多自由度系モデルの等価線形化法に関する研究

A NUMERICAL STUDY ON EQUIVALENT LINEARIZATION OF MDOF

渡邊 秀和*, 楠 浩一**, 田 才 晃***

Hidekazu WATANABE, Koichi KUSUNOKI and Akira TASAI

The purpose of this research is to prove the equivalent linearization method on multi degree of freedom. Previous studies on this method have focused on equivalent single degree of freedom. On the other hand, very few studies have been reported on this method about multi degree of freedom. However, to develop this method, it is necessary for the design method about multi-story building. In this paper, therefore, the equivalent linearization method is developed to expand the applicable scope of the method reported by T. K. Caughey¹⁾²⁾; the method based on Least-squares method. To develop this method, it is useful for the information about the mode shape of structure on the non-linear range.

Keywords : Multi Degree Of Freedom, Equivalent linearization, Dynamic response, Least-squares method

多自由度系, 等価線形化法, 応答解析, 最小二乗法

1. はじめに

近年の情報技術の発展により, 複雑な構造物であってもパーソナルコンピュータを用いて, 簡単に非線形時刻歴応答解析を実行することが可能となった. しかし時刻歴応答解析では, 解析の対象となる構造物における固有の地震波での非線形応答は計算できるものの, 一般的な構造物の非線形地震応答は入力する地震動の特性が大きく影響し, その応答を一般化し推定することは非常に困難である.

構造物の非線形応答を推定する方法の一つに等価線形化法がある. これは, 非線形の応答を等価な線形応答に置換する方法であり, 日本では 2000 年に施行された限界耐力計算にその考え方が導入されている. この等価線形化法は, 時刻歴応答解析で見られるような入力地震波や構造物の個別性を排することで, 構造物の一般的な性質を捉えることが出来る. このことにより, 等価線形化法には設計法に統一的な設計規範を与えることが出来るという利点がある.

また, 1981年に施行された新耐震基準では, 偏心構造物の平面内でのねじれ易さを表す指標として偏心率 R_e を定めている. この偏心率とは, 構造物の弾性範囲の挙動により定められたものであり, 塑性後の偏心構造物のねじれ易さを表すものではない. 非線形領域でのねじれ振動の複雑な挙動を解明できないために, 今まで非線形領域を含めたねじれ易さを表す指標は提案されている^{3)~5)}ものの, 統一見解には至っていない.

そこで近年, 等価線形化法を用いて偏心構造物の挙動を一般化し, 地震応答を評価する研究が行われている^{6)~10)}. これらの多くの論文では, 多自由度系モデルである偏心構造物を等価1自由度系に縮約

し, 等価線形化法を用いて地震応答を評価しており, 主としてその縮約方法について研究が行われている. また, 偏心構造物はねじれを伴う応答性状から高次モードの影響を無視できない. そこで, 等価線形化法を用いて偏心構造物の地震応答を評価する際には, 何らかの形で高次モードの影響を考慮する必要がある.

非線形領域の高次モードの影響を考慮するためには, 非線形領域において固有値解析を行う必要がある. 藤井⁶⁾, 倉本ら^{7)~9)}, 吉川¹⁰⁾は, 非線形領域での等価剛性マトリクスを用いた固有値解析を行い, 偏心構造物の非線形モードを計算し非線形領域での高次モードの影響やモード間の連成効果の影響をそれぞれの地震応答評価法に取り入れている. 多くの論文では, 非線形領域での各構造要素の最大点割線剛性を用いて非線形領域における等価剛性マトリクスを計算し, 非線形領域での固有値解析を行っているが, この等価剛性マトリクスの計算法は厳密に定義されているわけではない. 非線形領域での等価剛性マトリクスを計算するという事は, 元の非線形多自由度系モデルに対して等価な線形多自由度系モデルに置換するという意味を持つ. しかし, 等価線形化法は, 非線形領域でも1自由度系への縮約が成立するという前提により開発された手法であり, 非線形多自由度系モデルを多自由度系モデルのまま等価な線形モデルに置換する手法について議論した論文は少ない. この多自由度系モデルでの等価線形化法を開発するためには, 1自由度系モデルに対して開発された等価線形化法を多自由度系モデルに拡張する必要がある.

等価線形化法は, 1960年代にCaugheyによりその提案がなされている¹⁾²⁾. これは, 非線形1自由度系モデルの定常調和応答を考えた

* 国立大学法人横浜国立大学大学院工学研究院
大学院生・修士(工学)

** 国立大学法人横浜国立大学大学院工学研究院
准教授・博士(工学)

*** 国立大学法人横浜国立大学大学院工学研究院 教授・工博

Graduate Student, Yokohama National University, M. Eng.

Assoc. Prof., Yokohama National University, Dr. Eng.

Prof., Yokohama National University, Dr. Eng.

時、最小二乗法を用いて等価な線形1自由度系モデルに置換する手法である。その後、小堀・南井が応答レベルの超過期待回数という確率統計の尺度を導入することで非定常領域にまでその理論を拡張している¹¹⁾。その一方で、振動系の運動をマルコフ過程として捉えてFokker-Planck方程式を用いて解を求める手法がT.S. Atalik and S. Utku¹²⁾、小堀・南井・浅野¹³⁾¹⁴⁾、石丸¹⁵⁾により研究が行われ、Caugheyの最小二乗法を用いた等価線形化法よりも精度の良い方法の開発に成功している。しかし、これらの手法は煩雑な計算を必要とすることから、設計法に反映するには至っていない。そこで柴田やSozenはCaugheyの手法を整理し、等価剛性として最大点の割線剛性を用い、等価減衰をSubstitute Damping¹⁶⁾の考え方を用いた等価線形化法を提案している¹⁷⁾¹⁸⁾。その後、笠井ら¹⁹⁾、島崎ら²⁰⁾、中村ら²¹⁾等の研究により、特に等価減衰係数の計算法についての改良案が提案され、等価線形化法の理論を用いた設計法が成立した。

そこで本論文では、現在の設計法でも用いられているCaugheyの最小二乗法を用いた等価線形化法¹⁾²⁾を多自由度系モデルに拡張し、非線形多自由度系モデルを多自由度系モデルのまま等価な線形多自由度系モデルに置換する方法を提案する。

2. 1自由度系モデルの等価線形化法

Caugheyは1自由度系モデルについて最小二乗法を用いた等価線形化法¹⁾²⁾を提案した。これは、Bi-linear型復元力特性を持つ1自由度系モデルに調和地動が作用した際の定常調和応答において、非線形系と等価線形系の残差平方和が最小となるように等価剛性、等価減衰係数を決定する方法である。本章では、このCaugheyの等価線形化法について概略を述べる。

質量 M 、減衰係数 C 、バネの復元力がバネの初期剛性 k とバネの変位 y の履歴関数である $q_{(y)}$ の積 $kq_{(y)}$ で表せるとすると、1自由度系モデルの非線形運動方程式は次式で表せる。

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + kq_{(y)} = -\ddot{y}_0 M \quad (1)$$

履歴関数 $q_{(y)}$ は、例えば図1で示すようなBi-linear型復元力特性の弾塑性バネが定常調和応答を示す場合、式(2)のような関数になる。

図1 バイリニア復元力特性

$$q_{(y)} = \begin{cases} y - (1-\gamma)(\delta - \delta_y) & \delta - 2\delta_y \leq y \leq \delta \text{ and } \dot{y} \leq 0 \\ \gamma y - (1-\gamma)\delta_y & -\delta \leq y \leq \delta - 2\delta_y \text{ and } \dot{y} \leq 0 \\ y + (1-\gamma)(\delta - \delta_y) & -\delta \leq y \leq -(\delta - 2\delta_y) \text{ and } \dot{y} \geq 0 \\ \gamma y + (1-\gamma)\delta_y & -(\delta - 2\delta_y) \leq y \leq \delta \text{ and } \dot{y} \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

ただし、 δ ：最大変形、 δ_y ：降伏変形、 γ ：降伏後の剛性低下率

ここで、等価剛性を K_e 、等価減衰係数を C_e 、誤差項 $\varepsilon(\dot{y}, y, t)$ とおくと、等価線形系の運動方程式は次のように表すことができる。

$$M\ddot{y} + C_e\dot{y} + K_e y + \varepsilon(\dot{y}, y, t) = -\ddot{y}_0 M \quad (3)$$

式(3)から誤差項 $\varepsilon(\dot{y}, y, t)$ は次のように表せる。

$$\varepsilon(\dot{y}, y, t) = -C_e\dot{y} - K_e y + C\dot{y} + kq(y) \quad (4)$$

この時、最小二乗法を用いて等価線形系の K_e 、 C_e を計算する。最小二乗法の定義により、誤差項の二乗平均 $\overline{\varepsilon^2}$ が最小となる K_e 、 C_e を選ぶ時、 $\overline{\varepsilon^2}$ は求める K_e 、 C_e において極値を持つことが必要条件であることから、 $\overline{\varepsilon^2}$ を K_e 、 C_e で偏微分した値は0となる。この時次の式が成り立つ。

$$\frac{\partial \overline{\varepsilon^2}}{\partial K_e} = 0, \quad \frac{\partial \overline{\varepsilon^2}}{\partial C_e} = 0 \quad (5)$$

ここで、 $\ddot{y}_0 = a_0 \cos pt$ で表せる調和地動が構造物に作用する時に式(3)の運動方程式の解が近似的に次式(6)で表されるものと仮定する。これは、誤差項 $\{\varepsilon\}$ を無視したことになる。

$$y = \delta \cos(pt - \varphi) \quad (6)$$

ただし、 δ ：最大変形、 φ ：調和地動との位相差

式(5)の連立方程式を計算すると、等価剛性 K_e 、等価減衰係数 C_e は次の式で表せる。

$$K_e = \frac{k}{\delta\pi} \int_0^{2\pi} \{q(\delta \cos \theta) \cos \theta\} d\theta \quad (7)$$

$$C_e = -\frac{k}{p \cdot \delta\pi} \int_0^{2\pi} \{q(\delta \cos \theta) \sin \theta\} d\theta \quad (8)$$

式(7)、式(8)中の定積分は復元力特性により変化する塑性率の関数となっていることから、等価剛性は塑性率の関数で、等価減衰定数は塑性率及び調和地動の振動数 p による関数で表すことができる。

3. 等価線形化法の多自由度系モデルへの拡張

本章では前章のCaugheyの提案した最小二乗法を用いた等価線形化法¹⁾²⁾を、多自由度系モデルに拡張する手法を要約して述べる。

3.1. 多自由度系モデルの等価線形化法の定式化

汎用性を持たせるため、対象構造物は質点の自由度の数が n 、弾塑性バネの数が m の質点系モデルにモデル化できる構造物とする。各質点の自由度 i の変位を u_i ($i = 1 \dots n$)、その自由度における質点の質量を m_i ($i = 1 \dots n$)とすると、変位ベクトル $\{u\}$ 及び質量マトリクス $[M]$ は次式で表すことができる。

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix}, \quad [M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

また、弾塑性バネ s の初期剛性を ${}_s k$ ($s = 1 \dots m$)とし、弾塑性バネ s の復元力を、 ${}_s k$ とバネの変位 y の履歴関数 ${}_s q_{(y)}$ ($s = 1 \dots m$)の積 ${}_s k \cdot {}_s q_{(y)}$ で定義する。この時、対象構造物の弾性での剛性マトリクス $[K]$ を、汎用性を持たせるために二つの係数 ${}_s a_j$ ($s = 1 \dots m, j = 1 \dots n$)及び ${}_s b_i$ ($s = 1 \dots m, i = 1 \dots n$)を用いて次式で表すこととする。

$$[K] = \begin{bmatrix} \sum_{s=1}^m {}_s a_1 {}_s b_1 {}_s k & \sum_{s=1}^m {}_s a_2 {}_s b_1 {}_s k & \cdots & \sum_{s=1}^m {}_s a_n {}_s b_1 {}_s k \\ \sum_{s=1}^m {}_s a_1 {}_s b_2 {}_s k & \sum_{s=1}^m {}_s a_2 {}_s b_2 {}_s k & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \sum_{s=1}^m {}_s a_1 {}_s b_n {}_s k & & & \sum_{s=1}^m {}_s a_n {}_s b_n {}_s k \end{bmatrix} \quad (10)$$

i 行 j 列の成分を c_{ij} ($i = 1 \dots n, j = 1 \dots n$)とする減衰マトリクス $[C]$ を用いると、弾性時での運動方程式は次式で表せる。

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = -\ddot{u}_0[M]\{\Phi\} \quad (11)$$

$\{\Phi\}$:地震波の入力ベクトル $\ddot{u}_0$:入力地震動

非線形時の多自由度系モデルの定常調和応答を、Caughey の最小二乗法を用いた等価線形化法¹²⁾を用いて等価剛性及び等価減衰マトリクスを計算する。この手法は、非線形 1 自由度系モデルの定常調和応答を想定し、その運動方程式での非線形復元力と線形減衰力を、線形復元力及び線形減衰力に置換する方法である。その際に、最小二乗法を用いてこの誤差を最小のものとする。

i 行 j 列の成分を k_{ejj} ($i = 1 \dots n, j = 1 \dots n$) とする等価剛性マトリクス $[K_e]$ を定義する。また、等価減衰マトリクス $[C_e]$ の i 行 j 列の成分を同様に c_{ejj} ($i = 1 \dots n, j = 1 \dots n$) とする。構造物の塑性化後の減衰マトリクスは初期剛性比例型減衰であり、線形のマトリクスと仮定すると、非線形運動方程式は次式で表せる。

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + \{Q\} = -\ddot{u}_0[M]\{\Phi\} \quad (12)$$

式(12)の $\{Q\}$ は非線形復元力ベクトルであり各弾塑性バネの復元力 $k \cdot s \cdot q_{(v)}$ の和となるため式(13)で表せる。

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} \sum_{s=1}^m b_{1s} k_s q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \\ \sum_{s=1}^m b_{2s} k_s q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \\ \vdots \\ \sum_{s=1}^m b_{ns} k_s q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \end{Bmatrix} \quad (13)$$

ここで誤差項 $\{\varepsilon\}(\{\dot{u}\}, \{u\}, t)$ を用いると、多自由度等価線形系の運動方程式は次のように表すことができる。

$$[M]\ddot{u} + [C_e]\dot{u} + [K_e]u + \{\varepsilon\}(\{\dot{u}\}, \{u\}, t) = -\ddot{u}_0[M]\{\Phi\} \quad (14)$$

ただし誤差項 $\{\varepsilon\}(\{\dot{u}\}, \{u\}, t)$ は、式(14)から次のように表せる。

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\}(\{\dot{u}\}, \{u\}, t) &= \{\varepsilon_1(\dot{u}_1, u_1, t) \quad \varepsilon_2(\dot{u}_2, u_2, t) \quad \dots \quad \varepsilon_n(\dot{u}_n, u_n, t)\}^T \\ &= -[C_e]\dot{u} - [K_e]u + [C]\dot{u} + \{Q\} \\ &= \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^n \{(c_{e1j} - c_{1j})\dot{u}_j + k_{e1j} \cdot u_j\} - \sum_{s=1}^m k_s b_{1s} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \\ \sum_{j=1}^n \{(c_{e2j} - c_{2j})\dot{u}_j + k_{e2j} \cdot u_j\} - \sum_{s=1}^m k_s b_{2s} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^n \{(c_{enj} - c_{nj})\dot{u}_j + k_{enj} \cdot u_j\} - \sum_{s=1}^m k_s b_{ns} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

この時、最小二乗法を用いて等価線形系の $[K_e]$, $[C_e]$ を計算する。最小二乗法の定義により、誤差項の二乗平均 $\overline{\{\varepsilon\}^2}$ が最小となる $[K_e]$, $[C_e]$ を選ぶ時、 $\{\varepsilon\}^2$ は求める $[K_e]$, $[C_e]$ の各項 ($k_{e11}, k_{e12}, \dots, c_{en(n-1)}, c_{enn}$) において極値を持つことが必要条件であることから、 $\overline{\{\varepsilon\}^2}$ を各項 ($k_{e11}, k_{e12}, \dots, c_{en(n-1)}, c_{enn}$) で偏微分した値は 0 となる。この時、以下の式が成り立つ。

$$\frac{\partial \overline{\{\varepsilon\}^2}}{\partial k_{e11}} = \dots = \frac{\partial \overline{\{\varepsilon\}^2}}{\partial k_{ein}} = 0 \quad \frac{\partial \overline{\{\varepsilon\}^2}}{\partial c_{e11}} = \dots = \frac{\partial \overline{\{\varepsilon\}^2}}{\partial c_{ein}} = 0 \quad (i = 1 \dots n) \quad (16)$$

式(16)は、未知数の数と式の数が等しい。このことにより、式(16)は誤差項の二乗平均 $\overline{\{\varepsilon\}^2}$ が最小となる必要十分条件となっており、 $[K_e]$, $[C_e]$ を求めることができる。

ここで、 $\ddot{u}_0 = a_0 \cos pt$ で表せる調和地動が構造物に作用する時、非線形多自由度系モデルの定常調和応答は基本周期 $T = 2\pi/p$ の周期関数となることから、誤差項の二乗平均 $\overline{\{\varepsilon\}^2}$ は基本周期 1 周期のみを考えれば良い。その時誤差項の二乗平均 $\overline{\{\varepsilon\}^2}$ は、次式のように定積

分を用いて表すことができる。

$$\begin{aligned} \overline{\{\varepsilon\}^2} &= \overline{\left\{ \sum_{j=1}^n \{(c_{ejj} - c_{jj})\dot{u}_j + k_{ejj} \cdot u_j\} - \sum_{s=1}^m k_s b_{is} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \right\}^2} \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \sum_{j=1}^n \{(c_{ejj} - c_{jj})\dot{u}_j + k_{ejj} \cdot u_j\} - \sum_{s=1}^m k_s b_{is} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \right\}^2 dt \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)から、式(16)は次の式(18)のように変形できる。

$$\begin{aligned} &\int_0^T \left\{ \sum_{j=1}^n \{(c_{ejj} - c_{jj})\dot{u}_j + k_{ejj} \cdot u_j\} - \sum_{s=1}^m k_s b_{is} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \right\} \{v\} dt = \{0\} \\ \Leftrightarrow &\int_0^T \left\{ \{kc_i\} \{v\}^T - \sum_{s=1}^m k_s b_{is} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \right\} \{v\} dt = \{0\} \\ \Leftrightarrow &\{kc_i\} [V] = \int_0^T \left\{ \sum_{s=1}^m k_s b_{is} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \right\} \{v\} dt \\ \Leftrightarrow &\{kc_i\} = \int_0^T \left\{ \sum_{s=1}^m k_s b_{is} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \right\} \{v\} dt \cdot [V]^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

となる。

ただし、

$$\{v\} = \{u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_n \quad \dot{u}_1 \quad \dot{u}_2 \quad \dots \quad \dot{u}_n\} \quad (19)$$

$$\{kc_i\} = \{k_{ei1} \quad k_{ei2} \quad \dots \quad k_{ein} \quad (c_{ei1} - c_{i1}) \quad (c_{ei2} - c_{i2}) \quad \dots \quad (c_{ein} - c_{in})\} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} [V] &= \{v\}^T \{v\} \\ &= \begin{bmatrix} u_1 \cdot u_1 & u_1 \cdot u_2 & \dots & u_1 \cdot u_n & \dot{u}_1 \cdot \dot{u}_1 & \dot{u}_1 \cdot \dot{u}_2 & \dots & \dot{u}_1 \cdot \dot{u}_n \\ u_2 \cdot u_1 & u_2 \cdot u_2 & & & \dot{u}_2 \cdot \dot{u}_1 & \dot{u}_2 \cdot \dot{u}_2 & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & & \ddots & \\ u_n \cdot u_1 & & & u_n \cdot u_n & \dot{u}_n \cdot \dot{u}_1 & & & u_n \cdot \dot{u}_n \\ \dot{u}_1 \cdot u_1 & \dot{u}_1 \cdot u_2 & \dots & \dot{u}_1 \cdot u_n & \dot{u}_1 \cdot \dot{u}_1 & \dot{u}_1 \cdot \dot{u}_2 & \dots & \dot{u}_1 \cdot \dot{u}_n \\ \dot{u}_2 \cdot u_1 & \dot{u}_2 \cdot u_2 & & & \dot{u}_2 \cdot \dot{u}_1 & \dot{u}_2 \cdot \dot{u}_2 & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & & \ddots & \\ \dot{u}_n \cdot u_1 & & & \dot{u}_n \cdot u_n & \dot{u}_n \cdot \dot{u}_1 & & & \dot{u}_n \cdot \dot{u}_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、式(11)の運動方程式の解が近似的に式(22)で表されるものと仮定する。これは、誤差項 $\{\varepsilon\}$ を無視したことによる。

$$\{u\} = \{\delta_1 \cos(pt - \varphi_1) \quad \delta_2 \cos(pt - \varphi_2) \quad \dots \quad \delta_n \cos(pt - \varphi_n)\}^T \quad (22)$$

この式(22)が成立する時、式(18)を $\{kc_i\}$ について解く。式(21)の各要素を計算すると、

$$\begin{aligned} \int_0^T u_i u_j dt &= \delta_i \delta_j \int_0^T \cos(pt - \varphi_i) \cos(pt - \varphi_j) dt \\ &= \frac{\delta_i \delta_j \pi}{p} \cos(\varphi_i - \varphi_j) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \int_0^T \dot{u}_i \dot{u}_j dt &= \delta_i \delta_j p^2 \int_0^T \sin(pt - \varphi_i) \sin(pt - \varphi_j) dt \\ &= \delta_i \delta_j p \pi \cos(\varphi_i - \varphi_j) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \int_0^T u_i \dot{u}_j dt &= -\delta_i \delta_j p \int_0^T \cos(pt - \varphi_i) \sin(pt - \varphi_j) dt \\ &= -\delta_i \delta_j p \sin(\varphi_i - \varphi_j) \end{aligned} \quad (25)$$

より、式(21)は次式で表すことができる。

$$[V] = \frac{\pi}{p} \begin{bmatrix} [V_1] & [V_2] \\ -[V_2] & p^2 [V_1] \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$[V_1] = \begin{bmatrix} \delta_1^2 & \delta_1 \delta_2 \cos \varphi_{12} & \dots & \delta_1 \delta_n \cos \varphi_{1n} \\ \delta_2 \delta_1 \cos \varphi_{21} & \delta_2^2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \delta_n \delta_1 \cos \varphi_{n1} & & & \delta_n^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[V_2] = \begin{bmatrix} 0 & -p\delta_1\delta_2 \sin \varphi_{12} & \cdots & -p\delta_1\delta_n \sin \varphi_{1n} \\ -p\delta_2\delta_1 \sin \varphi_{21} & 0 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ -p\delta_n\delta_1 \sin \varphi_{n1} & & & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

ただし, $\varphi_{ij} = \varphi_i - \varphi_j$ ($i = 1 \dots n$) ($j = 1 \dots n$) である.

また, 式(18)の右辺の一部は次式のように整理できる.

$$\begin{aligned} & \int_0^T \left\{ \sum_{s=1}^m k_{\cdot s} b_{i \cdot s} q \left(\sum_{j=1}^n a_j \cdot u_j \right) \right\} \{v\} dt \\ &= \sum_{s=1}^m \left[k_{\cdot s} b_{i \cdot s} \int_0^T q \left(\sum_{j=1}^n \delta_j \cos(pt - \varphi_j) \right) \{v\} dt \right] \end{aligned} \quad (29)$$

ただし,

$$\begin{aligned} {}_s\delta &= \sqrt{\left(\sum_{j=1}^n {}_s a_j \cdot \delta_j \cos \varphi_j \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^n {}_s a_j \cdot \delta_j \sin \varphi_j \right)^2} \\ &= \sqrt{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n {}_s a_i \cdot {}_s a_j \cdot \delta_i \cdot \delta_j \cos(\varphi_i - \varphi_j)} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\cos {}_s\varphi = \frac{\sum_{j=1}^n {}_s a_j \cdot \delta_j \cos \varphi_j}{{}_s\delta} = \frac{1}{{}_s\delta} \begin{Bmatrix} {}_s a_1 & {}_s a_2 & \cdots & {}_s a_n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \cos \varphi_1 \\ \delta_2 \cos \varphi_2 \\ \vdots \\ \delta_n \cos \varphi_n \end{Bmatrix} \quad (31)$$

$$\sin {}_s\varphi = \frac{\sum_{j=1}^n {}_s a_j \cdot \delta_j \sin \varphi_j}{{}_s\delta} = \frac{1}{{}_s\delta} \begin{Bmatrix} {}_s a_1 & {}_s a_2 & \cdots & {}_s a_n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \sin \varphi_1 \\ \delta_2 \sin \varphi_2 \\ \vdots \\ \delta_n \sin \varphi_n \end{Bmatrix} \quad (32)$$

である. ここで

$${}_s\varphi_j = \varphi_j - {}_s\varphi \quad (j = 1 \dots n)$$

$${}_s\theta = pt - {}_s\varphi$$

とおくと,

$$\begin{aligned} & \int_0^T {}_s q \left(\sum_{j=1}^n \delta_j \cos(pt - \varphi_j) \right) \{v\} dt \\ &= \frac{1}{p} \int_0^T {}_s q \left(\sum_{j=1}^n \delta_j \cos {}_s\theta \right) \begin{Bmatrix} \delta_1 \cos({}_s\theta - {}_s\varphi_1) \\ \delta_2 \cos({}_s\theta - {}_s\varphi_2) \\ \vdots \\ \delta_n \cos({}_s\theta - {}_s\varphi_n) \\ -p\delta_1 \sin({}_s\theta - {}_s\varphi_1) \\ -p\delta_2 \sin({}_s\theta - {}_s\varphi_2) \\ \vdots \\ -p\delta_n \sin({}_s\theta - {}_s\varphi_n) \end{Bmatrix}^T dt \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{p} {}_s A_c \begin{Bmatrix} \delta_1 \cos {}_s\varphi_1 \\ \delta_2 \cos {}_s\varphi_2 \\ \vdots \\ \delta_n \cos {}_s\varphi_n \\ p\delta_1 \sin {}_s\varphi_1 \\ p\delta_2 \sin {}_s\varphi_2 \\ \vdots \\ p\delta_n \sin {}_s\varphi_n \end{Bmatrix}^T + \frac{1}{p} {}_s A_s \begin{Bmatrix} \delta_1 \sin {}_s\varphi_1 \\ \delta_2 \sin {}_s\varphi_2 \\ \vdots \\ \delta_n \sin {}_s\varphi_n \\ -p\delta_1 \cos {}_s\varphi_1 \\ -p\delta_2 \cos {}_s\varphi_2 \\ \vdots \\ -p\delta_n \cos {}_s\varphi_n \end{Bmatrix}^T \end{aligned} \quad (35)$$

となる. ただし,

$${}_s A_c = \int_0^{2\pi} \{ {}_s q({}_s\delta \cos {}_s\theta) \cos {}_s\theta \} d {}_s\theta \quad (36)$$

$${}_s A_s = \int_0^{2\pi} \{ {}_s q({}_s\delta \cos {}_s\theta) \sin {}_s\theta \} d {}_s\theta \quad (37)$$

である. ここで,

$$\begin{aligned} \cos {}_s\varphi_j &= \cos(\varphi_j - {}_s\varphi) \\ &= \frac{\delta_j}{{}_s\delta} \left\{ \cos \varphi_j \left(\sum_{h=1}^n {}_s a_h \cdot \delta_h \cos \varphi_h \right) + \sin \varphi_j \left(\sum_{h=1}^n {}_s a_h \cdot \delta_h \sin \varphi_h \right) \right\} \\ &= \frac{\delta_j}{{}_s\delta} \left[\begin{Bmatrix} {}_s a_1 \\ {}_s a_2 \\ \vdots \\ {}_s a_n \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \delta_1 \cos \varphi_1 \\ \delta_2 \cos \varphi_2 \\ \vdots \\ \delta_n \cos \varphi_n \end{Bmatrix} \cos \varphi_j + \begin{Bmatrix} {}_s a_1 \\ {}_s a_2 \\ \vdots \\ {}_s a_n \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \delta_1 \sin \varphi_1 \\ \delta_2 \sin \varphi_2 \\ \vdots \\ \delta_n \sin \varphi_n \end{Bmatrix} \sin \varphi_j \right] \end{aligned}$$

であるので,

$$\{\delta_1 \cos {}_s\varphi_1 \quad \delta_2 \cos {}_s\varphi_2 \quad \cdots \quad \delta_n \cos {}_s\varphi_n\} = \frac{1}{{}_s\delta} \begin{Bmatrix} {}_s a_1 & {}_s a_2 & \cdots & {}_s a_n \end{Bmatrix} [V_1] \quad (38)$$

となる. 同様に,

$$\begin{aligned} \sin {}_s\varphi_j &= \sin(\varphi_j - {}_s\varphi) \\ &= \frac{\delta_j}{{}_s\delta} \left\{ \sin \varphi_j \left(\sum_{h=1}^n {}_s a_h \cdot \delta_h \cos \varphi_h \right) - \cos \varphi_j \left(\sum_{h=1}^n {}_s a_h \cdot \delta_h \sin \varphi_h \right) \right\} \\ &= \frac{\delta_j}{{}_s\delta} \left[\begin{Bmatrix} {}_s a_1 \\ {}_s a_2 \\ \vdots \\ {}_s a_n \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \delta_1 \cos \varphi_1 \\ \delta_2 \cos \varphi_2 \\ \vdots \\ \delta_n \cos \varphi_n \end{Bmatrix} \sin \varphi_j - \begin{Bmatrix} {}_s a_1 \\ {}_s a_2 \\ \vdots \\ {}_s a_n \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \delta_1 \sin \varphi_1 \\ \delta_2 \sin \varphi_2 \\ \vdots \\ \delta_n \sin \varphi_n \end{Bmatrix} \cos \varphi_j \right] \end{aligned}$$

より,

$$\{\delta_1 \sin {}_s\varphi_1 \quad \delta_2 \sin {}_s\varphi_2 \quad \cdots \quad \delta_n \sin {}_s\varphi_n\} = \frac{1}{{}_s\delta} \begin{Bmatrix} {}_s a_1 & {}_s a_2 & \cdots & {}_s a_n \end{Bmatrix} [V_2] \quad (39)$$

となる. ここで式(38), 式(39)を式(35)に代入すると,

$$\begin{aligned} & \int_0^T {}_s q \left(\sum_{j=1}^n \delta_j \cos(pt - \varphi_j) \right) \{v\} dt \\ &= \frac{1}{p} \begin{Bmatrix} {}_s A_c \begin{Bmatrix} {}_s a_1 \\ {}_s a_2 \\ \vdots \\ {}_s a_n \end{Bmatrix}^T & -\frac{{}_s A_s}{p} \begin{Bmatrix} {}_s a_1 \\ {}_s a_2 \\ \vdots \\ {}_s a_n \end{Bmatrix}^T \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} [V_1] & [V_2] \\ -[V_2] & p^2 [V_1] \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{{}_s\delta\pi} \left[\begin{Bmatrix} {}_s a_1 \cdot {}_s A_c & {}_s a_2 \cdot {}_s A_c & \cdots & {}_s a_n \cdot {}_s A_c \\ -\frac{{}_s a_1 \cdot {}_s A_s}{p} & -\frac{{}_s a_2 \cdot {}_s A_s}{p} & \cdots & -\frac{{}_s a_n \cdot {}_s A_s}{p} \end{Bmatrix} [V] \right] \end{aligned} \quad (40)$$

式(18)に式(29), 式(40)を代入すると, $\{kc_i\}$ は次の式で計算できる.

$$\{kc_i\} = \sum_{s=1}^m \frac{{}_s k_{\cdot s} b_{i \cdot s}}{{}_s\delta\pi} \begin{Bmatrix} {}_s a_1 \cdot {}_s A_c & {}_s a_2 \cdot {}_s A_c & \cdots & {}_s a_n \cdot {}_s A_c \\ -\frac{{}_s a_1 \cdot {}_s A_s}{p} & -\frac{{}_s a_2 \cdot {}_s A_s}{p} & \cdots & -\frac{{}_s a_n \cdot {}_s A_s}{p} \end{Bmatrix} \quad (41)$$

ここで各バネの等価剛性 ${}_s k_e$, 等価減衰係数 ${}_s c_e$ を次式で定義する.

$${}_s k_e = \frac{{}_s k}{{}_s\delta\pi} {}_s A_c = \frac{{}_s k}{{}_s\delta\pi} \int_0^{2\pi} \{ {}_s q({}_s\delta \cos {}_s\theta) \cos {}_s\theta \} d {}_s\theta \quad (42)$$

$${}_s c_e = -\frac{{}_s k}{{}_s\delta\pi} {}_s A_s = -\frac{{}_s k}{{}_s\delta\pi} \int_0^{2\pi} \{ {}_s q({}_s\delta \cos {}_s\theta) \sin {}_s\theta \} d {}_s\theta \quad (43)$$

式(41), 式(42), 式(43)より等価剛性マトリクス及び剛性マトリクスは次式で表すことができる.

$$[K_e] = \begin{Bmatrix} \sum_{s=1}^m {}_s a_1 \cdot b_{1 \cdot s} {}_s k_e & \sum_{s=1}^m {}_s a_2 \cdot b_{1 \cdot s} {}_s k_e & \cdots & \sum_{s=1}^m {}_s a_n \cdot b_{1 \cdot s} {}_s k_e \\ \sum_{s=1}^m {}_s a_1 \cdot b_{2 \cdot s} {}_s k_e & \sum_{s=1}^m {}_s a_2 \cdot b_{2 \cdot s} {}_s k_e & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \sum_{s=1}^m {}_s a_1 \cdot b_{n \cdot s} {}_s k_e & & & \sum_{s=1}^m {}_s a_n \cdot b_{n \cdot s} {}_s k_e \end{Bmatrix} \quad (44)$$

$$[C_e] = \begin{bmatrix} \sum_{s=1}^m a_{1s} b_{1s} c_e & \sum_{s=1}^m a_{2s} b_{1s} c_e & \cdots & \sum_{s=1}^m a_{ns} b_{1s} c_e \\ \sum_{s=1}^m a_{1s} b_{2s} c_e & \sum_{s=1}^m a_{2s} b_{2s} c_e & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \sum_{s=1}^m a_{1s} b_{ns} c_e & & & \sum_{s=1}^m a_{ns} b_{ns} c_e \end{bmatrix} + [C] \quad (45)$$

以上より、式(44)、式(45)より多自由度系の非線形等価剛性マトリクス及び非線形等価減衰マトリクスは、式(10)の弾性剛性マトリクス内の各バネの初期剛性を各バネの等価剛性 ${}_s k_e$ 、等価減衰係数 ${}_s c_e$ に置き換えることで計算できる。

3.2. 多自由度系モデルの等価線形化法の数値解析での検証

前節 3.1. の多自由度系モデルに拡張した等価線形化法の推定精度を検証するために、3次元非線形解析プログラムCANNY08²²⁾を用いて単層立体偏心構造物の数値解析を行った。ここで等価線形化法の推定精度とは、非線形の解析試験体と等価線形化した解析試験体における、時刻歴応答解析での最大応答変位の推定精度とし、その解析手順を以下に示す。

- (1) 非線形時刻歴応答解析を行い、各自由度の非線形最大応答変位 δ_{pi} ($i=1\dots n$)を得る。
- (2) (1)で得られた非線形最大応答変位 δ_{pi} から、多自由度系モデルに拡張した等価線形化法により、等価剛性マトリクス $[K_e]$ 及び等価減衰マトリクス $[C_e]$ を計算する。
- (3) (2)で得られた等価剛性マトリクス $[K_e]$ 及び等価減衰マトリクス $[C_e]$ を用いて線形時刻歴応答解析を行い、線形最大応答変位 δ_{ei} ($i=1\dots n$)を得る。
- (4) 変形を無次元化した δ_{ei}/δ_{pi} ($i=1\dots n$)を各自由度の推定精度とする。

また、入力地震波は 0.001(sec)刻みで離散化された周期 0.1~0.9(sec) (0.2(sec)刻み)の正弦波 5波とし、継続時間を 30.0(sec)とした。また、減衰マトリクスは 1次周期を基準とする初期剛性比例型とした。数値積分法には Newmark β 法 ($\beta=0.25$)を用いた。

図2 単層立体偏心構造物多自由度モデル

解析試験体は図2に示すような単層立体偏心構造物多自由度系モデルとする。解析モデルは、床及び梁を剛とするせん断系モデルを用いた。また、耐震要素としてX方向に弾塑性バネを平行に2つずつ配置した。同様に、Y方向には弾性バネを平行に2つずつ配置した。柱脚は完全固定とし、鉛直方向の伸縮は無視した。弾塑性バネの復元力特性は図1に示すような Normal Bi-linear 復元力特性 ($\gamma=0.01$)とした。P- Δ 効果は無視した。重心位置は正方形床スラブの中心位置である。座標系を重心位置とすると、各層の自由度は

図2に示すように3自由度である。

試験体パラメータは4つ設け、1つ目は、層の質量を変動させることで、X方向の純並進周期を 0.10(sec)~1.00(sec) (0.05(sec)刻み)で変動させた。2つ目は、X方向弾塑性バネの剛性を変動させることで、偏心距離を 0.05(m)~0.5(m) (0.05(m)刻み)で変動させた。3つ目は、X方向弾塑性バネの降伏強度を弾性時の応答せん断力に対する値の 40%~90% (10%刻み)で変動させることで、塑性率を変動させた。4つ目は、初期弾性時の粘性減衰定数を 1%, 2%, 3%, 5%の4種に変動させた。以上の各パラメータを変動させて、単層立体一軸偏心構造物多自由度系モデルを 4560 体作成した。また、全試験体において、一次固有周期がX方向の並進方向周期である。

図2で表される構造物では、変位ベクトル $\{u\}$ は式(46)で表され、係数 ${}_s a_i$ 及び ${}_s b_i$ は弾塑性バネ s の場所に従って式(47)で定義できる。

$$\{u\} = \{u_x \quad u_y \quad u_\theta\}^T \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \{{}_s a_1 \quad {}_s a_2 \quad {}_s a_3\} &= \{{}_s b_1 \quad {}_s b_2 \quad {}_s b_3\} \\ &= \begin{cases} \{1 & 0 & -{}_s I_y\} \\ \{0 & 1 & {}_s I_x\} \end{cases} \end{aligned} \quad \begin{matrix} (\text{バネ}sがのX方向バネの時) \\ (\text{バネ}sがのY方向バネの時) \end{matrix} \quad (47)$$

ただし、弾塑性バネ s の重心座標系におけるX座標を ${}_s I_x$ 、Y座標を ${}_s I_y$ とする。また、解析手順(2)における等価剛性マトリクス $[K_e]$ 及び等価減衰マトリクス $[C_e]$ は、式(44)、式(45)を用いて計算する。

3.3. 解析結果

解析結果として、3.1. 節の多自由度系モデルに拡張した等価線形化法の推定精度の度数分布図を図3に示す。グラフにおける横軸は非線形応答変位 δ_e と線形応答変位 δ_p の検定比 δ_e/δ_p を表しており、縦軸は度数を表している。検討方向は一軸偏心構造物のため、Y方向を無視し、X方向及び θ 方向の2方向とした。

図3 X方向 推定精度

図4 θ方向 推定精度

図5 X方向 変位応答結果

図3、図4を見ると、X方向及び θ 方向の推定精度 δ_e/δ_p の度数分

布は 1.0 を中心に良好に分布している。ここで、特に推定精度の悪い試験体の X 方向の変位応答結果を図 5 に示す。

図 5 は非線形試験体の定常調和応答時の変位応答結果及び、式(22)で近似した変位関数を示している。図 5 に見られるように、非線形応答結果が一方方向に偏ったケースでは、式(22)で近似した変位関数では近似できていない。すなわち、式(11)の運動方程式の解を近似的に式(22)で定義したことによる誤差により、等価線形化法としての推定誤差が発生する。しかし、図 3、図 4 より X 方向及び θ 方向とも 70%以上の試験体が推定誤差 ± 0.05 の範囲に収まっており、数値解析により 3.1. 節の多自由度系モデルに拡張した等価線形化法が高い推定精度を持つことが確認できた。

4. MEL 法及び SMEL 法の提案

3 章で示した等価線形化法は定常調和応答時の等価線形化法である。そこで本章では、ランダム応答時の多自由度系モデルの等価線形化法として MEL 法及び SMEL 法の等価線形化法を提案する。

4.1. MEL 法の提案

文献 23)では、図 1 に示すような Bi-linear 型復元力特性をもつ 1 自由度系モデルにおいて、式(7)で計算する等価剛性 K_e を最大点割線剛性による等価剛性で置き換え、等価粘性減衰定数 h_e を定常調和応答の共振時における 1 サイクルの履歴減衰と一致するように式(48)で計算する手法が紹介されている。

$$h_e = \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu} \right) + h \quad (48)$$

ただし、 μ は塑性率、 h は初期弾性時粘性減衰定数である。図 6 で示すように塑性率の小さな範囲で一致することから、式(7)で計算する等価剛性 K_e は最大点割線剛性による等価剛性で近似できる。MEL 法における等価剛性マトリクスは、式(44)中の k_e を式(30)で計算される δ の最大点割線剛性で置き換え、式(44)を用いて計算する。

図 6 計算法の違いによる等価剛性の比較

また、式(48)はあくまで定常調和応答の共振時における等価粘性減衰定数であり、ランダム応答では履歴消費エネルギーが小さくなることから、式(49)のように低減した計算式を用いた。等価減衰マトリクスは式(49)の等価粘性減衰定数を用いて式(50)により計算する。

$$h_e = 0.20 \left(1 - \frac{1}{\mu_{\max}} \right) + h \quad (49)$$

$$[C_e] = \frac{2h_e}{1\omega_e} [K_e] \quad (50)$$

ただし、 $\mu_{\max}$ は各パネの塑性率のうち最大のもの、 h は初期弾性時粘性減衰定数、 $1\omega_e$ は等価剛性マトリクスによる固有値解析により計算された 1 次固有振動数である。

4.2. SMEL 法の提案

MEL 法をより簡便化するために、簡略化多自由度系等価線形化 (Simplified Multi degree of freedom Equivalent Linearization) 法 (以降 SMEL 法と称す) を提案する。これは、振れ応答を含めた構造物の応答が単一の立体モード形で表せると仮定すると、各自由度の位相 φ の値は一致することから、式(30)を変形し各パネの最大点 δ を次式(51)で定義するものである。すなわち SMEL 法では、等価剛性マトリクスは、式(44)中の k_e を式(51)で定義する δ の最大点割線剛性で置き換え、式(44)を用いて計算する。等価減衰マトリクスは、MEL 法と同様に式(49)式(50)を用いて計算する。

$${}_s\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i \cdot {}_s a_j \cdot \delta_i \cdot \delta_j} = \sum_{j=1}^n {}_s a_j \cdot \delta_j \quad (51)$$

4.3. 数値解析での検証

MEL 法及び SMEL 法の推定精度を検証するため、3 章の単層立体偏心構造物多自由度系モデルを用いて数値解析を行った。解析方法及び解析条件は 3 章と同様である。ただし、解析手順(2)における $[K_e]$ 及び $[C_e]$ の計算方法は、MEL 法では 3.1. 節の方法を、SMEL 法では 3.2. 節の方法を用いた。また、本章では入力地震波を El Centro NS 波、Hachinohe EW 波、Kobe NS 波、告示波の 4 種類とし、X 方向に最大加速度 100gal に基準化したものを入力した。

ランダム応答における等価線形化法は、定常調和応答と比べばらつきが大きくなり推定精度が悪くなる。これはランダム応答における本質的な現象であり 1 自由度系モデルであっても同様である。そこで、本研究では MEL 法及び SMEL 法の推定精度を、1 自由度系モデルの等価線形化法の推定精度と比較する。これは、等価線形化法を多自由度系に拡張した際に発生する推定精度と、等価線形化法が本来持つ推定精度を区別するためである。

そこで、単層立体偏心構造物多自由度系モデルと比較することを目的として、図 7 に示すような非線形 1 自由度系モデルについても解析を行った。パラメータを 0.10(sec)~1.00(sec)で変動させた固有周期、弾性時の応答せん断力に対する値の 40%~90%で変動させた弾塑性パネの降伏強度、1%~5%に変動させた初期弾性時の粘性減衰定数の 3 点とし、456 体の試験体を作成した。解析条件及び解析方法は 3 章と同様であるが、解析手順(2)における等価剛性 K_e は最大点割線剛性を用い、等価減衰定数は式(49)により計算した。入力地震波は単層立体偏心構造物多自由度系モデルと同様のものを用いた。解析結果として推定精度の度数分布図を図 8 に示す。

図 8 に示すように、 δ_e/δ_p の度数分布は、多少のばらつきはあるものの 1.0 を中心に分布しており、安全率を適切に設定することで、構造物の設計法に利用するには十分な推定精度だといえる。

図 7 1 自由度系モデル

図 8 SDOF 推定精度

4.4. 解析結果

解析結果として、単層立体偏心構造物多自由度モデルの MEL 法、及び SMEL 法の推定精度の度数分布図を図 9、図 10 に示す。

検討方向は X 方向及び θ 方向の 2 方向とした。グラフには、推定精度の比較のために図 8 で示した 1 自由度系モデルの推定精度の度数分布図を SDOF として示している。

図 9 より、MEL 法の検定比は、X 方向及び θ 方向共に 1.0 を中心に分布し、1 自由度系モデルとの分布図とほぼ一致している。このことから、MEL 法は従来の 1 自由度系モデルの等価線形化法と同等の推定精度を持ち、等価線形化法を 1 自由度系モデルから多自由度系モデルに拡張したことによる推定精度の低下は見られなかったことがわかる。図 10 を見ると、SMEL 法 X 方向の検定比は 1.0 を中心

図 9 MEL 法 推定精度

図 10 SMEL 法 推定精度

図 11 非線形応答変位

図 12 水平力-水平変位関係

に分布し、1 自由度系モデルと同等の推定精度である。しかし、SMEL 法 θ 方向の検定比は 1.3 を中心に分布し、1 自由度系モデルと比較すると精度が低下し、応答を過大評価してしまう結果となった。

ここで、特に推定精度の悪い試験体の事例 Case1, Case2 を紹介する。Case1 試験体は、X 方向の純並進周期 0.35(sec)、偏心距離 0.30(m) 降伏強度 40%、初期粘性減衰定数 1% のモデルに El Centro NS 波を入力した試験体であり、MEL 法において推定精度の悪かったものである。MEL 法による検定比は X 方向で 1.85、 θ 方向で 1.51 である。Case1 試験体の X 方向及び θ 方向の非線形応答変位を図 11 に示す。また、X 方向弾塑性バネの非線形時刻歴応答解析及び MEL 法による線形時刻歴応答解析の水平力-水平変位関係を図 12 に示す。この時、剛性の大きいバネを剛構面、小さいバネを柔構面と称した。

図 13 非線形応答変位

図 14 水平力-水平変位関係 (MEL 法)

図 15 水平力-水平変位関係 (SMEL 法)

図 16 SMEL 法のパネの最大変位推定法

図 11 に示すように、Case1 の非線形応答変位は特に X 方向変位において正の方向に大きく偏っている。また図 12 に示すように、MEL 法によって非線形応答の水平力-水平関係を近似することができていない。これは、3 章で示したように本来等価線形化法が正負対称の調和定常調和応答を仮定しているために、Case1 のように応答が一方向に偏るケースでは精度が悪くなるのが原因である。

Case2 試験体は、X 方向の純並進周期 0.65(sec)、偏心距離 0.20(m) 降伏強度 60%、初期粘性減衰定数 3%のモデルに告示波を入力した試験体であり、SMEL 法では精度が悪く、MEL 法で精度の良かったものである。SMEL 法による検定比は X 方向で 1.06、 θ 方向で 1.66 である。一方、MEL 法の検定比は X 方向及び θ 方向で 1.00 であった。Case2 試験体の X 方向及び θ 方向の時刻歴応答変位に図 13 に示す。また、MEL 法及び非線形応答の X 方向弾塑性パネの水平力-水平変位関係を図 14 に、SMEL 法及び非線形応答を図 15 に示す。

図 13 に示す◆◇はそれぞれ、X 方向及び θ 方向の最大変位を記録したポイントを表している。このポイントを見ると両方向の最大応答変位の記録される時刻が一致していない。また、図 14 で示した MEL 法では、非線形応答の水平力-水平関係を近似することができているが、図 15 で示した MEL 法では、柔構面での非線形応答を過大評価されたため等価剛性は小さく、剛構面では非線形応答が過小評価されたために、剛構面は塑性化していないと計算されている。

SMEL 法では各パネの最大応答変位を図 16 で示すような重心位置の最大応答変位を用いて推定する。しかし、高次モードの影響により図 13 に示すように重心位置の各方向最大応答変位の記録される時刻が一致しないため、実際の非線形時刻歴応答解析による各パネの最大応答変位は SMEL 法で計算された値とは異なる。すなわち柔構面ではパネの応答変位が大きく計算され、剛構面では小さく計算される。そのために、SMEL 法は θ 方向の応答変位を過大評価する傾向が見られた。

5. まとめ

本論文では、Caughey の最小二乗法を用いた等価線形化法を拡張し、MEL 法及び SMEL 法を提案した。また、数値解析によりこれらの等価線形化法の推定精度の検討を行った結果、次の知見を得た。

- (1) 多自由度系モデルにおいて、等価剛性マトリクスは各パネの等価剛性を用いて式(44)で計算することができ、同様に等価減衰マトリクスは各パネの等価減衰係数を用いて式(45)で計算することができる。
- (2) 単層立体偏心構造物多自由度系モデルの定常調和応答の数値解析により、多自由度系モデルに拡張した等価線形化法の妥当性を証明した。
- (3) 各パネの最大点から計算する多自由度系等価線形化法 (MEL 法) を提案した。また、構造物の最大応答の同時性を考えることで最大応答変位ベクトル $\{u\}$ により計算する簡略化多自由度系等価線形化法 (SMEL 法) を提案した。
- (4) MEL 法に関して単層立体偏心構造物多自由度系モデルの時刻歴地震応答解析を行い、MEL 法の推定精度が 1 自由度系モデルの等価線形化法と同等の推定精度ということを確認し、MEL 法の妥当性を証明した。
- (5) SMEL 法に関して単層立体偏心構造物多自由度系モデルの時

刻歴地震応答解析を行ったところ、偏心構造物のような高次モードが無視できない構造物では各パネの最大変位の同時性が成立せず、SMEL 法の推定精度は悪いことが観測された。このことから、等価剛性マトリクスを作成するには各パネの最大点を正しく評価できる MEL 法を用いる必要がある。

参考文献

- 1) Caughey, T.K. : Sinusoidal Excitation of a System with Bilinear Hysteresis, Journal of Applied Mechanics, pp. 640-643, Dec. 1960
- 2) Caughey, T.K. : Equivalent Linearization Techniques, Journal of the Acoustical Society of America, Vol.35, No.11, pp. 1706-1711, Nov. 1963
- 3) 小豆畑達哉, 高橋徹, 引地健彦, 尾崎昌凡: 強震を受ける1層偏心構造物の弾塑性変形応答に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第465号, pp.45-52, 1994.11
- 4) 島崎大, 秋山宏: 振れを伴う多層構造物の最適強度分布と損傷分布, 日本建築学会構造系論文集, 第518号, pp.25-32, 1999.4
- 5) 大網浩一, 村上雅也: 単層一軸偏心線形系の地震応答における動的振れ効果の指標, 日本建築学会構造系論文集, 第521号, pp.25-32, 1999.7
- 6) 藤井賢志, 中埜良昭, 真田靖士, 坂田弘安, 和田章: 等価 1 自由度系モデルによる単層 2 軸偏心建物の応答推定精度, 日本建築学会構造系論文集, 第596号, pp.101-108, 2005.10
- 7) 倉本洋, 三浦直之, 星龍典: 単層偏心建築物における等価 1 自由度系の地震応答特性と高次モード応答の予測, 日本建築学会構造系論文集, 第606号, pp.123-130, 2006.8
- 8) 星龍典, 倉本洋: 多層偏心建築物における等価 1 自由度系の地震応答特性と高次モード応答の予測, 日本建築学会構造系論文集, 第616号, pp.89-96, 2007.6
- 9) 星龍典, 倉本洋: 多層偏心建築物における各構面の地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第616号, pp.89-96, 2008.2
- 10) 吉川和秀, 岡野創, 小堀紀英: 高次モードを考慮した等価線形化法による単層偏心建物の地震応答評価, 日本建築学会構造系論文集, 第621号, pp.57-65, 2007.11
- 11) 小堀鐸二, 南井良一郎: 非定常ランダム応答の等価線形化法, 京大防災研究所年報, 第10号A, pp.1-26, 1967.3
- 12) T.S. Atalik and S. Utku: Stochastic Linerization of Multi-Degree-of-Freedom Systems, Earthquake Engineering and Structure Dynamics, Vol.14, pp. 411-420, 1976
- 13) 小堀鐸二, 南井良一郎, 浅野幸一郎: 履歴塑性変形領域における1質点構造物の定常ランダム応答について, 日本建築学会論文報告集, 第226号, pp.29-37, 1974.12
- 14) 浅野幸一郎: 履歴系の統計的等価線形化法, 日本建築学会論文報告集, 第335号, pp.10-14, 1984.1
- 15) 石丸辰治: 履歴系の統計的地震応答 その1パイリニア履歴系について, 日本建築学会論文報告集, 第265号, pp.71-80, 1978.3
- 16) Gulkan, P. and M. A. Sozen: Inelastic response of reinforced concrete structures to earthquake motions, Journal of the America Concrete Institute, Vol.71, No.12, pp. 604-610, Dec. 1974
- 17) 柴田明德: 等価線形系による非線形地震応答の解析に関する一考察, 東北大学建築学報, 第16号, pp. 27-39, 1975年
- 18) Shibata, A. and M.A. Sozen: Substitute Structure Method for Seismic Design in R/C, Proc. ASCE, Vol.102, No. ST1, Jan. 1976
- 19) 笠井和彦, 伊藤浩資, 渡辺厚: 等価線形化手法による一質点弾塑性構造の最大応答予測法, 日本建築学会構造系論文集, 第571号, pp. 53-62, 2003.9
- 20) 島崎和司: 等価線形化法を利用した応答変位推定式による構造特性係数 D_s の評価, 日本建築学会構造系論文集, 第516号, pp.51-57, 1999.2
- 21) 中村友紀子, 壁谷澤寿海: 等価減衰を考慮したスペクトルによる応答の推定, 構造工学論文集, Vol.44B, pp.313-318, 1998
- 22) Kangning Li : CANNY08 (<http://members.shaw.ca/CannyNAS>)
- 23) 柴田明德: 最新耐震構造解析<第2版>, 森北出版, 2003.5

(2008年5月10日原稿受理, 2008年10月15日採用決定)