初期変位付与型 TMD を用いた空間構造の過渡応答の振動制御

－ 初期変位設計式に関する基礎的検討 －

VIBRATION CONTROL OF TRANSIENT RESPONSE FOR SPATIAL STRUCTURES
BY USING TUNED MASS DAMPERS WITH INITIAL DISPLACEMENT

－ Fundamental investigation about design formulas with initial displacement －

吉 中 進*, 谷口 与史也**

Susumu YOSHINAKA and Yoshiya TANIGUCHI

In this paper, we propose tuned mass dampers with initial displacement to control transient response for spatial structures. The initial displacement of the TMD changes the phase of a beat envelope curve resulted from two vibration modes with closely spaced natural frequencies. We propose design formulas of tuned mass dampers with initial displacement and studied analytically the effect of vibration control on an impulse force and an impulsive earthquake force. As a consequence, we could recognize that the proposed system improve especially the control performance of the initial response. Lastly, to confirm the applicability of the proposed design formulas for controlling real structures, we studied analytically the effect of vibration control of the proposed method in this paper by using a single layer lattice shell model.

Keywords : *Vibration control, Tuned mass damper, Initial displacement, Transient response, Large span structures*

振動制御, TMD, 初期変位, 過渡応答, 大スパン構造

1. はじめに

1. 1 研究の背景

TMD(Tuned Mass Damper)は、重錘、ばね、ダンパーで構成され、構造物に取り付け共振させて大きく振動させることにより、構造物の振動エネルギーを重錘の運動エネルギーとして吸収し、ダンパーの減衰力によりエネルギーを消散するパッシブ型の振動制御手法である。TMD は吊り橋や斜張橋の主塔の強風振動に対する制振対策¹⁾、スレンダーな高層ビル²⁾や鉄塔³⁾の強風や地震に対する制振対策、近年多く見られる大スパン床スラブの環境振動に対する対策⁴⁾などの多くの分野で実績がある。TMD は支点を必要としないため、形状と構造システムが複雑な大スパン屋根構造には特に適用性が高いと考えられる。

一方、TMD の制振効果は定常状態を基本としているため、非定常な地震動に対する制振効果は定常外力と比較するとあまり高くないことが分かっている⁵⁾。また TMD は地震動を受けた応答の初期における制振効果はあまり期待できない。これはパッシブ型の TMD は重錘を強制的に運動させる外部エネルギーがないため、重錘が外乱により自ら動きだして安定した振動状態となるまで制振効果が発現されないためである⁶⁾。これらのことが TMD を地震動に対して適用を難しくする理由の一つになっている^{7), 8)}。

大スパン屋根構造はビル等の重層式骨組構造と比較して固有振動数が近接した複雑な形状をした複数の振動モードが励起されやすいという特徴があり⁹⁾、著者はこれまで大スパン建築構造用の TMD 設

計法として、複数の小型の TMD を空間に分散配置する分散型 TMD を提案した¹⁰⁾。設計パラメーターの設定法には同調比の変動に対するロバスト性に優れ、固有振動数があるバンド幅を持って分布する複数の小型の TMD を用いた MTMD(Multiple TMD)法^{11), 12)} (図 1 参照)を用い、MTMD は複数の制御モード成分の重ね合わせの最大振幅点に分散的に配置した (図 2 参照)。地震力に対する制振効果を時刻歴応答解析により検討した結果、加力時間における平均的な制振効果は非常に優れているが、最大応答で比較すると地震力の特性によっては期待する効果が得られない場合があることが分かった¹⁰⁾。これは前述したように TMD または MTMD の制振効果は構造物-TMD (MTMD) の全体系が安定した振動状態、すなわち TMD が作動してからある程度の時間が経過して TMD の振幅が大きい状態を前提としているためである。図 3 で 50m スパンの単層円筒ラチスシェルの解析モデルにエルセントロ 1940NS 波を与えたときの励起モード腹の節点における時刻歴応答変位を MTMD 無しの場合と比較する。図に示すように応答の初期では、MTMD が作動してからの経過時間が小さく、最大応答で比較すると応答低減率は約 28%であり、期待される制振効果が発現されていない。

1. 2 既往の研究

本研究では、TMD にあらかじめ初期変位を与えることにより応答の初期から強制的に TMD の振幅を大きくし、従来の TMD の弱点である過渡応答初期の制振効果を向上する手法を提案する。初期変位を与え

* 大阪市立大学大学院工学研究科都市系専攻 准教授・工博

** 大阪市立大学大学院工学研究科都市系専攻 教授・工博

Assoc. Prof., Urban Engineering, Faculty of Engineering, Osaka City University, Dr. Eng.
Prof., Urban Engineering, Faculty of Engineering, Osaka City University, Dr. Eng.

た TMD に関する既往の研究として、Ohrei は TMD に初期変位を与えて解放するパルス状の力を構造物に与えることにより、初期変位の無い通常の TMD と比較して地震荷重が加わったときの最大応答の低減効果があることを解析と実験により確認している¹³⁾。阿部はインパルスに対する制振効果の向上を目的として同調比、減衰比、初期変位に関する設計式を提案し¹⁴⁾、1 自由度モデルにインパルスとエルセントロ 1940NS 波を与えたときの制振効果を解析的に確認している¹⁵⁾。田中は最適設計された通常の TMD を適用しても衝撃応答第 1 波の抑制にはほとんど効果が得られない理由を明らかにし、初期変位を与えた TMD の衝撃力に対する設計式を提案し、制振効果を確認している¹⁶⁾。

1. 3 本研究の目的

前節で述べた阿部と田中の研究はあくまで衝撃力に対する制振効果の向上を狙ったものであり、地震動を主要な目標外力に設定して設計式を提案する本研究とは設計パラメータの設定法が異なる。さらに、本手法は固有振動数の近接した 2 つの振動モードが応答の時刻歴で重畳することにより生じる“うなり”の包絡線の位相変化を利用した点が異なる。すなわち、“うなり”の周期中で包絡線の振幅が徐々に小さくなる領域を利用して、振幅が小さくなる時刻を TMD の初期変位の大きさにコントロールすることにより過渡応答初期の応答低減効果を高めている。なお本論文では、振動数がわずかに異なる正弦波を重ね合わせたときに振幅が周期的に変化する波が現れる現象を“うなり”と呼称している¹⁷⁾。

本論文は、初期変位付与型 TMD で特に重要な設計パラメータである初期変位の設計式を、主振動系が 1 自由度のモデルのインパルス外力に対する解析結果を基にして、一般的な多自由度モデルへ適用可能な形で提案することを目的とする。

図1 通常 TMD と MTMD 概念図

図2 分散型 MTMD

図3 エルセントロ 1940NS 波を入力した時刻歴応答変位の比較

2. 同調比と減衰比の設定

本章ではまず同調比と減衰比の設定方法について述べ、衝撃力に対する制振効果を時刻歴応答解析により比較する。初期変位付与型 TMD の設計パラメータには、図 4 に示す TMD の重錘の質量 m に対する主振動系の等価質量 M の比である質量比 μ の他に、TMD の初期変位 y_0 、同調比 γ 、減衰比 ξ_T がある。同調比 γ は主振動系の固有円振動数 ω_S に対する TMD の固有円振動数 ω_T の比であり、減衰比 ξ_T は TMD の臨界減衰係数に対する TMD の減衰係数 c_T の比である。

$$\mu = \frac{m}{M}, \quad \gamma = \frac{\omega_T}{\omega_S}, \quad \xi_T = \frac{c_T}{2m\omega_T} \quad (1)$$

なお、本論文では TMD の初期変位の向きについて、外力すなわち主振動系の振動方向と同じ向きを + 方向、逆向きを - 方向と定義する。すなわち図 4 に示す TMD 初期変位の向きは - 方向である。

解析モデルの主振動系は図 4 に示す 1 自由度系とし、質量 M は 1.0kg、バネ定数 K は 100.0N/m とし、固有振動数は 1.59Hz である。主振動系の減衰は十分に小さいものとし、ここでは考慮しない。モデルの設定においては、モデルの固有振動数が一般的な建築構造物の固有振動数と次元が大きく異なることのないように留意して、基本的なモデルとして設定した。

図4 初期変位付与型 TMD の設計パラメータ

通常、過渡応答の一つである衝撃力を受けたときの応答制御には、自由振動に対する最適化パラメータの計算式 (2) 式を用い、地震力を受けたときの共振応答低減を目的とするときは調和地盤振動最適化パラメータ (3) 式を用いて設定する¹⁸⁾。阿部と田中の研究^{15), 16)}では (2) 式を用いて同調比と減衰比を設定している。

$$\gamma_{\text{opt}} = \frac{1}{1+\mu}, \quad (\xi_T)_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \quad (2)$$

$$\gamma_{\text{opt}} = \frac{1}{\sqrt{1+\mu}}, \quad (\xi_T)_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{3}{8} \frac{\mu}{1+\mu/2}} \quad (3)$$

主振動系の絶対変位を u_S 、TMD の重錘の主振動系に対する相対変位を u_T とすると、主振動系-TMD の 2 自由度系の減衰自由振動方程式は以下の (4) 式で表わされる。図 4 に対応する TMD の初期変位は u_{T0} で与えられる。

$$\begin{bmatrix} M+m & m \\ m & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_S \\ \ddot{u}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_S \\ \dot{u}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_S \\ u_T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 M と m は主振動系と TMD の重錘の質量、 c_T は TMD の減衰係数、 K と k は主振動系と TMD のばね定数である。

(4) 式を以下のマトリクス表示に書き換える。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = 0 \quad (5)$$

状態マトリクス A は以下の式で表わされる。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (6)$$

2 自由度系では上式の固有値は 2 組の共役複素数として求められる。

$$\lambda_n = \alpha_n \pm i\beta_n \quad (n=1, 2) \quad (7)$$

n 次モード減衰比 ξ_n と非減衰 n 次固有円振動数 ω_n は次式で求めること

ができる¹⁸⁾。

$$\xi_n = \frac{-\alpha_n}{\sqrt{\alpha_n^2 + \beta_n^2}}, \quad \omega_n = \sqrt{\alpha_n^2 + \beta_n^2} \quad (8)$$

図5に例えば μ を2.0%としたときのTMD減衰比と自由振動モード減衰比の関係を、図6にTMD減衰比と固有円振動数比の関係を示す。図5で実線は自由振動に対する最適同調比 γ_{opt} を用いたときのTMD減衰比とモード減衰比の関係を示している。図に示すようにA点($\xi_T=0.140$)で2つのモード減衰比はともに最大となるため、この点を(2)式で示した最適化パラメーターと定義している。また図6に示すようにA点で2つのモードの固有円振動数比はともに等しくなる。調和地盤振動に対する最適化パラメーターはB点とC点で示され、A点よりも自由振動モード減衰比は小さく、2つのモードの固有円振動数比は異なっている。調和外力が地盤に作用したときの制振効果を図7の周波数応答曲線で比較する。(2)式を用いた自由振動最適化の場合は調和外力で最適化した場合と比較してTMDの減衰比が約1.63倍大きいため共振ピークが高くなる。本研究は衝撃力が作用した直後の応答低減のみでなく、TMDの最大のメリットである共振応答低減効果の活用を前提として、TMDが過渡応答初期で制振効果を発揮しにくい弱点を、TMDに初期変位を付与することにより向上させ、過渡応答、特に地震動を受けたときの時刻歴全体に対する制振効果を向上することを目標とするため、同調比と減衰比は調和地盤振動の最適化パラメーターを用いて設定することにする。

図5 TMD減衰比と自由振動モード減衰比

図6 TMD減衰比と固有円振動数

図7 周波数応答曲線の比較

次に図4に示した1自由度系モデルに衝撃力が作用したときの時刻歴応答を用いて設計パラメーターの設定法による制振効果を比較し、TMDの初期変位付与の効果を確認する。時刻歴応答解析にはニューマークβ法($\beta=1/4$, $\Delta t=0.01$ 秒)を用い、外力は $t=0.0, 0.01$ 秒に100.0Nのインパルスを与えた。図8に初期変位が無い場合に自由振動と調和地盤振動に対する最適化パラメーターを用いた場合の時刻歴応答変位を比較する。図に示すように応答初期では自由振動最適化パラメーターを用いた場合よりも調和地盤振動最適化パラメーターを用いた場合の方が制振効果が高い。これは既往の研究でも確認されている¹⁹⁾。

図9に-1.0mの初期変位を与えた場合の時刻歴応答変位を示す。4.3節で述べるが、自由振動最適化パラメーターを用いた既往の研究¹⁴⁾における最適初期変位の値は-1.04mである。そこで、ここではこの値を参考にして初期変位-1.0mで解析を行った。図に示すように、初期変位を与えた場合、特に調和地盤振動最適化パラメーターを用いた場合は応答初期における制振効果が非常に改善されることが分かる。

これは図5で述べたモード減衰比の比較結果と矛盾するようであるが、調和地盤振動最適化の場合は固有振動数の近接した2つの振動モードが応答の時刻歴で重畳することによる“うなり”の包絡線と関係している。図9の2秒近傍で“うなり”の影響が確認できる。詳細は次章で述べる。

図10に調和地盤振動最適化パラメーターを用いた場合における初期変位がない場合と、-1.0mの初期変位を与えた場合の主振動系に対するTMDの相対変位を示す。初期変位がない場合は、応答初期のTMDの相対変位は小さく、TMDの相対変位が大きくなるのは1周期目以降(図中で「残留振動の領域」と記載)であることが確認できる。

図8 初期変位がない場合の時刻歴応答変位の比較

図9 TMDに初期変位を与えた場合の時刻歴応答変位の比較

図 10 TMD の相対変位の比較

3. 初期変位の設定と衝撃力に対する応答

本章では、TMD の初期変位の大きさと向きをパラメーターとして衝撃力に対する時刻歴応答を比較する。解析モデルと各種設定条件は前章と同じである。TMD の同調比と減衰比は (3) 式に示した調和地盤振動最適化パラメーターを用いる。なお、提案手法の地震外力に対する優位性については後の 4. 2 節で検証する。

3. 1 初期変位の大きさ

図 1 1 に TMD の初期変位の大きさと主振動系の衝撃力に対する時刻歴応答変位を比較する。初期変位の向きは前章と同じく、図 4 に示すように外力すなわち主振動系の振動方向と逆向き（一方向）に与えた。図に示すように、初期変位を大きくすると初期の応答は大きく低減するが、初期変位が -3m の場合は 2～3 秒付近で応答が逆に大きくなるのが分かる。これは前章で述べたように、主振動系に TMD を取り付けて 2 自由度系となることにより生じた 1.49Hz と 1.67Hz の 2 つの振動モードが応答の時刻歴で重畳することで生じる“うなり”の影響である。

調和地盤振動最適化パラメーターを用いた場合に、インパルスが作用したときの TMD の初期変位 y_0 を考慮した主振動系の自由振動応答 $x(t)$ は摂動法を用いることにより (9) 式で表される¹⁴⁾。なお摂動法を用いるにあたって、以下の 4 つの設計パラメーターのオーダーの関係を仮定している。(i) TMD の固有円振動数は主振動系の固有円振動数に同調しているため、ともにその平均値 ω_a で近似できる。(ii) 質量比 μ は十分に小さい。(iii) TMD の減衰比は 1 よりも小さい。(iv) 主振動系の減衰比は TMD の減衰比よりも小さい。

$$x(t) = C \times \cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{\mu - \xi_T^2}\omega_a t - \theta\right) \exp\left(-\frac{1}{2}\xi_T\omega_a t\right) \sin(\omega_a t) \quad (9)$$

ここで、

$$C = \sqrt{\left(\frac{x_0}{\omega_a}\right)^2 + \left(\mu y_0 + \frac{\xi_T x_0}{\omega_a}\right)^2 / (\mu - \xi_T^2)}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\mu \omega_a y_0}{x_0} + \xi_T \right] / \sqrt{\mu - \xi_T^2}$$

ξ_T : TMD の減衰比

ω_a : 主振動系と TMD の固有円振動数の平均値

(9) 式で余弦関数に対応する振動成分は“うなり”の包絡線の振動を表し、指数関数と正弦関数の項が振動数 ω_a 、減衰比 $\xi_T/2$ の減衰振動を表している。なお、(9) 式中の TMD の初期変位 y_0 と C 項の関係については本論文末の付録 1 に示した。

図 1 1 TMD 初期変位の大きさと時刻歴応答変位の比較

図 1 2 に初期変位 -1.0m を与えた場合における (9) 式の計算結果 ($x_0=1.46\text{m/sec}$) と図 1 1 で計算したニューマーク β 法を用いた数値解析結果を比較する。2.0 秒付近で多少値に違いが生じるが全体的には良く一致している。よって、以降の本論文中で衝撃力を受けた応答の分析には (9) 式を用い、時刻歴応答解析にはニューマーク β 法を用いることとする。

図 1 2 計算式 (9) とニューマーク β 法の比較

図 1 3 に (9) 式中の余弦関数項と指数関数項（減衰項）の時刻歴変化を示す。(9) 式で示した主振動系の振幅の大きさは、付録 1 の付図 1 で示した C 項と、図 1 3 で示した余弦関数項と指数関数項の積で求められる。

図に示すように減衰振動の大きさを表す指数関数項（減衰項）は時間の経過とともに小さくなる。“うなり”の包絡線の振動を表す余弦関数項は、TMD に初期変位がないときは 1.17 秒で極大となるが、初期変位を与えることによって位相が変化し、応答初期の値が小さくなることが確認できる。

一方、TMD の初期変位が大きい場合は余弦関数項の応答初期の値は小さいが、“うなり”の半周期に相当する時間の経過後に余弦関数項が大きくなる。初期変位が小さい場合は余弦関数項が極大となる時刻では指数関数項が十分に小さくなっているために、それらの積で求められる主振動系の応答変位は十分に小さい。このように TMD の初期変位の大きさと“うなり”の包絡線の位相を変化させることにより初期の応答が変化することが分かる。

なお、TMD の減衰比 ξ_T が 0 のときの時刻歴応答変位については、本論文末の付録 2 に示した。

図13 計算式(9)式中の余弦関数項と指数関数項の時刻歴変化

3.2 初期変位の向き

図14に TMD の初期変位を外力すなわち主振動系の振動方向と同じ向き(＋方向)と逆の向き(－方向)に与えたときの時刻歴応答変位を比較する。＋方向に初期変位を与えたときは、初期変位なしの場合と比較して逆に応答が大きくなっている。

TMD の初期変位 y_0 の向きは(9)式に見るように“うなり”の包絡線の振幅 C と包絡線の位相差 θ に関係する。このうち C 項は付録1の付図1に示すように、本モデルでは -0.65m の初期変位を与えたときに最も小さくなる。図15に初期変位の向きと“うなり”の包絡線の変化の様子を示す。本論文で提案する設計法を用いて初期の応答を効率よく低減させるためには、主振動系の振動方向と逆向きである－方向に初期変位を与える必要があることが確認できる。そのため本論文の以降では－方向に初期変位を与えることとする。

図14 初期変位の向きによる時刻歴応答変位の比較

図15 初期変位の向きによる余弦関数項の変化

4. 初期変位の設計式の提案

本章では、最初に TMD の最適な初期変位を定義し、本論文で検討した1自由度モデル以外の一般的なモデルへも適用可能な設計式を提案する。さらに初期変位の無い通常の TMD において制振効果の低い衝撃的な実地震波を用いて提案手法の制振効果を確認する。最後に既往の研究との比較を行う。

4.1 最適初期変位計算式の提案

本設計法の特徴は、TMD 設置後の固有振動数の近接した2つの振動モードが重畳することによる“うなり”の位相変化を用いた点にある。よって衝撃力直後の応答の大きさと、“うなり”の固有周期に対応する時間経過後の応答の大きさはトレードオフの関係にある。前章で確認したように、TMD の初期変位を大きくすると衝撃力を受けた直後の応答は非常に小さくなるが、後期の応答は逆に大きくなるため、適切な初期変位を設定することが重要となる。

本研究では特に外力としてインパルスではなく地震動のようにある一定時間継続する荷重を対象とし、応答の初期のみでなく、加力時間全体に亘って有効な制振効果を得ることを目標としている。最適な TMD 初期変位の設計法としては、例えばインパルスを受けた後の時間全体における応答の最大値が最も小さくなるようにする方法なども考えられるが、ここではインパルスを受けた後期の応答が過大とならずに、且つ初期の応答を可能な限り低減させることを目標とした。そこで本論文では、図10に示すように初期変位の無い通常の TMD の場合に TMD の振幅が大きくなり制振効果が明確になるインパルスを受けてから1周期経過後の応答を「残留振動」と定義し、残留振動の最大振幅が最も小さくなるときの初期変位を最適な TMD の初期変位とした。

図16に前章で検討したモデルにおける TMD の初期変位(－方向)の大きさと主振動系の応答変位(振幅)の大きさの関係を示す。衝撃力を受けた直後の1/4周期目($\omega t = \pi/2$)の応答は、初期変位の大きさにほぼ反比例する。一方、1周期目($\omega t = 5\pi/2$)以降の最大振幅は初期変位の大きさが 1.56m のときに最小となる。そのため前述の定義に従うと本モデルの最適な初期変位は -1.56m である。また図に示したように、 $\omega t = 5\pi/2$ 以降の振幅は、TMD の初期変位の大きさが $0 \sim 1.55\text{m}$ のときは $\omega t = 5\pi/2$ で最大となり、 1.56m 以上のときは“うなり”の影響を最も強く受ける時刻で最大となる。

図16 TMD の初期変位と主振動系の応答変位(振幅)の大きさ

図 1 7 に初期変位が -1.56m のときの時刻歴応答変位を示す。初期変位の無い通常の TMD と比較して、 $t=3\sim 5$ 秒付近で応答が若干大きくなるが、後期の応答が過大にならず、且つ初期の応答低減効果が非常に優れていることが確認できる。しかし、インパルスを受けた直後、すなわち TMD の初期変位を解放した直後の $1/4$ 周期目 ($\omega t = \pi/2$) の応答の大きさは最適初期変位を与えた場合でも初期変位が無い場合の 84% であり、1 周期目 ($\omega t = 5\pi/2$) 以降と比較すると極めて効果が高いと言えるレベルではない。このため実際の建築構造物が地震荷重を受ける場合を想定すると、地震荷重の時刻歴のどのタイミングで初期変位を解放するかは今後検討すべき重要な課題である。

図 1 7 最適初期変位のときの時刻歴応答変位

次に本章で定義した TMD の最適初期変位を他のモデルへも適用可能となるように、(9) 式を分析して一般化を行う。ここでは前述した検討結果から、本論文で提案した TMD の最適初期変位は、 $\omega t = 5\pi/2$ のときの振幅と、 $\omega t = 5\pi/2$ 以降の“うなり”の影響を強く受ける時刻の振幅と関係することに着目して最適初期変位の設計式を導く。

“うなり”の影響が最も大きくなる時刻を、“うなり”の包絡線の振動成分を表す余弦関数項の大きさが 1 となる時刻とすると、以下の (10) 式で求められる。

$$\cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{\mu - \xi_T^2}\omega_a t - \theta\right) = -1 \quad \text{とすると、} \quad \omega_a t = \frac{(\pi + \theta) \times 2}{\sqrt{\mu - \xi_T^2}} \quad (10)$$

$\omega_a t = 5\pi/2$ のときの“うなり”の振幅は次式で表される。

$$\cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{\mu - \xi_T^2} \times \frac{5\pi}{2} - \theta\right) \quad (11)$$

(9) 式の C 項は時刻 t の関数ではない。そこで、 $\omega_a t = 5\pi/2$ のときの余弦関数項と指数関数項 (減衰項) の積と、(10) 式で表される“うなり”の包絡線の振動成分を表す余弦関数項の大きさが 1 となる時刻における減衰項が等しいものとする。

$$\cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{\mu - \xi_T^2} \times \frac{5\pi}{2} - \theta\right) \times \exp\left(-\frac{1}{2}\xi_T \times \frac{5\pi}{2}\right) = \exp\left(-\frac{\xi_T \times (\pi + \theta)}{\sqrt{\mu - \xi_T^2}}\right) \quad (12)$$

ここで質量比 μ は仮に 2.0% とする。(3) 式で計算される調和地盤振動最適化のパラメーターを用いて (12) 式から θ を求め、以下の (13) 式に代入すると最適初期変位の大きさは (14) 式で求められる。(14) 式から分かるように最適初期変位の大きさは $\dot{x}_0$ (主振動系の応答初速度) に比例し、 ω_a (主振動系と TMD の固有円振動数の平均値) に反比例する。

$$\frac{\mu\omega_a y_0}{\dot{x}_0} = \tan\theta \times \sqrt{\mu - \xi_T^2} - \xi_T \quad (13)$$

$$y_0 = -11.1 \times \frac{\dot{x}_0}{\omega_a} \quad (14)$$

(14) 式を用いて本検討モデルにおける TMD の最適初期変位の大きさを求めると 1.61m となる。前述した数値解析結果における TMD の最適初期変位の大きさは 1.56m であるが、図 1 6 で確認されるように両者の結果に大きな違いは見られない。よって、(14) 式を質量比 μ が 2.0% のときの最適初期変位の設計式として提案する。

建築構造物に用いられる TMD の質量比は一般的に 1.0~2.0% 程度である²⁰⁾。本論文では質量比 2.0% のときの式を求めたが、質量比が異なる場合も (12) 式と (13) 式を用いて同様の手順により求めることができる。

4. 2 衝撃的地震力に対する制振効果

次に前節で提案した TMD の最適初期変位を用いて、実地震波に対する制振効果を確認する。解析モデルは図 4 に示す 1 自由度の主振動系モデルを用いた。地震波は継続時間の長い地震波と比較して、初期変位の無い通常の TMD の制振効果が落ちる傾向がある急激に入力が大きくなる性質を有する衝撃的な地震波である JMA Kobe 1995NS 波を用いた。図 1 8 に初期変位のない通常の TMD を用いた場合の主振動系の時刻歴応答変位を示す。ここで主振動系の減衰は無いものとした。TMD が無い場合に最大応答を示す 10.5 秒付近で応答低減効果が確認されるが、効果は小さい。

図 1 8 JMA Kobe 1995 NS 波における通常 TMD の制振効果

図 1 9 に本モデルにおける最適初期変位 -1.61m を与えたときの時刻歴応答変位を示す。初期変位を解放する時刻については検討を要する課題であるが、ここでは前節までの解析条件と同じ応答速度が極大となる時刻で解放することとした。TMD の初期変位を解放する主振動系の応答速度の閾値は 1.4m/sec とした。応答速度の閾値の大きさの設定については今後の検討課題である。ちなみに、JMA Kobe 1995NS 波で減衰比が 2% のときの本モデルの固有振動数 1.59Hz における速度応答スペクトルは約 1.9m/sec である。最適初期変位を与えた場合は、TMD の初期変位を解放した直後から $t=12$ 秒付近までの制振効果が非常に高いことが確認できる。

一方で、 $t=12$ 秒以降の制振効果には初期変位の有無で大きな違いは見られない。このように 1 回の初期変位の解放のみで時刻歴の全体に亘る構造物の応答を制御することが難しい場合は、2 回またはそれ以上の複数回の初期変位の解放を行う必要がある。そのための方法としては、例えば初期変位を与えた複数個の小型の TMD を用意し、構造物があらかじめ設定した初期変位の解放条件に達した時点で順次

TMD を 1 個ずつ解放する方法や、モーターを用いて TMD に初期変位を与えたロック状態とロックを解除した作動状態を繰り返す方法などが考えられる。

図 19 JMA Kobe 1995 NS 波における初期変位付与型 TMD の制振効果

4. 3 既往の研究との比較

前述のように、阿部による既往の研究¹⁵⁾では(2)式で表される自由振動最適化パラメーターを用いている。この場合の主振動系の自由振動応答 $x(t)$ は次式で表され¹⁴⁾、 t の線形増加関数を含む形となる。

$$x(t)=\left[\frac{x_0}{\omega_a}+\frac{\sqrt{\mu}x_0+\mu\omega_a y_0}{2}t\right]\exp\left(-\frac{1}{2}\sqrt{\mu}\omega_a t\right)\sin(\omega_a t)\tag{15}$$

既往の研究¹⁴⁾では、第 1 項中の t の項が 0 となるように最適初期変位を次式で定義している。

$$y_0=-\frac{x_0}{\sqrt{\mu}\omega_a}\tag{16}$$

図 2 0 に図 4 に示した検討モデルにおいて(16)式で設定した最適初期変位 -1.04m を用いたときの解析結果を示す。調和地盤振動最適化パラメーターで同じ初期変位を用いたときの解析結果も示す。さらに(14)式で提案した最適初期変位の値 -1.61m を用いたときの解析結果も示す。本設計手法における同調比と減衰比の設計パラメーターは図 7 に示すように TMD の最大のメリットである共振応答を効果的に抑えるための設計パラメーターである。インパルス外力においては、図 2 0 に示すように、4. 1 節の(14)式で計算した最適な初期変位を付与したときは、既往の研究と比較して初期の応答低減効果は非常に高いが、 $t=3\sim 4$ 秒付近では逆に応答が大きくなることに注意する必要がある。

なお、自由振動最適化パラメーターを用いた設計法としては 1. 2 節で述べた田中による研究¹⁶⁾もあるが、質量比 μ が 0.1 のときに限定した設計式であり、一般化された設計式は示されていない。そこで本論文では阿部による研究のみとの比較とした。

図 2 0 既往の研究との時刻歴応答変位の比較

5. 単層円筒ラチスシェルモデルにおける制振効果

提案した手法の建築構造物への適用性を確認するために、中小規模の体育館屋根として一般的な単層円筒ラチスシェルを対象モデルとして解析的検討を行う。モデルの設定にあたっては既往文献²¹⁾を参考とし、解析プログラムは汎用構造解析ソフト NEi Nastran を用いた。

5. 1 解析モデル

モデルの形状は図 2 1 に示すように、平面が $50\text{m}\times 75\text{m}$ で、高さが 12.5m 、ライズスパン比は 0.25、合計節点数は 122 である。部材の材質は鋼材とし、断面は文献²¹⁾と同じ鋼管 $\phi-318.5\times 9.0$ を用いた。接合部は全て剛接合とし、境界は両妻面がピン支持、両直線端がローラー支持とした。荷重は部材の自重のみを考慮した。部材は軸・曲げ・ねじり剛性を有する梁要素を用いた。外力は鉛直方向(Z方向)にインパルス基礎部に与えた。

5. 2 線形固有値解析

対象モデルの振動性状を確認し、TMD を設計するために 30 次モードまでの線形固有値解析を実行した。表 1 に 10 次モードまでの比較的有效質量比²²⁾の大きいモードの固有振動数と有効質量比を示す。図 2 2 に加力方向である Z 方向の有効質量比の大きい 6 次と 7 次モードの形状を示す。Z 方向の有効質量比が特に大きい 6 次モードを制御モードとして選択した。6 次モード腹の位置は図 2 1 (b) の A 点と B 点である。

表 1 固有振動数と有効質量比

モード 次数	固有振 動数 (Hz)	有効質量比		
		X方向	Y方向	Z方向
1	2.423	0	0	0.0209
2	2.495	0	0.0525	0
3	3.412	0	0.0171	0
6	4.273	0	0	0.448
7	4.922	0	0	0.0508
10	5.618	0	0.00293	0

図 2 1 解析モデル

図 2 2 Z 方向の有効質量比の大きい振動モードの形状

5. 3 TMDの設計

TMDの質量比 μ は2.0%とし、TMD質量は制御モードである6次モードのTMD設置位置における等価質量に対して2.0%となるように決定した。等価質量は N 自由度系を非連成化した N 個の1自由度系の集合として取り扱うときの物理量である²³⁾。図2 1 (b)に示す6次モード腹のA点のみにTMDを設置した場合をCase1、A点とB点の2箇所と同じTMDを分散して設置した場合をCase2として両者を比較する。両者のTMDの合計質量は同じである。TMDの設計パラメーターは調和地盤振動最適化パラメーターの計算式である(3)式を用いて設定した。表2にCase1とCase2のTMDの設計パラメーターを示す。TMDの作動方向は鉛直方向(Z方向)とした。

表2 TMDの設計パラメーター

解析ケース	設置位置	質量(Kg)	ばね定数(N/m)	減衰定数(N-sec/m)
Case1	A点	786	555,480	3,602
Case2	A点とB点	393	277,740	1,801

5. 4 時刻歴応答解析

インパルス外力が作用した場合の制振効果を確認するために時刻歴応答解析を実施した。解析手法は直接過渡応答解析とし、積分時間刻みは0.01秒とした。インパルスは基礎部に0.0秒と0.01秒に与え、TMD設置位置A点におけるTMD無しの場合の応答速度が前章までの検討と同じ1.46m/secとなるように大きさを調整し、 6.54×10^{14} Nとした。構造物の減衰はレーリー減衰を用いて、1次と6次のモードで2.0%となるように設定した。以降ではインパルスを与えた鉛直方向の節点変位を比較する。なお、水平方向(X,Y方向)の応答変位は鉛直方向(Z方向)の応答変位の1/10以下であり、TMDの有無による応答の違いはほとんど見られなかった。これはTMDの作動方向を鉛直方向としたためであると考えられる。

5. 4. 1 最適初期変位における時刻歴応答変位

(1 4)式で計算した最適初期変位を用いたときの時刻歴応答変位を解析した。(1 4)式中で、 ω_a は制御モードである構造物の6次モードの固有円振動数とTMDの固有円振動数の平均値、 x_0 はTMDを設置した状態でのTMDを設置した節点Aにおける応答初速度とした。(1 4)式を計算した結果、本モデルのTMD最適初期変位は、Case1が $y_0 = -48.8$ cm、Case2が $y_0 = -55.7$ cmであった。図2 3にCase1の場合におけるTMDを設置したA点と、TMDを設置していない制御モード(6次モード)の腹の節点であるB点の時刻歴応答変位を示す。TMDを設置したA点では、初期変位の無い場合と比較して最適初期変位を与えることにより応答初期と応答全体での制振効果が向上している。一方、TMDの無いB点では初期変位を与えることにより逆に応答が大きくなっている。図2 4にCase2の場合のA点とB点における時刻歴応答変位を示す。Case2の場合は対称性によりA点とB点の応答変位は同じである。最適初期変位を与えることにより、初期変位の無い場合、または最適初期変位を与えたCase1のA点と比較しても応答初期と応答全体共に制振効果の大きな向上が確認できる。図2 5にTMDを設置していない点として図2 1 (b)のC点を選択して時刻歴応答変位を示す。TMDを設置していないC点においても最適初期変位を与えたTMDの大きな制振効果が確認された。なお、C点以外の他の節点においても同程度の制振効果を確認している。

(a) A点 (TMD 設置点)

(b) B点 (TMD を設置していない点)

図2 3 Case1における時刻歴応答変位

図2 4 Case2におけるA点とB点の時刻歴応答変位

図2 5 Case2におけるC点の時刻歴応答変位

5. 4. 2 初期変位の大きさと応答変位の大きさ

図 2 6 と図 2 7 に Case1 と Case2 の A 点と B 点における TMD の一方向に設定した初期変位の大きさと応答変位（振幅）の大きさの関係を示す。1 自由度の主振動系モデルで検討した 4. 1 節と比較するために、1/4 周期目（ $\omega t = \pi/2$ ）の振幅と 1 周期目以降（ $\omega t = 5\pi/2$ 以降）の最大振幅、応答全体での最大振幅を示す。図 2 6 で示した Case1 の A 点では、本論文で提案した（14）式を用いて求めた最適初期変位の近傍で衝撃力を受けた直後および応答全体での振幅が小さくなっていることが確認できる。一方、TMD を設置していない B 点では初期変位が大きくなるに従って応答が大きくなっている。図 2 7 に示した Case2 の場合は本論文で提案した最適初期変位近傍で衝撃力直後および全体の最大振幅がともに小さくなっている。

(a) A 点（TMD 設置点）

(b) B 点（TMD を設置していない点）

図 2 6 Case1 における初期変位と応答変位の大きさの関係

図 2 7 Case2 の A 点と B 点の初期変位と応答変位の大きさの関係

5. 4. 3 解析結果のまとめ

本章の検討結果より、対象とした単層円筒ラチスシェルモデルにおいては、TMD を設置した節点においては 4 章で提案した最適初期変位を付与することにより、応答初期および応答全体での制振効果を向上することが可能なことが確かめられた。一方、モデルの全体に亘って優れた制振効果を得るためには、初期変位を付与した TMD を 1 点ではなく複数の箇所に分散して設置する必要があることが分かった。なお、実際の装置における TMD 初期変位付与の方法については現在模型実験により検討中である。

6. まとめ

TMD は小さな質量比でも大きな共振応答低減効果を有する優れた性質があるが、制振効果が発現されるまでにはある程度の時間が必要であり、過渡応答初期には期待される制振効果が得られない場合があることが地震荷重への適用を難しくする一つの大きな原因となっている。

そこで本論文では、固有振動数の近接する 2 つの振動モードが時刻歴で重畳することにより生じる“うなり”の包絡線の位相を TMD の初期変位の大きさの設定によりコントロールすることで、初期変位解放直後の制振効果を上げるための初期変位付与型 TMD を提案し、重要な設計パラメーターである初期変位の設計式を一般の建築構造物にも適用可能な形で提案した。本論文の提案手法においては、同調比と減衰比の設計パラメーターは調和外力に対する最適パラメーターを用いているため、TMD の最大のメリットである共振応答低減効果を減じることなく、過渡応答全体の応答低減効果を上げることができる。

検討結果を以下にまとめる。

(1) 調和外力に対する最適設計パラメーターを用いた場合は、衝撃力を受けた場合に固有振動数の近接する 2 つの振動モードが重畳することにより生じる“うなり”の現象が時刻歴応答曲線で現れる。TMD の初期変位は“うなり”の包絡線の位相を変化させるため、初期変位を適切に設定することにより、衝撃力を受けたときの初期変位解放直後の応答を大きく低減させることが可能となる。

(2) 初期変位解放直後の応答と後期の応答の低減効果はトレードオフの関係にあり、初期変位を大きくすると初期変位解放直後の応答低減効果は非常に優れるが、後期の応答は逆に大きくなる。本論文では、1 自由度の主振動系がインパルスを受けたときの時刻歴応答解析の結果に基づいて、インパルスを受けたときの後期の応答が過大とならずに、且つ初期変位解放直後の応答を可能な限り低減させることを目標として最適な初期変位の設計式を提案した。初期変位の無い通常の TMD の制振効果が低い衝撃的な地震力である JMA Kobe 1995NS 波を例に用いて解析的検討を実施した結果、TMD に最適初期変位を与えることにより、特に TMD の初期変位解放直後の応答を大きく低減させることが可能なことを確認した。

(3) 単層円筒ラチスシェルのモデルを用いた解析結果から、初期変位を付与した TMD を用いることにより、一般の建築構造物においても制振効果を向上させることが可能であることが分かった。多自由度系構造物における TMD の設計に用いられる等価質量を用いることにより、本論文で提案した最適初期変位の設計式が一般の建築構造物にも適用可能であることを確認した。また本モデルにおいては、初期変位を付与した TMD を 1 個ではなく、複数の TMD を分散的に設置した

方が構造物全体での制振効果が高いことが分かった。本モデルのように自由度が大きい構造物においては、初期変位を付与した TMD を 1 個のみ設置した場合は、TMD を設置していない点では逆に応答が大きくなる場合があるため設計時に留意する必要がある。本提案手法での最適な TMD の空間配置については今後検討する必要がある。

実際の建築構造物を対象とし、地震動に対して初期変位付与型 TMD を適用するためには、TMD の初期変位を解放する応答速度の閾値の設定をする必要がある。また実際に初期変位付与型 TMD の装置の設計を行うときには、初期変位の解放時刻に対する制振効果のロバスト性も重要な課題であり今後の研究課題とする。

謝辞

本研究は平成 21 年度科学研究費補助金若手研究 (B)「初期変位を与えたセミアクティブ TMD による過渡応答の制御」、平成 21 年度独立行政法人科学技術振興機構シーズ発掘試験「初期変位付与型 TMD を用いた建築構造の振動制御」によるものである。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 例えば、背戸一登：構造物の振動制御，1.5 土木構造物の制御の状況，コロナ社，2006.4.
- 2) 例えば、寺本隆幸，木原碩美，北村春幸，木村晋一郎：ダイナミックダンパーを設置した塔状構造物の設計と振動実験，その 1 設計および解析，第 7 回日本地震工学シンポジウム，pp.1747-1757，1986.
- 3) 日本建築学会編：シェル・空間構造の減衰と応答制御，2.2.6TMD による鉄塔の耐震補強事例，2008.3.
- 4) (社)日本建築構造技術者協会：(主集)居住環境としての対振動性能，structure，pp.11-46，No.84，2002.10.
- 5) Amir M.Kaynia, Daniele Veneziano and John M. Biggs：Seismic Effectiveness of Tuned Mass Dampers, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.107, ST8, pp.1465-1484, 1981.8.
- 6) 小堀鐸二：制震構造－理論と実際－，3.4.5 周波数領域における制御効果，鹿島出版会，1993.9.
- 7) 鹿島都市防災研究会編著：都市・建築防災シリーズ 4 制震・免震技術，4.1 パッシブ制震構造の分類，鹿島出版会，1996.10.
- 8) 山口宏樹：構造振動・制御，6.6.7TMD による振動制御の限界，共立出版株式会社，1996.5.
- 9) 日本建築学会編：空間構造の動的挙動と耐震設計，2006.3.
- 10) 吉中進：分散型 MTMD による大スパン建築構造の振動制御に関する研究，東京大学学位請求論文，2007.3.
- 11) 阿部雅人，藤野陽三：マルチプル同調質量ダンパー (MTMD) の基本的特性，土木学会論文集，No.465，pp.87-96，1993.4.
- 12) 阿部雅人，藤野陽三：マルチプル同調質量ダンパー (MTMD) の性能評価式，土木学会論文集，No.465，pp.97-106，1993.4.
- 13) Satoshi Ohrui and Norihide Koshika：Study in Pulse Type Seismic Control by Initial Stroke Appended TMD, 1st International Conference on Motion and Vibration Control, pp.267-272, 1992.9.
- 14) M.Abe and T.Igusa：Semi-Active Dynamic Vibration Absorbers for Controlling Transient Response, Journal of Sound and Vibration, Vol.198(5), pp.547-569, 1996.
- 15) M.Abe：Semi-Active Tuned Mass Dampers for Seismic Protection of Civil Structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.25,

pp.743-749, 1996.

- 16) 田中信雄：振動制御，3.3 質量を調整する方式 (衝撃応答抑制機能を有するセミ・アクティブダンパ)，養賢堂出版，2008.9.
- 17) 例えば，有山正孝：振動・波動，1.6 同一直線上の単振動の合成，裳華堂出版，2004.3.
- 18) 例えば，山口宏樹：構造振動・制御，共立出版株式会社，1996.5.
- 19) 山口秀谷：動吸振器による過渡振動の減衰，日本機械学会論文集 (C 編)，54 巻，499 号，pp.561-568，1988.
- 20) 日本建築構造技術者協会編：応答制御構造設計法，2.5 質量効果機構，株式会社彰国社，2000.12.
- 21) 日本建築学会：空間構造の数値解析ガイドライン，2.3 数値解析例，2001.5.
- 22) 大崎順彦：建築振動理論，株式会社彰国社，1999.4.
- 23) 背戸一登，松本幸人：パソコンで解く振動の制御，丸善株式会社，1999.3.

付録 1 (9) 式中の C 項の分析について (3. 1 節)

(9) 式中で C 項は“うなり”の振幅の大きさを表している。付図 1 に 3 章の解析条件における一方向の TMD の初期変位 y_0 の大きさと C 項の関係を示す。TMD の初期変位を大きくすると主振動系の“うなり”の振幅が大きくなる。これは TMD のばねに蓄えられるポテンシャルエネルギーが大きくなることに対応している。

付図 1 TMD 初期変位の大きさとうなりの振幅の関係

付録 2 TMD の減衰比が 0 のときの時刻歴応答変位 (3. 1 節)

付図 2 に“うなり”の位相変化の様子を分かり易くするために、TMD の減衰比 ξ_T を 0 としたときの時刻歴応答変位を示す。TMD の減衰が無いため初期変位を大きくすると後半の応答は非常に大きくなるが、初期の応答は小さくなる。初期変位の大きさにより応答が最大となる時刻が変化して位相が変化する様子が確認できる。

付図 2 TMD の減衰比が 0 のときの時刻歴応答変位

(2009年12月21日原稿受理，2010年3月31日採用決定)