するベクトルであり、例えば第 i 部材の j 番目の候補断面の断面積と断面 2 次モーメントをそれぞれ A_j^i 及び I_j^i で表すと、 $\mathbf{x}_j^i = (A_j^i, I_j^i)$ である。また、 t_i は部材 i で選択可能な部材の数である。

整数変数ベクトルを $\mathbf{J} = (J_1, \dots, J_m)$ とする。ここで m は部材数である。 $J_i = j$ のとき、第 i 部材に対してリスト χ_i の j 番目の変数ベクトル $\mathbf{x}_j^i$ を与えるものとする。以上より、構造物の特性は、整数変数ベクトル $\mathbf{J}$ で定められ、 $\mathbf{J}$ を設計変数ベクトルと考えることができる。

本論では、単点探索型多目的ヒューリスティックスの有効性を単純な設計問題で示すため、変数の取り得る範囲のみの制約を有する問題を考える。一般の制約がある問題は、遺伝的アルゴリズムなどで利用されるペナルティ関数を用いて、制約のない問題に変換することができる。

静的外力の作用する骨組構造物に対して、 p 個の性能指標 $F_1(\mathbf{J}), \dots, F_p(\mathbf{J})$ を最小化する問題を考える。性能指標としては、コンプライアンス（外力に対する仕事）、最大応力、最大変位、全部材体積などが考えられる。このとき、多目的構造最適化問題は一般に次のように定式化できる。

$$\text{minimize } F_1(\mathbf{J}), \dots, F_p(\mathbf{J}) \quad (2a)$$

$$\text{subject to } J_i \in \{1, \dots, t_i\}, \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2b)$$

ここで、“minimize” は最小化することを意味し、“subject to” は制約条件（ここでは変数の取り得る範囲）を示す。

制約条件を満たす 2 つの解（許容解）を $\mathbf{J}^1, \mathbf{J}^2$ とする。全ての i に対して $F_i(\mathbf{J}^1) \leq F_i(\mathbf{J}^2)$ であり、少なくとも 1 つの j に対して $F_j(\mathbf{J}^1) < F_j(\mathbf{J}^2)$ が成立するとき、 $\mathbf{J}^2$ は $\mathbf{J}^1$ に支配されるという。許容解 $\mathbf{J}^*$ を支配する許容解が存在しないとき、 $\mathbf{J}^*$ は非劣解あるいはパレート最適解（以下では簡単にパレート解）という。

多目的最適化に対するアプローチは、一般に次の 2 つに分類できる²³⁾。

- 事前情報 (a priori information) を用いる方法
各目的関数の重要度を定める重みや、到達し得ないが理想的な目的関数値のベクトルをあらかじめ与えて、単一目的最適化問題を解く。重み付き線形和法や目標計画法で、重みや理想点を固定する場合がこの方法に分類され、1 つのパレート最適解が得られれば終了する。
- 事前情報を用いない方法
 - － パレート解を列挙する方法
多数（可能なら全て）のパレート最適解を求め、その中から選好情報にしたがって最も望ましい選好最適解を選択する。
 - － 対話的方法
仮の事前情報を与え、「事前情報を用いる方法」と同様にして単一目的最適化問題の解を求める。その後、事前情報を単なるパラメータと考えてインタラクティブに変更し、パレート解を逐次更新して選好最適解を求める。

構造設計において、得られた解が設計者にとって望ましくないとき、目的関数の重要度や設計条件を明示的に変更するのは困難である。したがって、本論では「パレート解を列挙する方法」を用いることにする。

3 多目的最適化のための局所探索法

本論では、多目的最適化のためのタブー探索法 (TS) と、それを簡略化して改良した局所探索法 (LS) を用いる。TS は単一目的最適化問題に対して開発された手法であるが、近年多目的最適化へ拡張された¹⁹⁾。遺伝的アルゴリズムなどの進化型の手法と異なり、探索の過程で 1 つの解を保持して解の更新を行うことから、単点探索型とよぶ。

3.1 基本アルゴリズム

多目的最適化のための TS の既往のアルゴリズムを以下に記す。TS は、局所探索の過程で数個の解を周期的に選択するサイクリングといわれる現象を防ぐために開発され⁷⁾、Baykasoglu *et al.*²¹⁾ によって多目的最適化へ拡張された。その概要は以下のとおりである。

Step 1 初期解 $\mathbf{J}^{(0)}$ をランダムに生成し、それをシード解 (seed solution) $\hat{\mathbf{J}}$ とする。パレートリスト $\mathcal{P}$ 、タブーリスト $\mathcal{T}$ 、候補リスト $\mathcal{C}$ を $\mathcal{P} = \mathcal{T} = \mathcal{C} = \{\mathbf{J}^{(0)}\}$ のように初期化する。

Step 2 $\hat{\mathbf{J}}$ から q 個の近傍解の集合 $\mathcal{N} = \{\mathbf{J}_j^N \mid j = 1, \dots, q\}$ を生成し、 $\mathcal{N}$ の中で、 $\mathcal{N}$ 、 $\mathcal{P}$ 及び $\mathcal{C}$ の中のいずれの解にも支配されず、 $\mathcal{T}$ に含まれない解の集合を候補解集合 $\mathcal{S}$ とする。

Step 3 シード解 $\hat{\mathbf{J}}$ を $\mathcal{S}$ からランダムに生成する。もし $\mathcal{S}$ が空ならば、 $\mathcal{C}$ の中のもっとも古い解を選択し、 $\hat{\mathbf{J}}$ とする。

Step 4 $\mathcal{P}$ 及び $\mathcal{C}$ の中で、 $\mathcal{S}$ に含まれる解に支配される解を消去する。

Step 5 $\hat{\mathbf{J}}$ を $\mathcal{P}$ と $\mathcal{T}$ に追加し、他の候補解を $\mathcal{C}$ に追加する。 $\mathcal{T}$ のサイズが上限値を超えたとき、 $\mathcal{T}$ の中の最も古い解を削除する。

Step 6 $\mathcal{C} = \emptyset$ であり、かつ新しい候補解が存在しない場合、あるいは繰り返し回数が上限値を超える場合終了する。その他の場合、Step 2 へ。

上記の方法で、タブーリストを用いない方法（タブーリストの長さを 0 とする方法）を、以下では局所探索法 (LS) とよぶ。

3.2 シード解の選択法

パレート解を列挙する方法を用いて有効な意思決定を行うためには、得られたパレート解集合は十分な精度と多様性を有していなければならない。しかし、単点探索型手法は近傍探索を基本とするため、多様性を維持するために特別な配慮が必要である。そのため、多目的遺伝的アルゴリズムで用いられるシェアリング関数を用いて多様性を維持する手法を提案する。

また、後の例題で示すように、少ない解析回数で精度の良いパレート解を求めることが困難な場合がある。その場合には、候補解集合 $\mathcal{S}$ の中から、最もパレートフロントに近づく解を選択する。あるいは、目的関数空間でパレート解集合に偏りが生じる場合、特定の目的関数が最も小さい解を候補解集合から選択する。以上より、シード解の生成のため、以下のような 4 種類の方法を考える。ここで、目的関数 F_i は、その範囲を定めるスケーリングパラメータ D_i を用いて

$$F_i^* = F_i/D_i, \quad (i = 1, \dots, p) \quad (3)$$

のように正規化されているものとする。また、方法 1 は 3.1 節の Step 3 で示した基本アルゴリズムである。

方法 1 $\mathcal{S}$ の中から、ランダムに1つのシード解を選択する。

方法 2 現在のシード解の目的関数を $\mathbf{F}^*$, $\mathcal{S}$ の i 番目の解の目的関数を $\mathbf{F}^{*(i)}$ としたとき, $\sum_{j=1}^p (F_j^{*(i)} - F_j^*)$ が最小となる解を選択する。

方法 3 現在のシード解の目的関数を $\mathbf{F}^*$, $\mathcal{S}$ の i 番目の解の目的関数を $\mathbf{F}^{*(i)}$ としたとき, 1つの目的関数 F_j について $F_j^{*(i)} - F_j^*$ が最小となる解を選択する。

方法 4 $\mathcal{S}$ 中の解 $\mathbf{J}_i$ の周辺の混雑度 N を以下のように定義する。

$$N = \sum_{\mathbf{J}_j \in \mathcal{P}} s(d(\mathbf{J}_i, \mathbf{J}_j)) \quad (4)$$

ここで, $d(\mathbf{J}_i, \mathbf{J}_j)$ は解 $\mathbf{J}_i$ と解 $\mathbf{J}_j$ の間の設計変数空間あるいは目的関数空間でのユークリッド距離である。例題では目的関数空間での距離を用いる。 $s(d)$ はシェアリング関数とよばれ, 次の定義式を用いる。

$$s(d) = \max\left(0, 1 - \frac{d}{\sigma}\right) \quad (5)$$

ここで, σ はシェアリング半径, あるいはニッチサイズとよばれるパラメータである。 $\mathcal{S}$ の中で N の最も小さい解をシード解とする。

4 パレート解集合の性能指標

総列挙などの何らかの方法で得られた正解のパレート解集合を $\mathcal{A}$, 前節での方法で得られた近似パレート解集合 $\mathcal{P}$ のサイズを n とする。文献 17 で用いられている以下の3つの指標を用いて性能を評価する。

- **Error ratio:**

近似パレート解 i が $\mathcal{A}$ に含まれていれば $e_i = 0$, 含まれていなければ $e_i = 1$ とし, ER を次式で定義する。

$$\text{ER} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \quad (6)$$

ER = 0 のとき, 得られた解が全て正解のパレート解である。

- **Generational distance:**

近似パレート解 i と集合 $\mathcal{A}$ 内の解との最短距離を d_i とし, GD を次式で定義する。

$$\text{GD} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (d_i)^2} \quad (7)$$

近似解が全て正解であれば, GD = 0 である。

- **Spacing:**

近似パレート解 i と集合 $\mathcal{A}$ 内の解とのマンハッタン距離の最小値 g_i を次式で定義する。

$$g_i = \min_j \left(\sum_{k=1}^p |F_k^{*(i)} - \tilde{F}_k^{*(j)}| \right) \quad (8)$$

ここで, $F_k^{*(i)}$ 及び $\tilde{F}_k^{*(j)}$ は, それぞれ $\mathcal{P}$ 内の解 i 及び $\mathcal{A}$ 内の解 j の目的関数 F_k の値である。 g_i の平均値を $\bar{g}$ として, SP を次式で定義する。

$$\text{SP} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{g} - g_i)^2} \quad (9)$$

近似パレート解が目的関数空間で等間隔に配置されていれば, SP = 0 である。

表 1 種々の解析回数での局所探索とタブー探索での性能指標

局所探索 (8000 回)				
	ER	GD ($\times 10^{-3}$)	SP ($\times 10^{-2}$)	W
最小	0.139	0.011	0.111	1.270
最大	0.574	0.360	0.506	2.071
平均	0.399	0.070	0.275	1.703
標準偏差	0.102	0.072	0.104	0.214
タブー探索 (8000 回)				
	ER	GD ($\times 10^{-3}$)	SP ($\times 10^{-2}$)	W
最小	0.155	0.009	0.126	1.295
最大	0.574	0.754	0.643	2.267
平均	0.407	0.100	0.259	1.693
標準偏差	0.107	0.178	0.106	0.260
局所探索 (2000 回)				
	ER	GD ($\times 10^{-3}$)	SP ($\times 10^{-2}$)	W
最小	0.162	0.075	0.321	0.885
最大	0.709	7.035	1.838	1.966
平均	0.440	0.510	0.666	1.371
標準偏差	0.153	1.241	0.328	0.289
タブー探索 (2000 回)				
	ER	GD ($\times 10^{-3}$)	SP ($\times 10^{-2}$)	W
最小	0.139	0.064	0.287	0.706
最大	0.709	7.416	1.269	1.959
平均	0.460	0.492	0.612	1.382
標準偏差	0.147	1.332	0.253	0.277
局所探索 (400 回)				
	ER	GD ($\times 10^{-3}$)	SP ($\times 10^{-2}$)	W
最小	0.296	0.528	0.536	0.145
最大	1.000	43.61	3.644	1.427
平均	0.737	5.255	1.764	0.944
標準偏差	0.194	9.453	0.665	0.287

上記の指標以外に, パレート解が得られた範囲を示すための以下の手法を導入する。

- **Span:**

$$W = \sum_{k=1}^p \max_{i,j} |F_k^{*(i)} - F_k^{*(j)}| \quad (10)$$

W が大きいとき, 十分に広い範囲のパレート解が得られていることになる。

5 最適化例

まず, 目的関数が変数の陽な関数で表される単純例題を用いて, 局所探索法の性能を確認する。次に, 平面骨組に対し, 規格部材を用いた多目的最適設計問題のパレート解集合を求めて, 建築骨組の設計問題に対して少ない解析回数でパレート解集合が得られることを示す。

5.1 単純例題

文献 16, 17 において, 検証のために用いられている以下の問題を考える。

$$\text{minimize } F_1(\mathbf{x}) = 200(2x_1 + \sqrt{2x_2} + \sqrt{x_3} + x_4) \quad (11a)$$

$$F_2(\mathbf{x}) = \frac{1}{100} \left(\frac{2 + 2\sqrt{2}}{x_2} - \frac{2\sqrt{2}}{x_3} + \frac{2}{x_4} \right) \quad (11b)$$

$$\text{subject to } 1 \leq x_1 \leq 3 \quad (11c)$$

$$\sqrt{2} \leq x_2 \leq 3 \quad (11d)$$

$$\sqrt{2} \leq x_3 \leq 3 \quad (11e)$$

$$1 \leq x_4 \leq 3 \quad (11f)$$

問題を離散変数最適化問題とするため, 次式を用いて連続変数

図 1 数値例題の近傍解の分布

図 2 8000 回の解析で得られたパレート解集合, W が最大

図 3 400 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 1, W が最大

図 4 400 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 1, GD が最小

図 5 400 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 2, W が最大

図 6 400 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 3: F_1 を最小化, GD が最小

図 7 400 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 3: F_2 を最小化, GD が最小

図 8 400 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 4, W が最大

x_i を離散変数 J_i に変換する。

$$x_i(J_i) = x_i^L + \Delta x_i \times J_i \quad (12a)$$

$$\Delta x_i = (x_i^U - x_i^L) / (t_i - 1) \quad (12b)$$

ここで, x_i^U 及び x_i^L は x_i の上・下限値であり, t_i は x_1 と x_4 に対して $2^{14} = 16384$, x_2 と x_3 に対して $2^{13} = 8192$ とする。以下の図では総列挙によって得られたパレートフロントを実線で示す。ここで, F_1 は x_1 の単調増加関数であり, F_2 は x_1 に依存しないので, 総列挙の過程では x_1 は最小値に固定できる。また, F_1 と F_2 ともに x_3 の単調増加関数なので, x_3 も最小値に固定できる。したがって, 組合せの数は $2^{13} \times 2^{13} = 67108864$ である。

シード解から近傍解への J_i の変化量は, 平均 0 の正規分布の乱数を用いて定める。標準偏差は J_1 と J_4 に対して 800, J_2 と J_3 に対して 400 とする。ここで, 近傍解の生成において全ての変数を変更し, $J_i < 1$ あるいは $J_i > t_i$ となるときには, それぞれ 1 及び t_i で置き換える。また, 目的関数のスケーリングパラメータは, $D_1 = 600$, $D_2 = 0.03$ である。

1 つの許容解から生成された 100 個の近傍解での目的関数値を図 1 に示す。ここで, ■ は基準となる許容解である。図より, 目的関数空間内での近傍解の分布は, とくに顕著な方向性を持たない。

したがって, 近傍の候補解からシード解をランダムに選択する方法 1 を用いて, パレートフロントに近づいていくことができるものと予想される。

種々の解析回数での最適化結果を表 1 に示す。ここで, 近傍の大きさ q は, 解析回数 8000 回と 2000 回の例では 10 であり, 400 回の例では 4 である。また, シード解の選択には方法 1 を用いた。全てのケースで 30 個の乱数の初期値から探索を行い, 各性能指標の最大, 最小, 平均及び標準偏差を求めた。また, TS でのタブーリストの長さは 1000 である。文献 17 では, PSO 法を用いて, 8000 回の解析を 30 ケース行った結果, ER の最小, 最大, 平均と標準偏差は, それぞれ 0.07, 0.35, 0.23, 0.063 となっている。したがって, TS と LS の結果は, PSO の結果より悪いが, TS と LS では 8000 回の解析と 2000 回の解析において, ER については顕著な差が見られない。また, 2000 回の解析で, GD は $1/1000$ 以下, SP は $1/100$ 以下であり, 十分に小さい値となっている。したがって, 少ない解析回数での精度は良好であるものと考えられる。

8000 回の TS でタブーと判定された解は平均で 28 個であり, タブーリストを使用することは結果にほとんど影響を及ぼさない。また, TS と LS ともに, 得られた近似パレート解の約 40% が正解

図 9 5 層 4 スパン骨組

表 2 柱部材リスト

J	size	$A (\times 10^4 \text{ mm}^2)$	$I (\times 10^8 \text{ mm}^4)$
1	□ - 500 × 12	2.268	8.84
2	□ - 500 × 16	2.966	11.30
3	□ - 500 × 19	3.470	13.00
4	□ - 500 × 22	3.957	14.50
5	□ - 500 × 25	4.428	15.90
6	□ - 500 × 28	4.883	17.20
7	□ - 500 × 32	5.463	18.70
8	□ - 500 × 36	6.014	20.00

表 3 梁部材リスト

J	size	$A (\times 10^4 \text{ mm}^2)$	$I (\times 10^8 \text{ mm}^4)$
1	H - 500 × 200 × 9 × 12	0.923	3.75
2	H - 500 × 200 × 9 × 16	1.076	4.60
3	H - 500 × 200 × 9 × 19	1.190	5.21
4	H - 500 × 200 × 9 × 22	1.305	5.81
5	H - 500 × 200 × 12 × 22	1.442	6.05
6	H - 500 × 250 × 9 × 22	1.525	7.07
7	H - 500 × 250 × 12 × 22	1.662	7.31
8	H - 500 × 250 × 12 × 25	1.804	8.04
9	H - 500 × 250 × 12 × 25	1.947	8.75

である。したがって、簡便な方法でパレート解集合を求めることを目的として、以下の例では LS を用いることにする。

方法 1 を用いた 8000 回の解析による最適化で W が最大となっているケースについて、得られたパレート解を図 2 の「+」で示す。8000 回の解析では、乱数の初期値に関わらずパレート解の分布は図 2 のようにほぼ正解のパレートフロント上に分布しており、極めて高精度でパレート解集合が得られている。

方法 1 を用いた 400 回の解析で、指標 W が最大となっているケースの結果を図 3 に示す。表 1 に示した 4 つの性能指標は、2000 回の解析と比べて悪くなっているが、図 3 に示すとおり、実用上は十分な精度で解集合が得られている。指標 GD が最小となっているケースの結果を図 4 に示す。図より、精度を上げると、分布の幅が小さくなるのが分かる。

方法 2 を用いてシード解を選択した場合について、指標 W が最大となっているケースの結果を図 5 に示す。この場合でも、解の分布幅が小さくなっていることが確認できる。図 3-5 より、2 つの目的関数を同等に扱ったときには、 F_1 が小さい解を生成するのが困難であることが分かる。そこで、方法 3 において、 F_1 を最小化するようにシード解を選択した。指標 W が最大となっているケースの結果を図 6 に示す。図より、 F_2 が小さい解の精度が犠牲になっている。一方、 F_2 を最小化するように近傍解を生成した場合について、指標 W が最大となっているケースの結果は図 7 のとおりである。最後に、シェアリング関数を用いた方法 4 について、指標 W が最大となっているケースの結果を図 8 に示す。ここで、シェアリング半径 σ は、正規化された目的関数 F_1^* , F_2^* に対して 0.1

表 4 種々の解析回数と解析方法での骨組多目的最適化の性能指標

方法 1, 5000 回			
	$GD (\times 10^{-3})$	$SP (\times 10^{-2})$	W
最小	1.349	0.968	1.190
最大	2.784	3.610	2.299
平均	1.794	1.576	1.815
標準偏差	0.314	0.516	0.207
方法 1, 400 回			
	$GD (\times 10^{-3})$	$SP (\times 10^{-2})$	W
最小	6.088	0.999	0.890
最大	14.97	4.236	1.564
平均	8.445	2.181	1.211
標準偏差	1.855	0.679	0.169
方法 1, 200 回			
	$GD (\times 10^{-3})$	$SP (\times 10^{-2})$	W
最小	9.215	1.112	0.584
最大	25.52	3.674	1.463
平均	14.31	2.198	1.033
標準偏差	0.351	0.671	0.208
方法 2, 200 回			
	$GD (\times 10^{-3})$	$SP (\times 10^{-2})$	W
最小	7.765	0.923	0.555
最大	33.17	4.931	1.314
平均	12.46	2.448	0.988
標準偏差	4.342	0.897	0.180
方法 3, F_1 最小, 200 回			
	$GD (\times 10^{-3})$	$SP (\times 10^{-2})$	W
最小	7.733	0.922	0.721
最大	30.16	4.865	1.467
平均	15.82	2.501	1.072
標準偏差	5.495	0.823	0.191
方法 3, F_2 最小, 200 回			
	$GD (\times 10^{-3})$	$SP (\times 10^{-2})$	W
最小	7.341	1.188	0.633
最大	36.88	6.248	1.275
平均	14.32	2.509	0.955
標準偏差	5.320	0.998	0.141
方法 4, 200 回			
	$GD (\times 10^{-3})$	$SP (\times 10^{-2})$	W
最小	7.140	1.186	0.859
最大	27.81	6.658	1.650
平均	13.10	2.261	1.207
標準偏差	4.074	1.008	0.222

である。この例では、シェアリング関数は、解の精度と多様性の両面で有効である。

5.2 平面骨組の最適設計問題

図 9 に示すような静的荷重を受ける 5 層 4 スパン平面骨組に対してパレート最適解の集合を生成する。水平荷重 (kN) は $(P_1, P_2, P_3, P_4, P_5) = (7.5, 8.4, 10.1, 13.1, 31.5)$ である。鉛直荷重は $W_1 = 245 \text{ kN}$, $W_2 = 343 \text{ kN}$ で固定し、弾性係数は 205.8 kN/mm^2 とする。

対称性を考慮して、部材を図 9 に示すような 15 個のグループに分ける。第 i グループに整数変数 J_i が与えられ、部材リスト χ_i より断面を選択する。柱と梁の部材リストをそれぞれ表 2 及び表 3 に示す。柱と梁の候補断面数 t_i はそれぞれ 8 及び 9 である。

全部材体積とコンプライアンス (外力仕事) の 2 つの目的関数を最小化し、それらを F_1 及び F_2 とする。目的関数のスケールングのためのパラメータは、 $D_1 = 4.0$, $D_2 = 30.0$ である。一様乱数 $r \in [0, 1)$ を発生させ、 $r \geq 0.5$ のとき、変数 J_i を 1 増加させ、 $r < 0.5$ のとき、 J_i を 1 減少させる。その際、 J_i が最小値 1 より小さくなった場合、あるいは最大値 t_i より大きくなった場合は、それぞれ 1 及び t_i で置き換える。ここで、近傍解の生成において全ての変数を変更する。

この例では、総列挙によって正解のパレートフロントを得るこ

図 10 4 層骨組の近傍解の分布

図 11 5000 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 1, W 最大

図 12 400 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 1, W 最大

図 13 400 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 1, GD 最小

図 14 200 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 1, GD 最小

図 15 200 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 2, W 最大

とが困難なので、5000 回の TS による解析を 90 回行つて、正解に近いパレート解集合を得る。種々の解析回数とシード解選択方法によってパレート解の生成を 30 回実行したときの評価指標 GD, SP, W の最大, 最小, 平均および標準偏差を表 4 に示す。ここで、近傍解の数 q は、解析回数が 5000 回するとき 10 であり、400 回および 200 回するとき 4 である。表より、解析回数が少なくなると、GD と SP は大きくなり、W は小さくなる傾向にあることが分かる。また、200 回の解析で方法 1-4 の結果を比較すると、顕著ではないが、方法 2 を用いると GD の平均的は小さくなり、方法 4 を用いると W が大きくなる傾向にあることが確認できる。

1 つの許容解から 100 個の近傍解を生成し、目的関数を図 10 にプロットした。ここで、■は基準となる許容解である。図より、基準解から 2 つの目的関数をともに改善する解は存在せず、この例ではパレートフロントに到達するのが困難である。

方法 1 を用いた 5000 回の解析で、W が最大の結果を図 11 に示す。図より、十分に多様性のあるパレート解集合が得られていることが分かる。ここで、5000 回の TS による解析を 90 回行つて得たパレートフロントを実線で示している。次に、構造最適化での適用可能性について検討するため、十分な精度と多様性を持つ解集合を得るために必要な解析回数について検討する。方法 1 を用いた 400 回の解析で、W が最大のケースの結果を図 12 に示す。 F_1 が小さい領域での精度は良くないが、概ね良好な結果が得られている。GD が最小の結果を図 13 に示す。中央付近での精度は向上しているが、 F_1 が小さい領域の解が得られていない。

方法 1 を用いた 200 回の解析において GD が最小の結果を図 14 に示す。図から分かるとおり、パレートフロントの近傍には達しているが、正解のパレート解を求めることはできなかった。シード解の更新回数を増やすため、 $q = 2$ とすると、途中で候補解がなくなってしまった。方法 2 によって近傍解を選択した場合の W 最大の結果を図 15 に示す。また、GD が最小の結果をを図 16 に示す。これらの結果より、パレートフロントに効率良く近づくような

近傍解を選択しても、図 10 から予想されるように、パレート解の精度はそれほど向上しない。方法 3 で F_1 を最小化するように近傍解を生成した場合について、W 最大の結果を図 17 に示す。図より、 F_1 が小さいパレート解が得られていることが確認できる。 F_2 を最小化、W 最大の結果を図 18 に示す。また、方法 4 を用いた場合について、W 最大の結果を図 19 に示す。ここで、 $\sigma = 0.1$ である。図より、シェアリング関数を用いると、精度は悪くなるが、広い範囲のパレート解が得られることが分かる。また、得られたパレート解の数は平均で 26.8 であり、200 回の解析で十分な数の解が得られている。

以上より、方法 1-4 について、以下のような傾向が確認できた。

- 方法 2 を用いると、パレートフロントに近づくことが優先されるので、パレート解の精度が向上するが、目的関数空間内での解集合の範囲は小さくなり、中央付近に解が分布する傾向にある。
- 方法 3 を用いると、特定の目的関数が小さくなることが優先されるので、当該目的関数の大域最適解付近のパレート解を探索することができる。
- 方法 4 を用いると、解の多様性が優先されるので、精度は良好とは限らないが、広い範囲でのパレート解集合を求めることができる。

図 17-19 で A, B, C と示した解における部材断面積の分布を図 20-22 に示す。図より、部材体積が小さいときには柱の部材断面積はほぼ一様であり、部材体積が大きくなると、下層から上層の順に断面積が大きくなることが分かる。

6 結論

多目的構造最適化のための局所探索法について検討した結果、以下のような結論が得られた。

1. 単点探索型の局所探索法によって、実用上十分な精度と多様性を持つパレート最適解を、数百回程度の少ない解析回数で

図 16 200 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 2, GD 最小

図 17 200 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 3, F_1 最小, W 最大

図 18 200 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 3, F_2 最小, W 最大

図 19 200 回の解析で得られたパレート解集合; 方法 4, W 最大

図 20 パレート解 A

図 21 パレート解 B

図 22 パレート解 C

得ることができる。したがって、目的関数の評価に多くの計算量を必要とする構造最適化では、多点探索型の遺伝的アルゴリズムなどと比較して、局所探索に基づく手法は極めて優れているといえる。

2. 近傍解から次ステップのシード解を選択する過程で、種々の評価尺度を用いることにより、解の精度、多様性と、目的関数空間内でのパレート最適解の分布を制御することができる。
3. シード解選択の過程でタブーリストを用いた場合でも、タブーと判定される割合が小さいので、タブーリストを用いることの効果は小さい。
4. 局所探索法の効率は、目的関数空間内での 1 つの許容解の近傍解の分布から判断することができる。
5. 局所探索に基づく手法は極めて単純であり、問題に依存するパラメータも少ないので、実務設計での応用が期待される。

謝辞: 本研究は、科学研究費補助金 (基盤研究 B, No. 17360270) の援助にて実施した。また、数値解析において、木下拓也君 (京都大学大学院生) の協力を得た。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 日本建築学会 編, 建築最適化への招待, 丸善, 2005.
- 2) 山川 宏 編, 最適設計ハンドブック - 基礎・戦略・応用 -, 朝倉書店, 2003.
- 3) 柳浦睦憲, 茨木俊秀, 組み合わせ最適化 - メタ戦略を中心として -, 朝倉書店, 2001.
- 4) 相吉英太郎, 安田恵一郎 編著, メタヒューリスティックスと応用, 電気学会, 2007.
- 5) 三井和男, 大崎 純, 大森博司, 田川 浩, 本間俊雄, 発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム, コロナ社, 2004.
- 6) E. Aarts and J. Korst, Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing, Wiley, 1989.
- 7) F. Glover: Tabu search - Part I, ORSA J. on Computing, Vol. 1(3), pp. 190-206, 1989.

- 8) 中山弘隆, 谷野哲三, 多目的計画法の理論と応用, 計測自動制御学会, 1994.
- 9) 中山弘隆, 岡部達哉, 荒川雅生, 尹 禮分, 多目的最適化と工学設計, 現代図書, 2007.
- 10) 大崎 純, 上谷宏二, 高谷真次, 逆問題型手法による膜構造物の目標形状・応力トレードオフ設計法, 日本建築学会構造系論文集, No. 488, pp. 107-115, 1996.
- 11) M. Ohsaki, T. Nakamura and Y. Isshiki, Shape-size optimization of plane trusses with designer's preference, J. Struct. Engng., ASCE, Vol. 124, No. 11, pp. 1323-1330, 1998.
- 12) 本間俊雄, 野瑞憲太: 解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる構造形態の創生, 日本建築学会構造系論文集, No. 614, pp. 35-43, 2007.
- 13) 本間俊雄, 加治広之, 登坂宣好: 免疫アルゴリズムによる構造システムの最適化と解の多様性, 日本建築学会構造系論文集, No. 588, pp. 103-110, 2005.
- 14) 高田豊文, 松岡貴士: 体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用, 日本建築学会構造系論文集, No. 598, pp. 87-91, 2005.
- 15) 浜田英明, 大森博司: 設計者の嗜好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案: その 1 多目的遺伝的アルゴリズムによる発見的方法, 日本建築学会構造系論文集, No. 609, pp. 105-111, 2006.
- 16) C. A. Coello Coello and G. T. Pulido: Multiobjective structural optimization using a microgenetic algorithm, Struct. Multidisc. Optim., Vol. 30, pp. 388-403, 2005.
- 17) C. A. Coello Coello, G. T. Pulido and M. S. Lechuga: Handling multiple objectives with particle swarm optimization, IEEE Trans. Evolutionary Computation, Vol. 8(3), pp. 256-279, 2004.
- 18) J. F. Whidborne, D. W. Gu and I. Postlethwaite: Simulated annealing for multiobjective control system design, IEE Proc. Control Theory Appl., Vol. 144(6), pp. 582-588, 1997.
- 19) M. P. Hansen: Tabu search for multiobjective optimization: MOTS, Proc. 13th Int. Conf. on MCDM, Cape Town, pp. 6-10, 1997.
- 20) C. D. Jilla and D. W. Miller: Assessing the performance of a heuristic simulated annealing algorithm for the design of distributed satellite systems, Acta Astronautica, Vol. 48(5), pp. 529-543, 2001.
- 21) A. Baykasoglu, S. Owen and N. Gindy: A Taboo search based approach to find the Pareto optimal set in multiple objective optimization, Eng. Opt., Vol. 31, pp. 731-748, 1999.
- 22) M. Ohsaki, T. Kinoshita and P. Pan, Multiobjective heuristic approaches to design of frames with standard sections, Earthquake Engng. Struct. Dyn., Vol. 36(11), pp. 1481-1495, 2007.
- 23) T. Marler and J. S. Arora: Survey of multi-objective optimization methods for engineering, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 26(6), pp. 369-395, 1994.

(2008年7月9日原稿受理, 2008年9月9日採用決定)