液状化地盤において杭頭回転拘束を受ける鋼管杭の曲げ座屈応力度

BUCKLING STRESS OF SLENDER PILES WITH ROTATIONAL RESTRAINT AT THE PILE HEAD IN LIQUEFIED SOIL

木村 祥裕^{*1}, 時松 孝次^{*2}

Yoshihiro KIMURA and Kohji TOKIMATSU

In our previous paper, the possibility of flexural buckling of slender piles in liquefied soil was presented, and then the boundary conditions are assumed to be ideal such as pinned or fixed end. The rotational deformation of the pile heads is, however, restrained by the footing beams in the real structures. Therefore, the boundary condition should be assumed to be arbitrary rotational spring.

In this paper, flexural buckling behavior of the steel piles with rotational spring in the liquefied soil during earthquakes is clarified, and the buckling stress of piles with the soil-pile interaction is estimated by the design codes using modified equivalent slenderness ratio.

Keywords: Liquefaction, Steel Pile, Rotational Spring Rigidity, Coefficient of Subgrade Reaction, Flexible Buckling Stress

液状化, 鋼管杭, 回転ばね剛性, 地盤反力係数, 曲げ座屈応力度

1. 序

地震時に地盤が液状化した場合、地盤による杭基礎への水平変形拘束は急激に低下する。このような地盤による水平変形拘束の低減は上屋構造に対して基礎構造の相対的な保有性能の低下を招き、設計時とは異なる損傷メカニズムを形成する可能性がある。液状化地盤における過去の地震被害では、杭頭及び杭地中部での損傷が数多く見られたことから、建築学会等では液状化地盤における基礎構造の力学性能を把握し、その設計法について提言している¹⁾。その多くは杭が水平外力もしくは地盤による強制変形を受ける場合の杭頭等の局所的な損傷に対する終局耐力評価である。しかし、上屋構造による自重、慣性力により生じる曲げモーメントに伴う偶力や上屋構造の曲げ変形に伴う $P-\Delta$ 効果の付加曲げモーメントによる偶力が杭に圧縮荷重として作用した場合、液状化層厚が 10~20m で細長比が 60~120 の杭では曲げ座屈を生じる可能性がある²⁾³⁾⁴⁾。著者らはこのような杭に圧縮荷重のみが作用した場合でも、曲げ座屈を生じる可能性を指摘し、杭の座屈応力度評価式を提示してきた²⁾³⁾。その際、杭の曲げ座屈に対する杭頭支持条件を固定ローラ支持等の理想的な条件と仮定した。しかし、杭の曲げ抵抗と基礎梁の曲げ抵抗の割合によって杭頭の実支持条件は異なることから、杭頭は任意の回転剛性を有するばねに置き換える必要がある。

このような杭頭の実支持条件の違いが座屈荷重に及ぼす影響を検討した研究⁵⁾⁶⁾はこれまでに見受けられるが、ピンもしくは固定支持といった理想条件下のみを対象とした杭の弾性固有値問題であり、

地盤及び杭の非線形性は考慮されておらず、弾塑性座屈挙動は解明されていない。

本論文では、液状化地盤において基礎梁により杭頭の回転拘束を受ける鋼管杭の弾塑性曲げ座屈性状について検討する。最初にエネルギー法を用いた変分原理により、杭頭及び杭下端の支持条件をピン及び固定支持とした場合の鋼管杭の座屈荷重式を誘導する。その際、地盤の水平変形拘束を考慮し、地盤反力係数及びその分布、杭長等が座屈荷重に及ぼす影響を検討する。さらに、杭頭回転拘束度が座屈荷重に及ぼす影響についても同様の方法で座屈荷重式を誘導し、回転拘束度と座屈荷重上昇率との関係を明らかにする。これらの座屈荷重式から地盤による水平変形拘束、基礎梁による杭頭回転拘束を受ける鋼管杭の曲げ座屈荷重式を近似的に求める。さらに、このような杭の弾性固有値解析及び地盤と杭の非線形挙動を考慮した弾塑性大変形解析を行い、その妥当性を検証する。最後に、現行の鋼構造設計規準¹⁾や鋼構造限界状態設計指針・同解説¹²⁾における圧縮材の規定を準用することで、液状化地盤において杭頭の回転拘束度を考慮した杭の曲げ座屈応力度を把握する。

2. 液状化地盤において杭頭回転拘束を受ける鋼管杭の弾性曲げ座屈荷重

本章では、エネルギー法を用いた変分原理及び弾性固有値解析によって、上屋構造の水平移動及び基礎梁による杭頭回転拘束の影響を考慮した杭の弾性曲げ座屈荷重を把握する。

*1 長崎大学工学部構造工学科 教授・博士(工学)

*2 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻 教授・工博

Prof., Dept. of Structural Engineering, Faculty of Eng., Nagasaki University, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Architecture and Building Engineering, Graduate School of Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

2. 1 鋼管杭の弾性曲げ座屈に対する 仮定条件

液状化地盤における鋼管杭の弾性座屈荷重式の誘導、弾性固有値解析を行うにあたり、文献 1)、2)を元に次の仮定を用いる。

1)杭は単杭とする。

2)杭に作用する荷重は鉛直荷重のみとし、水平荷重は無視する。これは、上屋構造による自重、慣性力により生じる曲げモーメントに伴う偶力や上屋構造の曲げ変形に伴う $P-\Delta$ 効果の付加曲げモーメントによる偶力が杭に圧縮荷重として作用した場合、圧縮荷重のみでも曲げ座屈を生じる可能性があるためである。

3)液状化層は表層と下部の非液状化層に挟まれているものとし、杭頭から杭下端までの範囲で杭長 l に等しいものとする。ただし、非液状化層への根入れ部分については杭下端の支持条件として 4) のように仮定する。地盤反力係数を図 1 に示すような水平変位に比例した反力をもつ弾性ばねに置換する。そして、杭中央に作用する単位長さ・杭幅当たりの地盤反力係数は次式とする。

$$K_c = k_{hl} B (\text{MN/m}^2) \quad (1)$$

$$k_{hl} = 80 E_0 B^{-\frac{3}{4}} (\text{MN/m}^3) \quad (2)$$

ここで、 k_{hl} は文献 10) に示される地盤反力係数である。本解析で用いる K_c の値は表 1 に示すように 0.01, 0.1, 1 MN/m² である。これは、非液状化時の地盤反力係数に対して、1/1000～1/10 に低下した場合を想定している²³⁾。

4)杭の材端支持条件は図 1 に示すように杭頭で任意のばね剛性 K_θ を有する回転ばねとし、杭下端でピン支持及び固定支持とする。

5)地盤反力係数は図 1(a), (b) に示すように深度方向に (i) 等分布、(ii) 三角形分布とし、次式とする²³⁾。

$$(i) \text{ 等分布} \quad K_c(x) = K_c \quad (3)$$

$$(ii) \text{ 三角形分布} \quad K_c(x) = \frac{2K_c}{l}(l-x) \quad (4)$$

2. 2 理想的材端支持条件下における鋼管杭の弾性座屈荷重式の誘導

地盤により水平変形拘束を受ける杭が曲げ座屈するときの最小ポテンシャルエネルギー式は次式となる⁷⁾。

$$U = \int_0^l (EI u''^2 - P u'^2 + K_c u^2) dx \quad (5)$$

ここで、 EI : 杭の曲げ剛性、 P : 鉛直荷重、 K_c : 地盤反力係数である。また、 u は座屈変形であり、座屈時のポテンシャルエネルギーが最小で材端支持条件を満たす簡略的な関数とする。杭頭回転拘束を受ける杭の場合、さらに(5)式に回転ばね抵抗の項を加えたものとなり、座屈荷重式の誘導は煩雑となる。そこで、ピンもしくは固定支持における杭の弾性座屈荷重式に回転ばね剛性による座屈荷重の変化分を考慮することで、杭頭回転拘束を受ける杭の座屈荷重式を提示する。

文献 3)で算定した杭頭固定ローラ、杭頭ピンローラで下端ピン支

図 1 鉛直荷重を受ける鋼管杭の材端支持条件及び地盤による水平変位拘束

持の場合の座屈荷重式は以下の(A-1), (B-1)のように求められる。

(A-1) 杭頭固定ローラ・下端ピン支持の場合

文献 3)では図 1(a), (b)に示すような地盤反力係数分布の場合、(5)式の座屈変形 u を $\sin l/4$ 波と仮定して(5)式を変分し釣合方程式を求めている。そのとき、座屈荷重は次式となる。

(i) 等分布[図 1(a)]

$$P_{cr-flx} = \left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 EI + \left(\frac{2l}{\pi}\right)^2 K_c \quad (l \leq 0.5\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (6) \text{ [文献 2) (7)(8)式]}$$

(ii) 三角形分布[図 1(b)]

$$P_{cr-flx} = \left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 EI + \left(\frac{2l}{\pi}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{2l}{\pi}\right)\right\} K_c \quad (7) \text{ [同(7)(9)式]}$$

$$(l \leq 0.57\pi \sqrt[4]{EI/K_c})$$

ただし、(6), (7)式は 1 次モードが卓越する場合であり、杭の細長比が小さい場合を対象としている。適用範囲は(6), (7)式中に示す通りである。上記以外の範囲についてはより簡便で実用的な近似式を提示している。

地盤反力係数分布が等分布の場合、極小値となるときの l よりも大きい範囲については(6)式の座屈荷重の極小値である次式を下限値として用いる。

(i) 等分布[図 1(a)]

$$P_{cr-flx} = 2\sqrt{EIK_c} \quad (l \geq 0.5\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (8) \text{ [同(13)式]}$$

三角形分布の場合、同様に極小値までは(7)式の座屈荷重式を用い、()内の範囲については座屈荷重式の極小値である次式を用いる。

(ii) 三角形分布[図 1(b)]

$$P_{cr-flx} = \frac{\pi}{2} \sqrt{EIK_c} \quad (0.57\pi \sqrt[4]{EI/K_c} \leq l \leq 1.32\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (9) \text{ [同(14)式]}$$

さらに上記以外の範囲では、次式を用いて座屈荷重を近似している。

$$P_{cr-flx} = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI \left\{1 + \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \sqrt{\frac{K_c}{EI}}\right\} \quad (l \geq 1.32\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (10) \text{ [同(15)式]}$$

(B-1) 杭頭ピンローラ・下端ピン支持の場合

文献 3)では図 1(a), (b)に示す地盤反力係数分布の場合、(5)式の座屈変形 u を次式で仮定している。

$$u = a \sin \frac{\pi}{l} x + b \frac{1}{l} x \quad (11)$$

(11)式の第二項は地盤反力係数が 0 の場合における杭の剛体変形を示している。(5)式を変分し釣合方程式を求めると、座屈荷重は次式となる。

(i) 等分布[図 1 (a)]

$$P_{cr-pin} = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \frac{EI}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{\pi^2}\right) \frac{K_c l^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\left\{\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{\pi^2}\right) K_c l^2\right\}^2 - 4X_1} \quad (12) \text{ [同(11)式]}$$

$$[X_1 = \frac{K_c l^2}{3} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI + (K_c l)^2 \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \left\{\frac{1}{3} - 2\left(\frac{l}{\pi}\right)^2\right\}], \quad (l \leq 1.23\pi \sqrt[4]{EI/K_c})$$

(ii) 三角形分布[図 1 (b)]

$$P_{cr-pin} = \frac{K_c l^2}{12} + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \frac{EI}{2} + \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \frac{K_c}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\left\{\frac{K_c l^2}{6} + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI + \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 K_c\right\}^2 - 4X_2} \quad (13) \text{ [同(12)式]}$$

$$[X_2 = \frac{K_c \pi^2}{6} EI + \frac{(K_c l^2)^2}{6\pi^2} - 128 \frac{(K_c l^2)^2}{\pi^8}], \quad (l \leq 1.45\pi \sqrt[4]{EI/K_c})$$

また、上記以外の適用範囲については、(A-1)の場合と同様の方法でそれぞれの地盤反力係数分布に応じた近似式を提示している。

(i) 等分布[図 1 (a)]

$$P_{cr-pin} = \sqrt{EIK_c} \quad (l \geq 1.25\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (14) \text{ [同(16)式]}$$

(ii) 三角形分布[図 1 (b)]

$$P_{cr-pin} = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI \left\{\frac{2}{3} + \left(\frac{l}{2\pi}\right)^2 \sqrt{K_c/EI}\right\} \quad (l \geq 1.45\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (15) \text{ [同(17)式]}$$

本論文では、さらに材端支持条件が杭頭固定ローラ、杭頭ピンローラで下端固定支持の場合について座屈荷重式を誘導する。

(A-2) 杭頭固定ローラ-下端固定支持の場合

杭頭固定ローラの場合、図 1(a), (b)の地盤反力係数分布における座屈変形 u を次式のように仮定する。

$$u = a(1 - \cos \frac{n\pi x}{l}) + b(1 - \cos \frac{2n\pi x}{l}) \quad (16)$$

(5)式を変分し釣合方程式を求めると次式となる。

(i) 等分布[図 1 (a)]

$$P_{cr-fix} = \frac{5}{8} \{4\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI + 3\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 K_c\} - \frac{1}{8} \sqrt{25\{4\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI + 3\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 K_c\}^2 - 16X_3} \quad (17)$$

$$[X_3 = 16\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 (EI)^2 + 51EIK_c + 5\left(\frac{l}{\pi}\right)^4 K_c^2]$$

(ii) 三角形分布[図 1 (b)]

$$P_{cr-fix} = \frac{1}{8} \{20\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI + 15\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 K_c - 64\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \left(\frac{1}{\pi}\right)^2\} - \frac{1}{8} \sqrt{\{20\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI + 15\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 K_c - 64\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \left(\frac{1}{\pi}\right)^2\}^2 - 16X_4} \quad (18)$$

$$[X_4 = 16\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 (EI)^2 + \{51 - 256\left(\frac{1}{\pi}\right)^2\}EIK_c + \{5 - \frac{204}{9}\left(\frac{1}{\pi}\right)^2 - \frac{1024}{81}\left(\frac{1}{\pi}\right)^2\}\left(\frac{l}{\pi}\right)^4 K_c^2]$$

また、上記以外の適用範囲については、(A-1)の場合と同様の方法でそれぞれの地盤反力係数分布に応じた近似式を提示する。

(i) 等分布[図 1 (a)]

$$P_{cr-pin} = \sqrt{5EIK_c} \quad (l \geq 1.7\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (19)$$

(ii) 三角形分布[図 1 (b)]

$$P_{cr-pin} = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 EI \left\{\frac{6}{5} + \frac{7}{6}\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \sqrt{K_c/EI}\right\} \quad (l \geq 0.63\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (20)$$

(B-2) 杭頭ピンローラ-下端固定支持の場合

杭頭ピンローラの場合、図 1(a), (b)の地盤反力係数分布に対応する(5)式の座屈変形 u として、近似的に次式で仮定する。

$$u = a(2\sin \frac{n\pi x}{l} - \sin 2\sin \frac{2n\pi x}{l}) + b(1 - \cos \frac{n\pi x}{2l}) \quad (21)$$

(5)式を変分し釣合方程式を求めると、次式となる。

(i) 等分布[図 1 (a)]

$$P_{cr-pin} = \frac{1}{(2 - \frac{256}{225\pi^2})} \{X_5 - \sqrt{X_5^2 - (4 - \frac{512}{225\pi^2})X_6}\} \quad (22)$$

$$\left[\begin{aligned} X_5 &= \left(\frac{11}{4} + \frac{64}{225\pi^2}\right)\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI + \left(\frac{101}{8} - \frac{32}{\pi} - \frac{1264}{225\pi^2}\right)\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 K_c \\ X_6 &= \left(\frac{5}{8} - \frac{8}{225\pi^2}\right)\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 (EI)^2 + \left(\frac{965}{32} - \frac{80}{\pi} + \frac{316}{225\pi^2}\right)EIK_c + \left(\frac{15}{2} - \frac{20}{\pi} - \frac{6241}{550\pi^2}\right)\left(\frac{l}{\pi}\right)^4 K_c^2 \end{aligned} \right]$$

(ii) 三角形分布[図 1 (b)]

$$P_{cr-pin} = \frac{1}{(1 - \frac{128}{225\pi^2})} \{X_7 - \sqrt{X_7^2 - (2 - \frac{256}{225\pi^2})X_8}\} \quad (23)$$

$$\left[\begin{aligned} X_7 &= \left(\frac{11}{8} + \frac{32}{225\pi^2}\right)\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI + \left(\frac{101}{16} + \frac{32}{\pi} - \frac{15264}{225\pi^2} + \frac{26624}{3375\pi^2}\right)\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 K_c \\ X_8 &= \left(\frac{5}{16} - \frac{4}{225\pi^2}\right)\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 (EI)^2 + \left(\frac{3845}{64} - \frac{320}{\pi} + \frac{126666}{225\pi^2} + \frac{6656}{3375\pi^3}\right)EIK_c \\ &\quad + \left(15 + \frac{80}{\pi} - \frac{57587}{225\pi^2} - \frac{255488}{3375\pi^3} + \frac{17391104}{50625\pi^4}\right)\left(\frac{l}{\pi}\right)^4 K_c^2 \end{aligned} \right]$$

また、上記以外の適用範囲については、(A-1)の場合と同様の方法でそれぞれの地盤反力係数分布に応じた近似式を提示する。

(i) 等分布[図 1 (a)]

$$P_{cr-pin} = \sqrt{EIK_c} \quad (l \geq 1.8\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (24)$$

(ii) 三角形分布[図 1 (b)]

$$P_{cr-pin} = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 EI \left\{\frac{6}{5} + \frac{7}{6}\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \sqrt{K_c/EI}\right\} \quad (l \geq 0.81\pi \sqrt[4]{EI/K_c}) \quad (25)$$

2. 3 杭頭回転拘束を受ける鋼管杭の弾性曲げ座屈荷重式の誘導

前節の結果を元に基礎梁等により杭頭で任意の回転拘束を受ける鋼管杭の弾性座屈荷重式をエネルギー法により算出する。最初に、材端回転拘束を受ける部材が座屈するときのエネルギー式を次式に示す。

$$U = \int_0^l (EIu''^2 - Pu'^2)dx + \frac{1}{2} K_\theta u^2 \Big|_{x=l} \quad (26)$$

ここで、 EI : 杭の曲げ剛性、 P : 鉛直荷重、 K_θ : 杭頭回転ばね剛性である。本節で対象とする材端支持条件は以下の2種類である。

(C) 上端回転ばねローラ-下端ピン支持の場合

回転ばね剛性によって上端の支持条件がピンから固定となるように、座屈変形 u を次式で仮定する。

$$u = a \sin \frac{\pi x}{2l} + b \frac{x}{l} \quad (27)$$

(27)式の第二項は(11)式と同様、地盤反力係数が0の場合における剛体変形を示している。(27)式を(26)式に代入して、変分し釣合方程式を求めると、上端回転ばねローラ-下端ピン支持の弾性座屈荷重式は次式となる。

$$P_{cr} = \frac{EI}{4} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \left\{ \frac{1 + \frac{4K_\theta}{EI} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 - \sqrt{\{1 + \frac{4K_\theta}{EI} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 - \frac{16K_\theta}{EI} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \{1 - \frac{8}{l^2} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2\}}}{2\{1 - \frac{8}{l^2} \left(\frac{l}{\pi}\right)^2\}} \right\} \quad (28)$$

(D) 上端回転ばねローラー下端固定支持の場合

回転ばね剛性によって上端の支持条件がピンから固定となるように、座屈変形 u を次式で仮定する。

$$u = a(1 - \cos \frac{\pi x}{2l}) + b(1 - \cos \frac{\pi x}{l}) \quad (29)$$

(29)式を(28)式に代入して、変分し釣合方程式を求めると、上端回転ばねローラー下端固定支持の弾性座屈荷重式は次式となる。

$$P_{cr0} = EI \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \frac{\left\{ \frac{K_\theta}{EI} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 + \frac{5l}{8} - \frac{16l}{9\pi^2} \right\}}{2 \left(\frac{1}{2} - \frac{32}{9\pi^2} \right)} \quad (30)$$

$$\sqrt{\frac{\left\{ \frac{K_\theta}{EI} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 + \frac{5l}{8} - \frac{16l}{9\pi^2} \right\}^2 - 4l \left(\frac{1}{2} - \frac{32}{9\pi^2} \right) \left\{ \frac{K_\theta}{EI} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 + \frac{l}{8} - \frac{2l}{9\pi^2} \right\}}{2 \left(\frac{1}{2} - \frac{32}{9\pi^2} \right)}}$$

2. 4 鋼管杭の弾性曲げ座屈荷重に及ぼす杭頭回転ばね剛性の影響

前節の座屈荷重上昇率及び座屈荷重式の妥当性を検証するために、弾性固有値解析を行う。その際、2. 1 節の 1)~5)の仮定に加え、以下の仮定を設ける。

- 1)杭モデルを材長方向に 50 分割した線要素とし、地盤を水平変位に対するばね要素とする。
- 2)ばね要素の軸剛性 k は(2)式の地盤反力係数 k_{h1} に鋼管径 B 及びばね要素間の距離 d を乗じたものとする。

また、(28)、(30)式を用いて上端ばね拘束を受ける部材の弾性座屈荷重上昇率を定める。(28)、(30)式において $K_\theta=0$ のとき P_{cr0} は上端がピンローラーの弾性座屈荷重となる。また、 $K_\theta=\infty$ のとき P_{cr0} は上端が固定ローラーの弾性座屈荷重となる。 $K_\theta=\infty$ のときの上端固定ローラーの弾性座屈荷重を $P_{cr0-fix}$ 、 $K_\theta=0$ のときの上端ピンローラーの弾性座屈荷重を $P_{cr0-pin}$ とすると、上端ピンローラーの場合に対する上端回転ばね拘束を受ける部材の弾性座屈荷重上昇率 τ は次式で表される。

$$\tau = \frac{P_{cr0} - P_{cr0-pin}}{P_{cr0-fix} - P_{cr0-pin}} \quad (31)$$

(31)式の $P_{cr0-fix}$ に(6)~(10)式もしくは(17)~(20)式の杭頭固定ローラーにおける杭の弾性座屈荷重を、 $P_{cr0-pin}$ に(12)~(15)式もしくは(22)~(25)式の杭頭ピンローラーにおける杭の弾性座屈荷重を代入することで、 τ を地盤による水平変形拘束を受ける杭の弾性座屈荷重に対する杭頭ばねの拘束効果の指標として用いる。

図 2 及び図 3 に弾性座屈荷重上昇率－杭頭回転ばね剛性関係を示す。縦軸は(31)式による弾性座屈荷重上昇率 τ である。横軸は回転ばね剛性 K_θ と材長に対する曲げ剛性 EI/l の比率であり、回転ばね剛性比である。各線は(31)式による杭頭ばねローラーの杭の

図 2 弾性座屈荷重上昇率－杭頭回転ばね剛性関係 (杭頭回転ばねローラー下端ピン支持)

図 3 弾性座屈荷重上昇率－杭頭回転ばね剛性関係 (杭頭回転ばねローラー下端固定支持)

図 4 杭頭に任意の異なる回転ばね剛性を有する杭の弾性座屈応力度 (杭頭回転ばねローラー下端ピン支持)

図 5 杭頭に任意の異なる回転ばね剛性を有する杭の弾性座屈応力度 (杭頭回転ばねローラー下端固定支持)

弾性座屈荷重上昇率を細長比ごとに示したものであり、地盤による水平変形拘束がない場合としている。各プロットは図1(a), (b)の地盤反力係数分布で $K_e=0.01, 0.1, 1\text{MN/m}^2$ の杭の弾性固有値解析結果であり、(31)式より換算されている。 λ は杭の細長比であり、杭長 l を杭の断面二次半径 i で除したものである。 $\tau=0$ は杭頭ピンローラ、 $\tau=1$ は杭頭固定ローラの杭の座屈荷重を示している。地盤反力係数分布及び細長比の違いに関わらず、(31)式の弾性座屈荷重上昇率と数値解析結果は概ね対応している。すなわち、杭頭回転拘束による弾性座屈荷重の上昇率に対して、地盤による水平変形拘束の影響は小さい。

図4及び図5に杭頭回転ばね剛性が異なる杭の弾性座屈応力度を示す。縦軸は弾性座屈荷重 P_{cr} を鋼管断面積 A で除した弾性曲げ座屈応力度 σ_{cr} 、横軸は杭の細長比 λ である。杭頭回転ばねによる座屈荷重上昇率は地盤反力係数に関わらず、上限を杭頭固定ローラ、下限を杭頭ピンローラとした τ で表される。杭頭ばねローラの杭の弾性座屈荷重は(31)式の弾性座屈荷重上昇率により次式で示される。

$$P_{cr} = (P_{cr\text{-fix}} - P_{cr\text{-pin}})\tau + P_{cr\text{-pin}} \quad (32)$$

ここで、 $P_{cr\text{-fix}}$ は(6)～(10)式もしくは(17)～(20)式の杭頭固定ローラの杭の弾性座屈荷重であり、 $P_{cr\text{-pin}}$ は(12)～(15)式もしくは(22)～(25)式の杭頭ピンローラの杭の弾性座屈荷重である。各線は任意の回転ばね剛性をもつ杭の弾性座屈荷重の近似式として、(32)式より求められる。近似式と数値解析結果はよく対応しており、杭頭に任意の回転ばね剛性を有する杭の弾性座屈応力度は(32)式で概ね評価できる。また、図4(a)(b)で杭頭ばね剛性が大きい場合、 $\lambda \geq 50$ では座屈応力度は概ね一定となる。しかし、杭頭ばね剛性が小さい場合、座屈モードは極大値、極小値前後で異なり、座屈長さ $l_b=2l$ の杭頭固定ローラの座屈モードから杭頭ピンローラの座屈モード、さらには $l_b=l$ となる高次モードへと移行していく。

3. 液状化地盤において杭頭回転拘束を受ける鋼管杭の弾塑性曲げ座屈性状

本章では、杭の材料特性及び地盤反力－変位関係の非線形性が杭頭回転拘束を受ける鋼管杭の弾塑性座屈性状及び弾塑性曲げ座屈荷重に及ぼす影響を明らかにする。

3. 1 解析概要

図6に解析モデルを示す。解析モデルは前章と同様であるが、ここでは杭の幾何学的非線形性及び材料非線形性、地盤の非線形性を考慮している。弾塑性大変形解析では、通常の鋼構造圧縮部材と同様、鋼管杭の製作誤差や施工誤差を初期不整として与える。杭の初期不整は文献8)を参考にして、弾性固有値解析から得られる1次、2次モードを元に sine 関数もしくは直線で表し、最大値を $l/1000, l/5000$ としている。鋼管の応力歪関係は図7に示す Round House 型であり、文献9)の引張試験結果を元にモデル化されている。また、鋼管杭の各節点にトラス要素を配置することで地盤反力係数を表現している。トラス要素は水平方向の地盤反力のみ伝達するものとする。地盤反力－水平変位関係は図8に示すとおりである。ここで、横軸は地盤の水平変位、縦軸は地盤反力であり、基準変位 y_1 及び基準反力 p_1 で無次元化している。その際、地盤の非線形性を考慮するため、地盤反力－水平変位関係が建築基礎構造設計指針¹⁰⁾の設計式で示され

図7 鋼材の材料特性

図6 地盤による水平変位拘束を受ける杭の弾塑性解析モデル

図8 地盤反力－水平変位関係

る非弾性地盤と、 K_e が一定の弾性地盤について検討する。非弾性地盤では、基準値 $(y/y_1, p/p_1)=(1,1)$ における割線剛性を K_e としている。また、地盤反力係数分布は前章で用いた等分布、三角形分布とし、地盤反力係数 K_e の値は $0.01, 0.1, 1\text{MN/m}^2$ としている。

3. 2 液状化地盤において回転拘束を受ける鋼管杭の弾塑性曲げ座屈性状

(i) 杭下端支持条件の違い

図9(a)～(d)に非弾性地盤において下端支持条件が異なる杭の弾塑性曲げ座屈性状を回転ばね剛性 $K_\theta=1 \times 10^5 \text{kN} \cdot \text{cm/rad}$ 、杭細長比 $\lambda=60$ について示している。使用した地盤反力係数分布は三角形分布である。

図9(a)に示す杭の平均軸応力－平均軸歪関係において、縦軸は杭に作用する鉛直荷重 P を鋼管断面積 A で除した平均軸応力 σ_a とし、横軸は杭頭の鉛直変位を材長 l で除した平均軸歪 ϵ_a を百分率(%)としている。 $K_e=0.1(\text{MN/m}^2)$ の場合、杭下端の支持条件によって座屈応力度は異なり、ピン支持の場合に比べて固定支持の場合、2倍以上となっている。しかし、 $K_e=1\text{MN/m}^2$ の場合、杭下端の支持条件によらず、座屈応力度はほぼ等しい。これは、三角形分布で地盤反力係数が大きい場合、地盤が杭下端部で回転変形を拘束するためである。しかし、最大荷重後の劣化勾配はピン支持の場合の方が急激である。これは、杭下端の回転拘束に寄与していた地盤が水平変位の増加に伴い、剛性を低下させることで座屈発生後に増加するモーメントを負担できなくなったためである。

図9(b)に示す水平変位－平均軸歪関係において、縦軸は杭で最大となる水平変位 y を材長 l で除したものである。図中の $\triangleleft$ は座屈発生に伴い、水平変位が急激に増加する点である。地盤反力係数が大きいほど、座屈発生は抑制されている。 $K_e=1\text{MN/m}^2$ の場合、杭下端支持条件によらず座屈発生時の鉛直変位は等しいものの、ピン支持の場合、地盤による杭下端での回転変形拘束は水平変位の増加とともに低下していくことから、座屈発生後の水平変形の増加量は著しくなっている。

図9(c)に示す最大荷重時における杭の水平変形分布において、縦

(a) 平均軸応力ー平均軸歪関係

(b) 水平変位ー平均軸歪関係

(c) 水平変形 (d) 曲げモーメント

図 9 杭下端支持条件が異なる鋼管杭の弾塑性曲げ座屈性状

(a) 平均軸応力ー平均軸歪関係

(b) 水平変位ー平均軸歪関係

(c) 水平変形 (d) 曲げモーメント

図 10 非弾性地盤において回転ばね剛性が異なる鋼管杭の弾塑性曲げ座屈性状

(a) 平均軸応力ー平均軸歪関係

(b) 水平変位ー平均軸歪関係

(c) 水平変形 (d) 曲げモーメント

図 11 弾性座屈荷重が等しい鋼管杭の弾塑性曲げ座屈性状

軸は杭の材長方向の位置 x を材長 l で除したものとし、横軸は各位置における水平変位 y を材長 l で除したものとしている。また、図 9(d) に示す最大荷重時における杭の曲げモーメント分布において、横軸は各位置における作用モーメントとしている。最大作用モーメントは、杭下端が固定支持で地盤反力係数が大きい $K_c=1\text{MN/m}^2$ の場合には杭下端で生じており、下端ピン支持で地盤反力係数が小さい $K_c=0.1\text{MN/m}^2$ の場合には杭中央部で生じている。杭下端の支持条件により最大モーメントとなる位置が異なっている。

(ii) 回転ばね剛性の違い

図 10(a)～(d) に非弾性地盤において杭頭回転剛性が異なる鋼管杭の弾塑性曲げ座屈性状を地盤反力係数 $K_c=0.1\text{MN/m}^2$ 、杭細長比 $\lambda=60$ について示している。使用した地盤反力係数分布は等分布である。

図 10(a) に示す杭の平均軸応力ー平均軸歪関係では、回転ばね剛性が大きくなるにつれて座屈応力度は高くなっている。杭頭回転ばねを有する杭の座屈応力度は、回転ばね剛性 $K_\theta=1.0\times 10^4\text{kN}\cdot\text{cm/rad}$ の場合、杭頭ピンローラの座屈応力度に概ね等しくなり、 $K_\theta=1.0\times 10^9\text{kN}\cdot\text{cm/rad}$ の場合、杭頭固定ローラの座屈応力度に等しくなっている。

図 10(b) に示す水平変位ー平均軸歪関係では、回転ばね剛性が大き

くなるにつれて、つまり杭頭の固定度が固定に近づくにつれて座屈発生が抑制されている。

図 10(c) に示す最大荷重時における杭の水平変形分布では、回転ばね剛性の大きさによらず、杭頭での水平変位がほぼ等しい。弾性座屈から非弾性座屈する細長比が等しい杭の場合、鉛直荷重と水平変形に伴う P-Δ 効果による曲げモーメントを支持できる限界変形量は、杭頭ばね剛性によらず材長 l に対する座屈時の最大水平変位 y で $2/1000\sim 3/1000$ となっている²⁾³⁾。

図 10(d) に示す最大荷重時における杭の曲げモーメント分布では、杭頭ばね剛性が大きいほど杭頭の曲げモーメントは大きいものの、杭下端の曲げモーメントの大きさはほぼ等しい。また、等地盤反力係数分布では、杭頭の曲げモーメントが大きい杭頭固定ローラや大きな回転ばね剛性の場合、杭頭と杭下端のモーメントの大きさはほぼ等しい。すなわち、座屈時に杭に生じる最大曲げモーメントの大きさは杭頭回転ばね剛性によらないことが分かる。

(iii) 弾性座屈荷重が等しい杭の非弾性座屈性状の相違

図 11(a)～(d) に 2.3 節より求められる弾性座屈荷重が等しい杭の座屈性状を、杭下端支持条件が固定支持の場合について示している。使用した地盤反力係数分布は三角形分布である。解析対象は、

地盤が弾性及び非弾性で地盤反力係数 $K_c=1\text{MN/m}^2$ 、杭細長比 $\lambda=60$ 、杭頭回転ばね剛性 $K_\theta=3.0 \times 10^9 \text{kN} \cdot \text{cm/rad}$ の場合 (①, ②), 地盤が非弾性で $K_c=0.1\text{MN/m}^2$, $\lambda=60$, $K_\theta=1.0 \times 10^9 \text{kN} \cdot \text{cm/rad}$ の場合 (③), 及び地盤が非弾性で $K_c=1\text{MN/m}^2$, $\lambda=120$, $K_\theta=1.0 \times 10^9 \text{kN} \cdot \text{cm/rad}$ の場合 (④) である。

図 11(a)に示す杭の平均軸応力-平均軸歪関係では、弾性地盤である①の場合、最大耐力は最も高く、最大耐力後の耐力低下も緩やかになっている。非弾性地盤である②の場合、最大耐力は弾性地盤の場合と概ね等しいものの、耐力低下は著しくなっている。②に対して地盤反力係数が小さく、杭頭回転剛性が大きい③の場合、最大耐力は最も低い。②に対して細長比が大きく、杭頭回転剛性が大きい④の場合、最大耐力は②と概ね等しいものの、耐力低下は最も著しくなっている。弾性座屈荷重が等しい杭でも、地盤条件及び杭支持条件、細長比の組み合わせによって杭の最大耐力及び耐力劣化勾配は異なっている。

図 11(b)に示す水平変位-平均軸歪関係では、最大耐力が最も低い③で早期に水平変位が増大しており、また耐力低下の著しい④で座屈時の水平変位が急激に増加している。

図 11(c)に示す最大荷重時における杭の水平変形分布、及び図 11(d)に示す最大荷重時における杭の曲げモーメント分布では、弾性地盤である①の場合、最大荷重時の杭頭水平変位、杭頭作用モーメントが最も大きくなっている。これは、座屈発生後も弾性地盤-杭系が座屈変形に対して粘り強く抵抗し、急激な剛性低下を生じないためである。

図 12に杭の弾塑性座屈荷重と最大作用曲げモーメント関係を、(a)最大荷重時及び(b)平均軸歪 $\varepsilon_s=0.2\%$ について示す。縦軸は軸降伏荷重 P_y に対する杭の最大荷重 P_{max} の比、横軸は杭の全塑性モーメント M_p に対する最大作用モーメント M の比である。各プロットは杭細長比 $\lambda=30 \sim 120$ 、地盤反力係数値 $K_c=0.01 \sim 1.0\text{MN/m}^2$ の弾塑性大変形解析結果である。

図 12(a)の最大荷重時では、 $P_{max}/P_y \geq 0.4$ の杭の作用曲げモーメントは小さくなっている。弾性地盤では $P_{max}/P_y=0.1$ の杭で最大 $M/M_p=0.6$ にまで達しているが、非弾性地盤では $P_{max}/P_y=0.4$ の杭で最大 $M/M_p=0.4$ 程度となっている。また、非弾性地盤に比べて弾性地盤の場合に曲げモーメントは高くなっている。これは、図 11 で示したように弾性地盤-杭系では最大荷重に至るまで、ある程度の水平変形及び曲げモーメントを許容できるためである。

図 12(b)の平均軸歪 $\varepsilon_s=0.2\%$ 時では、 $P_{max}/P_y \geq 0.9$ の杭で作用曲げモーメントはほとんど生じていない。しかし、 $P_{max}/P_y=0.3 \sim 0.8$ の杭では $M/M_p=0.8$ にまで達しており、軸力の影響を考慮すると、 $\varepsilon_s=0.2\%$ 時でほとんどの杭は全断面降伏状態となっている。また、杭頭回転ばね剛性が小さい一部の非弾性地盤の杭で曲げモーメントはほとんど生じていない。

図 12 杭の座屈荷重と最大作用モーメント

4. 液状化地盤において杭頭回転拘束を受ける鋼管杭の弾塑性曲げ座屈評価

3. 2 節で杭頭回転拘束を受ける杭の曲げ座屈においても文献 1)と同様、地盤反力-水平変位関係の非線形性を考慮した場合、弾性地盤に比べて杭の弾塑性曲げ座屈応力度は低下することが明らかにされた。本章では、液状化地盤において杭頭回転拘束を受ける鋼管杭が曲げ座屈する場合の弾塑性曲げ座屈応力度を地盤の非線形性を考慮して評価する。さらに、鋼構造限界状態設計指針・同解説¹¹⁾、鋼構造設計規準¹²⁾における圧縮材の耐力規定を準用する可能性を検討する。

4. 1 地盤反力係数の非線形性を考慮した低減係数評価

図 13 に杭下端支持条件がピン支持及び固定支持で地盤反力係数分布が等分布及び三角形分布の場合について、地盤の非線形性が杭の弾塑性座屈応力度に及ぼす影響を示す。縦軸は降伏応力度 σ_y 対

図 13 杭頭回転剛性及び地盤反力係数分布の違いが弾塑性曲げ座屈応力度に及ぼす影響

する非弾性地盤における杭の曲げ座屈応力度 $ps\sigma_{cr}$ の割合である。横軸は降伏応力度 σ_y に対する弾性地盤における杭の曲げ座屈応力度 $es\sigma_{cr}$ の割合である。各プロットは杭細長比 $\lambda=30\sim120$ 、地盤反力係数値 $K_c=0.01\sim1.0\text{MN/m}^2$ の弾塑性大変形解析結果である。

杭頭ばねローラー下端ピン支持の場合では、地盤反力が一定の弾性地盤の場合に比べて非弾性地盤の場合の座屈応力度は最大で35%程度の低下が見られた。杭頭ばねローラー下端固定支持の場合では、最大で25%程度の低下が見られた。さらに $es\sigma_{cr}/\sigma_y=0.1\sim0.9$ の広い範囲で全プロットが $ps\sigma_{cr}/\sigma_y=es\sigma_{cr}/\sigma_y$ の線よりも右によっている。すなわち、縦軸である非弾性地盤における杭の曲げ座屈応力度は横軸である弾性地盤の場合に比べて低下している。これらのことから、地盤反力係数分布の非線形性が杭の材端支持条件及び地盤反力係数分布によらず座屈応力度を低下させることが分かる。3.1 節では非弾性地盤の地盤反力係数 K_c を図8の基準値 $(y/y_1, p/p_1)=(1,1)$ における割線剛性と定義した。しかし、3.2 節の図9(b)～図11(b)において鋼管杭が座屈するときの最大水平変位は $y/y_1=0.002l\sim0.003l$ であり、3.1 節で仮定した非弾性地盤の地盤反力係数と座屈時の地盤反力係数は異なっている。すなわち、図8の地盤反力-変位関係では水平変位の増加とともに割線剛性が低下していくことから、杭の座屈発生時における水平変位が基準値よりも大きくなれば、非弾性地盤の地盤反力係数が弾性地盤の場合より相対的に小さくなってしまふ²³⁾。このことは、非弾性地盤における K_c を地盤水平変位に対する非線形性を考慮した関数として再評価する必要があることを示唆している。

そこで、文献1)と同様、図8のような非弾性地盤における地盤反力-水平変位関係において、座屈発生時に最大となる水平変位を $y/l=0.002$ と仮定する。そのときの水平地盤変位 y/y_1 における割線剛性を K'_c とすると、 K'_c に対する K_c の比、すなわち地盤剛性の見かけ上の低下率 χ は杭長を用いて次のように近似できる。

$$\chi = \sqrt{l_0/l} \quad (33)$$

ここで、 l は杭長、 l_0 は $y/y_1=1$ となる500cmである。

水平変位の増加に伴う地盤反力係数の低下を考慮して、 K_c に(33)式の低下率 χ を乗じた修正値 K'_c を座屈荷重式に代入することで、非弾性地盤における杭の座屈荷重が求められる。

4. 2 液状化地盤において杭頭回転拘束を受ける鋼管杭の弾塑性曲げ座屈評価

図14に3章での弾塑性大変形解析による鋼管杭の弾塑性座屈応力度と限界状態設計指針、鋼構造設計規準による座屈曲線との比較を示す。材端支持条件はそれぞれ杭頭ばねローラー下端ピン支持及び固定支持である。各プロットは杭細長比 $\lambda=30\sim120$ 、地盤反力係数値 $K_c=0.01\sim1.0\text{MN/m}^2$ の弾塑性大変形解析結果である。縦軸は曲げ座屈応力度 σ_{cr} を降伏応力度 σ_y で除したものである。横軸は一般化細長比 λ_c である。杭の一般化細長比は弾性座屈荷重 P_{cr} に対する降伏荷重 P_y の割合として次式で表される²³⁾。

$$\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cr}} \quad (34)$$

ここで、 P_{cr} は(32)式より求められる。また、非弾性地盤の座屈荷重 P_{cr} を算定する際には、 K_c の代わりに(33)式の低下率 χ を乗じた修正値 K'_c を用いる。

図 14 液状化地盤において鉛直荷重を受ける鋼管杭の弾塑性曲げ座屈応力度と設計式との比較

杭下端の支持条件がピン支持、固定支持によらず、一般化細長比 $\lambda_c \geq e\lambda_c$ ($\sigma_{cr}/\sigma_y \leq 0.6$) の範囲で弾性座屈する杭が多く存在しており、地盤の液状化に伴い、より小さい鉛直荷重で杭が曲げ座屈を生じる可能性を示している。

数値解析結果は概ね鋼構造限界状態設計指針・同解説¹¹⁾の設計式を下限値として上回っており、鋼構造設計規準¹²⁾の設計式に対応している。このことから、液状化地盤において杭頭で回転拘束を受ける杭の曲げ座屈応力度は(34)式を用いることで、通常の圧縮材と同様、座屈応力度の下限値として鋼構造限界状態設計指針・同解説¹¹⁾の設計式を準用できる。

5. 結

本論文で得られた結果を以下に示す。

- 1) エネルギー法及び弾性固有値解析により、杭支持条件、地盤反力係数及びその分布の違いを考慮した杭の弾性曲げ座屈荷重を新たに(17)～(20)、(22)～(25)式に示した。
- 2) 1)の結果及び文献2)を元にして、基礎梁により杭頭で回転拘束を受ける杭の弾性座屈荷重式を(32)式に示した。杭頭回転ばね剛性が高いほど杭の弾性曲げ座屈荷重は上昇することを明らかにした。
- 3) 杭頭回転ばね剛性が大きいほど、杭の弾塑性座屈荷重は上昇するものの、座屈時の最大水平変位は概ね等しくなっている。また、弾性座屈荷重が等しい杭を比較した場合、弾塑性座屈荷重は概ね等しいものの、座屈後の劣化勾配は弾性地盤の場合で最も緩やかとなり、非弾性地盤で細長比が大きい場合で最も急激となっている。
- 4) 液状化地盤において回転拘束を受ける杭の曲げ座屈応力度は、(34)式の一般化細長比より概ね鋼構造設計規準¹²⁾の座屈設計式に対応することが示された。そのため、現行の設計規準¹²⁾及び設計指針¹¹⁾における圧縮材の規定を準用することで、このような杭の座屈応力度を評価できる。

謝辞

数値解析結果については長崎大学工学部構造工学科・野田将司君の卒業論文の成果である。ここに感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 日本建築学会基礎構造運営委員会：液状化地盤における基礎設計の考え方，1998.9
- 2) 木村祥裕，時松孝次：液状化地盤において鉛直荷重を受ける鋼管単杭の曲げ座屈応力度，日本建築学会構造系論文集，第 595 号，pp.73-78,2005.9
- 3) 木村祥裕，時松孝次：液状化地盤において杭頭水平変位を伴う鋼管単杭の曲げ座屈応力度，日本建築学会構造系論文集，第 617 号，p169-175，2007.7
- 4) Bhattacharya S, Madabhushi SPG, Bolton MD : An alternative mechanism of pile

failure in liquefiable deposits during earthquakes, Geotechnique 54(3), pp.203-213, 2004.4

- 5) 三浦房紀，朱媛媛：地盤の側方変位を受けている単杭の座屈荷重に関する基礎的研究，土木学会論文集，pp.143～pp.153，2001.7
- 6) 三浦房紀，朱媛媛：液状化により地盤の側方変位を受けている単杭の座屈荷重に及ぼす杭頭境界条件の影響，土木学会論文集，pp.155～pp.164，2001.7
- 7) 長柱研究会：弾性安定要覧，コロナ社，1951
- 8) 日本建築学会：座屈に関する諸問題 2001，2001
- 9) 木村祥裕，小河利行，佐伯英一郎：製造方法の異なる冷間成形鋼管の局部座屈挙動，鋼構造論文集，第 8 巻第 29 号，pp.27～pp.34，2001.3
- 10) 日本建築学会：建築基礎構造設計指針，2001.10
- 11) 日本建築学会：鋼構造限界状態設計指針・同解説，1998.10
- 12) 日本建築学会：鋼構造設計規準・同解説，2005.9

(2008年9月10日原稿受理，2009年1月15日採用決定)