線形多自由度系の物理的パラメータの直接推定

可変振り子センサを用いた既存木造住宅の動特性同定法

DIRECT ESTIMATION OF PHYSICAL DYNAMICAL PARAMETERS
OF LINEAR MULTI DEGREE OF FREEDOM STRUCTURE

Identification of dynamic characteristics of existing wooden structure using variable pendulum sensor

古川 忠 稔*

Tadatoshi FURUKAWA

This paper introduces a new structural identification technique using Variable Pendulum Sensor (VPS) for seismic evaluation of existing wooden house. Shifting the swinging cycle of the pendulum duplicates the equations of motion of the structural system including VPS, and makes it possible to directly estimate physical dynamical parameters such as mass, stiffness, and damping coefficient of the structure. To evaluate the performance of VPS, a series of numerical analyses are conducted. Result of the analysis shows that VPS can successfully estimate the physical dynamical parameters of multi degree of freedom structural system.

Keywords : Structural Identification, Wooden house, Physical parameters, Variable pendulum sensor, Prediction error method

構造同定, 木造住宅, 物理的パラメータ, 可変振り子センサ, 予測誤差法

1. はじめに

地震時の建築物倒壊は、死傷者発生の最大要因であるだけでなく種々の被害拡大要因となる。そこで、兵庫県南部地震において甚大な被害が生じた戸建木造住宅の耐震化を促進するため、既存不適格となる木造住宅の耐震診断と補強が強く望まれている。木造住宅の耐震診断では、通常は目視検査と設計図面に基づいて一般診断法により現状の耐震性が評価される。その結果耐震性能が不十分と見なされた場合には、補強設計の為に一部破壊を伴う精密診断が行われ、補強方針の決定や補強設計が行われる。

しかし建設時から長期間が経過した既存木造住宅では、経年変化や劣化により、建設時点から特性が変動している可能性がある。また、建物各層の剛性や質量は非構造部材の影響などの不確定要素があり、積載荷重も実態と対応しているとは限らない。これら进行评估に取り込み、定量的に評価することは現行の耐震診断法ではかなり難しいと考えられる。そこで、既存木造住宅の現時点の特性や補強効果の評価の為に、微動観測や起振器を用いた振動実験が行われることがある^{1)~3)}。その場合、通常得られるのは各次モードの固有周期や減衰定数、モード形といったモードパラメータである。しかし、地震動により構造物が被災するかどうかの判断は、最大層間変形などの尺度であり、これを推定するにはモードパラメータだけでは十分とはいえない。さらに、他の構造形式と異なり屋根部に大きな質量を持つ木造住宅では、建物に作用する外力を想定するためにも質量分布を精度良く推定することが重要である。したがって、既存木造住宅の現状の耐震性を評価し、これに基づいて耐震診断や補強設計を行うためには、建物各層の層剛性や質量といった物理的パラメ

ターを精度良く推定することが重要となってくる。例えば、建物各層の質量が直接推定可能であれば、一般診断法・精密診断法において必要耐力の算定根拠となる固定荷重と積載荷重の和について建物の現状を反映させることが可能となる。また、加振器による振動応答レベルという制約はあるものの、建物各層の剛性や偏心率を推定できれば、精密診断時に算定される壁基準剛性値の総和や、建物各壁面の壁基準剛性から算定される偏心率について、建物の実情を反映できると考えられる。

これまでも、曾根ら⁴⁾、中村ら⁵⁾、川瀬ら⁶⁾により建築物の物理的パラメータの推定方法が提案されている。このうち前2者はいずれも層質量を既知として物理的パラメータを推定している。これに対し川瀬らは対象建物に既知の付加質量を加え、固有周期の変化から質量を含む物理的パラメータの推定手法を提案し、既存建物の物理的パラメータ推定を行っている。さらに建設過程で建物重量が増加することを利用し、同手法を用いて微動観測結果から免震層のせん断剛性推定も行っている⁷⁾。しかし、構造物の固有周期を変化させるには相当量の質量付加が必要であり、かつ付加質量の相対的な大きさが推定精度に直接影響することから、川瀬らの場合では建物の約1%の質量を付加している。すなわち同手法を一般的な戸建木造住宅（重量20~30t）に適用するためには、200~300kg程度の重りを載荷する必要がある。この重量を木造住宅に載荷することは不可能ではないが、載荷位置の制約や実験手間の問題を考えると改良の余地があると考えられる。

これらの現状を踏まえ、著者らは質量、剛性および粘性減衰係数が既知で、かつ剛性を変化できる1自由度系からなる特殊なセンサ

本論文の一部は、日本建築学会大会学術講演梗概集(九州)、構造 C-1(2007.8)に発表している。

* 名古屋大学大学院環境学研究科都市環境学専攻
准教授・博士(工学)Assoc. Prof., Dept. of Environmental Eng. and Architecture, Graduate School of
Environmental Studies, Nagoya Univ., Dr. Eng.

(以後可変振り子センサと呼ぶ)を建物内に設置し、剛性変化前後における建物応答と可変振り子センサの応答から対象建物の質量を含めた物理的パラメータ推定手法を考案した⁸⁻⁹⁾。建物モデルとして線形1層モデルと同2層せん断型モデルを用いた基礎的なシミュレーションを通じ、建物質量の概ね1/1000程度の振り子質量を持つ可変振り子センサを使用すれば、推定誤差10%以内で質量、剛性および粘性減衰係数を同時推定可能であることが確かめられている。提案する可変振り子センサを実現させる機構には種々のものが考えられるが、対象が木造建物の場合、建物質量の1/1000程度の振り子質量は高々数十kg程度と想定されるので、1方向レール上に質量体を載せ、質量体の移動方向両端からバネで支持して復元力を与え、バネを付け替えることで固有周期を変化させる機構で十分実現可能と考えられる。

本論文では、可変振り子センサを用いて線形多自由度系の物理的パラメータを直接推定する原理を示すと共に、2階建程度の実木造建物の動特性推定に本センサを用いることを想定し、2層せん断型モデルを対象とする同定シミュレーション方法とその結果を詳細に報告するとともに、1層ねじれモデルの物理的パラメータ推定に対しても可変振り子センサが有効であることを示す。

2. 同定の原理とアルゴリズム

2.1 同定の原理

図1 可変振り子センサが付加された多自由度構造物モデル

図1に示す多自由度構造物モデルの端部に、可変振り子センサを付加した場合の運動方程式は

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{x}$ は図1に示す固定点を基準とする各質点移動量の相対変位ベクトルであり

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n \ x_k]^T \quad (2)$$

とする。 $f(t)$ を加振器による加振力とすると、図1では(1)式右辺の $\mathbf{f}$ は $n+1$ 行の列ベクトルであり下式となる。

$$\mathbf{f} = [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ f(t) \ 0]^T \quad (3)$$

M, C, K はおのおのの質量、減衰、剛性マトリクスであり、図1の場合(4)式となる。

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_k \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 & \cdots & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2+c_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_n+c_k & -c_k \\ 0 & 0 & \cdots & -c_k & c_k \end{bmatrix} \\ K &= \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_n+k_k & -k_k \\ 0 & 0 & \cdots & -k_k & k_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式中、要素の添え字が k のものは付加1自由度系のもので既知量であるから、マトリクスに含まれる物理パラメータのうち未知パラメータの合計は $3n$ 個となる。

ここで、まず可変振り子センサの剛性を $k_k=k_{k1}$ に設定し、加振実験等により i 次モードの固有円振動数 $\omega^{(i)}$ と減衰定数 $h^{(i)}$ が各 r 個(最大値 $n+1$)求められたとする。すると、系の固有値 $\lambda^{(i)}$ と $\omega^{(i)}$ 及び $h^{(i)}$ の関係

$$\lambda^{(i)} = -h^{(i)}\omega^{(i)} \pm i\omega^{(i)}\sqrt{1-(h^{(i)})^2} \quad (5)$$

から、 r 組の共役な複素固有値 $\lambda^{(i)}$ が決定できる。この値を(6)式に示す固有値の特性方程式

$$|M\lambda^2 + C\lambda + K_{k=k_{k1}}| = 0 \quad (6)$$

に代入すると r 組の式を得る。(6)式の値は複素数であることから、実部と虚部をそれぞれ別々に考えて、式の数には実際には $2r$ 個となる。前述したように r の最大値は $n+1$ であるから、式数は最大で $2(n+1)$ 個となり、自由度 n が3以上なら $3n > 2(n+1)$ と常に未知パラメータ数が式数を上回るため、未知パラメータを決定することはできない。

そこで可変振り子センサの剛性を $k_k=k_{k2}$ と変更し、新たな加振実験を追加して s 個(s の最大値も $n+1$)の j 次モードの固有円振動数 $\omega^{(j)}$ 及び減衰定数 $h^{(j)}$ が得られれば、(5)式から s 組の共役な複素固有値 $\lambda^{(j)}$ が決定できる。よって、新たな固有値の特性方程式

$$|M\lambda^2 + C\lambda + K_{k=k_{k2}}| = 0 \quad (7)$$

を s 組得ることができる。この様にして固有値の特性方程式の数を未知パラメータの合計数より増やすことで物理パラメータである m, k, c を決定できるようになる。

対象構造物の自由度が高く、同定すべき未知数がより多い場合には、センサの剛性をさらに変更するか、あるいはセンサを複数個取り付け、これらの特性を順次変更した加振実験を追加することで必要なだけ固有値の特性方程式を得ることができる。

2.2 同定計算法

同定の原理の項に示したように、可変振り子センサの剛性を変化させ複数回の加振実験を実施して周波数応答を求め、この結果から各次モードの固有周期と減衰定数を求めて特性方程式を解くことで同定計算を行うことができる。しかし、本論文では線形システムが時間領域と周波数領域で一対一対応であることを踏まえ、構造物モデルを多入力多出力系の扱いが容易な時間領域での状態空間モデル

で表現し、予測誤差法を適用して未知パラメータの推定を行う¹⁰⁾。なおこの時間領域での状態空間モデルを用いた同定手法は、復元力为非線形の場合にも拡張できるため、大振幅時の木造建物の復元力特性や減衰特性の非線形性を考慮した同定計算を行うことも将来的に可能な手法である¹¹⁻¹²⁾。時間領域で前述した周波数領域の同定手法と等価な同定計算を実施するためには、可変振り子センサの剛性変化前後を示す2つの状態空間モデルを一つの状態空間モデルとして結合する必要がある。そこで図1の構造物モデルを例に、以下個々の状態空間モデル作成とその結合、および同定計算法について述べる。

可変振り子センサの剛性を $k_k=k_{k1}$ とし、状態量ベクトルを(8)式とする。

$${}_1\mathbf{x} = [{}_1x_1 \quad \cdots \quad {}_1x_n \quad {}_1x_k \quad \dot{{}_1x}_1 \quad \cdots \quad \dot{{}_1x}_n \quad \dot{{}_1x}_k]^T \quad (8)$$

ここで、左下添え字は可変振り子センサの剛性が k_{k1} あることを示し、右辺括弧内のベクトル要素につくドットは時間微分を示す。すなわち、状態量は各質点の変位および速度としている。(1)~(3)式より、状態方程式は

$${}_1\dot{\mathbf{x}} = {}_1\mathbf{A}_c \cdot {}_1\mathbf{x} + {}_1\mathbf{B}_c \cdot {}_1\mathbf{u} \quad (9)$$

ここに、システム行列 ${}_1\mathbf{A}_c$ 、制御行列 ${}_1\mathbf{B}_c$ 、及び入力ベクトル ${}_1\mathbf{u}$ は

$${}_1\mathbf{A}_c = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \hline -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_{k_1=k_{k1}} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{array} \right], {}_1\mathbf{B}_c = \left[\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{M}^{-1} \end{array} \right], {}_1\mathbf{u} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{f} \end{array} \right] \quad (10)$$

であり、右添え字 c は連続時間であることを示す。なお(10)式の各マトリクス内の点線は、点線で分割される各部分行列が分割に対応する行列数であることを示す。

応答観測の条件に応じて(11)式で示す観測方程式をたてる。

$${}_1\mathbf{y} = {}_1\mathbf{C}_c \cdot {}_1\mathbf{x} \quad (11)$$

ここで、例えば観測量ベクトル ${}_1\mathbf{y}$ を

$${}_1\mathbf{y} = \left[\begin{array}{c} \text{可変振り子センサと設置位置との相対変位} \\ \text{可変振り子センサの絶対加速度} \end{array} \right]$$

とすると、出力マトリクス ${}_1\mathbf{C}_c$ は(12)式のような $2 \times 2(n+1)$ のマトリクスとなる。

$${}_1\mathbf{C}_c = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cdots & k_{k1}/m_k & -k_{k1}/m_k & 0 & 0 & \cdots & c_k/m_k & -c_k/m_k \end{array} \right] \quad (12)$$

次に、可変振り子センサの剛性を $k_k=k_{k2}$ に変更し、同様な手順で状態空間モデルを構築する。状態量は(8)式と同じ各質点変位と速度とするが、区別のため左下添え字を2とする。よって状態量ベクトルは(13)式となる。

$${}_2\mathbf{x} = [{}_2x_1 \quad \cdots \quad {}_2x_n \quad {}_2x_k \quad \dot{{}_2x}_1 \quad \cdots \quad \dot{{}_2x}_n \quad \dot{{}_2x}_k]^T \quad (13)$$

このとき、状態方程式は

$${}_2\dot{\mathbf{x}} = {}_2\mathbf{A}_c \cdot {}_2\mathbf{x} + {}_2\mathbf{B}_c \cdot {}_2\mathbf{u} \quad (14)$$

ここに、

$${}_2\mathbf{A}_c = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \hline -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_{k_2=k_{k2}} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{array} \right], {}_2\mathbf{B}_c = \left[\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{M}^{-1} \end{array} \right], {}_2\mathbf{u} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{f} \end{array} \right] \quad (15)$$

観測方程式は(16)式とする。

$${}_2\mathbf{y} = {}_2\mathbf{C}_c \cdot {}_2\mathbf{x} \quad (16)$$

可変振り子センサの剛性が $k_k=k_{k1}$ のときと同じく、観測量を可変振り子センサと設置位置との相対変位、および振り子センサの応答絶対加速度とすると、出力マトリクス ${}_2\mathbf{C}_c$ は(17)式となる。

$${}_2\mathbf{C}_c = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cdots & k_{k2}/m_k & -k_{k2}/m_k & 0 & 0 & \cdots & c_k/m_k & -c_k/m_k \end{array} \right] \quad (17)$$

以上により可変振り子センサの剛性変化前後の状態空間モデルが各々得られたので、(9)と(11)式で表現された変化前の状態空間モデルと、(14)と(16)式で表現された変化後の状態空間モデルを結合した新たな状態空間モデルを考える。

$$\begin{aligned} {}_t\dot{\mathbf{x}} &= {}_t\mathbf{A}_c \cdot {}_t\mathbf{x} + {}_t\mathbf{B}_c \cdot {}_t\mathbf{u} \\ {}_t\mathbf{y} &= {}_t\mathbf{C}_c \cdot {}_t\mathbf{x} \end{aligned} \quad (18)$$

ここに、左下添え字の t は前述の二つの状態空間モデルの結合モデルであることを示す。結合モデルの状態量ベクトルは(8)式および(13)式での状態量ベクトルを縦に並べたものとし、観測量ベクトルも同様に(11)式および(16)式の観測量ベクトルを縦に並べ

$${}_t\mathbf{x} = \left[\begin{array}{c} {}_1\mathbf{x} \\ {}_2\mathbf{x} \end{array} \right], {}_t\mathbf{y} = \left[\begin{array}{c} {}_1\mathbf{y} \\ {}_2\mathbf{y} \end{array} \right] \quad (19)$$

とする。このとき(18)式の状態空間モデル右辺の各マトリクスおよびベクトルは(20)式で表される。

$$\begin{aligned} {}_t\mathbf{A}_c &= \left[\begin{array}{c|c} {}_1\mathbf{A}_c & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & {}_2\mathbf{A}_c \end{array} \right], {}_t\mathbf{B}_c = \left[\begin{array}{c|c} {}_1\mathbf{B}_c & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & {}_2\mathbf{B}_c \end{array} \right], {}_t\mathbf{u} = \left[\begin{array}{c} {}_1\mathbf{u} \\ {}_2\mathbf{u} \end{array} \right], \\ {}_t\mathbf{C}_c &= \left[\begin{array}{c|c} {}_1\mathbf{C}_c & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & {}_2\mathbf{C}_c \end{array} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

同定計算は(18)式の状態空間モデルを用いて行う。(18)式のモデルをデータサンプリング周期で離散化し、状態ノイズ $\mathbf{F}\mathbf{v}_k$ と観測ノイズ $\mathbf{v}_k$ を考慮すると、離散時間における状態量ベクトルの推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ と観測値ベクトル $\mathbf{y}_t$ の関係は、(21)式に示すイノベーション型の離散状態空間モデルとなる。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{t+1} &= {}_t\mathbf{A}_d \cdot \hat{\mathbf{x}}_t + {}_t\mathbf{B}_d \cdot {}_t\mathbf{u}_t + \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}_t \\ \mathbf{y}_t &= {}_t\mathbf{C}_d \cdot \hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{v}_t \end{aligned} \quad (21)$$

同定計算においては、(21)式より得られる観測量の一段階先予測値 $\hat{\mathbf{y}}_{t+1}$ は(22)式となる。

$$\hat{\mathbf{y}}_{t+1} = {}_t\mathbf{C}_d \left[({}_t\mathbf{A}_d - \mathbf{F} \cdot {}_t\mathbf{C}_d) \hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{F} \cdot \mathbf{y}_t + {}_t\mathbf{B}_d \cdot {}_t\mathbf{u}_t \right] \quad (22)$$

この一段階先予測値と観測値の差で定義される予測誤差の二乗和を、非線形最小二乗法の逐次計算を用いて最小化するパラメータを見いだすことでモデルのパラメータを推定する。同手法の詳細については参考文献¹⁴⁾を参照されたい。

3. 2層せん断型モデルによる同定精度の検証

参考文献¹⁵⁾に示されている木造住宅モデルを参考に、図2に示す2層せん断型構造物モデルを作成した。参考文献の木造住宅モデルは各階床面積が57.97m²、総二階建てプランの比較的小規模な木造住宅である。モデル化に際し、各層質量は参考文献の記載値をそのまま使用し、各層剛性は壁倍率が真のせん断変形角1/150rad時の

耐力を含めて導かれていることから各層 Y 方向の個々の壁剛性を算定し、これを合算して求めたものを若干調整して設定した。各層の粘性減衰係数は 1 次モードの減衰定数が 5% となるように、剛性比例を仮定して設定した。作成した対象モデル各層の物理的パラメータは表 1 に示すとおりである。この対象モデルに対し、可変振り子センサを設置して加振実験を行った場合の同定精度を検証する。対象モデルのモード特性は表 2 に示すとおりである。

図 2 対象モデル

表 1 対象モデル各層の物理的パラメータ

層	質量[t]	剛性[kN/m]	減衰係数[kN・s/m]
1	$m_1=14.03$	$k_1=3684.9$	$c_1=30.79$
2	$m_2=8.22$	$k_2=3962.7$	$c_2=33.11$

表 2 対象モデルのモード特性値

モード	固有周期[s]	減衰定数
1 次	0.525	0.050
2 次	0.211	0.124

図 3 可変振り子センサ設置位置および加振位置

可変振り子センサの設置位置は、図 3 (a),(b) に示すように、2 層目又は 1 層目とし、加振器による加振はモデル 1 層目に可動質量反力式の加振器を建物床面に設置することを想定し、いずれの場合も 1 層目とする。

したがって図 3 (a) に対応する運動方程式の質量、減衰、剛性マトリクスは(4)式において $n=2$ としたものとなり、同 (b) に対応する運動方程式の各マトリクスは式 (23) となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + c_k & -c_2 & -c_k \\ -c_2 & c_2 & 0 \\ -c_k & 0 & c_k \end{bmatrix} \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_k & -k_2 & -k_k \\ -k_2 & k_2 & 0 \\ -k_k & 0 & k_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

可変振り子センサのパラメータは、質量は対象モデル総質量の約 1/1000 にあたる 25kg とし、図 3 に示す可変振り子センサの質量 m_k 、剛性 k_k 、および粘性減衰係数 c_k で定まるセンサのみの 1 自由度系の固有周期が、表 2 に示す対象モデルの 1 次固有周期(0.525 秒)、2 次固有周期(0.211 秒)、および 2 次周期の半分 (0.106 秒) の 3 つとなるように可変振り子センサの基準剛性 k_k を設定した。この基準剛性に対応する固有周期を以後規準固有周期 1st, 2nd, U2nd と呼ぶ。なお、センサの減衰定数は常に 0.02 と設定している。

観測データは入力を加振力、出力はセンサの絶対加速度及びセンサとセンサ設置床との相対変位とする。なお、加振力は振幅が 10kN で、65 秒間で周期 1 秒から 0.2 秒まで変化する線形掃引波を用いた。

同定用の応答データは、剛性可変前後の可変振り子センサ固有周期が上述の規準固有周期を中心に $\pm 5\%$ の幅で変化させることとし、1st, 2nd, U2nd の 3 つの基準固有周期に対して各 2 ケース、全体で 6 ケースの時刻歴応答計算を行って作成する。本検討では、基準固有周期ごとに得られる 2 つの応答観測データを(19)式中の y により、加振力データは(20)式中 u により各々結合して 3 つの基準固有周期ごとの同定用データセットを作成し、この同定用データセットに対し 2 章で記述した(18)式の状態空間モデルを用い、予測誤差法により同定計算を実施する。

前述したように、予測誤差法は実験データとモデル出力の応答の誤差 (予測誤差) を最小化する同定パラメータを逐次計算により求めて推定パラメータを決定する推定法であり、計算上、同定パラメータの初期値が必要となるとともに、同定精度が同定パラメータ初期値に依存する。そこで、この同定精度の初期値依存性を小さくするため以下の手順により同定計算を実施する。まず、1st, 2nd, U2nd の 3 つの同定用データセットごとに、表 1 に示す 6 つの同定パラメータ初期値を真値の 0.5~1.5 倍の範囲で正規分布となるようランダムに 100 組生成する。次に同一の同定用データセットを用いて、生成した 100 組のパラメータ初期値を使って 100 回の異なる同定計算を実施する。同定結果の評価はこれら 100 回の同定計算結果から、同定パラメータの中央値と、すべての同定パラメータが真値の $\pm 5\%$ の範囲に収束する収束確率で評価する。なお、同定計算時には誤差混入による精度低下を考慮し、信号とノイズの分散比 (Signal to Noise Ratio: SNR) で定義されるホワイトノイズを加振力および応答量の観測データに付加した。

同定計算結果の一覧を表 3 および表 4 に示す。同表より、Type-A,B と同定パラメータの推定精度は概ね良好であり、可変振り子センサの基準固有周期は対象建物の 2 次固有周期あるいはそれより短い周期に設定すると推定精度、収束確率とも概ね高くなること、さらにノイズの SNR が 1% 以下であれば、推定誤差は最大 5%、平均 1% 以内の精度で同定が可能であることが明らかとなった。センサ設置位置による差異はほとんどないが、推定精度の高い Case-2nd, U2nd の結果を比較すると、同定計算の収束確率の面で Type-B がやや優越することがわかる。なお、表 3 に示す Type-A の

表3 Type-A(2層上にセンサー設置)

Case	SNR	中央値／真値 [%]							収束確率 (±5%以内)
		m_1	m_2	k_1	k_2	c_1	c_2	平均	
1st	0.01%	100.07	100.04	100.15	99.49	99.92	100.11	99.96	0.82
	0.10%	103.59	96.46	99.98	98.60	100.83	95.95	99.24	0.69
	1%	99.72	98.41	99.14	98.72	100.16	102.16	99.72	0.71
	5%	147.86	46.57	99.94	63.31	102.61	67.81	88.02	0.00
2nd	0.01%	100.15	99.72	99.91	99.95	100.09	100.01	99.97	1.00
	0.10%	99.53	100.57	100.17	99.83	99.91	99.75	99.96	1.00
	1%	99.38	101.87	100.89	100.38	100.86	99.39	100.46	1.00
	5%	99.38	101.87	100.89	100.38	100.86	99.39	100.46	1.00
U2nd	0.01%	99.50	100.38	100.00	99.89	100.00	99.88	99.94	0.96
	0.10%	100.32	100.01	100.16	100.19	100.07	100.32	100.18	0.93
	1%	103.20	97.52	99.93	100.70	99.99	100.88	100.37	0.92
	5%	107.19	98.27	102.47	102.99	100.83	103.62	102.56	0.00

表4 Type-B(1層上にセンサー設置)

Case	SNR	中央値／真値 [%]							収束確率 (±5%以内)
		m_1	m_2	k_1	k_2	c_1	c_2	平均	
1st	0.01%	99.27	100.26	99.81	99.77	99.54	101.01	99.94	1.00
	0.10%	100.65	99.57	100.03	100.52	100.87	97.44	99.85	0.99
	1%	102.24	100.67	101.28	101.09	97.66	118.12	103.51	0.00
	5%	96.47	104.18	100.77	97.02	86.73	142.73	104.65	0.00
2nd	0.01%	100.01	100.02	100.04	99.99	100.01	100.00	100.01	1.00
	0.10%	100.03	99.68	99.88	99.76	99.89	99.79	99.84	1.00
	1%	101.52	99.97	100.63	100.61	101.83	97.27	100.31	1.00
	5%	101.31	102.84	102.40	102.39	97.59	103.19	101.62	1.00
U2nd	0.01%	100.05	100.02	100.03	100.04	99.89	100.00	100.01	1.00
	0.10%	100.23	100.25	100.28	100.30	100.28	99.95	100.22	0.99
	1%	101.21	100.66	100.99	101.25	100.38	95.36	99.98	1.00
	5%	99.39	99.09	99.38	98.84	100.69	103.26	100.11	1.00

基準固有周期 1st の場合で SNR が 5% 時では、同定精度が他に比較して極端に低下しているが、これは対象モデル 2 層目の質量 m_2 と剛性 k_2 の同定精度低下に起因している。ただし、どちらも真値の約 5 割から 6 割程度の値に推定されていることから、2 層目の質量剛性比で規定される固有周期はある程度の精度で同定されたが、ノイズの影響により物理的パラメータの大きさが精度よく同定されなかったと考えられる。

以上より、実際の木造住宅へのセンサ取り付けの手間も考慮すると、本センサを対象建物の 1 層上（実建物の 2 階床面）に設置し、概ね 2 次固有周期以上の周期にセンサの基準固有周期を設定することで高い同定精度が得られると考えられる。

4. 1 層ねじれモデルによる同定精度の検証

図 4 に示すねじれを考慮した 1 層 2 方向せん断型構造物に対し、可変振り子センサを設置して加振実験を行う場合の同定精度を検証する。ここで用いる可変振り子センサは、図 4(b) に示すような x, y 方向に動く 1 質点 2 自由度系で、質量、各方向の剛性及び減衰係数が既知であり、かつ剛性が可変であるものとする。センサの質量、剛性および減衰係数は表 5 に示すとおりとする。

(a) 同定モデル (b) 可変振り子センサモデル

図4 1層ねじれモデルおよび設置する可変振り子センサモデル

表5 可変振り子センサの物理的パラメータ

質量	x 方向剛性 1	x 方向剛性 2	y 方向剛性 1	y 方向剛性 2
m_2	k_{2x}	k_{3x}	k_{2y}	k_{3y}
	x 方向 減衰係数 1	x 方向 減衰係数 2	y 方向 減衰係数 1	y 方向 減衰係数 2
	c_{2x}	c_{3x}	c_{2y}	c_{3y}

図 4(a) の 1 層ねじれモデルについて、対象構造物の重心点 G は既知であると仮定し、この点の座標を (x_1, y_1, θ_1) とする。この重心点を基

準とした相対座標系において (x_p, y_p) の位置に可変振り子センサを設置した場合、基礎に対する可変振り子センサ位置は(24)式となる。

$$(x_1 - x_p \theta_1 + x_p + x_2, \quad y_1 + y_p \theta_1 + y_p + y_2) \quad (24)$$

基礎に対する可変振り子センサ質量の絶対加速度は、回転項を無視すれば(25)式となる。

$$(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2, \quad \ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) \quad (25)$$

力の釣合は(26)式で表される。

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + \sum_i \{k_{1xi}(x_1 - \ell_{1yi} \theta_1)\} - k_{2x} x_2 = F_x \\ m_2 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + k_{2x} x_2 = 0 \\ m_1 \ddot{y}_1 + \sum_i \{k_{1yi}(y_1 + \ell_{1xi} \theta_1)\} - k_{2y} y_2 = F_y \\ m_2 (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) + k_{2y} y_2 = 0 \\ I_1 \ddot{\theta}_1 - \sum_i \{k_{1xi}(x_1 - \ell_{1yi} \theta_1) \ell_{1yi}\} \\ + k_{2x} x_2 y_p + \sum_i \{k_{1yi}(y_1 + \ell_{1xi} \theta_1) \ell_{1xi}\} - k_{2y} y_2 x_p = F_\theta \end{cases} \quad (26)$$

ここで外力が 1 台の加振器によりもたらされ、加振力 F の向きが x 軸から θ 回転した方向であるとする、加振器による x, y 方向力およびモーメントは

$$F_x = F \cos \theta, \quad F_y = F \sin \theta, \quad F_\theta = F \ell \quad (27)$$

ここに、 ℓ はアーム長である。(26)式に(27)式を代入し、モーメントに関する式の両辺を ℓ で割ると運動方程式は(28)式となる。

$$M\ddot{\mathbf{x}} + C\dot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = \mathbf{F} \quad (28)$$

(28)式の各マトリクスは、

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & m_1 & & \\ & & & m_2 & \\ & & & & I_1/\ell \end{bmatrix} \\ K &= \begin{bmatrix} K_{1x} & -k_{2x} & 0 & 0 & -K_{1x}e_{1y} \\ 0 & k_{2x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{1y} & -k_{2y} & K_{1y}e_{1x} \\ 0 & 0 & 0 & k_{2y} & 0 \\ -K_{1x}e_{1y}/\ell & k_{2x}y_p/\ell & -K_{1y}e_{1x}/\ell & -k_{2y}x_p/\ell & K_{1\theta}/\ell \end{bmatrix} \\ F &= [F \cos \theta \quad 0 \quad F \sin \theta \quad 0 \quad F]^T \\ \mathbf{x} &= [x_1 \quad x_2 \quad y_1 \quad y_2 \quad \theta_1]^T \end{aligned} \quad (29)$$

なお、減衰マトリクス C は剛性比例型で与えられるものとする。ここで、(26)から(29)式中の各要素は以下の通りである。

m_i : i 層の質量

$K_{1x} = \sum_i k_{1xi}$: 1 層 x 方向の剛性 k_{1xi} の和

$K_{1y} = \sum_i k_{1yi}$: 1 層 y 方向の剛性 k_{1yi} の和

$e_{1x} = \sum_i k_{1yi} \ell_{1xi} / K_{1y}$: 1 層の偏心距離

$e_{1y} = \sum_i k_{1xi} \ell_{1yi} / K_{1x}$: 1 層の偏心距離

ℓ_{1xi}, ℓ_{1yi} : 1 層の剛性要素の k_{1xi}, k_{1yi} 偏心距離

$K_{1\theta} = \sum_i k_{1xi} \cdot \ell_{1yi}^2 + \sum_i k_{1yi} \cdot \ell_{1xi}^2$: 1 層重心まわりのねじれ剛性

$I = \int \rho r^2 dV$: 1 層の回転慣性

運動方程式は 2 層せん断モデルの例と同様に状態方程式に変換される。観測量は付加される可変振り子センサの x, y 方向に関する設置位置との相対変位および絶対加速度とする。

参考文献¹⁵⁾に示されている前述の木造住宅モデルを参考に、1 階部分のみを取り出して一部を変形した 1 層構造物を考える。この構造物の物理的パラメータを表 6 に示す。ここで粘性減衰係数は一次モードの減衰定数を 0.05 とし、剛性比例型として算定したものである。この対象モデルの各次モードの固有周期・固有振動数は表 7 の通りとなる。

表 6 対象モデル各層の物理的パラメータ

m_1	10.03 [t]	e_{1x}	-1.1858 [m]
I_1	103.13 [$t \cdot m^2$]	e_{1y}	0.98748 [m]
K_{1x}	3725.7 [kN/m]	C_{1x}	24.544 [kN $\cdot$ s/m]
K_{1y}	2615.9 [kN/m]	C_{1y}	17.233 [kN $\cdot$ s/m]
$K_{1\theta}$	64908 [kN $\cdot$ m/rad]	$C_{1\theta}$	427.6 [kN $\cdot$ m $\cdot$ s/rad]

表 7 対象モデルのモード特性値

	1 次	2 次	3 次
固有周期[s]	0.4139	0.3410	0.2389
固有振動[Hz]	2.416	2.932	4.186

可変振り子センサのパラメータは、質量を 2 層せん断モデルと同じく対象モデル総質量の約 1/1000 となる 10kg とし、重心を原点として $(x_p, y_p) = (2.275, -1.5925)$ [m] の位置にセンサを設置する。なお、(25)式に示したように本モデル化では、可変振り子センサ質量の絶対加速度は、設置床面の回転項を無視しているため、可変振り子センサ設置位置は建物重心点付近に設置する必要がある。

センサの規準固有周期は対象モデルの 3 次周期とし、同定時は可変振り子センサの固有周期を、規準固有周期を中心に $\pm 5\%$ の幅で変化させる。なお、本検討では減衰係数を剛性比例で算出しているため、可変振り子センサの固有周期を変化させると結果としてセンサの粘性減衰係数も若干変化することとなる。加振力としては、振幅が 10kN で 65 秒間に 1.5Hz から 7.6Hz まで指数関数的に変化する掃引波

$$Z(t) = 10 \sin(2\pi 1.5e^{0.025t} t) \text{ [kN]}, \quad 0 \leq t \leq 65 \text{ [sec]}$$

を用いた。以上述べた条件において時刻歴応答計算を行い。得られた入力と応答の両者の時刻歴波形にノイズとして適宜ランダム波を付加したものを同定用データセットとして用い同定計算を行った。

表 8 1 層ねじれモデルの同定計算結果

SNR	中央値／真値 [%]											収束確率	
	m_1	I_2	K_{1x}	K_{1y}	$K_{1\theta}$	e_{1x}	e_{1y}	C_{1x}	C_{1y}	$C_{1\theta}$	平均	($\pm 5\%$ 以内)	($\pm 1\%$ 以内)
0.01%	100.01	99.95	100.02	100.01	99.97	99.98	99.98	100.04	99.94	99.96	99.99	0.92	0.91
0.10%	99.99	100.03	100.00	100.00	100.02	99.98	99.99	99.97	100.19	100.00	100.02	0.95	0.95
1%	100.28	100.94	100.27	100.34	100.97	100.50	100.27	99.86	99.81	100.80	100.40	0.96	0.32
5%	100.92	100.29	100.85	100.89	100.26	98.92	99.85	100.90	100.75	99.92	100.35	0.97	0.00

同定パラメータの初期値は真値の 0.5～1.5 倍の範囲で正規分布となるようにランダムに 1500 組生成し、これらすべての初期値を用いて同定計算を実施する。同定結果の評価はこれら 1500 組の同定計算結果の中央値と、すべての同定パラメータが真値の±5%、±1%の範囲に収束する収束確率で評価する。同定計算結果の一覧を表 8 に示す。

表 8 より、推定されたパラメータは SNR が大きくなるほど中央値のずれがやや大きくなるが、概ね相対誤差 1%以内に収束しており、同定精度に対するノイズの影響はそれほど大きくないことがわかる。また収束確率の観点から評価すると、真値に対して 5%以内の範囲で収束する確率は SNR が大きいほど高くなるが、真値に対して 1%以内と高精度に同定する確率は SNR が小さいほど高くなる。特に SNR が 5%の場合には、真値に対して 1%以内に収束する確率はゼロであった。このことから、精度の高い同定結果を得るためにはできるだけ SNR の小さい観測データを得る必要があり、SNR が 0.1%程度であれば概ね精度の良い推定が可能であると考えられる。

5. まとめ

既存木造住宅の現状の耐震性を評価し、より精度の高い耐震診断や補強設計を行うことを目的として、可変剛性を有する 1 自由度系からなる可変振り子センサを設置して加振実験を行うことで、対象建物の質量を含めた物理的パラメータを推定する手法を考案した。

さらに、2 層せん断モデルと 1 層ねじれモデルを対象とする同定シミュレーションを実施し、建物質量の概ね 1/1000 程度の振り子質量を持つ可変振り子センサを用いて加振実験を行えば、質量、剛性および粘性減衰係数といった物理的パラメータを同時推定可能であることを示した。

2 層せん断モデルを用いた同定シミュレーション結果より、可変振り子センサの基準固有周期は対象建物の最高次モードの固有周期程度に設定すると推定精度、収束確率とも高い値を示し、混入誤差の SNR が 1%であれば、推定誤差は最大 5%、平均 1%以内の精度で同定が可能であることが明らかとなった。また 1 層ねじれモデルの場合には、推定されたパラメータは SNR が大きくなるほど中央値のずれがやや大きくなるが、概ね相対誤差 1%以内に収束しており、同定計算結果に対するノイズの影響はそれほど大きくないとの結果が得られた。

謝辞

本研究は「耐震実験施設の効率的運用による東海地域の地震災害軽減連携融合事業」および前田記念工学振興財団の研究助成を受けた。また、本研究に関わる数値計算等は三宅亮輔氏（当時名古屋大学学部生）の協力を得た。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 今岡克也・佐伯圭彦・城殿準一郎：木造 2 階建住宅の耐震補強前後の震動特性に関する研究 その 1～3, 日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿), C-1 構造Ⅲ, pp. 125-130, 2005. 9
- 2) 年縄 巧：起震器を用いた木造建造物の振動特性の評価, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), C-1 構造Ⅲ, pp. 275-276, 2006. 9

- 3) 木曾久美子・渡辺千明・森井雄史・更谷安紀子・林康裕：三重県沿岸地域における地域型木造住宅の地震被害低減策に関する研究 その 2 木造住宅の耐震補強策の提案, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), B-2 構造Ⅱ, pp. 381-382, 2006. 9
- 4) 曾根 彰・山本鎮男・増田 新：入出力のウェーブレット変換を用いた多自由度系のパラメトリックなシステム同定, 日本建築学会構造系論文集 第 512 号, pp. 61-66, 1998. 10
- 5) 中村 充・竹脇 出・安井 譲・上谷宏二：限定された地震観測記録を用いた建築物の剛性と減衰の同時推定, 日本建築学会構造系論文集 第 528 号, pp. 75-82, 2000. 2
- 6) 森 洋人・川瀬 博：確定付加質量がもたらす共振振動数の変動に基づく RC 造建物の実質量と実剛性の同時推定, 日本建築学会構造系論文集 第 559 号, pp. 93-100, 2002. 9
- 7) 川瀬 博・森 洋人・包那仁満都拉：質量変化に伴う振動数変化に基づいた微少振幅時の免震層の剛性推定, 日本建築学会構造系論文集 第 590 号, pp. 37-44, 2005. 4
- 8) 栗原嵩明・水野啓示朗・古川忠稔：可変振り子センサを用いた質量・剛性・減衰係数の同時推定方法 ー1 自由度モデルによる同定シミュレーションー, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), B-2 構造Ⅱ, pp. 163-164, 2006. 9
- 9) 三宅亮輔・古川忠稔：可変振り子センサを用いた既存建築物動特性の推定方法 ー2 自由度系への適用ー, 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州), 構造 C-1, pp. 257-258, 2007. 8
- 10) Ljung, L. "System Identification Theory for the User Second Edition", *Prentice Hall*, 1999
- 11) 古川忠稔・橋英三郎・井上 豊：予測誤差法による構造物の動的非線形特性の推定 ーバイリニア多層系せん断モデルの同定ー, 構造工学論文集 Vol. 44B, pp. 375-384, 1998. 3
- 13) 古川忠稔・伊藤雅史・小野聡子・橋英三郎：実地震観測記録を用いた 2 棟の免震建物動特性の同定, 日本建築学会構造系論文集 第 558 号, pp. 117-124, 2002. 8
- 14) Tadatoshu Furukawa, Masashi Ito, Kiyozu Izawa, Mohammad N. Noori: System Identification of Base-Isolated Building using Seismic Response Data, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 131 No. 3, ASCE, pp.268-275, 2005.3
- 15) 平井卓郎・宮澤健二・小松幸平：木質構造, pp. 157-189, 東洋書店, 2004

(2008年9月10日原稿受理, 2009年3月4日採用決定)