2方向曲げを受ける H 形鋼長柱の耐力予測

DESIGN FORMULA OF A WIDE-FLANGE BEAM-COLUMN SUBJECTED TO BI-DIRECTIONAL BENDING

林 和宏*, 柴田 道生**
Kazuhiro HAYASHI and Michio SHIBATA

Theoretical studies are presented on the prediction of bending strength of a wide-flange beam-column subjected to bi-directional bending. This study has two main objectives. The first is to find the influence of the out of plane disturbance to the design of a beam-column subjected to bi-directional bending. The other is to propose design formula. When the $P - \delta$ effect predominates, the column collapses at the mid-span, otherwise the column collapses at the member end. Bending strength of a beam-column subjected to bi-directional bending is obtained as the smallest value among the loads corresponding to collapse at the end or at the mid-span. Proposed formula shows a good agreement with precise numerical solutions and/or experimental results.

Keywords : wide-flange, beam-column, $P - \delta$ effect, bi-directional bending, maximum strength, design formula

H 形鋼, 長柱, $P - \delta$ 効果, 2 方向曲げ, 最大耐力, 設計式

1. 序

これまでの曲げ圧縮を受ける鋼長柱の研究の多くは, 両材端の曲げモーメントベクトルの向きが平行である場合 (平行曲げ) を対象としていた 1)~10)。しかし, 実際の構造物では柱両端の曲げモーメントベクトルの向きが異なる可能性がある (図 1 参照)。このような荷重条件は「2 方向曲げ」あるいは「2 方向偏心圧縮」と呼ばれる 11)。直交する 2 方向の内, 1 方向の梁が抜けているような非整形ラーメン構造では, 柱両端の支持条件の違いからこの 2 方向曲げが発生する可能性がある。

平行曲げの内, 両材端の曲げモーメントベクトル 12) が同じ向きを向いている「単曲率曲げ」では, 危険断面位置は部材中央付近に存在する可能性が高い。これに対して, 同じ平行曲げでも両材端の曲げモーメントベクトルが逆の向きを向いている「複曲率曲げ」では, 危険断面位置は部材端に存在する可能性が高くなる。本論で取り扱う 2 方向曲げは, 「単曲率曲げ」に近い場合 (図 1(b) で言えば, 両材端の曲げの向きの角度差 ϕ が 0° に近い場合) から, 「複曲率曲げ」に近い場合 (ϕ が 180° に近い場合) まで幅広い荷重条件を対象としている。そのため, 2 方向曲げを受ける部材の危険断面位置は, 部材端から中央付近まで種々の可能性がある。

またこの 2 方向曲げでは, 1) 材軸方向の各位置で曲げの向きが変化する。2) それに伴って, 曲げ耐力 (曲げの向きに対応する全塑性モーメント) も軸方向で変動する。よって, 3) 曲げモーメントが

図 1 2 方向曲げを受ける長柱

最大となる位置と, 部材の危険断面位置が一致するとは限らないといった問題もある。そのため, 部材の危険断面位置と破壊モード (方向) を予測する事は困難とされてきた 13)。

合成構造の分野ではこの 2 方向曲げに関する研究 11), 14)~17) が行われている。しかし, 鋼構造の分野では, 2 方向偏心圧縮実験における部材の破壊性状および最大耐力に関する考察 18)~21) や許容応力度設計法に関する研究 13) が発表されているのみであり, 2 方向曲げとしての設計を要する荷重条件の検討や, 終局強度設計法 (耐力予測式) の導入と精度検証に関する検討は見受けられない。

H 形鋼部材は合成構造部材と異なり, 曲げ振れ座屈がその耐力に影響をおよぼす可能性があるが, これは細長比が小さい部材に限られる。本論は, 曲げ振れや反りの影響が無視でき, $P - \delta$ 効果による曲げ座屈が卓越する長柱部材を検討対象とする。

本論は, 2 方向曲げを受ける H 形鋼長柱の耐力予測式を導くと共に, 数値解析 (たわみ曲線を差分近似した 1 次元連続体解析 付録 1 参照) を用いて様々な荷重条件における予測式の精度を検証する。

* 摂南大学大学院 博士後期課程・工修
** 摂南大学理工学部建築学科 教授・工博

Graduate School of Eng., Setsunan Univ., M. Eng.
Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Sci. & Eng., Setsunan Univ., Dr. Eng.

2. 仮定

- 1) 一定軸力のもとで、両端に異なる方向で、異なる大きさの曲げモーメント M_A および $M_B = \alpha M_A$ ($\alpha \leq 1$) を受ける部材を検討対象とする(図1(a)参照)。このとき、部材両端のうち曲げモーメントの絶対値が大きい方の端部(曲げモーメント M_A が作用)を基準端、もう一方の端部を相手側端と呼ぶ。また、図2に示すように、 x 軸を断面強軸としたとき、基準端の曲げモーメントベクトル M_A は x 軸と角度 ϕ_A を成し、相手側端の M_B は角度 ϕ_B を成す。
- 2) 平面保持仮定が成立する。
- 3) 両材端の節点移動は生じないものとする。(節点移動が生じた柱については、移動後の節点間を結ぶ部材について、本論を適用することができる。ただし、そのためには節点移動による $P-\Delta$ 効果を事前に予測する必要がある、文献22)等でその方法が示されている。)
- 4) 図1(b)のような荷重条件では部材に捻りモーメントが発生することが予想される。しかし、長柱部材の場合発生する捻りモーメントは小さいと考えられるため、同図(a)のように捻りモーメントの影響を無視する。
- 5) 本論が対象とする長柱では、曲げねじれ座屈が耐力に与える影響は小さいため23)、曲げねじれの影響を無視する。
- 6) 垂直応力および軸力の符号は圧縮を正、軸ひずみは縮みを正とする。
- 7) 鋼材の構成法則は図3のパラボラ型とし、比例限度は $r=0.6$ とする。

図2 曲げ角度

図3 パラボラ型構成則

3. 2方向曲げとしての検討を要する荷重条件

通常柱部材の設計は、柱両端のうち曲げモーメントの絶対値が大きい基準端(2章参照)での荷重条件に対して検討を行う。こ

こで、柱部材が2方向曲げを受けるとき、基準端の曲げの向きが主軸とずれた(2軸曲げ)場合、設計では部材の2方向曲げを考慮しなければならない。しかし、基準端の曲げの向きが主軸の方向を向いている場合、相手側端での構面外力(基準端が強軸曲げを受ける場合は、相手側端での弱軸曲げ成分)を無視しても曲げ耐力に変化が無ければ、部材は主軸曲げに関して設計すればよい。

本章では、柱の基準端が強軸曲げを受ける2方向曲げにおいて、弱軸曲げ成分を無視した設計が危険であるか否かを3.1節で検討する。また、基準端が弱軸曲げを受ける2方向曲げの検討を3.2節で行う。

3.1 基準端で強軸曲げを受ける場合

図4-1と図5-1は、基準端に強軸曲げを受けた場合の、2方向曲げH形鋼長柱の最大耐力に関する数値解析結果(付録1)を示す。図は縦軸に軸力比 $n = N / N_o$ (N : 作用軸力, N_o : 降伏軸力)を、横軸に無次元化曲げモーメント $m = M / M_{ox}$ (M : 基準端での作用曲げモーメント, M_{ox} : 強軸曲げの基準強度(純曲げでの全塑性モーメント))を取る。図中の—○—は2方向曲げで考えた場合(弱軸曲げ成分を考慮)の曲げ耐力 m_{bi} (以後、2方向曲げ)を、実線は主軸曲げで考えた場合(弱軸曲げ成分を無視)の曲げ耐力 m_{pri} (以後、主軸曲げ)を示す。ここに、図4は相手側端に強軸曲げから 30° の方向に曲げを与えた場合、図5は 150° の方向に曲げを与えた場合の検討例である。また、図(a)は基準端と相手側端の存

表1 例題断面

	例題1	例題2	例題3
断面形			
寸法 (cm)	400×400×13×21	400×200×8×13	100×100×6×8
M_{ox} (MPa)	1123.47	401.02	26.45
M_{oy} (MPa)	520.41	81.73	12.98

図4-1 例題断面1 基準端強軸曲げ ($\phi_A = 0^\circ$, $\phi_B = 30^\circ$)

図4-2 例題断面1 基準端強軸曲げ

図5-1 例題断面1 基準端強軸曲げ ($\phi_A = 0^\circ$, $\phi_B = 150^\circ$)

図5-2 例題断面1 基準端強軸曲げ

図 6-1 例題断面 1 基準端弱軸曲げ ($\phi_A = 90^\circ$, $\phi_B = 45^\circ$)

図 7-1 例題断面 1 基準端弱軸曲げ ($\phi_A = 90^\circ$, $\phi_B = -45^\circ$)

図 6-2 例題断面 1 基準端弱軸曲げ

図 7-2 例題断面 1 基準端弱軸曲げ

在曲げモーメントの比 α が 1/3 の場合、図(b)は 2/3 の場合、図(c)は 1 の場合を示す。検討断面は例題 1 (表 1 参照) とし、材長は規格化細長比 $A = \sqrt{1/n_E}$ ($n_E = N_E / N_o$, N_E : Euler 荷重, N_o : 降伏軸力) に換算すると、 $A = 0.5, 1.0, 1.5$ の 3 例とした。ここで例として、図 4-1(a)で $A = 1.5$, $n = n_1$ の荷重条件を考える。図 4-1(a)では主軸曲げ強度 m_{pri} に比べて 2 方向曲げ強度 m_{bi} が大きく目減りしている。これは、構面外力(相手側端の弱軸曲げ成分)を考慮した設計を行わなければ、柱の曲げ耐力を 6 割強過大に評価してしまう事を示している。

図 4-2 と図 5-2 は、図 4-1 と図 5-1 の主軸曲げ耐力と 2 方向曲げ耐力の耐力比 $m_{ra} = m_{bi} / m_{pri}$ と軸力比 n の関係を示す。図 4 および図 5 の検討から、材長が $A = 1.0, 1.5$ の 2 例で軸力比 $n = 0.3$ 以上の場合、曲げ耐力比 m_{ra} が大きく目減りしていることが判る。また、基準端と相手側端の存在曲げモーメントの比 α が 1 の図(c)場合、材長が $A = 0.5$ の場合も含めて、軸力比 $n = 0$ の条件で曲げ耐力比 m_{ra} は 1 を大きく下回っている。これは、 $\alpha = 1$ の荷重条件では相手側端が危険断面となるためである。

上記は、本節で検討する荷重条件下(基準端で強軸曲げを受ける 2 方向曲げ)の柱では、弱軸曲げ成分を無視した設計を行うと危険側の結果を与える事を示している。

曲げ剛性が相対的に大きい広幅 H 形鋼を検討断面としたにも関わらず危険側の結果に繋がったことから、本節で検討した荷重条件下の柱の設計では、2 方向曲げとしての検討は必須である。

3.2 基準端で弱軸曲げを受ける場合

図 6 と図 7 は、基準端で弱軸曲げを受けた場合の 2 方向曲げ H 形鋼長柱について、前節と同様の検討を行った結果である。本節で検討する荷重条件下(基準端で弱軸曲げを受ける 2 方向曲げ)では、前節の検討のように相手側端が危険断面となることは有り得ないため、構面外力を無視した設計ができる可能性が高い。

相手側端の曲げの向きは、基準端の弱軸曲げから 45° および

135° の方向に与えた。荷重条件としては、部材が単曲率曲げとなる図 6 では $\alpha = 1$ の図(c)が、複曲率曲げとなる図 7 では $\alpha = 1/3$ の図(a)が最も厳しい。

図 6 と図 7 では、主軸(弱軸)との角度差を前節の検討より増やしたにも関わらず、3.1 節とは異なり 2 方向曲げ耐力 m_{bi} と主軸曲げ耐力 m_{pri} が、全ての検討例でほぼ一致している。従って、基準端で弱軸曲げを受ける柱の設計では、強軸周りの曲げモーメントを無視して設計を行うことができる。

4. 2 方向曲げを受ける長柱の耐力予測

4.1 耐力評価法に関する検討

長柱部材の設計では、その部材の危険断面の位置を事前に予測する必要がある。しかし、本論で取り扱う 2 方向曲げでは、材軸方向の各位置で曲げモーメントベクトルの向きが変化し、それに伴って曲げ耐力(曲げモーメントベクトルの向きに対応した 2 軸曲げ全塑性モーメント)も軸方向に変動する。従って、曲げモーメントの値が最大となる位置と、部材の危険断面位置が一致するとは限らない。

しかし、文献 15~17)等の合成長柱に関する考察や、文献 18~21)の 2 方向偏心圧縮実験の考察によれば、2 方向曲げを受ける長柱の破壊性状は材端付近で破壊する場合と、部材中央付近で破壊する場合に絞ることができる。文献 13)では、2 方向曲げを受ける H 形鋼長柱の許容応力度設計法として、柱上端・柱下端・柱中央の 3 ヶ所において応力状態をチェックする事で安全性が確認できるとしている。本論はこの考え方を終局状態まで拡張する。

しかし、文献 13)の手法を用いて耐力予測式を立てると、部材各位置の曲げ耐力に対して、各位置個別の応力状態を検討する形の式となる。そのため、式は複雑な形になり設計条件に対する部材の余力も明示的な形では示されない。そこで本論では、存在軸力と基準端(2 章参照)での存在曲げモーメントに対して、柱部材としての耐力評価を試みる。

4.2 材端が危険断面となる場合の曲げ耐力

平行曲げを受ける部材で $P-\delta$ 効果が生じない短柱であれば、必ず存在曲げモーメントが大きい方の端部が危険断面となる。しかし、2方向曲げを受ける部材では、荷重条件によっては存在曲げモーメントが小さい端部が危険断面となる場合もある。例として、A 端で強軸曲げ B 端で弱軸曲げを受けるような場合を考える。ここで、A 端と B 端の存在曲げモーメントの比を α (2 章参照)、軸力 N の関数である強軸まわりの曲げ耐力 $M_s(N)$ と弱軸まわりの曲げ耐力 $M_w(N)$ の比を $\beta = M_w(N)/M_s(N)$ とする。このとき、 $\alpha \leq \beta$ の条件では A 端が危険断面となるが、 $\alpha \geq \beta$ の条件では B 端が危険断面となる。

図 8 は 3 種類の α の条件に対して、例題 3 (表 1 参照) の部材の危険断面を検討した $N-M$ 相関関係である。図は縦軸に軸力比 n を、横軸に無次元化曲げモーメント m を取る。 $\alpha = 1$ の場合、B 端での破壊条件 (鎖線) が A 端での破壊条件 (実線) より内側に来るので、B 端が軸力比によらず危険断面となる。逆に $\alpha = 0.45$ の条件では鎖線が実線の外側にあり、A 端が常に危険断面となる。 $\alpha = 0.666$ の条件は両者の中間の場合で、軸力レベルが n_2 以上ならば A 端が、以下ならば B 端が危険断面となる。

よって、図 9(a) に示すような 2 方向偏心圧縮柱が基準端 A で破壊するとした場合の曲げ耐力 M_1 は、A 端での極短柱 2 軸曲げ強度 (いわゆる断面耐力) に等しく、文献 10) で示された近似式

$$M_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{\left\{\lambda_A / M_{px}(N)\right\}^S + \left\{\mu_A / M_{py}(N)\right\}^S}} \quad (1)$$

$$S = 1.6 - \frac{N/N_0}{2 \ln(N/N_0)}$$

$$\lambda_A = \cos(\phi_A), \quad \mu_A = \sin(\phi_A)$$

$$M_{px}(N) = 1.18(1 - N/N_0) M_{ox} \leq M_{ox}$$

$$M_{py}(N) = 1.19 \left\{1 - (N/N_0)^2\right\} M_{oy} \leq M_{oy}$$

から求めることができる。ここに、 ϕ_A は基準端 A での曲げ角度 (曲げモーメント軸が断面強軸 (x 軸) となす角度)、 M_{ox} 、 M_{oy} は純曲げでの主軸曲げ強度、 N_0 は降伏軸力である。

一方、相手側端 B で破壊する場合の曲げ耐力を基準端の材端モーメントで評価する場合、その耐力 M_2 は B 端での極短柱 2 軸曲げ強度を、基準端と相手側端の材端モーメントの比 α で除すことで求められる。

$$M_2 = \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\sqrt[3]{\left\{\lambda_B / M_{px}(N)\right\}^S + \left\{\mu_B / M_{py}(N)\right\}^S}} \quad (2)$$

$$\lambda_B = \cos(\phi_B), \quad \mu_B = \sin(\phi_B)$$

ここに ϕ_B は相手側端 B での曲げ角度である。

4.3 部材中央が危険断面となる場合の曲げ耐力

図 9(a) の 2 方向偏心圧縮柱では、変形前の材軸線と外力の作用線の距離は同図(b)および(c)の様な分布となり部材中央付近での実質偏心量は材端より小さくなる。この状態は同図(d)の様な元たわみを持つ変断面材に偏心圧縮が作用した場合に類似し、この部材が中央で破壊する場合の耐力 M_3 は、同図(e) の等価偏心圧縮材の耐力 M_q から、以下のように近似できることが期待される。

$$M_3 = 9M_q \quad (3)$$

これは、文献 24) などが提案するモーメント拡大係数を図 (e) のモデルに適用した結果 M_q に、図(b)の e_A/e_C に相当する補正係数 g を乗じた値を表す。

図 8 破壊端の検討

図 9 元たわみを持つ変断面材が非対称偏心圧縮を受ける場合

$$g = 2 / \sqrt{\left\{\lambda_A + \alpha \lambda_B\right\}^2 + \left\{\mu_A + \alpha \mu_B\right\}^2} \quad (4)$$

文献 24) によれば対称 2 軸曲げ長柱の耐力

$$M_q = M_p(N, \phi_c) / \nu \quad (5)$$

は、中央断面での 2 軸曲げ極短柱強度

$$M_p(N, \phi_c) = \frac{1}{\sqrt[3]{\left\{\lambda_c / M_{px}(N)\right\}^S + \left\{\mu_c / M_{py}(N)\right\}^S}} \quad (6)$$

$$\lambda_c = \cos(\phi_c), \quad \mu_c = \sin(\phi_c)$$

を、モーメント拡大係数 ν で除して求められ、その算定方法は 5 章による。また、 ϕ_c は中央断面での曲げ角度であり、その算定方法は 6 章による。

4.4 2 方向曲げを受ける長柱の耐力

前節までの考察より、2 方向曲げを受ける H 形鋼長柱の曲げ耐力 M_d は、式(1)による基準端が危険断面となる場合の曲げ耐力 M_1 、式(2)による相手側端が危険断面となる場合の曲げ耐力 M_2 、式(3)による部材中央が危険断面となる場合の曲げ耐力 M_3 の最小値で決まる。

$$M_d = \min(M_1, M_2, M_3) \quad (7)$$

5. モーメント拡大係数

2 軸曲げに関する長柱のモーメント拡大係数は、文献 24)において合成構造用のものが示された。これは本論が対象とする鋼長柱にも応用可能であるが、応用の際のコンクリートに関する項の扱いが不明瞭である。そこで本章では、文献 24)で示されたモーメント拡大係数を鋼長柱に適用する場合の算出法を示す。

文献 25)によれば、弾性梁－柱理論による対称主軸曲げを受ける長柱のモーメント拡大係数は次式で表される。

$$v = \sqrt{1 + \left\{ \frac{1 - \cos X}{\sin X} \right\}^2}, \quad X = \pi(n/q)^p / \omega \quad (8a,b)$$

ここに、 $n = N / N_o$ は作用軸力と降伏軸力の比である。また、弾性理論では、 $p = 1/2$ 、 $q = n_E$ (無次元 Euler 荷重)であり、この p 、 q を補正することにより一般に弾塑性部材に対応させることが期待される^{26,27)}。また、 ω は曲げ角度 ϕ_C に依存する補正係数である。

式(8b)において、 X と軸力比 n/n_E の関係を

$$\xi = \ln(X/\pi), \quad \eta = \ln(n/n_E) \quad (9a,b)$$

として表したとき、完全弾塑性理想サンドイッチ断面材では、式(9)は常に次式の関係が成立する。

$$\xi = \eta/2 \quad (10)$$

しかし、本論が対象とする H 形鋼断面では、断面形状と材料構成則の影響から式(10)と差異が生じる。

文献 28)によれば、主軸曲げに関する ξ と η の関係は、鋼材断面では図 10 に示すようなバイリニア型で近似することができ、第 1・第 2 折れ線の勾配 p_1, p_2 および η 軸との交点 η_1, η_2 は、部材の接線係数荷重と降伏軸力の比を n_{cr} とおけば、次式で評価する事ができる。

$$p_1 = 1.6 p_2 \sqrt{n_E}, \quad p_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \rho_s} \right) \quad (11a,b)$$

$$\eta_1 = \ln(n_{cr}/n_E), \quad \eta_2 = \rho_m - 1 \quad (11c,d)$$

ここに、H 形鋼断面の断面積、弱軸曲げ塑性断面係数、弱軸曲げ断面 2 次モーメントをそれぞれ A, Z_{yp}, I_y とおけば、断面形状に依存する形状係数 ρ_s は次式で近似できる。

$$\rho_s = \frac{Z_{yp}^2}{AI_y} \quad (12)$$

また、構成法則に依存する材料特性係数 ρ_m は構成材料の比例限度 r (2 章参照) より次式で定義される。

$$\rho_m = (2 + r)/3 \quad (13)$$

さらに、接線係数荷重 N_{cr} と降伏軸力 N_o の比 $n_{cr} = N_{cr} / N_o$ は、比例限度が 1 未満の部材では次式で与えられる。

$$n_{cr} = \begin{cases} \sqrt{4(1-r)/n_E^2 + 1} - 1 & (n_E > r) \\ n_E & (n_E \leq r) \end{cases} \quad (14)$$

以上、式(9)～(14)を踏まえて、式(8b)を次式のように表すものとする。

$$X = \pi \exp(\xi/\omega) / \omega \quad (15a)$$

$$\xi = \max \{ p_1(\eta - \eta_1), p_2(\eta - \eta_2) \}, \quad \eta = \ln(n/n_E) \quad (15b,c)$$

また、文献 26)では曲げ角度 ϕ_C に依存する補正係数 ω を次式で与えている。

$$\omega = 1 + \left\{ \sqrt[4]{I_x/I_y} - 1 \right\} \left(\frac{\phi_C}{\pi/2} \right)^2 \quad (16)$$

6. 部材中央断面での曲げ角度予測

図 9(e)に示すような 2 軸曲げ長柱の耐力を精度良く近似するには、危険断面位置 (部材中央) での曲げ角度を正確に予測する必要がある。文献 16)では ϕ_C を部材中央の初期偏心の方向

$$\phi_C = \tan^{-1} (c e_x / c e_y) \quad (17)$$

$$c e_x = e_A (\mu_A + \alpha \mu_B), \quad c e_y = e_A (\lambda_A + \alpha \lambda_B) \quad (18a,b)$$

として与えている。ここに、 e_A は基準端での偏心量 (図 9(a)参照)、 $c e_x$ と $c e_y$ は部材中央での x 軸方向と y 軸方向の初期偏心量である。しかし、 I_x/I_y の値が 1 に近い合成部材と異なり、 I_y が I_x の 1/3 以下となる H 形鋼部材では、構面外変形を含む ϕ_C を予測しなければ、精度良く耐力が求められない²¹⁾。そこで、柱両端で等しい曲げモーメントを受ける平行 2 軸曲げ部材で、中央断面の曲げ角度予測を試みる。

図 11 に示すような、両端で等しい偏心量 e_x, e_y を与えた対称 2 軸偏心圧縮部材を考える。弾性理論に基づけば、材軸方向を z 軸とした場合、 x 軸方向と y 軸方向のたわみ分布 $u(z)$ と $v(z)$ は

$$u(z) = e_x \left[\frac{1}{\cos(k_y L/2)} \cos \left\{ k_y \left(z - \frac{L}{2} \right) \right\} - 1 \right] \quad (19)$$

$$v(z) = e_y \left[\frac{1}{\cos(k_x L/2)} \cos \left\{ k_x \left(z - \frac{L}{2} \right) \right\} - 1 \right]$$

$$k_x = \sqrt{P/EI_x}, \quad k_y = \sqrt{P/EI_y}$$

の様に表され、部材中央での曲げモーメントは

$$M_{cx} = P e_y \sec \left(\frac{k_x L}{2} \right), \quad M_{cy} = P e_x \sec \left(\frac{k_y L}{2} \right) \quad (20)$$

で与えられる。従って、対称 2 軸曲げ部材における中央断面での曲げモーメントベクトルの方向 ϕ_C は次式となる。

$$\phi_C = \tan^{-1} \left\{ \frac{e_x \sec(k_x L/2)}{e_y \sec(k_y L/2)} \right\} \quad (21)$$

また、2 方向曲げ部材では式(21)の e_x と e_y に、部材中央断面の初期偏心量として式(18)に示す $c e_x$ と $c e_y$ を代入する。

$$\phi_C = \tan^{-1} \left\{ \frac{(\mu_A + \alpha \mu_B) \sec(k_x L/2)}{(\lambda_A + \alpha \lambda_B) \sec(k_y L/2)} \right\} \quad (22)$$

図 11 2 軸偏心圧縮部材

実際の弾塑性部材では、軸力の増大に伴う曲げ剛性低下の影響から、式(21)、(22)よりも弱軸曲げ変形が卓越する(ϕ_C の値が大きくなる)。しかし、文献 14~15,18~21)等の偏心圧縮実験の考察から、曲げ剛性の低下が始まるのは最大耐力直前であると推定され、弾性論に基づいた式(21)、(22)を用いて、部材中央断面の曲げ角度 ϕ_C が予測できる可能性が高い。

文献 29)では、式(21)で与えられた曲げ角度予測式と、数値解析結果(付録1)が比較され、両者の対応は良好であった。

7. 耐力予測式と数値解析および実験結果の比較

本章は、様々な荷重条件における2方向曲げ柱の耐力について、耐力予測式(7)と数値解析結果(付録1)の比較を試みる。しかし、3章の考察では基準端で弱軸曲げを受ける場合、2方向曲げとしての検討は不要であることが示された。そこで、7.1節では基準端に強軸曲げを与えた場合について、7.2節では基準端に2軸曲げを与えた場合についての検討を行う。また、7.3節では耐力予測式(7)と2方向偏心圧縮実験結果(18~21)の比較を行う。

7.1 基準端強軸曲げの場合

図12と図13は基準端が強軸曲げを受ける場合の比較を示す。このうち、図12は例題1(表1参照)の広幅H形鋼を検討断面とした場合、図13は例題2の細幅H形鋼の場合である。材長は規格化細長比 $A=0.5, 1.0, 1.5$ の3例とした。図は縦軸に軸力比 n を、横軸に無次元化曲げモーメント m を取る。図中の実線は耐力予測式(7)を、○は数値解析結果に基づく最大耐力(付録1)を示し、基準端が危険断面となる場合の曲げ耐力と、相手側端が危険断面となる場合の曲げ耐力を併せて破線で示す。ここに、図12の荷重条件は軸力0(純曲げの場合)での部材危険断面位置が基準端となるケース、図13は相手側端となるケースの検討である。また、図中(a)の荷重条件は基準端と相手側端の曲げ角度差 ϕ (図1(b)参照)が 45° 、図(b)は 90° 、図(c)は 135° の場合である。

両図とも、図(b)および図(c)での予測式と数値解の対応は良好である。しかし、強軸に関する単曲率曲げに荷重条件に近い図(a)では、一部予測式が大きく安全側の値を示す。これは、部材中央が危険断面となる場合の耐力 M_3 の予測に、合成構造用のモーメント拡大係数(24)を用いたことが原因と考えられる。文献(24)で提案されたモーメント拡大係数は、危険断面位置での曲げ角度が 45° の場合の数値解に基づいた回帰式であり、曲げ角度が 0° (強軸曲げ)に近い場合は安全側の値を、逆に 90° (弱軸曲げ)に近い場合は危険側の値を与えるという特性を有している。以上から、文献(24)が提案するモーメント拡大係数を適切に修正することで、図12と図13の各図(a)に関する予測式と数値解の対応は改善される可能性がある。

図12 例題断面1 基準端強軸曲げ ($\phi_A = 0^\circ$) $\alpha = 0.45$

図13 例題断面2 基準端強軸曲げ ($\phi_A = 0^\circ$) $\alpha = 0.333$

図14 例題断面1 基準端2軸曲げ ($\phi_A = -45^\circ$) $\alpha = 0.5$

図15 実験結果との比較

7.2 基準端2軸曲げの場合

図14は、基準端で2軸曲げを受ける場合の予測式と数値解の比較を示す。検討断面は例題1とし、基準端の曲げの向きは -45° の方向に与えた。また、基準端と相手側端の曲げ角度差は、図12と図13同様図(a)が $\phi = 45^\circ$ (相手側端強軸曲げ)、図(b)が $\phi = 90^\circ$ 、図(c)が $\phi = 135^\circ$ (相手側端弱軸曲げ)である。図14では、全ての検討で予測式と数値解の対応が良好であり、ほぼ安全側の値を与えている。

7.3 実験結果との比較

図15は耐力予測式(7)と、文献(18~21)の2方向偏心圧縮実験結果との比較を示す。試験体断面は表1の例題3に対応し、材長は $L = 1.2\text{m}, 2.4\text{m}$ 、両材端の曲げ角度は $\phi_A = 0^\circ$ 、 $\phi_B = 90^\circ$ であり、曲げ角度差は $\phi = 90^\circ$ となる。耐力予測式(7)と実験結果の対応は良好である。

以上の検討から、本論が提案する耐力予測式(7)は、荷重条件によっては一部精度が良くない場合もあるが、複雑な変形状を示す2

方向曲げ部材の耐力を、諸係数の陽な関数として表現できる点で優位性がある。また、実際の設計で2方向曲げの検討を要する様な載荷条件では、提案式はおおよその場合で安全側の値を与える。

8. 結 論

- 1) H形鋼長柱では、基準端が弱軸曲げを受ける場合、強軸曲げ成分を無視し、主軸（弱軸）に関する設計を行ってもよい。
- 2) 具体的な設計手法が確立されていなかった2方向曲げを受けるH形鋼長柱の耐力予測式を導いた。予測式は諸係数に対して、陽な関数として示される。
- 3) 2方向曲げの検討を要する載荷条件下では、予測式は数値解析結果と良好な対応を示し、概ね安全側の値を与える。
- 4) 強軸に関する単曲率曲げに載荷条件が近い場合、予測式は大きく安全側の値を与える。

参考文献

- 1) Galambos, T.V. and Ketter, R.L.: Columns Under combined Bending and Thrust, Transactions, ASCE, Vol.124, pp.1-25, 1959.04
- 2) Massonnet, C.: Stability Considerations in The Design of Steel Columns, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.85, No.ST7, pp.75-111, 1959.09
- 3) 三谷勲・今門一弘: 複曲率曲げを受けるH形鋼柱の塑性変形能力評価式, 日本建築学会構造系論文集, No.379, pp.71-78, 1987.09
- 4) Walter, J.A.: Strength and Design of Metal Beam-Columns, Proceedings of the American Society of Civil Engrs., Vol.87, No.ST4, pp.1-32, 1961.04
- 5) 森野捷輔: 構造部材および骨組の弾塑性不安定現象に関する研究, 京都大学学位論文, 1984.07
- 6) 日本建築学会: 鋼構造限界状態設計規準（案）・同解説, 1990.
- 7) 坂本順・渡辺雅生・井元勝慶・宮村篤典: 二軸曲げをうける鋼構造部材の塑性耐力に関する考察 [II], 日本建築学会論文報告集, No.323, pp.37-42, 1970.10
- 8) 修行稔: 定軸力と繰返し二軸曲げ荷重を受ける鋼構造部材断面の弾塑性挙動について（その1）, 日本建築学会論文報告集, No.323, pp.1-12, 1983.01
- 9) 西村宣男・笠原宏紹・菅田善之: 2軸曲げを受ける鋼はり一柱部材の相関強度式, 土木学会論文集, No.428, pp.157-166, 1991.04.
- 10) 日本建築学会: 鋼構造座屈設計指針, 1996.
- 11) 柴田道生: 2方向曲げを受ける合成長柱の近似解析法と長柱効果発生条件, 日本建築学会構造系論文集, No.571, pp.187-192, 2003.09.
- 12) 中村恒善 他: 第2版 建築構造力学 図説・演習 I, 丸善株式会社, 1994.06.
- 13) Horne, M.R.: The Stanchion Problem in Frame Structures Designed According to Ultimate Carrying Capacity, Proc. ICE, Structural Paper, No.46, pp.105-160, 1955.11
- 14) 柴田道生・徳田好克: 2方向曲げを受ける合成長柱の弾塑性挙動に関する実験, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.24, No.2 pp.1321-1326, 2002.06.
- 15) 柴田道生・林 和宏: 2方向偏心圧縮を受ける合成長柱の最大耐力時挙動に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.53B, pp.375-382, 2007.03.
- 16) 柴田道生: 2方向曲げを受ける合成長柱の耐力予測, 日本建築学会構造系論文集, No.613, pp.163-167, 2007.03.
- 17) 柴田道生・林 和宏: 2方向曲げを受ける合成長柱の耐力と破壊機構に関する実験, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.29, No.3, pp.85-90, 2007.06.
- 18) 林 和宏・柴田道生: 2方向偏心圧縮を受けるH形鋼長柱の耐力と破壊機構に関する実験（その1 実験計画, 破壊性状）, 日本建築学会近畿支部研究報告集, No.48, pp.353-356, 2008.06.
- 19) 林 和宏・山本和良・柴田道生: 2方向偏心圧縮を受けるH形鋼長柱の耐力と破壊機構に関する実験（その2 最大耐力時挙動, 破壊機構）, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.C-1, pp.543-544, 2008.09.
- 20) 山本和良・林 和宏・柴田道生: 2方向偏心圧縮を受けるH形鋼長柱の耐力と破壊機構に関する実験（その3 弱軸曲げが卓越する場合）, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.C-1, pp.587-588, 2009.08.
- 21) 林 和宏・柴田道生・山本和良: 2方向曲げを受けるH形鋼長柱の耐力予測に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.55B, pp.269-275, 2009.03.
- 22) 柴田道生: 節点移動を生じる長柱の耐力評価, 日本建築学会構造系論文集,

No.637, pp.569-573, 2009.03

- 23) 若林實: 鉄骨構造学詳論, pp.170, 1985.
- 24) 柴田道生: 2軸曲げを受けるSRC長柱の耐力予測, 日本建築学会構造系論文集, No.539, pp.159-165, 2001.01
- 25) 日本建築学会: 鋼構造塑性設計指針 6.3節, p.114~, 式(6.28), 1975
- 26) 柴田道生: 2軸曲げを受けるコンクリート充填鋼管長柱の耐力予測, 日本建築学会構造系論文集, No.533, pp.191-196, 2000.07.
- 27) 柴田道生: 非対称曲げを受けるSRC長柱の耐力予測, 日本建築学会構造系論文集, No.533, pp.197-203, 2000.07.
- 28) 柴田道生: 非対称曲げを受けるコンクリート充填鋼管長柱の耐力予測, 日本建築学会構造系論文集, No.534, pp.175-181, 2000.08.
- 29) 林 和宏・柴田道生: 2方向曲げを受けるH形鋼長柱の耐力予測, 日本建築学会近畿支部研究報告集, No.49, pp.353-356, 2009.06.

付録1. 数値解析結果

たわみ曲線を差分近似した、1次元連続体の変位増分解析概要を示す。一定軸力のもとで両端に異なる方向と大きさの材端モーメント M_A および $M_B = \alpha M_A$ ($\alpha \leq 1$) を受ける単純梁を図A1のようにモデル化し、各点の曲率をたわみの2次差分で近似する。解析における断面は図A2に示すようにフランジを20分割、ウェブを19分割とした。また、軸方向は8分割とした。

図A1 解析モデル

図A2 断面分割

付録2. 数値解析と偏心圧縮実験

図A3に、付録1で定義した数値解析手法と文献21)で行われた2方向偏心圧縮実験の、荷重－変形関係比較例を示す。縦軸は降伏軸力比 n を、横軸は中央点たわみ量を表す。図中の●と○が実験で得られた x 方向と y 方向の中央点たわみ u_4 と v_4 , 実線と破線が双方の数値解析結果を示す。実験結果と数値解析の対応は良好である。

図A3 荷重－中央点たわみ関係 ($\phi_A = 0^\circ, \phi_B = 90^\circ$)

(2010年2月9日原稿受理, 2010年4月13日採用決定)