スリップ型特性をもつ構造に粘性系ダンパーを用いる場合の最大応答予測法
PEAK RESPONSE EVALUATION METHOD FOR SLIP-HYSTERETIC STRUCTURE
ADDED WITH VISCO-ELASTIC DAMPER笠井和彦^{*1}, 西原耕作^{*2}, 蒲 武 川^{*3}, 大木洋司^{*4}
坂田弘安^{*5}, 松田和浩^{*6}Kazuhiko KASAI, Kosaku NISHIHARA, Wuchuan PU,
Yoji OOKI, Hiroyasu SAKATA and Kazuhiro MATSUDA

This paper proposes a seismic peak response evaluation method for slip-hysteretic structure having a viscous or viscoelastic damper. Formulations to estimate equivalent vibration period and equivalent damping ratio of the slip-hysteretic structure subjected to random excitation are presented. The peak response evaluation method is based on equivalent linearization as well as spectrum modification and reduction, reflecting increase in equivalent vibration period and equivalent damping ratio. Accuracy of the evaluation method is validated through numerous time history analyses, over a wide range of viscous damping ratio, elastic vibration period, post-yield stiffness, slip strength ratio, ductility ratio, and earthquake type.

Keywords: slip response, visco-elastic element, viscous element, equivalent linearization, peak response, response spectrum
スリップ型履歴特性、粘弾性要素、粘性要素、等価線形化、最大応答、応答スペクトル

1. はじめに

1. 1 背景

地震時の建物の揺れを抑えるために、様々な建物への制振構造の適用が進んでいる。制振効果は、ダンパーと架構における剛性や粘性のバランス、および地震入力特性に支配され、それらと最大応答などの関連を明確に表す簡易な予測法があれば、制振構造の設計を効率的に進めることができる。時刻歴解析で応答は予測できるが、対比して応答スペクトルに基づく簡易な最大応答予測法があれば、制振効果の包括的把握が可能になり¹⁾、非常に有用だと言える。

また、架構の損傷を防ぐことが典型であるため、弾性架構を仮定した予測法が簡易で実用的だが、一方で、塑性化が避けられない架構も存在する。よって筆者らは、弾性架構に加え、バイリニア型の弾塑性架構も考慮し、応答スペクトルに基づく簡易な予測法を検討してきた²⁾。特にダンパーが粘性系のため、弾塑性架構と履歴特性が著しく異なる場合、架構の等価剛性・粘性を評価し、それらにダンパーの粘性を足し合わせることが合理的と考え、過去に提案された数々の等価線形化理論^{3)~6)}をもとに、独自の予測法を展開してきた。

一方、スリップ型の弾塑性架構も、特に住宅制振の分野で、考慮する必要がある。木質住宅の場合^{7), 8)}、木材の柔らかさのため、接合部などの局所変形がおこり、スリップ型の履歴を示す。軽量鉄骨住宅でも⁹⁾、薄い鉄板の局所変形、細い筋交いの引張降伏による圧縮時の弛みなど、スリップ型となる要因は多い。これらの住宅の内

壁型に比べ複雑だが、等価線形化により、同様な最大応答予測法が展開可能であると思われる。現状では、スリップ型構造や、それにダンパーなどで高い粘性を付加した構造の等価線形化理論や最大応答予測法は、未だ僅かである^{5), 10), 11)}。

1. 2 本論文の目的と構成

本論文の目的は、スリップ挙動を示す主架構と粘性・粘弾性ダンパーなどの粘性系ダンパーからなる一質点構造の、地震最大応答予測法および応答制御設計法を提案することである。木質構造の分野で、耐力壁の既存の復元力モデルとして、バイリニア+スリップモデル¹²⁾は比較的簡易でかつ実際の挙動をよく再現するとの指摘もあり¹³⁾、本研究はそのモデルや、最近の木質構造の限界耐力計算に用いられているモデルと類似したものを対象とする。

2章では、スリップ型復元力特性をもつバネ要素(以後、スリップ要素)と粘性要素の並列システムを定義し、特にスリップ要素が振幅の増減により様々な履歴を描くことを把握し、それらの形状や等価剛性・エネルギー吸収量などを定式化する。

3章では、上記に基づきシステムの等価周期・等価減衰定数の評価法を提案する。スリップ型では履歴形状が様々な変化するため、動的特性も広範となるが、傾向を統計的に整理して、極力少ない数のパラメータで表現するようにする。

4章では、これまで筆者らが他の構造に用いてきた等価線形化法をスリップ要素と粘性要素の並列システムに拡張適用し、最大変位や最大力などの応答の予測法を提案する。粘性要素をもつ高減衰の

*1 東京工業大学建築物理研究センター 教授・Ph. D.

*2 東京工業大学 元大学院生

*3 東京工業大学都市地震工学センター ポスドク研究員

*4 東京工業大学都市地震工学センター 特任助教

*5 東京工業大学建築物理研究センター 准教授・工博

*6 東京工業大学建築物理研究センター 助教

Prof., Struct. Eng. Res. Center, Tokyo Institute of Technology, Ph. D.

Former Graduate Student, Tokyo Institute of Technology

Researcher, Center for Urban Earthquake Eng., Tokyo Inst. of Tech.

Assistant Prof., Center for Urban Earthquake Eng., Tokyo Inst. of Tech.

Assoc. Prof., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Research Assoc., Tokyo Institute of Technology

構造の、スリップによる特殊な挙動を明らかにする。また、定常理論では精度良く予測できない最大粘性力についても、新たな評価法を提案する。既往の簡易評価法の

図1 システムの弾性・弾塑性挙動 (ω は外乱円振動数)

精度の調査も行ないながら、本手法の高い精度を示す。

5章では、加速度・速度・変位スペクトル応答が、それぞれ一定と見なされる周期領域を考慮し、本予測法を簡略化かつシステムの応答低減効果を可視化するように応答予測曲線を提案する。これにより、スリップ要素における骨格曲線の弾性時剛性、2次剛性比、降伏変形、降伏力、そして粘性要素の粘性係数などのパラメータが制振効果に及ぼす影響を明示する。

2. システムの履歴特性

2.1 システムおよび粘性要素

本論文で対象とするシステムは、図1(a)に示すように、スリップ要素と粘性要素からなる並列体とする。両要素の特性は主架構や粘性系ダンパーの諸元により決定される。なお、ダンパーは、特性値が振動数や振幅に依存するものとしなないものがあるが^{14)~16)}、本論では基本的な考察のため、そのような依存性は考えない。

システムの変形と力を u, F とし、円振動数 ω の正弦変形 $u(t) = u_{\max} \sin \omega t$ における各要素・システムの履歴を図1(b~d)に例示する。スリップ要素はバイリニアの骨格曲線をもつとし、骨格曲線で定義される弾性時剛性、2次剛性比、降伏変形、降伏力をそれぞれ K, p, u_y, F_y 、弾性時とスリップ時の履歴の交点での力の値を qF_y とする。 $q (\leq 1)$ はスリップ耐力比で劣化特性を表し、 $q=1$ のときスリップ要素はバイリニア要素に合致する。粘性要素は粘性係数 C をもち、正弦変形では最大力 $C\omega u_{\max}$ の楕円履歴を示す(図1(c))。

また、本システムの質量を M として、スリップ要素が弾性のときの固有周期・固有円振動数を T_0, ω_0 とする。スリップ要素がもつ小さな減衰定数を初期減衰定数と呼び、それにダンパーによる付加減衰を加えたものを、 C または弾性減衰定数 h_0 で表現する。

$$T_0 = 2\pi \sqrt{M/K} = 2\pi/\omega_0, \quad h_0 = C/(2M\omega_0) = C\omega_0/(2K) \quad (1a, b)$$

なお、粘弾性ダンパーを用いる場合、粘性要素に並列なスリップ要素の剛性を割増すれば、ダンパー剛性の影響を再現できる。

図1(b), (c)のスリップ要素・粘性要素を合わせ、システムは図1(d)の履歴を示すが、そこで一般履歴曲線に対する Jennings の幾何学的方法^{4), 5)}を用い、振幅 $u_{\max}$ での割線剛性を等価剛性 K_{eq} とする。このとき、速度ひいては粘性要素の力はゼロであるため、 K_{eq} はスリップ要素の等価剛性で表される。また、エネルギー吸収量の粘性要素の寄与分は、前報²⁾に基づき評価できる。よって次節でスリップ要素に着目しながら、等価剛性とエネルギー吸収量の定式化を行う。

2.2 振幅増減によるスリップ要素の履歴性状の変化

スリップ要素は、ある変形まではスリップのため低剛性で、それを超えると高剛性になるという典型的な挙動に、スリップがおきる間のエネルギー吸収を加味したものである。履歴形状はやや異なるが、この意味で文献4のスリップ+バイリニアモデルと類似する。また、 $q=0$ とすれば、近年提示された限界耐力計算^{10), 11)}で考慮されている履歴となる。このように本スリップ要素は、様々な既往モデルの概要を模擬すると思われる。

図2(a)~(e)は、現サイクル振幅 $u_{\max}$ と過去最大変形 u_{pm} の大小関係により、ここに、添字「pm」は、“past maximum value”を意味する。なお、後述するランダム応答では、 $u_{\max}$ を変位の最大絶対値とする。システム塑性率 μ 、過去最大塑性率 μ_{pm} を次式で定義する。

$$\mu = u_{\max}/u_y, \quad \mu_{pm} = u_{pm}/u_y \quad (2a, b)$$

図2(a), (b)のように、弾性域、塑性域にあった u_{pm} それぞれを $u_{\max}$ が超過する場合の履歴を「拡張履歴 I」、「拡張履歴 II」と呼ぶ。スリップ要素の履歴曲線は、ある変位を超えるとき2次剛性 pK の直線から高い剛性の直線に変化する、いわゆる立ち上がりを示す。本モデルでは、骨格曲線上の u_{pm} で定義される点での割線剛性で立ち上がる。よって拡張履歴 I (図2(a))では初期剛性で、拡張履歴 II (図2(b))では u_{pm} が大きいため、低めの剛性で立ち上がる。また、図2(c)~(e)では、 u_{pm} がさらに大きく、より低い剛性となる。

図2(c)のように、 $u_{\max}$ が u_{pm} と一致する場合の履歴を「定常履歴」と呼ぶ。上記の拡張履歴 I, II と比べ、その履歴は骨格曲線に到達し

図2 振幅増減によるスリップ要素の様々な履歴

て同じ上限荷重を示すが、エネルギー吸収量は少なめとなる。

図 2(d), (e) のように、 $u_{\max}$ が u_{pm} を下回るが、 $q\mu_{pm}$ 以上、 $q\mu_{pm}$ 未満の場合それぞれの履歴を「縮小履歴 I」、「縮小履歴 II」と呼ぶ。これらはスリップが著しく、一度大変形を経験した構造の小変形域での「ゆるみ」を再現する。拡張履歴 I, II や定常履歴では同一振幅の場合に最大荷重が等しいが、縮小履歴 I, II では履歴が骨格曲線に達しないため、最大荷重は低くなる(図 2(d), (e))。また、縮小履歴 II (図 2(e)) のみ、履歴曲線の立ち上がりが無いため、等価剛性が低い。

以上の 5 種の場合の等価剛性 K_{eq} とエネルギー吸収量 E_p を表す。

$\mu > 1 \geq \mu_{pm}$ (拡張履歴 I)

$$K_{eq} = K(1+p\mu-p)/\mu, E_p = 2Ku_y^2(\mu-1)(1-p)(1+q) \quad (3a,b)$$

$\mu > \mu_{pm} \geq 1$ (拡張履歴 II)

$$K_{eq} = K(1+p\mu-p)/\mu, E_p = Ku_y^2\{2(\mu-1)-(1-q)(\mu_{pm}-1)\}(1-p)(1+q) \quad (4a,b)$$

$\mu = \mu_{pm} > 1$ (定常履歴)

$$K_{eq} = K(1+p\mu-p)/\mu, E_p = Ku_y^2(\mu-1)(1-p)(1+q)^2 \quad (5a,b)$$

$q\mu_{pm} < \mu < \mu_{pm}$ (縮小履歴 I)

$$K_{eq} = K(1+p\mu_{pm}-p)/\mu_{pm}, E_p = Ku_y^2(q+\mu/\mu_{pm})^2(\mu_{pm}-1)(1-p) \quad (6a,b)$$

$q < \mu < q\mu_{pm}$ (縮小履歴 II)

$$K_{eq} = K(q+p\mu-pq)/\mu, E_p = 4Ku_y^2(\mu-q)(1-p)q \quad (7a,b)$$

なお、 $\mu_{pm} \leq 1$ で $\mu \leq 1$ の場合、または $\mu_{pm} \geq 1$ で $\mu \leq q$ の場合は、弾性時を示し、 $K_{eq} = K, E_p = 0$ である。

2. 3 振幅拡張時のみスリップ要素が吸収するエネルギー量

応答予測手法の提案のため、拡張履歴 I, II の扱いを検討した。同一振幅での載荷を複数サイクル行い、かつ振幅を漸増させて繰り返す載荷を考える。新たな振幅では、1 回目のサイクルだけ拡張履歴 I または II (図 2(a)か(b))、2 回目以降は定常履歴(図 2(c))となる。

これに基づき、図 3(a), (b) はそれぞれ弾性域、塑性域の振幅を拡張した後の定常履歴を示す。同一振幅での拡張履歴・定常履歴のエネルギー吸収量を、それぞれ $E_p' + E_p$ と E_p で表す。ここに、 $E_p' =$ 拡張履歴時のみに吸収されるエネルギー量であり、式(3b)~(5b)より、

$$E_p' = Ku_y^2(\mu-1)(1-p)(1-q^2) \quad (8)$$

また、同一振幅を j サイクル繰り返したときの累積エネルギー吸収量は $E_p' + jE_p$ となるため、

$$E_p'/(E_p' + jE_p) = 1 / \{1 + j(1+q)/(1-q)\} \quad (9)$$

すなわち、拡張履歴時のみに吸収される量 E_p' の全累積エネルギー量に対する寄与分は、 K, p, u_y, μ に関わりなく q と j のみに依存し、

図 3 拡張振幅に伴うエネルギー吸収 (E_{p1}' と E_{p2}' , 灰色部分)

q が大きい j が多いほど減少すると言える。

2. 4 地震応答での振幅拡張に伴うエネルギー吸収の寄与

定常サイクルが増えるほど、そのエネルギー寄与分が大きく、振幅拡張時にのみ吸収されるエネルギー量 E_p' の影響が減ることが、式(9)から明らかになった。以下に、地震応答の場合を検討する。

図 1(a)で表されたシステムで、弾性周期 $T_0=0.4, 2$ 秒、初期減衰定数 $h_0=0.02, 0.1, 0.3$ 、そして 2 次剛性比 $p=0, 0.5$ 、スリップ耐力比 $q=0, 0.5$ を考慮する ($p=q=0.5$ を除く)。また、入力地震波は位相特性の異なる BCJ-L2 波、八戸 NS 波、JMA 神戸 NS 波の 3 種とした。各地震波でシステム塑性率 $\mu=1$ となるよう降伏変形 u_y を設定し、 $\mu=2, 4, 10$ を考慮するため地震波の加速度倍率を調節した。以上より、システムと地震入力計 162 種の組み合わせを考慮した。

振幅拡張時にのみ吸収されるエネルギーの総和 $\Sigma E_p'$ は、ランダムな振幅ごと足し合わせる代わり、図 3(b)のように、スリップ要素の正側・負側それぞれで定義した最大塑性率までの骨格曲線と、同じ振幅の定常履歴曲線との間の面積から簡便に求める。つまり、正側・負側それぞれで最大塑性率を求め、それらを式(8)に代入して得た両値の和をとればよい。スリップ要素・粘性要素の累積エネルギー吸収量 $\Sigma E_p, \Sigma E_v$ は、それらの時刻歴応答の積分から得られる。

図 4 は、システムのスリップ要素部分の地震応答履歴を、2 次剛性比 p とスリップ耐力比 q の 3 種組み合わせ $(p, q) = (0, 0), (0.5, 0), (0, 0.5)$ について示している。大きな p ではスリップ要素が弾性に近いので等価減衰が小さく(図 4(b))、よって地震応答では自由振動成分が卓越するため同等振幅のサイクルが多く¹⁷⁾、式(9)の j が大のときと同様、 $\Sigma E_p' / \Sigma E_p$ が比較的小さくなる。また、 q はより強く影響することも式(9)から分かり、 q が大だと履歴はバイリニア型に近くなるため $\Sigma E_p' / \Sigma E_p$ が小さい。以上と整合して、図 4(a)~(c)の順に $\Sigma E_p' / \Sigma E_p = 0.18, 0.16, 0.07$ であった。

図 5 は、図 4(c)の $(p, q) = (0, 0.5)$ を例にとり、 h_0 を 3 種に変えてスリップ要素、粘性要素、システムの荷重(図中 F_p, F_v, F_t)と変形の関係を示す。 h_0 が高いと F_v が大きく、 F_t にその影響が現れる。なお、 $h_0=0.02, 0.1, 0.3$ の順に、 $\Sigma E_p' / \Sigma E_p = 0.07, 0.07, 0.06$ とほぼ等しく、 h_0 にあまり影響されないが、一方、 $\Sigma E_p' / \Sigma(E_p' + E_v) = 0.06, 0.037, 0.014$ となり、 h_0 にかなり影響されている。

図 6, 図 7 は、 $\Sigma E_p' / \Sigma E_p$ と $\Sigma E_p' / \Sigma(E_p' + E_v)$ それぞれを上記 162 組み合わせについて纏めている。前者は h_0 の影響が小であるため(上述)、 $h_0=0.02, 0.1, 0.3$ の場合の平均をとって $T_0=0.4, 2$ 秒に分けて示し、後者では逆に h_0 の影響が大であるため(上述)、2 種 T_0 値の場合の平均を取り、各 h_0 値で示している。同一振幅の繰り返しの場合(2.3 節)と似て、 $\Sigma E_p' / \Sigma E_p$ は、パルス的な JMA 神戸波で最大約 0.4、時間が長くサイクル数が多い BCJ-L2 波で最大約 0.15 であり、 μ に殆ど依存しない(図 6)。さらに、図 7 から、粘性による吸収エネルギー

図 4 地震応答履歴例(スリップ要素部分のみ表示 $T_0=2$ 秒、 $h_0=0.1, \mu=4$, 八戸地震波)

図5 地震応答履歴例($T_0=2$ 秒, $p=0$, $q=0.5$, $\mu=4$, $h_0=0.02, 0.1, 0.3$, 八戸地震波)

を加えたため、 $\Sigma E'_p / \Sigma(E_p + E_v)$ は、 $\Sigma E'_p / \Sigma E_p$ に比べて格段に小さい。以上より、 $h_0=0.02$ で、かつ繰返しが少ないJMA神戸波の場合以外、ほぼ $\Sigma E'_p / \Sigma(E_p + E_v) < 0.1$ であったため、振幅拡張時のみ吸収されるエネルギーの影響は、これ以後、無視することにする。

3. 等価線形化理論

前報²⁾にて筆者らは、バイリニア要素と粘性要素からなるシステムの等価周期・減衰定数を定式化した。本報では、バイリニア要素をスリップ要素に変えた新たな定式化のため、2.2節でスリップ要素の等価剛性とエネルギー吸収量を定義し、スリップ要素の拡張・定常・縮小履歴のうち、拡張・定常履歴の等価剛性は同一表現であることを示した。また、2.4節で、振幅拡張時のみ吸収されるエネルギーの影響が無視できることが分かったため、拡張履歴のエネルギー吸収量を、定常履歴のそれで近似できると言える。以上より本章では、まず定常・縮小履歴のみを考慮し、それらの比較から、定常履歴のみに基づく等価周期・減衰定数の定式化を提案する。

3.1 システムの等価周期

システムの等価周期は、最大変位時で定義する。このとき、履歴曲線は骨格曲線に達するため、縮小履歴を考慮する必要はない。ここでは、拡張履歴(式(3a)~(4a))と共通な定常履歴の等価剛性(式(5a))を考慮する。これ以後 (μ) , (ω) の表示は、それぞれ μ と ω への依存を表し、等価円振動数 $\omega_{eq}(\mu)$ 、等価周期 $T_{eq}(\mu)$ は次式で与えられる。

$$\omega_{eq}(\mu) = \omega_0 \sqrt{\frac{K_{eq}(\mu)}{K}}, \quad T_{eq}(\mu) = T_0 \sqrt{\frac{K}{K_{eq}(\mu)}} \quad (10a,b)$$

ここに、 ω_0 , T_0 = 弾性時の固有円振動数・周期である (式(1a))。

$T_{eq}(\mu)$ の傾向を図8に示す。システムの2次剛性比 p が小さいほど、また μ が大きいほど $T_{eq}(\mu)$ の伸びは大きい。スリップ耐力比 q は、 $K_{eq}(\mu)$ や $T_{eq}(\mu)$ に影響しない(式(5a))。

3.2 システムの等価減衰定数

システムの歪エネルギー $E_s(\mu)$ 、粘性要素の吸収エネルギー

図6 $\Sigma E'_p / \Sigma E_p$ の値(3種 h_0 による平均値)

図7 $\Sigma E'_p / \Sigma(E_p + E_v)$ の値(2種 T_0 による平均値)

$E_v(\mu, \omega)$ は、式(1b)を考慮して次式で表される。

$$E_s(\mu) = \frac{1}{2} K_{eq}(\mu) \mu^2 u_y^2, \quad E_v(\mu, \omega) = \pi C \omega \mu^2 u_y^2 = 2\pi K \mu^2 u_y^2 \frac{h_0 \omega}{\omega_0} \quad (11a,b)$$

式(11b)のようにエネルギー吸収が外乱円振動数 ω に依存する場合、任意の ω での等価減衰定数 $h'_{eq}(\mu, \omega)$ が、文献14, 2に基づき求められ、よって共振時 $\omega = \omega_{eq}$ の場合の $h'_{eq}(\mu, \omega_{eq})$ は次式で表される。

$$h'_{eq}(\mu, \omega_{eq}) = \frac{E_p(\mu) + E_v(\mu, \omega_{eq})}{4\pi E_s(\mu)} \cdot 1 = h'_p(\mu) + h'_v(\mu, \omega_{eq}) \quad (12)$$

ここに、 h'_{eq} などの「'」は、後述の平均減衰定数との区別のため用いる。 h'_p , h'_v は、スリップ、粘性要素それぞれが寄与する減衰定数である。なお、 $\omega \neq \omega_{eq}$ のときは式(11)そのものを用いて式(12)を書き換えればよく、式(12)の ω_{eq} を ω に、1を ω_{eq}/ω に変えた表現となる。

式(12)を具体的に表す。2.4節の結論に従い、拡張履歴のエネルギー吸収量は定常履歴で近似する。よって、等価減衰定数 $h'_{eq}(\mu, \omega_{eq})$ は、定常履歴、縮小履歴I、縮小履歴IIの3種に分けて表される。

定常履歴の場合、式(12)の $E_p(\mu)$, $E_s(\mu)$, $E_v(\mu, \omega_{eq})$ にそれぞれ式(5b), (11a), (11b)を代入し、式(1), (10)などを用いて次式を得る。

図8 等価周期の増加率 T_{eq}/T_0 と塑性率の関係

図9 等価減衰定数 ($h_{eq,A}$ = 定常履歴の減衰のみを考慮した場合; $h_{eq,AVG}$ = 定常履歴と縮小履歴の減衰の平均値)

$$h'_p(\mu) = \frac{(\mu-1)(1-p)(1+q)^2}{2\pi\mu f(\mu)}, \quad h'_v(\mu) = h_0 \sqrt{\frac{\mu}{f(\mu)}} \quad (13a-c)$$

$$f(\mu) = 1 + p\mu - p \quad (\mu \geq 1)$$

ここに、 $\mu < 1$ のときは $h'_p = 0$, $h'_v = h_0$ である。式(13b)で $h'_v(\mu, \omega_{eq})$ の代わり $h'_v(\mu)$ としたのは、式(5a)より ω_{eq} が μ に依存するためである。

縮小履歴 I の場合、式(12)の $E_p(\mu)$, $E_s(\mu)$, $E_v(\mu, \omega_{eq})$ にそれぞれ式(6b), (11a), (11b)を代入し、縮小履歴 II の場合は、式(7b), (11a), (11b)を代入する。すなわち、

$$h'_p(\mu) = \frac{(\mu_{pm}-1)(1-p)(\mu+q\mu_{pm})^2}{2\pi\mu^2\mu_{pm}f(\mu_{pm})}, \quad h'_v(\mu) = h_0 \sqrt{\frac{\mu_{pm}}{f(\mu)}} \quad (q\mu_{pm} \leq \mu < \mu_{pm})$$

$$h'_p(\mu) = \frac{2q(\mu-q)(1-p)}{\pi\mu(q+p\mu-q)}, \quad h'_v(\mu) = h_0 \sqrt{\frac{\mu}{q+p\mu-pq}} \quad (q < \mu < q\mu_{pm}) \quad (14a-d)$$

ここに、 $\mu \leq q$ のときは $h'_p = 0$, $h'_v = h_0$ である。

大小サイクルを含むランダム応答では、各サイクルの塑性率は、0 から最大値まで様々である。筆者らは、それを加味したバイリニアシステムの等価減衰定数の評価法として、塑性率ごとの減衰定数の最大塑性率までの平均をとる Newmark-Rosenbluth の「平均減衰法」^{5), 6)} の有効性を検証し、さらにバイリニア要素と粘性要素の並列体にも拡張適用して、次式のように平均減衰定数 h_{eq} を提案した²⁾。

$$h_{eq} = \frac{1}{\mu} \int_0^\mu h'_{eq}(\mu') d\mu' = \frac{1}{\mu} \int_0^\mu h'_p(\mu') d\mu' + \frac{1}{\mu} \int_0^\mu h'_v(\mu') d\mu' \quad (15)$$

本論では、式(15)をスリップ要素の場合にも適用するが、バイリニア要素と異なり、振幅拡張時と縮小時で減衰定数が変わることに注意する必要がある。これは、地震時に最大塑性率に達するまで、振幅が常に拡張するわけではなく、時には縮小するからである。そこで、振幅 μ' が 0 からある μ 値まで連続的に増える場合と、その μ

図10 減衰効果係数の比率 ($D_{h,A}$ = 図9の $h_{eq,A}$ を考慮した場合; $D_{h,AVG}$ = 図9の $h_{eq,AVG}$ を考慮した場合)

($=\mu_{pm}$) 値から 0 まで減る場合それぞれの h_{eq} を、式(13)、(14)を式(15)に代入して求めてみた。これらをそれぞれ $h_{eq,A}$, $h_{eq,B}$ と呼び、また、平均値 $(h_{eq,A} + h_{eq,B})/2$ を $h_{eq,AVG}$ と呼ぶ。

図9は、初期減衰 $h_0 = 0.02, 0.1, 0.2$ 、スリップ耐力比 $q = 0, 0.2, 0.5$ 、2次剛性比 $p = 0, 0.2, 0.5$ 、塑性率 $\mu = 0 \sim 10$ (1刻みで11種)の合計297通り ($=3 \times 3 \times 3 \times 11$) で式(15)に対し、 $h_{eq,A}$ と $h_{eq,AVG}$ の値を比較する。図9により、縮小履歴を考慮することによって、減衰定数が増幅される。2次剛性比 p が小さいほど $h_{eq,AVG}$ の増加が著しくなる。

ここで $h_{eq,A}$ と $h_{eq,AVG}$ の応答予測への影響を検討してみる。後述するように(4.1節、式(19))、等価減衰定数が影響するのは、スペクトル値の低減を表す「減衰効果係数」 D_h である。そこで、 $h_{eq,A}$ と $h_{eq,AVG}$ それぞれから求めた $D_{h,A}$ と $D_{h,AVG}$ について以下の比を考える。

$$D_{h,AVG}/D_{h,A} = \sqrt{(1+25h_{eq,A})/(1+25h_{eq,AVG})} \quad (16)$$

図10が示すように、 $D_{h,AVG}$ と $D_{h,A}$ の間に最大で2割の差が生じる場合もあるが、全体には1割程度であるため、縮小履歴の影響を無視し、定常履歴の場合のみに基づき等価減衰定数 h_{eq} を定義する。よって、式(13)、(15)より、 h_{eq} が以下のように表される。

$$h_{eq} = \frac{(1+q)^2}{2\pi\mu} \ln\left(\frac{f(\mu)}{\mu^p}\right) + \frac{h_0}{\mu} \left\{ \frac{\sqrt{\mu f(\mu)} + p - 1}{p} + \ln\left(\frac{\sqrt{p\mu} + \sqrt{f(\mu)}}{\sqrt{p} + 1}\right)^{\frac{p-1}{p}} \right\} \quad (17)$$

図11に、様々な h_0 , p , q における h_{eq} と μ の関係を表す。図11(a)はスリップ要素の付加する減衰定数を示し、式(17)右辺の第1項にあたる。図11(b)は、粘性要素の付加する減衰定数を弾性減衰定数 h_0 で基準化した値を示し、式(17)右辺の{}を μ で除したものに当たる (h_0 を除く)。これで各要素の減衰の分担がわかるが、その和は、 $h_0 = 0.02, 0.2$ の場合それぞれで図11(c), (d)に示してある。スリップ要素の付加する減衰は、耐力比 q が大きいほど増加し、粘性要素ではその逆となる (図11(a),(b))。いずれも μ が増えるとある程度までは減

図 11 平均減衰法に基づく塑性率 μ と (a) 履歴減衰 (b) 粘性減衰の h_0 に対する増加倍率 (c) 初期減衰 0.02 時の等価減衰係数 (d) 初期減衰 0.2 時の等価減衰の係数

衰が増える(図 11(c), (d))。また、上述したように、粘性要素の付加する減衰は h_0 に比例する(図 11(b))。

4. スペクトルの平滑化と低減化による最大応答評価

本等価線形化手法の場合、等価剛性は Jennings の幾何学的方法(2.1 節)、等価減衰は Newmark-Rosenbluth の平均減衰法(3.2 節)それぞれに基づき評価したが、複雑なスリップ型履歴の特性を、詳細な検討に基づき近似し、高い付加線形粘性の影響も加味しながら、極力簡易な評価式を導いたところに特徴がある。

また、それらと地震波のスペクトル特性を合わせ、この章で、時刻歴解析に代わる簡易な最大応答予測手法を提案する。前報で提案した手法は、パイリニア要素と線形粘性要素からなる構造について、地震の最中、等価剛性として等価周期が刻々と変わることをふまえた速度スペクトルの平均化を行い、等価減衰の値によりそれを減衰効果係数 D_h により低減して応答予測するものであった。構造の最大速度が、長周期や高減衰で、擬似速度スペクトルを大幅に上回ることも、線形粘性要素の最大力予測に反映させた。

本章では、前報の考え方が、スリップ要素を用いた場合にも有効なことを示し、最大応答予測法と精度を述べる。また 5 章では、スペクトル値が周期によらず一定の場合、予測法により、様々な条件下での最大応答を容易に図示化できることを述べる。

4. 1 最大応答予測法の提案

弾性減衰定数 h_0 のシステムの地震応答における各サイクルの塑性率 μ' は、1 から最大塑性率 μ までの間で変化する。このため、システムの等価周期も弾性周期 T_0 から最大変形時の等価周期 T_{eq} までの間で変化すると考え、応答速度の算出には、最大変位時の等価周期におけるスペクトルでなく、以下の等価速度スペクトルを用いる。

$$\bar{S}_{pv}(T_{eq}, h_0) = \frac{1}{T_{eq} - T_0} \int_{T_0}^{T_{eq}} \bar{S}_{pv}(T, h_0) dT \quad (18)$$

これは、弾性減衰定数 h_0 における擬似速度スペクトルを T_0 から T_{eq} の範囲で平均化したことを示す^{(6), (2)}。

等価減衰定数が h_0 から h_{eq} に増したことによる線形応答スペクト

図 12 定常状態に基づく最大力の予測 ($p=0.2, C_0/K=0.51$ の例)

図 13 定常状態に基づく予測に周期・塑性率による粘性力補正を行なった場合の有効性 ($h_0=0.1, p=0, q=0, T_0=0.4, 2$ 秒, $\mu=4, 10$, 八戸波入力の場合)

ルの低減率 D_h 、「減衰効果係数」には、笠井らの式を用いる。

$$D_h = \sqrt{\frac{1+\alpha h_0}{1+\alpha h_{eq}}} \quad (19)$$

ここに、定数 α は、実地震波では 25 が妥当だが、模擬地震波の場合には異なる場合もあり、後述する BCJ-L2 波では 75 を用いる⁽⁶⁾。

この D_h を用い、等価減衰定数 h_{eq} でのシステムの応答速度、そして通常の擬似速度・変位の関係から最大変位を得る。

$$u_{\max} = \frac{T_{eq}}{2\pi} \bar{S}_{pv}(T_{eq}, h_{eq}) = \frac{T_{eq}}{2\pi} D_h \bar{S}_{pv}(T_{eq}, h_0) \quad (20)$$

また、上記の弾性減衰定数 h_0 のスペクトルを用いる代わりに、低い初期減衰定数 0.02 のスペクトルを用いる方法も考えられる。この場合は、以下の減衰効果係数を用いることになる。

$$D_h = \sqrt{\frac{1+\alpha h_0}{1+\alpha h_{eq}}} \sqrt{\frac{1+\alpha \times 0.02}{1+\alpha h_0}} = \sqrt{\frac{1+\alpha \times 0.02}{1+\alpha h_{eq}}} \quad (21)$$

最大変形時の力は、速度ゼロのためスリップ要素のみから発生し、

$$F' = F_y \mu \quad (\mu \leq 1), \quad F' = F_y (1 + p\mu - p) \quad (\mu > 1) \quad (22a,b)$$

また、図 12 に最大力の起こり方を示している。黒丸と白丸はそれぞれ最大力の点とシステム接線剛性の不連続点を示す。最大力発生時は、スリップ要素の力がバイリニアの骨格曲線上にあるため、バイリニア要素と粘性要素の並列体に関する筆者らの文献²⁾に基づき、最大力 F_{max} は、

$$F_{max} = F_y \mu \sqrt{1 + (\zeta C \omega_{eq} / K)^2} \quad (\mu \leq \mu_A)$$

$$F_{max} = F_y \left\{ \mu \sqrt{p^2 + (\zeta C \omega_{eq} / K)^2} + 1 - p \right\} \quad (\mu \geq \mu_A) \quad (23a-c)$$

$$\mu_A = \left\{ \sqrt{1 + (\zeta C \omega_{eq} / K)^2} + \sqrt{p^2 + (\zeta C \omega_{eq} / K)^2} \right\} (1 + p)$$

ここに、外乱円振動数 ω は、地震中に生じる最大変形に基づく等価円振動数 ω_{eq} (式(10a))とする。これは、速度スペクトル S_v の擬似速度スペクトル S_{pv} に対する増加率であり^{2), 18)}、

$$\zeta = (0.6h_0 + 0.1)(T_{eq} - 0.8) + 1 \quad (24)$$

表 1 入力地震波一覧 (計 10 波)

No.	地震波名		最大加速度 (cm/s ²)	入力時間 (s)	継続時間評価値 (s)
1	模擬地震波	BCJ-L2	355.66	120.00	65.28
2	Imperial Valley 1940	El centro NS	341.70	53.74	24.40
3	十勝沖 1968	八戸 NS	272.09	71.99	41.28
4	兵庫県南部 1995	JMA 神戸 NS	820.56	30.06	8.10
5		JR 鷹取駅 EW	656.98	40.95	9.93
6	釧路沖 1993	JMA 釧路 N063E	692.81	157.40	18.89
7	Northridge 1994	Sylmar NS	826.76	59.98	5.32
8	Iran 1978	Tabas N344E	919.02	49.98	18.06
9	Kern Country 1952	Taft EW	175.90	54.38	28.84
10	宮城県沖 1978	東北大学 NS	257.98	40.98	19.50

式(24)は、 h_0 および T_{eq} が大きいほど、最大応答速度が擬似速度より大きくなることを示し、これを反映させるため式(23)で C の代わりに ζC を用いている^{2), 18)}。式(24)は、精度を改善した文献 18 の式の方を用いている。

図 13 に $h_0=0.1, p=0, q=0$ で、2 種の $T_0=0.4$ 秒、2 秒と 2 種の $\mu=4, 10$ の組み合わせ 4 種類それぞれに八戸波を入力したときの、粘性要素とシステムの履歴図を示す。上記のように、長周期システムでは、擬似速度に基づく粘性力が時刻歴解析結果を著しく下回っている。一方、図 13 の太い実線が式(24)による粘性補正を行った結果である。短周期・長周期システムともに、補正後の粘性力とシステム力は時刻歴解析とよく合っている。

本手法による最大変位・力の基本的な予測手順を以下に要約する。ここでは、初期減衰 $h_0=2\%$ の線形応答スペクトルを用いる。始めに等価周期 $T_{eq}=T_0$ 、等価減衰定数 $h_{eq}=h_0$ と仮定して、地震線形応答スペクトルから $u_{max}, \mu=u_{max}/u_y$ の初期値を得る。

- 1) $\mu(>1)$ 値から新たな T_{eq} (式(5a), (10b)) と h_{eq} (式(17)) を評価し、それから、新たな u_{max} (式(20)右辺、式(21)) と μ を求める。
- 2) 上記を数回くり返し、 u_{max} 値が収斂した後、相当する力 F' (式(22)) と最大力 F_{max} (式(23), (24)) を得る。

4. 2 エネルギー一定則や変位一定則に基づく予測法

Newmark & Hall のエネルギー一定則は、ある 1 質点完全弾塑性系が地震動を受けた場合、その荷重・変形骨格曲線における最大変位までのエネルギーが、同じ地震動を受ける初期剛性の等しい弾性系と同量となるという考え方に基づいた、非線形変位応答の推定法である。弾塑性系の最大塑性率 μ 、降伏力 F_y 、最大変位 u_{max} として、エネルギー的に等価な弾性系の最大荷重 F_{el} 、最大変位 u_{el} に対し、以下のエネルギー一定則が提案された。

$$u_{max} = u_{el} \frac{\mu}{\sqrt{2\mu-1}}, \quad F_y = F_{el} \frac{1}{\sqrt{2\mu-1}} \quad (25a,b)$$

図 14 各手法の最大変位の予測精度 (各地震波において左から $\mu=2.4, 10$; $\circ$ $p=0$ $\bullet$ $p=0.2$ $\diamond$ $p=0.5$)

この手法を、木構造の耐震改修マニュアル^{19),20)}などで採用した例があるが、エネルギー一定則が元来対象とした構造と異なり、スリップ型の履歴や、高い付加粘性減衰を対象としている。筆者らの知る限りでは、その妥当性は未だ示されていない。そこで本論では、スリップ要素と粘性要素をもつ構造について、文献19, 20の考え方を反映させて、エネルギー一定則による応答予測を考えてみる。

なお、文献19, 20は、式(25b)に基づき、等価弾性系としての許容耐力を評価し、さらに粘性減衰定数（本論の定義により弾性減衰定数 h_0 と表す）の効果が認められる場合、減衰効果係数 $D_h = 1.5/(1+10h_0)$ でそれを除すことで、許容耐力の割り増しも提案している。この基本的な考え方は、スリップ要素と粘性要素からなる構造の地震最大応答は、粘性要素分の減衰を付加した弾性系の地震最大応答からエネルギー一定則により求めた、完全弾塑性系の最大応答で近似できるというものである。

本論では、この考え方に基づく変位予測の精度検討も行う。ただし、文献19, 20が用いた上記 D_h 式は減衰効果を過大評価するため¹³⁾、より正確な式(21)を用い、初期減衰定数 2% 時の弾性応答スペクトルに $D_h = \sqrt{(1+0.02\alpha)/(1+h_0\alpha)}$ をかけ、弾性減衰定数 h_0 の弾性系応答を得る。最大変位・力の基本的な予測手順を以下に要約する。

- 1) 初期減衰 2% の弾性応答スペクトルに D_h をかけ、システム弾性時の最大変位 u_{el} 、最大力 F_{el} を得る。
- 2) 式(25b)より塑性率 μ を求め、塑性化 ($\mu > 1$) と判定した場合、 μ 値と式(25a)から最大変形 u_{max} を評価する。

なお、文献19, 20には、最大力の評価法が存在せず、また歪硬化係数 p 、スリップ耐力比 q の影響が考慮されていない。これらの改善は、本論の主旨ではないことを述べておく。

また、短周期構造には用いられない Newmark & Hall の変位一定則の精度も、参考のため追加検討する。上記の手順と同様になるが、手順2)を変え、式(25)に代わり式(26)により塑性率 μ や最大変形 u_{max} を評価する。すなわち変位一定則により、

$$u_{max} = u_{el} \cdot F_y = F_{el} / \mu \quad (26a, b)$$

4. 3 各予測法の精度検証

本予測法(4.1節)、エネルギー一定則、変位一定則それぞれによる予測法(4.2節)の精度を、非線形時刻歴解析の結果と比べて評価する。

時刻歴解析では、弾性周期 $T_0 = 0.2$ 秒~3 秒の9種 (0.2~1 秒の間は0.2秒刻みの5種、1秒以上は0.5秒刻みの4種)、弾性減衰定数 $h_0 = 0.02, 0.1, 0.2, 0.3$ の4種、2次剛性比 $p = 0, 0.2, 0.5$ の3種、スリップ耐力比 $q = 0, 0.2, 0.5, 1$ の4種を考慮する。各システムに、表1に示す10種の地震波を入力する。3種の塑性率 $\mu = 2, 4, 10$ を得るように、システムの降伏変形 u_y を加速度倍率1倍の各地震波における弾性応答値とし、地震波の加速度倍率を増加させながら調整する。以上、12960 (=9×4×3×4×10×3) ケースの時刻歴解析を行う。

本予測法の検証では、4.1節で纏めた、 μ を収斂計算から求める方法をとらず、上記の時刻歴解析より得た塑性率 μ を用い、等価周期 T_{eq} (式(10b))、等価減衰 h_{eq} (式(17))を算出し、それらと応答スペクトルと併せて最大変位 u_{max} を計算する。一方、エネルギー一定則と変位一定則の検証では、最大変位 u_{el} を応答スペクトルから求めた後、それぞれ式(25a)、式(26a)から u_{max} を算定する。3種予測法共通に、各地震波の2%減衰定数時のスペクトルを D_h 式で低減し(4.1節、4.2節)、 D_h の評価では、表1の模擬地震波 BCJ-L2 波で $\alpha = 75$ 、他の9

図15 本予測法の最大力予測精度 (T_0, q による平均値; 各地震波において左から $\mu=2, 4, 10$; $\circ$ $p=0$ $\bullet$ $p=0.2$ $\diamond$ $p=0.5$)

表2 最大変位予測値と時刻歴解析値の比

固有周期 T_0	本予測法 平均値 (標準偏差)	エネルギー一定則 平均値 (標準偏差)	変位一定則 平均値 (標準偏差)
0.2s	1.09(0.32)	1.09(0.50)	0.71(0.34)
0.4s	1.13(0.20)	1.34(0.40)	0.87(0.24)
0.6s	1.18(0.20)	1.52(0.54)	0.94(0.31)
0.8s	1.20(0.25)	1.64(0.54)	1.03(0.28)
1.0s	1.19(0.23)	1.74(0.70)	1.06(0.37)
1.5s	1.17(0.21)	1.57(0.63)	1.01(0.33)
2.0s	1.11(0.26)	1.85(0.58)	1.17(0.24)
2.5s	1.06(0.24)	1.75(0.83)	1.09(0.49)
3.0s	1.03(0.18)	1.80(0.64)	1.10(0.29)

種の実地震波で $\alpha = 25$ とした。

すなわち、本予測法(4.1節)、エネルギー一定則による予測法(4.2節)の検証は、時刻歴解析から得た μ の正解を両予測法に代入し、そこから最大変位 u_{max} を評価しており、予測法が正確ならば、当然 u_{max} は時刻歴解析結果と一致する。両予測法とも、本来は4.1節、4.2節の手順で μ 値そのものを求めるが、ここでは、 μ 値が正解であるときの予測値の誤差を評価することで、精度傾向をより明確に把握でき、かつ共通な μ 値で整理した精度評価や、多数のケースの検討も効率的に行うことができた。精度傾向について、5.2節も参照されたい。

検証結果は以下の如くである。弾性周期 $T_0 = 0.2$ 秒、0.4 秒、1.0 秒、2.0 秒の場合で、各地震波ごとの最大変位予測精度を、等価線形化による手法(図14(a))、エネルギー一定則による手法(図14(b))についてそれぞれ示す。各地震波で、 p, μ の組み合わせごとに、上記4種の弾性減衰定数と4種のスリップ耐力比の16ケースでの予測精度の平均を1シンボルで示す。図中の標準偏差の値はそれらのシンボルの値を3種2次剛性比、3種塑性率及び10種地震波にわたり統計処理した結果である。なお、変位一定則は、紙幅の都合により図示しないが、表2に周期ごと、及び短周期(0.2s-0.6s)、中長周期(0.8s-3s)の周期領域ごとに、本予測法、エネルギー一定則による予測法、変位一定則による予測法の精度を示す。周期領域ごとに示した標準偏差は、周期領域のデータを統計処理した結果である。

本手法による最大変位の予測は、全体に入力特性や周期領域によ

らない安定した精度を保っていると言える。エネルギー一定則では、短周期領域で精度が改善されるが、弾性周期 T_0 や塑性率が大きいと極端な変位過大評価が生じ、バラツキも大きい(図 14(b))。変位一定則では、短周期領域で過少評価になり、中長周期領域で誤差平均は改善するが、バラツキが大きい。

図 15 に、本予測法の最大力の予測精度を示す。 h_0 が高いと、ばらつきが少し大きくなるが、式(24)で高減衰システムの最大速度値を補正するため¹⁸⁾、全体に h_0 によらず良い精度が認められる。

5. 一定の線形応答スペクトルに基づく簡易応答予測法

5. 1 応答予測曲線による最大応答値の可視化

ここでは、4.1 節で提案した本予測法の簡略化や可視化を行う。スリップ要素・粘性要素の並列システムの予測応答値を、スリップ要素が弾性のとき、つまり固有周期 T_0 、弾性減衰定数 h_0 のときの弾性システムの応答値 u_{el} , F_{el} の倍率として表す。

ここに、 u_{el} は弾性システムの最大変位であり、スペクトル応答値 $S_{pv}(T_0, h_0)$ を用い、簡便に $u_{el} = (T_0/2\pi)S_{pv}(T_0, h_0)$ と求める。式(20)より、塑性化に伴う応答倍率が次式(27a)で表現できる。さらに、弾性システムの最大変位時の力を $F_{el}(=Ku_{el})$ とし、式(22b)から式(27b)を得る。

$$u_{\max} = u_{el} D_h \frac{T_{eq}}{T_0} \frac{\bar{S}_{pv}(T_{eq}, h_0)}{S_{pv}(T_0, h_0)}, \quad F' = F_{el} \frac{u_{\max}}{u_{el}} \frac{1+p\mu-p}{\mu} \quad (27a, b)$$

ここに、 D_h は式(19)もしくは式(21)で評価する。擬似加速度 S_{pa} や擬似速度 S_{pv} 、変位スペクトル S_d が一定であるような理想的な場合を考えると、式(27a)は以下のように簡便になる。

$$\begin{aligned} u_{\max} &= u_{el} D_h \frac{T_{eq}}{T_0} \frac{T_{eq}/T_0 + 1}{2} & (S_{pa} \text{一定}) \\ u_{\max} &= u_{el} D_h \frac{T_{eq}}{T_0} & (S_{pv} \text{一定}) \\ u_{\max} &= u_{el} D_h \frac{T_{eq}}{T_0} \frac{\ln(T_{eq}/T_0)}{T_{eq}/T_0 - 1} & (S_d \text{一定}) \end{aligned} \quad (28a-c)$$

それぞれに対応する F' は式(27b)より算出する。また最大力 $F_{\max}$ は前述の式(23)を用いて求める。

なお、以上は、弾性構造において周期に関わらず最大応答が同一の場合を意味するが、弾塑性時の最大加速度・変位は、それぞれ $(2\pi/T_{eq})\bar{S}_{pv}(T_{eq}, h_0)$, $(T_{eq}/2\pi)\bar{S}_{pv}(T_{eq}, h_0)$ であり(式(20))、 S_{pa} 一定、 S_d 一定のときでも、これらのスペクトル値は T_{eq} により異なり、一定とはならないことを、容易に示すことができる。

様々な降伏耐力 F_y 、弾性減衰定数 h_0 、二次剛性比 p 、スリップ耐力比 q での最大応答を可視化した「応答予測曲線」が、式(28), (27b)に様々な μ 値を代入して作成できる。

図 16(a)に、 S_{pa} 一定で、 $F_y = 0.2F_{el}$, $h_0 = 0.02$, $p = 0.2$ のもとで、 $q = 0$

と 1 の場合の 2 本の応答予測曲線を示す。前述のように、 $h_0 = 0.02$ での弾性応答スペクトルから (u_{el}, F_{el}) の点が既知なら、スリップ要素の塑性時のシステム最大応答は次のように求める。

- 1) 点(0, 0)と (u_{el}, F_{el}) の間で弾性剛性 K を示す破線を引き、 $F_y = 0.2F_{el}$ より、骨格曲線の折れ点①(u_y, F_y)を決定する。
- 2) 勾配 pK の直線を点①から引き、応答予測曲線との交点②を求め、その座標からシステム最大応答値($u_{\max}, F'$)を求める。
- 3) $\mu = u_{\max}/u_y$ と $F_{\max}$ (式(23))を求める。

このように、応答予測曲線によれば、4.1 節で述べた収斂計算が要らない。図 16(a)のように、 $h_0 = 0.02$ では、 $F_y < 0.5F_{el}$ の場合に $u_{\max}$ が q に強く依存する。つまり、 $F_y = 0.2F_{el}$ の場合、 $q = 0$ (破線) ではエネルギー吸収量が少ないため、 $q = 1$ (実線) に比べ $u_{\max}$ が 1.62 (=1.88/1.16) 倍と大きく、また弾性時変位 u_{el} を著しく上回っている。しかし、図 16(b)の $h_0 = 0.2$ では、 $F_y < 0.3F_{el}$ の場合、 $q = 1$ (破線) から 0 (実線) に変わると $u_{\max}$ が 1.22 (=0.88/0.72) 倍になるだけである。これは、高い粘性減衰により、スリップ要素エネルギー吸収への依存度が減るためであり、また、 $u_{\max}$ もかなり抑えられる。以上より、加速度スペクトル一定、つまり典型的には低層建物の場合、低い h_0 では塑性化により変位が増加し易く、その傾向はバイリニア挙動 ($q = 1$) よりもスリップ挙動 ($q = 0$) の場合が著しいが、高い h_0 によれば抑制できる。

図 16(c)に、エネルギー一定則、変位一定則による予測を示す。それぞれ $u_{\max} = u_{el} \mu / \sqrt{2\mu - 1}$ (式(25a)、図 16(c)実線)、 $u_{\max} = u_{el}$ (式(26a)、図 16(c)破線)であり、 p や q の影響は表せなく(4.2 節)、よって宿命的に精度に限られる。両予測は、完全弾塑性として降伏点から引いた水平線と、 $h_0 = 0.02$ と 0.2 それぞれの予測曲線との交点(黒丸と白丸)から行うが、代わりに勾配 pK の直線を引いても、予測曲線が p , q に関わらず不変であるため、精度に限られる。

5. 2 システムの応答傾向

図 17 に、より広範な場合の応答予測を示す。 S_{pa} , S_{pv} , S_d 一定の入力スペクトル特性 3 種、弾性減衰係数 $h_0 = 0.02, 0.1, 0.2, 0.3$ の 4 種、降伏耐力 $F_y = 0.2F_{el}, 0.4F_{el}, 0.6F_{el}, 0.8F_{el}, F_{el}$ の 5 種、二次剛性比 $p = 0, 0.2, 0.5$ の 3 種、スリップ耐力比 $q = 0, 1$ の 2 種を考慮した。システム最大変位 $u_{\max}$ とそのときの力 F' が、 $h_0 = 0.02$ での弾性応答 u_{el} , F_{el} の倍数として示されている。

S_{pa} 一定では、低い F_y で $u_{\max}$ が増え易い。これは、式(28a)のように応答倍率 $u_{\max}/u_{el}$ が等価周期の二乗に比例して増加する部分があり、等価減衰の増加による応答減少に比べてその影響が大きいためである。また、 S_{pv} 一定、 S_d 一定の順に、塑性化による変位増加傾向が無くなることも図から分かる(式(28b,c))。 h_0 を増すと $u_{\max}$ が減るのは勿論だが、各 h_0 での弾性時変位に比べると、低い F_y という低耐力の構造で $u_{\max}$ が増えている。これは、著しい塑性化により高減衰になっても、 D_h 値低減の度合いが鈍くなり(式(19))、また、長周期化に

図 16 応答予測例 (S_{pa} 一定、 $F_y = 0.2F_{el}$, $p = 0.2$) : (a)本予測法($h_0 = 0.02$) ; (b)本予測法($h_0 = 0.2$) ; (c)他の予測法

図 17 様々な降伏変形と降伏力における応答低減率 (U_{el} , F_{el} は初期減衰定数 0.02 での応答値)

よる変位増加が著しくなるためである。また、5.1 節と同様に、 q が小さいほど変位が増すが、その傾向は h_0 が高いほど弱くなる。なお、 $0 < q < 1$ の場合の評価は、図 17 の予測曲線を補間して行えばよい。

ちなみに、住宅など短周期構造によく仮定される S_{pa} 一定で、 $p=0$ 、 $h_0=0.02$ の場合、弾性時変位 u_{el} とほぼ同じ u_{max} を目標とすると、スリップ要素が $q=1$ (バイリニア型)、 $q=0$ の場合それぞれで、その必要降伏力 F_y は、 $h_0=0.02$ での弾性時最大力 F_{el} の約 0.5 倍、0.7 倍である (図 17 左上)。つまり、スリップ型の方が高めの降伏力を必要とする。一方、同図にて粘性要素で $h_0=0.1$ と増やすと、必要値 F_y は、 $h_0=0.02$ での F_{el} の約 0.3 倍、0.4 倍と、非常に軽減できる。 u_{el} は弾性周期 T_0 とスペクトルから簡便に得られ、これと図 17 の予測曲線から、要求性能を満たす h_0 、 F_y 値が容易に求められるため、応答制御設計にとって、極めて有用な予測法を提示できたと考える。

6. 結論

スリップ型特性をもつ弾塑性架構と粘性系ダンパーからなる構造を一質点系として捉え、等価線形化と線形地震応答スペクトル低減化に基く地震応答予測法を提案した。また、その精度を検証し、応答制御設計への適用も示した。以下に要約する。

- (1) スリップ型弾塑性要素と粘性要素の一質点並列システムついて、応答のランダム性やスリップ型の複雑な履歴特性を考慮し、システムの等価周期・減衰定数を、各要素の諸元値の関数として定式化した。なお、粘性に替わり粘弾性の要素を考慮する場合、その剛性を弾塑性要素の方に加味して本理論を適用できる。
- (2) 上記の固有周期や減衰定数と線形地震応答スペクトルを用い、時刻歴解析によらないシステム最大応答予測法を提案した。各要素諸元値と地震波を広範に変えたシステムの時刻歴応答解析を行い、本手法や他手法の予測値と較べた結果、本手法が最

も高い予測精度をもつことが分かった。

- (3) 本予測法と、設計用の簡略な線形地震応答スペクトルを用い、最大応答予測曲線を作成した。これにより擬似加速度、擬似速度、変位スペクトル一定領域での応答が可視化されるため、スリップ要素と粘性要素の諸元値の効果が包括的に理解でき、応答制御設計に極めて有効な手段が構築されたと考える。
- (4) スリップ型の弾塑性要素がバイリニア型よりエネルギー吸収量が少ないため変位が増すという傾向を定量化できた。対比して、本来は完全弾塑性型を対象としたエネルギー一定則を、スリップ型にも用いた現行指針など^{19), 20)}は、スリップ耐力比 q や、骨格曲線の二次剛性比 p を考慮しないため、スリップ型の応答傾向を捉えることができない。

なお、他にエネルギー吸収量が更に低いスリップ型も考えられるが、本予測法の考え方はそれにも適用可能であると考えられる。

参考文献

- 1) 日本地震工学協会(JSSI): バッパ制振構造設計・施工マニュアル, 第一版 2003.10, 第二版 2005.9, 第二版第二刷 2007.7
- 2) 笠井和彦, 川鍋佳史: 粘性減衰・履歴減衰を併用する構造における動的特性と地震最大応答の等価線形予測法, 日本建築学会構造系論文集, 591 号, pp.43-51, 2005.5
- 3) Caughey, T.K., Equivalent Linearization Techniques, Journal of the Acoustical Society of America, Vol.35, No.11, pp.1707-1711, 1963
- 4) 柴田明徳: 等価線形系による非線形地震応答の解析に関する一考察, 東北大学建築学報, 第 16 号, pp.27-39, 1975
- 5) W.D. Iwan, N.C. Gates: Estimating Earthquake Response of Simple Hysteretic Structures, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 105, No. EM3, pp.391-405, 1979.6
- 6) 笠井和彦, 伊藤浩資, 渡辺厚: 等価線形化手法による一質点系弾塑性構造の最大応答予測法, 日本建築学会構造系論文集, 571 号, pp.53-62, 2003.9
- 7) 笠井和彦, 坂田弘安, 和田章, 宮下健: K プレースによるシアリンク制振機構を用いた木質架構の動的挙動, 日本建築学会構造系論文集, No.598, 51-59, 2005.12
- 8) 坂田弘安, 笠井和彦, 和田章, 緑川光正, 大木洋司, 中川徹, 松田和浩: 速度依存ダンパーをもつ木質架構の振動台実験, 日本建築学会構造系論文集, 615 号, 161-168, 2007.5
- 9) 大木洋司, 笠井和彦, 和田章, 緑川光正, 横山重和, 岩崎啓介: 軽量鉄骨住宅の制振: 架構動的実験、振動台実験及び解析的検証, 東京工業大学バッパ制振構造シンポジウム 2004, pp.202-218, 2004.11
- 10) 木造軸組構法建物の限界耐力計算による耐震設計法編集委員会: 木造軸組構法建物の限界耐力計算による耐震設計耐震補強設計マニュアル, 2003.7.31.
- 11) 木造軸組構法建物の耐震設計マニュアル編集委員会: 伝統構法を生かす木造耐震設計マニュアル 限界耐力計算による耐震設計・耐震補強設計法, 学芸出版社, 2006.6.20
- 12) 荒木康弘, 腰原幹雄, 大橋好光, 坂本功: 木造住宅の地震応答解析のための復元力モデルに関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No.579, 79-85, 2004.5
- 13) 五十田博, 河合直人: 木造軸組構法住宅に用いる壁の復元力特性モデル—木造建物の地震時挙動に関する研究—, 日本建築学会構造系論文集, No.616, 157-163, 2007.6
- 14) 笠井和彦, 大熊潔: 振動数に依存する制振構造の等価周期・等価減衰の評価法とその精度(弾性架構と粘弾性ダンパーやオイルダンパーをもつ一質点構造における全体減衰系への置換法), 日本建築学会構造系論文集, 580 号, pp.51-58, 2004.6
- 15) 笠井和彦, 大熊潔: Kelvin 体による線形粘弾性ダンパー簡易モデル化と精度に関する考察(その 1 弾性・弾塑性フレームを持つ一質点制振構造の場合), 日本建築学会構造系論文集, 550 号, pp.71-78, 2001.12
- 16) 笠井和彦, 所健: 粘弾性体の温度・振動数・振幅依存を考慮した構成則(その 2 温度上昇および歪・歪速度がもたらす非線形性のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 561 号, pp.55-63, 2002.11
- 17) 伊藤浩資, 笠井和彦: 弾塑性ダンパーをもつ制振構造の最大変形に基づくダンパーの累積塑性変形評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 607 号, pp.53-61, 2006.9
- 18) 笠井和彦, 山下忠道, 山崎義弘, IGUSA Takeru: 振れ振動をともなう 1 層高減衰構造のスペクトル応答予測法, 日本建築学会構造系論文集, 636 号, pp.225-234, 2009.2
- 19) 日本建築防災協会: 住宅等防災技術試験要領, ホームページ <http://www.kenchiku-bosai.or.jp/evaluation/file/bg-03.PDF>, 2008.3
- 20) 建築研究所・建築研究振興協会: 木造住宅耐震補強法の耐震性能評価マニュアル委員会報告書, 2004.3

(2009 年 1 月 10 日原稿受理, 2009 年 9 月 1 日採用決定)