線形破壊力学を用いた界面剥離応力の解析的研究

－タイル張り仕上げとコンクリートとの界面に接着欠陥を有する場合－

ANALYTICAL STUDIES OF INTERFACIAL DELAMINATION STRESSES

BY LINEAR FRACTURE MECHANICS

－ A case of defects in the interfaces between concrete bodies
and rendering mortar of finishing tiles －

渡 部 嗣 道*

Tsugumichi WATANABE

This paper describes analytical results by a boundary element method on stress singular conditions at the interface between the concrete bodies and cementitious adhesive mortar with ceramic tiles. The interfacial stresses during differential movements between concrete and ceramic tiles were examined in case that both defects and no ones were held in the interfaces. A general stress function is also presented by two singularity parameters to predict normal and shear stresses near the stress singular points by a fracture mechanical method. By the results, the predicted method for critical conditions of the defects in the interface was presented. Furthermore, the mixed-modes of the interfacial fracture were clarified.

Keywords : *Interfacial fracture mechanics, Stress singularity, Interfacial stress, Ceramic tile, Interface Delamination, Thermal movement*

界面破壊力学, 応力特異性, 界面応力, セラミックタイル, 界面剥離, サーマルムーブメント

1. はじめに

鉄筋コンクリート造建築物における外壁仕上げのうち、タイル後張り工法は、わが国の代表的な建築仕上げ工法の一つである。この外壁仕上げの劣化症状の一つとして、仕上げ層とコンクリートとの界面における剥離現象がある^{1) 2)}。これは、乾燥湿潤あるいは温度変化などに伴う構成材料間の長さ変化の違いから、接着界面に大きなせん断力が生じることが原因と考えられているが、その応力状態の詳細な分析や接着界面強度との関連性など、力学的な剥離メカニズムは十分に解明されていない。そのため、タイル仕上げの剥離防止技術を開発する上で、その接着界面の応力状態を精査する意義は大きい。本研究では、その中で、タイル後張り仕上げの接着界面に「接着欠陥」^{注1)}が存在する場合を取り扱っている。タイル張り工事は屋外でのタイル職人などの手作業に頼るため、均一で所要の接着強度を持つ界面を壁面全体に作製することは困難である。また、長い使用期間中の繰り返し応力などによって部分的に界面剥離が生じることも想定できる。こうして、実際の接着界面には多数の接着欠陥が生じるものと思われる。この場合には、それを起点として剥離が進展する恐れがあるため、接着欠陥を有する場合の接着界面を対象とすることは、より安全な剥離防止設計に繋がるものと考えられる。これまで、仕上げ層とコンクリート間にディファレンシャルムーブメントが作用する場合の接着界面の応力度を算定した弾性解による数値解析的研究は多く行なわれている^{3)~6)}。しかし、接着欠陥

を有する場合の界面応力に関する詳細な研究は全く見られない。

一方、構造材料のひび割れ進展に対する代表的な安全性設計方法の一つとして破壊力学が挙げられ、異種材料間の接合問題についてもその有効性が唱えられている^{7)~9)}。破壊力学的手法は、特にき裂問題^{注2)}に対して発展した工学的な安全設計手法であり、線形から非線形に渡って広範囲な破壊性状に適用できる方法である。このようなき裂問題は、タイル張り仕上げの接着界面の剥離問題に対しても当てはまると考えられる。著者は、これまで、建築仕上げの界面剥離発生時の評価に用いるために、き裂および切欠き問題^{注3)}における研究を弾性解に基づいて実施してきた^{10)~13)}。本研究も、界面破壊力学からなる複合材料の接着設計技術をセメント系湿式仕上げの接着界面の剥離問題へ適用することを目的としたものである。セメント系接着界面は極めて脆性的な挙動を示すことから、弾性解による線形破壊力学も有用性があると考えられる。著者の既往の研究^{10), 13)}では、剥離開始点の評価によって、線形破壊力学の適用性を実験的に検証している。近年、海外においては土木工学分野で弾性論による界面破壊力学が、非線形のものと同時に実用技術に活用されつつある。Souma ら^{14)~16)}は、重力ダムにおいて、地盤である岩盤とダム構造物のコンクリートとの接着界面の接合安全性の設計を行う際に、線形破壊力学を適用して界面破壊プロセスの推定を行っており、同方法を実用的な接着界面の構造的な安全設計に用いている。ここで用いられた線形解析による剥離応力推定式は、著者らがこれまで採

* 大阪市立大学大学院生活科学研究科 准教授

Assoc. Prof., Faculty of Human Life Science, Osaka City University

用してきたもの^{10),13)}と同様であり、今後はこの手法の実用化が技術的に期待されるものと考えられる。ただし、剥離開始以降の破壊のモードが理想的な界面剥離でなく、モルタルあるいはコンクリートへのひび割れ進展を含んだ場合には、線形破壊力学を適用することは困難である。また、剥離時の最大強度などはひび割れ進展後の現象であるため、この推定に関しても同様である。したがって、本解析の適用範囲は、平滑な接着界面を持つ2材料間の接着界面での剥離破壊が生じる場合に適用するものとする。

2. 研究概要

図1にタイル後張り仕上げの外壁断面の模式図を示す。著者は、これまで、図1でタイルに下地コンクリートよりも大きな膨張ひずみが生じた場合には、コンクリートと接着モルタルとの接着界面の剥離応力（以下、界面剥離応力）として、せん断応力のほか、その界面の法線方向に引張応力も作用することを解析的に明らかにしている¹⁷⁾。これは、この接着界面に欠陥が存在する場合には、その先端近傍の応力場における破壊モードがモードⅠ（開口型）とモードⅡ（面内せん断型）の混合モード型となる可能性があることを示している。しかし、これまで、タイル仕上げの剥離問題でモードⅠの破壊形態の可能性を取り扱った研究例はない。本研究では、応力集中が生じる接着欠陥の先端近傍について、既往の研究¹⁰⁾¹³⁾と同様に、弾性解による剥離応力の大きさを界面破壊力学の基礎式を適用した特異性パラメータによって評価する。そこで、接着界面上のモードⅠの応力形態に注目しつつ、接着欠陥がモードⅡとの混合モード比やこれらの特異性パラメータの大きさに与える影響を解明することを研究目的とする。

しかし、タイル仕上げの接着界面で、モードⅠとなる可能性のある界面上の接着欠陥の領域は直ちには特定できない。そこで、本研究では、接着欠陥のない場合の接着界面に作用する界面応力状態から、モードⅠ型の破壊モードとなる接着欠陥領域を推定する方法を提案し、その適用性の検証を行う。

また、接着欠陥先端近傍の界面上の応力場を特異性パラメータで評価するには、タイル仕上げの接着界面上の複雑な応力状態下でも、これを用いた応力式で所要の精度で推定できることを確かめる必要がある。したがって、界面破壊力学の特異性パラメータを用いた推定値と数値解析値とを比較し、その推定精度の検討を行う。さらに、接着欠陥に関するパラメトリックな解析的検討を通して、接着欠陥の設定条件と線形破壊力学による特異性パラメータとの関係を明らかにする。これは、タイル剥離防止設計において、今後要求される界面強度試験方法の提案や設計応力の判定などに有益な資料となるものと考えられる。

3. 解析モデルと解析方法

図1に、解析対象となるモデルの範囲と応力算定箇所を示す。本研究における解析対象は、コンクリート上にタイルが張り付けられた壁体の一部分とするため^{注4)}、解析対象の範囲は、平居³⁾や難波⁵⁾と同様に、タイルの割付けにおける単位長さ（タイル長さ+目地長さ）とした。ただし、解析モデルの長さは対称性を考慮して、その長さの半分とした。図2に解析モデルを示す。図2のモデルにおける対象境界は、図1の目地およびタイルの中央線位置に設置さ

れる。本解析の場合には、タイル長さを200mm、目地幅を8mmとしているため、モデル長さは対象性を考慮して104mmとした。また、モルタル層は、本解析では直張りを想定して接着モルタルのみとし、その厚さを8mmとした。また、タイルの裏足形状は既報¹⁰⁾¹¹⁾と同様に単純化している。表1に解析寸法条件を示す。

目地深さは、剥離応力が最も危険側となると推定される条件とするために、「JASS 19 陶磁器質タイル工事」¹⁸⁾で規定されている上限であるタイル厚の1/2とした。目地深さが大きくなるほど界面の法線方向に作用する引張応力の最大値は大きくなるのが著者のこれまでの解析で明らかとなっている¹⁷⁾。また、各材料の力学的特性値（ヤング係数、ポアソン比）は既報¹⁰⁾と同じ値を用いた。なお、ここでは目地モルタルは暫定的に接着モルタルと同じ値とした。

界面剥離応力の算定対象とする接着界面は、図1および図2におけるコンクリートとモルタル層との界面とし、接着欠陥はこの対象モデル内の界面内に設け、その長さはモデル長さ以下とした^{注5)}。

数値解析方法は、著者の既報^{10)~12)}と同様に2次元境界要素法により、弾性論に基づいた平面ひずみ問題で界面上の応力度を求めた。解析プログラムは、線形破壊力学で取り扱う特異点となるき裂先端近傍の応力場でもその応力算定で信用実績のあるものを用いた¹⁹⁾²⁰⁾。

境界条件について、対称境界は、X方向変位をゼロ（完全拘束）とし、Y方向変位を自由となるようにした。接着界面については、接着欠陥のない場合は完全一体接合とした。接着欠陥を有する場合には後述する。その他の境界は、自由境界とし、X方向およびY方向ともに変位が自由となるようにした。また、後述の算定応力度の分布を示す場合の位置について、図2に示すように目地側の対象境界の設定位置を基準として距離xを定義した。

界面剥離応力の発生は、タイルのみに膨張ひずみを与えることによって作用させることとし、そのひずみは200 μ とした^{注6)}。

図1 タイル仕上げ壁体断面と解析対象

図2 解析モデル

表 1 解析条件

材料名	厚さ(mm)	長さ(mm)
コンクリート	150	104
セメントモルタル	8	((目地長+タイル長)の1/2)
目地モルタル	6	4(目地幅の1/2)
タイル	12	100 (タイル長さの1/2)

※タイルの熱膨張係数は $5.0 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ とし、コンクリートとの温度差を 40°C とした。

4. 接着欠陥がない場合のモデル解析

4.1 解析結果

図3に、コンクリートと接着モルタルとの界面に接着欠陥がない場合、すなわち完全一体接着となる場合の応力度分布を示す⁷⁾。接着界面を剥離しようとする応力度は、せん断応力度 τ （以下、せん断剥離応力度と称す）と界面の法線方向の垂直応力度 σ_y のうち引張応力度（以下、引張剥離応力度⁸⁾と称す）である。接着界面の法線方向の垂直応力度は、目地位置のモデル端部からの距離が10mm程度の位置から圧縮から引張に変わり、20~30mmの範囲内で引張応力度は最大となる。このように、タイルに膨張ひずみが生じるようなディファレンシャルムーブメントが生じる場合は、接着界面に引張剥離応力度が作用する。これを模式的に表すと図4のようになる。タイルの膨張ひずみによって応力が目地に作用すると同時に、タイルと接着モルタルとの界面にはせん断剥離応力も作用する。これらのX方向の力によって目地とタイルとの境界面近傍には回転モーメントが生じ、これによってタイル側の界面には引張剥離応力、目地側には圧縮応力が作用するものと考えられる。したがって、タイルと接着モルタルとの界面剥離応力には、引張剥離応力度とせん断剥離応力度とが作用する。

せん断剥離応力度は、端部から5mmおよび30mm程度で極値を示す。この2箇所の位置について、それぞれが破壊する場合には、前者は

図3 応力度分布

図4 目地周りの界面剥離応力度の発生模式図

接着界面の法線方向に作用する垂直応力度が圧縮となる状態であるのに対し、後者はそれとは逆に引張状態となる。一般的に後者（開口型）の場合の破壊強度の方が低いと考えられる。したがって、本解析モデルで、コンクリートとモルタルとの界面が先行して破壊して剥離すると考えられる領域は、この開口状態すなわち引張剥離応力度が作用する領域であると考えられる。

また、引張剥離応力度とせん断剥離応力度ともに、正の値を示す領域（図3の約10mmより右側の領域）については、最大値を示す位置およびその値ともにほぼ同様な分布傾向を示した。その最大値を示す位置を超えると、引張剥離応力度とせん断剥離応力度ともに徐々に減少し、タイルの中央（ $x=104\text{mm}$ ）では、ほぼゼロとなった。したがって、タイルが接着された領域のうち、目地側に近い方に引張剥離応力度およびせん断剥離応力度ともに最大となる箇所が生じることが明らかとなった。いずれの応力度とも最大値は 0.6N/mm^2 以上作用し、JASS19の接着強度判定値¹⁷⁾を上回っていることに注意する必要がある。

4.2 界面剥離強さの定義

引張剥離応力度とせん断剥離応力度の合力の大きさを(1)式のように表し、これを界面剥離強さと定義する⁹⁾。図5に引張剥離応力度が作用する領域について、界面剥離強さの分布状況を示す。その大きさの最大値は $x=26.6\text{mm}$ の位置で生じ、タイル中央（ $x=104\text{mm}$ ）よりも目地（ $x=0\text{mm}$ ）に近い位置で大きな値を示した。これは、図3で示した引張剥離応力度とせん断剥離応力度とが最大値を示す位置の近傍である。

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_y^2 + \tau^2} \quad (1)$$

図5 界面剥離強さの分布状況

5. 接着欠陥を設定した場合の欠陥部近傍の界面応力

5.1 界面欠陥部近傍の界面応力推定式

接着界面欠陥先端近傍⁷⁾の剥離応力度は、弾性解によると無限大となる特異性を示す⁷⁾。この場合には、この特異点が破壊の起点となり、接着欠陥のない接着界面に比べて、大きな強度低下を招く恐れがある。本研究では、特異点となる接着欠陥先端近傍の剥離応力度を、既往の研究^{10), 13)}と同様に、界面破壊力学による基礎式を用いて推定する¹⁰⁾。すなわち、引張剥離応力度 σ_y およびせん断剥離応力度 τ は、それぞれモードI（開口型）とモードII（せん断型）の混合モード型の応力式(A-1)によって推定され、それぞれ破壊モードに応じた応力拡大係数 K_1 および K_2 が用いられる。

5.2 接着欠陥領域の境界条件

コンクリートとモルタルとの界面上の接着欠陥近傍の応力状態を数値解析によって求める場合、接着欠陥の境界条件の設定の違いによって特異性の強さも異なる結果となる。そこで、本研究で設定する接着欠陥領域における境界条件を表2に示す。接着欠陥領域での界面では、2材料間が完全に分離していたとしても、材料表面には凹凸があるため、実際には材料間でせん断応力は伝達される。しかし、この接着欠陥領域での境界条件は、すべての変形状態においてもこの界面上のせん断応力の伝達はないものと仮定した。これは、接着欠陥領域の境界上で部分的に応力が伝達され、界面上にせん断剥離応力が分散される場合よりも、接着欠陥領域の界面上は全く伝達されないとして、接着界面端部に局所的に集中する方が界面破壊の危険性が増し、剥離設計上はより安全側の条件となるからである。

また、図6に、接着欠陥領域における界面の変形と境界条件との関係を示す。この領域で、モルタルとコンクリートとの界面が開くような変形が生じた場合には、互いの境界は変位拘束のない自由境界とした。すなわち、境界上の垂直応力度 σ_y およびせん断応力度 τ はともにゼロとなる。一方、2材料間の接着欠陥界面が閉じるような変形が生じる場合には、境界の交差を防ぐように変位拘束を有する接触境界とした。この場合の界面上の垂直応力度 σ_y は必ず圧縮の値を示す。

接着欠陥領域でその界面が開口と閉口の両方の変形が生じる可能性のある場合は、まず、図3の接着界面の法線方向の垂直応力度について、引張応力が生じている場合には自由境界とし、圧縮応力が生じている場合には接触境界（Y方向に変位拘束がある）として数値解析を行った。そして、この領域で法線方向の垂直応力度が引張となる場合は自由境界に変更し、圧縮となる場合はそのまま接触境界とした。この領域の境界条件が表2の条件を満足するまでこのような試行錯誤を繰り返して確認計算を行った。

なお、接着欠陥領域以外の接着界面はすべて、一体接合とした。

表2 接着欠陥領域における境界条件

境界条件	2材料の境界要素の境界条件
自由境界	$\sigma_y=0, \tau=0, u_{cy}<u_{my}$
接触境界	$\sigma_y<0, \tau=0, u_{cy}=u_{my}$

u_{cy} : コンクリート層の境界要素のY方向位置
 u_{my} : モルタル層の境界要素のY方向位置

図6 接着欠陥界面の変形と境界条件

5.3 事例解析

接着界面に欠陥がある場合の事例モデルで接着欠陥を設定する位置は、図3で引張剥離応力度が作用する領域内とし、x方向の中央付近である $x=49\sim 59\text{mm}$ （欠陥幅は10mm）とした。この場合の接着欠陥の領域は、図3で引張剥離応力が作用していた領域であるため、この領域のコンクリートと接着モルタルとの界面の境界条件は変位拘束のない自由境界とした。他の解析条件は、接着欠陥がない場合と全く同じである。図7に、本事例で計算された応力度分布を示す。接着欠陥の両端部の近傍で応力度は極度に増大し、欠陥端部近傍では無限大となる特異性応力状態を示した。そこで、この特異性応力の強さを定量的に評価するため、特異性パラメータである応力拡大係数 K_1 および K_2 を、既往の研究¹⁰⁾の通りに応力分離法によって求めた¹¹⁾。さらに、 K_1 と K_2 との関係を極座標で表示するため、これも既往の研究¹⁰⁾の要領で、偏角となるモード比 γ と原点と各応力状態を表す座標点との距離である特異性強さ K_i とを求めた¹²⁾。

表3に、本事例の特異性パラメータの算定値を示す。接着欠陥の先端近傍の同パラメータのうち、2か所の接着欠陥近傍とも K_1 は正の値となることから、この近傍の界面剥離応力は開口型すなわちモードIの破壊形態を持つことが確認された。これは、接着欠陥がない場合の応力解析結果において、接着界面の垂直応力度 σ_y が引張となる領域に接着欠陥を設けた場合には、その欠陥先端近傍の応力場はモードIの破壊形態を有していることを示しており、図3の解析結果との整合性が確認された。

また、本モデルでは、 K_1 と K_2 との値はほぼ同等な値を示しており、モード比は約45度の混合モード型となった。この結果は、著者の既報¹⁰⁾で示した変形追従性能試験の場合の接着欠陥先端近傍の界面応力度の状態とは大きく異なる。すなわち、この場合の界面の法線方向の垂直応力度が圧縮応力の閉口型で、モードII型が卓越した破壊モードとなるモード比90度となった。これは、本モデルのように、タイルの温度膨張によって生じたディファレンシャルムーブメントによる界面剥離問題については、変形追従性試験ではなく、モードI型の影響が大きく反映されるような試験方法の開発が望まれることを示している。

接着欠陥先端近傍の界面剥離応力度の数値解析値とその応力度の推定値との比較を図8に示す。推定値は、表3の応力拡大係数を界面破壊力学に基づいた推定式である（A-1）式に代入して求めた。図中は接着欠陥先端から10mmまでの接着領域の値を示している。先端近傍の値について、接着欠陥先端位置 $X=49\text{mm}$ および $X=59$

図7 接着欠陥を有する場合の応力度分布

mm の場合とともに、両者はほぼ同等な値を示した。さらに、表 4 に、先端近傍の値について両者の比較を具体的に示す。ここで、比較に用いた値は、接着欠陥先端の特異点に最も近い 2 点の算定値($r=0.05, 0.015\text{mm}$) は信頼性の観点から除き¹⁹⁾、この 2 点に続く 4 点($r=0.025, 0.035, 0.045, 0.055\text{mm}$) とした。 $X=49\text{mm}$ の接着欠陥先端近傍のせん断剥離応力の推定値は、数値解析値よりもやや低い値を示したものの、他の推定値については $\pm 5\%$ 以内の精度の推定結果が得られ、本推定方法の適用性が概ね確認された。

表 3 特異性パラメータの算定結果

項目	欠陥領域 (x=49～59mm)	
	x=49mm の近傍の値	x=59mm の近傍の値
K1(モードⅠ) ※	0.7026	0.5127
K2(モードⅡ) ※	0.9798	0.8642
Ki ※	1.206	1.035
γ (度)	54.4	59.3

※応力拡大係数および特異性強さの単位：N/mm²・mm^{0.5}

図 8 接着欠陥を有する場合の応力度分布

表 4 特異点近傍の数値計算値に対する推定値の比

特異点からの距離 r (mm)	x=49mm の近傍の値		x=59mm の近傍の値	
	σ_y に関する 精度	τ に関する 精度	σ_y に関する 精度	τ に関する 精度
0.25	1.036	0.919	1.022	0.987
0.35	1.038	0.934	1.011	0.991
0.45	1.020	0.945	1.005	0.986
0.55	1.000	0.942	1.000	0.976
平均	1.001	0.935	1.010	0.985

6. 接着欠陥の設定条件に関する検討

6.1 モードⅠ型破壊形態を有する領域の剥離応力推定方法

コンクリートとモルタルとの接着界面に欠陥を有する場合で、モードⅠの破壊形態を有する領域の界面剥離応力の推定方法の手順をこれまでの事例解析結果をまとめて図 9 に提案する。まず、接着欠陥を有しない完全一体の接着界面の場合において弾性解析を行い、界面剥離応力を算定して接着界面に引張剥離応力度が作用する領域を特定する。続いて、その領域に接着欠陥の先端を設けて、同様な応力解析を行い、応力拡大係数を算定する。

6.2 検討概要

接着欠陥を有する事例解析結果を参考とし、この他に接着欠陥の違いとして考えられる基本的な条件を挙げてパラメトリックな種々のモデルを作成し、剥離応力の数値解析値を求めるとともに、接着欠陥近傍の応力拡大係数を算定する。そして、数値解析値と界面破壊力学に基づいた推定値との比較を行い、推定精度の検討から剥離応力度の推定方法の適否を評価する。接着欠陥の違いは、その位置

図 9 接着欠陥先端近傍の応力度の推定方法

と長さである。図 10 にその概要を示す。接着欠陥のパターンは、接着欠陥がない界面での解析結果(図 3)を参考とし、剥離応力のうち引張応力が作用する領域に欠陥先端を設定し、その欠陥の全長の配置を、大きく 3 パターンに分けて設定した。

[CASE 1] 図 7 の事例解析と同様に、図 3 で引張応力が生じる接着領域内に接着欠陥領域の全長が存在する場合を想定する。この場合の特異点は解析モデル中に 2 箇所存在する。また、接着欠陥は、①事例モデルと同じ長さ(10mm)であるが、領域の位置を変化させた場合、②事例モデルの接着欠陥領域を含み、さらにこれよりも接着欠陥長さを変化させた場合(20～80mm)、③(1)式の界面剥離強さが最大となる $x=27\text{mm}$ に接着欠陥先端を設定して、接着欠陥長さを変化させた場合(10～40mm)について検討する。

[CASE 2] 目地付近に接着欠陥を有する場合である。接着欠陥の先端位置は図 3 で引張剥離応力度が作用した領域内とする。したがって、接着欠陥領域は目地側のモデル端部 ($x=0\text{mm}$) から欠陥先端までとする。この場合の特異点は、1 か所のみとなる。接着欠陥長さを変化させた場合(20～90mm)について検討する。

[CASE 3] タイル中央付近に接着欠陥を有する場合である。これも接着欠陥の先端位置は図 3 で引張剥離応力度が作用する領域内とするほか、図 3 で σ_y が圧縮応力度となっても接着欠陥を有する場合の解析で接着欠陥先端近傍の σ_y が引張応力度となる場合には、さらに接着欠陥領域を拡大して検討した。接着欠陥領域はタイル側のモデル端部 ($x=104\text{mm}$) から欠陥先端までで、タイル中央付近で接着欠陥が存在する。この場合も、特異点は 1 か所のみとな

図 10 各接着欠陥の設定パターン

り、接着欠陥長さを変化させた場合（67～100mm）を検討する。

6.3 特異性パラメータの算定結果

表5に各種パラメータの算定結果を示す。いずれの場合ともモードⅠの破壊形態を示す K_I は正の値を示した。したがって、図3で接着界面の法線方向に引張剥離応力度が作用する領域に接着欠陥を設けた場合には、その特異点近傍の接着界面応力はモードⅠの破壊形態を示すことが概ね明らかとなった。

6.4 推定精度

推定精度の検証には、接着欠陥を有する事例モデルの場合と同様に、接着欠陥先端の特異点に最も近い位置のうち2点を除いた4点（ $r=0.025, 0.035, 0.045, 0.055\text{mm}$ ）の値を用いた。表6に、2種類の剥離応力度について、推定値に対する数値解析値の比の4点の平均値を示す。この比が1に近いほど推定精度が良好であることを示している。CASE1の結果について、数値解析値に対する推定値の比が 1 ± 0.1 の範囲を超える結果となった条件はなく、事例解析と同様に概ね良好な推定精度が得られたものと判断される。一方、CASE2およびCASE3については、欠陥長さが大きくなっても、数値解析値に対する推定値の比が 1 ± 0.1 の範囲を超え、推定値が数値解析値に対してかけ離れた結果となる条件が存在した。このような結果を示

表5－1 特異性パラメータ算定結果（CASE1）

欠陥領域 (mm)	欠陥長さ (mm)	欠陥先端の 位置	K_I	K_2	K_I	γ (度)
			$\text{N/mm}^2 \cdot \text{mm}^{0.5}$	$\text{N/mm}^2 \cdot \text{mm}^{0.5}$	$\text{N/mm}^2 \cdot \text{mm}^{0.5}$	
x=20～30	10	X=20mm	1.723	0.838	1.916	25.9
		X=30mm	1.691	1.328	2.151	38.1
x=30～40	10	X=30mm	1.581	1.368	2.090	40.9
		X=40mm	1.229	1.414	1.874	49.0
x=40～50	10	X=40mm	1.069	1.237	1.628	49.4
		X=50mm	0.774	1.141	1.378	55.8
x=70～80	10	X=70mm	0.304	0.466	0.556	56.9
		X=80mm	0.234	0.383	0.449	58.6
x=44～64	20	X=44mm	1.210	1.490	1.919	50.9
		X=64mm	0.711	1.160	1.361	58.5
x=34～74	40	X=34mm	2.773	2.216	3.549	38.6
		X=74mm	1.083	1.595	1.928	55.8
x=24～84	60	X=24mm	5.029	2.101	5.450	22.6
		X=84mm	1.517	1.989	2.501	52.7
x=14～94	80	X=14mm	6.168	-0.009	6.168	-0.10
		X=94mm	1.980	2.218	2.973	48.2
x=27～37	10	X=27mm	1.621	1.215	2.026	36.9
		X=37mm	1.398	1.440	2.007	45.8
x=27～47	20	X=27mm	2.270	1.733	2.856	37.4
		X=47mm	1.550	1.710	2.308	47.8
x=27～67	40	X=27mm	3.618	2.272	4.273	32.1
		X=67mm	1.475	2.032	2.511	54.0

表5－2 特異性パラメータ算定結果（CASE2 および CASE3）

欠陥領域 (mm)	欠陥長さ (mm)	欠陥先端 の位置	K_I	K_2	K_I	γ (度)
			$\text{N/mm}^2 \cdot \text{mm}^{0.5}$	$\text{N/mm}^2 \cdot \text{mm}^{0.5}$	$\text{N/mm}^2 \cdot \text{mm}^{0.5}$	
x=0～20	20	X=20mm	0.824	-0.247	0.860	-16.7
x=0～30	30	X=30mm	2.231	1.291	2.577	30.1
x=0～40	40	X=40mm	2.777	2.212	3.550	38.5
x=0～50	50	X=50mm	2.954	2.697	4.000	42.4
x=0～70	70	X=70mm	2.932	2.991	4.188	45.6
x=0～90	90	X=90mm	2.562	2.765	3.769	47.2
x=37～104	67	X=37mm	4.307	1.239	4.482	16.1
x=27～104	77	X=27mm	7.074	0.809	7.120	6.52
x=22～104	82	X=22mm	8.845	-0.198	8.847	-1.28
x=17～104	87	X=17mm	10.13	-1.988	10.43	-11.0
x=12～104	92	X=12mm	10.14	-4.707	11.18	-24.9
x=10～104	94	X=10mm	9.266	-5.844	10.95	-32.2
x=7～104	97	X=7mm	6.807	-7.040	9.792	-46.0
x=4～104	100	X=4mm	3.336	-6.781	7.557	-63.8

表6－1 推定精度の算定結果（CASE1）

欠陥領域 (mm)	欠陥長さ (mm)	欠陥先端の 位置	σ_y に関する精度	τ に関する精度
			推定値／数値解析値	
x=20～30	10	X=30mm	1.010	0.997
		X=20mm	0.969	0.967
x=30～40	10	X=40mm	0.973	0.951
		X=30mm	0.978	0.979
x=40～50	10	X=50mm	0.955	0.943
		X=40mm	0.963	0.976
x=70～80	10	X=80mm	1.004	0.938
		X=70mm	0.970	0.988
x=44～64	20	X=60mm	1.000	0.952
		X=40mm	1.001	1.011
x=34～74	40	X=70mm	1.009	0.965
		X=30mm	1.039	1.027
x=24～84	60	X=80mm	1.000	0.971
		X=20mm	1.026	1.007
x=14～94	80	X=90mm	1.042	1.000
		X=10mm	1.032	1.019
x=27～37	10	X=80mm	0.971	0.966
		X=70mm	0.993	1.028
x=27～47	20	X=80mm	0.976	0.983
		X=60mm	1.016	0.998
x=27～67	40	X=80mm	0.991	1.007
		X=40mm	1.022	1.025

△：推定値の精度が±10%、すなわち推定値／数値算定値が 1 ± 0.1 の範囲を超える場合

表6－2 推定精度の算定結果（CASE2 および CASE3）

欠陥領域 (mm)	欠陥長さ (mm)	欠陥先端の 位置	σ_y に関する精度	τ に関する精度
			推定値／数値解析値	
x=0～20	20	X=20mm	0.875	5.030△
x=0～30	30	X=30mm	0.984	0.954
x=0～40	40	X=40mm	1.010	1.002
x=0～50	50	X=50mm	1.021	1.018
x=0～70	70	X=70mm	1.034	1.031
x=0～90	90	X=90mm	1.047	1.043
x=37～104	67	X=37mm	0.997	0.919
x=27～104	77	X=27mm	1.009	0.867△
x=22～104	82	X=22mm	1.030	-1.113△
x=17～104	87	X=17mm	1.046	1.100
x=12～104	92	X=12mm	1.085	1.031
x=10～104	94	X=10mm	1.116△	1.028
x=7～104	97	X=7mm	1.146△	1.009
x=4～104	100	X=4mm	1.342△	1.091

△：推定値の精度が±10%、すなわち推定値／数値算定値が 1 ± 0.1 の範囲を超える場合

した条件として、接着欠陥領域を $x=27\sim104$ 、 $x=7\sim104$ 、 $x=0\sim20\text{mm}$ とした場合の剥離応力度分布を、図1 1～1 3にそれぞれ示す。

図1 1の接着欠陥領域 $x=27\sim104\text{mm}$ の場合は、せん断剥離応力度の特異性の強さが引張剥離応力度の場合に対して非常に小さい。応力拡大係数は2つの界面剥離応力度によって算定されるために

（（A-5）式と（A-6）式）、このように2つの界面剥離応力度の特異性が極端に異なる場合には、特異性の強い方の影響によって推定精度が低下したものと考えられる。ただし、特異性強さ K_i は特異性の強い方の値の影響が大きいため、特異性の強さの小さい方の値の誤差の影響は小さいものとなっている。

図1 2の接着欠陥領域 $x=7\sim104\text{mm}$ の場合は、接着領域が非常に狭いために、界面の法線方向の応力度が圧縮応力度から引張応力度に急激に変化している。このように急激に応力度が変化する場合には、特異点近傍の応力度が単純な（A-1）式のみで表現するには限界が生じていることを示しているものと考えられる。これは、CASE2 で接着欠陥先端が目地側に近くなると生じる傾向である。しかし、いずれの場合とも、数値解析値に対する推定値の比が1以上の値を示していることから、設計応力として本推定値を取り扱う場合には安全

図13の接着欠陥領域 $x=0\sim 20\text{mm}$ の場合は、接触境界と自由境界とが混在している状況である。この場合も、図11の場合と同様に、せん断剥離応力度の特異性の強さが引張剥離応力度のそれに比べて小さいことが推定精度に影響したものと思われる。

図3に示すように、目地側 ($x=0\text{mm}$) から剥離応力強さが最大となる位置までの範囲の領域の応力度は大きく変化する。このような領域に接着欠陥の先端を設けた場合には、その先端近傍の応力度も大きく変動するほか、モードIあるいはモードIIのいずれかの特異性が小さくなる場合があり、(A-1) 式のような単一な式で推定するには支障があるものと思われる。ただし、特異性の強さが小さくなることによって応力拡大係数の値の精度が低くなっても、その値は非常に小さいので、特異性強さ K_i の算定値にはその精度は大きく影響しないものと考えられる。

図11 特異点近傍の応力度分布（接着欠陥領域 $x=27\sim 104\text{mm}$ ）

図12 特異点近傍の応力度分布（接着欠陥領域 $x=7\sim 104\text{mm}$ ）

図13 特異点近傍の応力度分布（接着欠陥領域 $x=17\sim 104\text{mm}$ ）

6.5 混合モード比 γ

接着欠陥位置と混合モード比との関係を図14に示す。接着欠陥位置が目地近傍 ($x=0\text{mm}$) から離れるほど混合モード比は大きくなるが、50mmを超えるとほぼ一定の値となる傾向を示した。図15に、

接着欠陥がない場合について、界面の法線方向の垂直応力度に対するせん断応力度の比 (τ/σ_y) を(6)式の正接角度で示した場合の分布を示す。図14と図15とは、応力算定位置 x が、40mm以上の範囲ではほぼ同様な傾向を示しているものの、それ以下の距離になると両者はまったく異なる値を示した。すなわち、 $x=40\text{mm}$ 以上の場合には、欠陥のない場合の数値計算値によって、応力拡大係数の混合モード比を概ね推定することができるが、40mm以内の目地近傍の場合には推定が困難であることを示している。これは、目地付近の応力場は大きく変化する領域であり、接着欠陥の存在によってさらに複雑に変化するものと思われる。

また、応力拡大係数の混合モード比は、 $x=20\text{mm}$ 付近でゼロとなる箇所が存在することも分かった。これは、モードIのみの単純な破壊形態を示すことを表しており、セメント系材料は、モードIの破壊靱性よりもモードIIの方が大きいと考えられるので、この位置での破壊モードを想定した応力を設計値とすることは安全側の評価となるものと推定される。

図14 接着欠陥先端位置と混合モード比

図15 応力位置と正接角度との関係

6.6 特異性強さ K_i

ここでは、応力拡大係数の大きさを一義的に評価するため、特異性の大きさを(A-8)式の特異性強さで評価する。特異性強さ K_i と接着界面長さとの関係を図16に示す。なお、この特異性強さの2乗から接着界面の弾性破壊エネルギーを求めることができ、特異性強さでその破壊エネルギーの程度の比較評価も可能である^{注13)}。

接着欠陥長さが長くなるほど特異性強さも概ね大きくなる傾向を示した。また、欠陥先端の位置を目地に近い側 ($x=0\sim 40\text{mm}$) に設置した場合のほうが、それとは反対方向のタイル中央側 ($x=40\sim 90\text{mm}$) に設置した場合よりも大きい値を示す傾向を示した。これは、図3のように目地側のほうの剥離応力度が大きい値を示す傾向に一致し

図 16 欠陥長さと特異性強さとの関係

ており、(1)式の界面はく離強さが最大となる $x=27\text{mm}$ 前後で特異性強さも大きくなるものと考えられる。したがって、このような状況を把握するためには、接着欠陥のない場合の応力解析が必要である。

また、図 16 の点線の円で囲った値はすべて CASE3 の場合であるが、本解析モデルの中でも最も大きな値を示した条件である。この場合は、(1)式の界面剥離強さが最も大きくなる位置 $x=27\text{mm}$ よりもやや目地側に近い位置 $x=12\text{mm}$ に接着欠陥の先端を設定した場合(接着欠陥長さ: 92mm) が最大値を示した。これらの値について、接着欠陥長さが大きくなっても、特異性強さ K_i はそのまま大きくなり、最大値を示す条件が存在することが分かった。このことから、この条件が設計応力上、最も危険な接着欠陥条件となるものと推定できる。さらに、これらの中で最大値に近い値を示した条件の一つ(接着欠陥先端を $x=22\text{mm}$ に設置した場合)は、モード I に卓越した混合モード比 ($\gamma=-1.28$ 度)を示している。このことは、このモード I の破壊形態を条件として設計応力値として取り扱うことも安全設計上の可能性を有することを示している。

ただし、以上の見解は、1 モデルの結果に基づくものであることから、今後は様々な条件のモデル解析によって、本提案方法の適用性を検証する必要がある。また、本研究で対象としたモデルの接着強度の評価には、新たな試験方法の開発が必要であり、混合モード比と接着界面の破壊靱性値との関係のほか、構成材単体の破壊靱性値との関係から生じる屈折条件²²⁾などに関する実験的な評価も重要な課題となる^{注 14)}。

7. まとめ

本研究では、タイル後張り仕上げについて、タイルに膨張ひずみが生じたときのコンクリート/モルタル界面に生じる剥離応力を、破壊力学的手法に基づき、接着界面に欠陥を有する条件について評価した。以下に、その結果をまとめる。

- 1) 最初に接着欠陥のない場合の界面剥離応力を算定した。その結果、目地に近い位置でせん断剥離応力および引張剥離応力が最大値を示した。また、この 2 つの剥離応力の合力の大きさを剥離応力強さで定義し、最大となる位置を特定した。
- 2) 接着欠陥を有する場合の剥離応力を界面破壊力学的手法で評価する場合、モード I の破壊形態を有した混合モードとなる接着欠陥位置やその大きさの特定は、欠陥がない場合の界面剥離応力を参考として決定できることが、本事例モデルについて確認された。

3) 界面破壊力学的手法を用いて接着欠陥先端近傍の特異性を有する界面剥離応力を推定する方法を提案した。その推定値は、数値計算値と概ね同等な値を得ることができ、同推定方法の適用性が確認された。しかし、一部のものは、特異性が乏しいことや目地近傍の応力度が急激に変化するなど、所要の精度が得られない条件もあった。

4) 接着欠陥を有する場合の混合モード比は、タイル中央側の接着領域にその欠陥先端を設けた場合については、接着欠陥のない場合の応力算定結果から推定することができるが、目地付近の接着領域に設けた場合には推定できないことが確認された。ただし、この後者の場合には、モード II の破壊モードを呈さず、モード I に卓越した破壊形態を示す条件があることも判明した。

5) 剥離応力強さが最大となる位置近傍に接着欠陥位置を設定し、剥離欠陥長さを大きくすると、2 つの応力拡大係数の大きさを複合した特異性強さもそれとともに大きくなる。しかし、その傾向には限界領域があり、最大値を示す接着欠陥の設定条件が存在することが確認できた。

6) 本研究は 1 モデルの結果に基づくものであることから、今後はその他の条件のモデル解析によって、本提案方法の適用性を検証する必要がある。

参考文献

- 1) 日本建築工学会編：外壁仕上げの損傷事例 原因と対策, 1998. 8
- 2) 日本建築工学会編：外壁剥落防止のための設計・施工指針・同解説, 1994. 3
- 3) 平居ほか：タイルの貼り付け面の温度応力の解析 (その 1, その 2), 日本建築学会大会学術講演梗概集 A-1, pp9-12, 1991. 9
- 4) 平居ほか：タイル張りの剥離に関する研究 その 1~4, 日本建築学会大会学術講演梗概集 A-1, pp1193-1200, 1992. 9
- 5) 高田・難波ほか：建築物の外壁におけるディファレンシャルムーブメントに関する研究 (その 1), 日本建築学会大会学術講演梗概集 A-1, pp19-20, 1991. 9
- 6) 河辺ほか：FEM によるタイルの応力解析について, 日本建築学会大会学術講演梗概集 A-1, pp213-214, 1992. 8
- 7) 結城良治・許 金泉：界面き裂の力学, 生産研究 42 巻 8 号, pp508-514, 1990. 8
- 8) 白鳥正樹：電子デバイス実装における接合の諸問題、日本機械学会論文集 (A 編), Vol. 60, No. 577, pp1905-1912, 1994. 9
- 9) 小林英男：セラミックス/金属接合界面破壊のメカニズムとメカニクス, 日本機械学会論文集 (A 編), Vol. 60, No. 577, pp1913-1919, 1994. 9
- 10) 渡部嗣道：界面破壊力学による建築仕上げの変形追従性能評価, 日本建築学会構造系論文集, No. 594, pp. 25-32, 2005. 8
- 11) 渡部嗣道：建築仕上端部の特異性応力場における破壊力学のパラメータの算定に関する解析的研究—タイル張り仕上げの変形追従性能試験を事例として—, 日本建築学会構造系論文集, No. 616, pp49-56, 2007. 6
- 12) 渡部嗣道：収縮ひび割れ後に生じる接着界面の特異性応力場の定式化に関する解析的研究—セメントモルタル仕上げを事例として—, 日本建築学会構造系論文集, No. 637, pp441-449, 2009. 3
- 13) Tsumumichi Watanabe : Interfacial Fracture Mechanics Approach to Delamination Resistance between Cement-Based Materials, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 135, No. 10, American Society of Civil Engineers, pp. 1198-1205, 2009. 10
- 14) Cervenka, J., Kishen, J. M. and Souma, V. E. : Mixed Mode Fracture of Cementitious Bimaterial Interfaces; Part I : Experimental Results, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 60, No. 1, 83-94, 1998
- 15) Cervenka, J., Kishen, J. M. and Souma, V. E. : Mixed Mode Fracture of Cementitious Bimaterial Interfaces; Part II : Numerical Simulation, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 60, No. 1, 95-107, 1998
- 16) Kishen, J. M. and Souma, V. E. : Fracture of Rock-Concrete Interfaces: Laboratory Tests and Applications, ACI Structural Journal, 1-7, 2004
- 17) 上村昌樹, 渡部嗣道 ほか：タイル仕上げにおけるコンクリート/下地モ

- ルタル界面に作用する引張応力度の弾性解析, 日本建築工学会大会学術講演会研究発表論文集, pp. 175-178, 2005
- 18) 日本建築学会: 建築工事標準仕様書・解説「陶磁器質タイル張り工事 (JASS19)」, p. 119, 2005
- 19) 平居孝之: 弾性解析プログラムとその使い方, 理工図書, 1984
- 20) 寺崎俊夫, 瀬尾健二, 平居孝之: 残留応力の整理パラメータ 異種材料の界面接合部に生ずる残留応力について (第1報), 溶接学会論文集, 第5巻, 第4号, pp. 103-107, 1987
- 21) 池田徹・宮崎則幸: 破壊力学の異方性材料への展開, 材料 Vol. 55, No. 2, pp. 183-193, 2006
- 22) 結城良治・許 金泉: 異材界面き裂の屈折条件・破壊基準の検討, 日本機械学会論文集, A 編 56 (529), pp. 1945-1951, 1990

注

注 1) 実際のコンクリートとモルタル層との接着界面には、これに支障が生じるなどして、部分的に完全接着でない箇所、すなわち2材料間の応力が十分に伝達されない剥離界面が生じるものと考えられる。本研究では、この接着界面が剥離状態となり、応力伝達に支障のある接着界面の状態を「接着欠陥」と称し、その領域を「接着欠陥領域」と定義する。この接着欠陥が生じる要因として、施工時あるいは施工後の物理・化学的な多様な要因が考えられる。このような局所的な剥離あるいは浮き^{1),2)}として捉えられる接着欠陥が存在する建築物は、非破壊検査などを通して多々見られ、本研究はこの接着欠陥を現実的な現象として捉えた安全設計に関わるものである。また、接着欠陥を有さない界面に関する構造設計よりも接着欠陥を有するものの方が安全側の設計であることは言うまでもない。

また、破壊力学では一般的に欠陥先端の局所的な領域で固体の分離が生じた破壊の状態を取り扱っており、その欠陥の定義は原子・分子の微視的構造巨視的なものまで幅広く捉えられている。本研究で取り扱っているセメント系接着界面についても同様であり、複雑な接着機構を持つセメント系界面での接着欠陥の寸法や形態に関するその明確な定義は困難である。しかし、固体中に欠陥が存在した場合、その先端に応力集中が生じて分離破壊の危険性を有し、その寸法が大きくなるほど応力集中の程度が一般的に大きくなることは周知の事実である。したがって、接着欠陥の存在を前提とした構造解析を行うことは十分に安全側の設計に繋がるものである。

注 2) ここで、き裂問題とは、固体中に存在する欠陥のうちその先端がき裂 (crack) 状態になっている状態の応力場での破壊現象を取り扱う問題をいい、破壊力学分野ではよく用いられる用語である。したがって、本研究で対象とする接着欠陥先端で生じる剥離現象もき裂問題の一つである。

注 3) ここで、切欠きとは、固体中に存在する欠陥のうちその先端がき裂 (crack) 状ではなく、界面を挟んだ2つの個体の角度が0度でない状態のこととして、き裂と区別している。

注 4) ここで、実施のタイル仕上の壁体には、伸縮調整目地やひび割れ誘発目地など、仕上げ層を割り付けている目地が存在し、本研究で対象とした連続したタイル仕上の壁体とは大きく異なる幾何学的条件もある。このような条件に対しては別途検討する必要がある。

注 5) 剥離調査例^{1),2)}などによると、剥離箇所の大きさはタイル1枚分の長さを超え、数枚分にも至るものも見られる。しかし、この場合、タイルを支えているものは接着モルタルと目地モルタルのみであり、実質的に常時落下する危険性を有した極めて不安定な状態であり、安全設計上の意味を持たないと考えられる。したがって、本研究では解析モデルの長さを、タイル割付けの単位長さとし、接着欠陥の長さはその範囲内とした。

注 6) タイルに与えた 200μ の潜在的な膨張ひずみは、無拘束状態すなわち自由ひずみで 200μ となる値である。この膨張ひずみをタイルに与えるとともに、その周辺の材料で拘束されることによって、接着界面には剥離応力が生じる。これは、2次元方向に与えてあるものの、タイルは平板状であるために、主に図2のx方向の膨張ひずみが接着界面の応力場形成に大きく影響するものと考えられる。

注 7) 本解析で実施した事例解析で用いたモデルの境界要素の分割状態を、接着欠陥がない場合とある場合について、それぞれ以下に示す。

[接着欠陥がない場合]

すべての領域 (構成材料) の境界について、要素長さは均一な 2mm とした。

[接着欠陥がある場合]

コンクリートと接着モルタルの接着境界についてのみ、接着欠陥がない場合の分割状況を変更し、その他の境界はこれと同様として要素長さを均一な 2mm となるようにした。接着欠陥を有するコンクリートと接着モルタルの接着境界の要素分割を図 A-1 に示す。特異点となる接着欠陥先端の最近

傍の接着界面については、先端から 1mm の区間について要素長さが 0.1mm となるように10分割し、それから離れるほど徐々に要素長さが長くなるように同一長さ区間を要素分割した。そして、要素長さが 1mm となると、それ以降はすべて要素長さが 2mm となるように境界を要素分割した。

図 A-1 特異点近傍の要素分割 (接着欠陥がある場合)

注 8) 接着界面の法線方向における垂直応力度は圧縮と引張とが作用するが、界面剥離を生じさせる応力度は後者であるから、ここではあえてその応力度を引張剥離応力度として定義した。

注 9) 本論文では、界面剥離の力の大きさの指標を、(1)式による引張剥離応力度とせん断剥離応力度の合力によって表現している。一方、図 A-2 に距離 x と引張主応力度との関係を示す。引張主応力度は目地側境界面からの距離が 34mm 程度の位置で最大値を示している。この位置は界面剥離応力となる2応力 (引張剥離応力度とせん断剥離応力度) が最大値を示す位置に近いものの、この界面剥離応力が大きく減少し、ほとんどゼロとなる領域でも大きな値を示している。これは、この引張主応力度には、界面剥離に寄与しないと考えられる x 方向の垂直応力度 σ_x の引張応力度の成分も含まれているためである (図3に示すように、 σ_x は $x=30\text{mm}$ 以上で引張応力度となり、2つの剥離応力度が減少しても、この σ_x は一定の値を示している)。したがって、剥離危険性の高い応力条件の位置を特定するには、引張主応力度によるよりも図5のような界面剥離強さによる位置確定ほうが適しているといえる。

図 A-2 引張主応力度分布

注 10) 図 A-3 に示すような材料1, 2の異種材間の界面に欠陥が存在する場合においてその先端近傍の応力場を考える場合、界面き裂先端から内部に至る界面上 ($\theta=0^\circ$) すなわち x 軸上の複素表示された応力度 σ_y および τ は、(A-1)式のように r の関数として表され⁷⁾⁻⁹⁾、異種材料間の界面き裂先端は、モード I (開口型) とモード II (せん断型) の混合モード型の破壊靱性値による強度特性を持つことが知られている。ここで、 K_I および K_{II} はモード I およびモード II の異種材間界面き裂に対する応力拡大係数、 i は複素定数、 L は無次元化するための任意の代表長さである。また、 ε はバイマテリアル定数と呼ばれるもので、(A-2)式で定義される。なお、 μ はせん断弾性係数であり、縦弾性係数 E 、ポアソン比 ν により、(A-4)式によって求められる。

$$\sigma_y + i\tau = \frac{K_I + iK_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(r/L \right)^{\varepsilon} = \frac{K_I + iK_{II}}{\sqrt{2\pi r}} (\cos Q + i \sin Q) \quad (\text{A-1})$$

$$Q = \ln \left(\frac{r}{L} \right), \varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left[\left(\frac{\kappa_1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) / \left(\frac{\kappa_2}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_1} \right) \right] \quad (\text{A-2})$$

$$\kappa_j = \begin{cases} 3-4\nu_j & (\text{平面ひずみ}) \\ (3-\nu_j)/(1+\nu_j) & (\text{平面応力}) \end{cases} \quad j=1,2 \quad (\text{A-3})$$

$$\mu_j = \frac{E_j}{2(1+\nu_j)} \quad (j=1,2) \quad (\text{A-4})$$

図 A-3 界面き裂先端の座標系と応力度

注 11) モード I およびモード II の異種材間界面き裂に対する応力拡大係数 K_I および K_{II} は、それぞれ (A-5) および (A-6) で求められる。ここで、 r は接着欠陥先端（特異点）からの距離、 L は無次元化するための任意の代表長さである。また、 ε はバイマテリアル定数と呼ばれるもので、(4) 式で定義される。なお、 μ はせん断弾性係数であり、縦弾性係数 E 、ポアソン比 ν により、(5) 式によって求める。

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\sigma_z \cos Q + \tau \sin Q) = \lim_{r \rightarrow 0} K_I(r) \quad (A-5)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\tau \cos Q + \sigma_z \sin Q) = \lim_{r \rightarrow 0} K_{II}(r) \quad (A-6)$$

注 12) K_I と K_{II} との関係を極座標で表示すと、偏角となる混合モード比 γ と原点と各応力状態を表す座標点との距離である特異性強さ K_i は以下の式で求められる¹⁰⁾。

$$\gamma = \tan^{-1}(K_{II} / K_I) \quad (A-7)$$

$$K_i = (K_I^2 + K_{II}^2)^{0.5} \quad (A-8)$$

注 13) 平面ひずみ問題の場合、接着界面に沿ったき裂進展における弾性破壊エネルギー G は、次式となる²¹⁾。 E_1 および E_2 は、それぞれ界面で接合された 2 つの構成材料のヤング係数を示す。

$$G = \{(1/E_1 + 1/E_2) / (2 \cosh^2(\pi \varepsilon))\} K_i^2 \quad (A-9)$$

注 14) 本論文の解析対象は、あくまでタイルの接着界面に欠陥が存在するときの界面上に作用する応力場の解明である。すなわち、接着界面の欠陥先端の破壊が接着界面に沿って進展することが前提となっている。これは、タイルの剥離事故は、接着界面に沿った界面剥離が多くみられることによる。しかし、図 A-4 のように接着界面のき裂先端近傍にせん断力が作用する場合（モード II）には、その先端の破壊は、本研究で対象とした接着界面に沿った方向に進展する状況のほかに、材料 2 の内部にき裂が進展すること（屈折²²⁾）が知られている。これは、せん断力によってき裂先端近傍下部に引張応力度が作用するために、材料 2 の引張強度（あるいは破壊靱性値）を超える場合には、き裂が接着界面方向と外れた角度でひび割れが進展することを示しており、材料 2 の強度特性によってはこの現象も十分に考えられる。この場合にも非常に脆性的な破壊が懸念され、安全設計の検討が必要となる。この屈折の条件を明確にするには、本研究のほか、①接着界面欠陥先端近傍の引張応力度の発生状況と屈折の危険性の評価（最大応力度やその角度など）、②実験的評価による接着界面強度と材料強度の評価などに関する研究が必要である。

図 A-4 界面き裂の屈折

(2010年3月10日原稿受理, 2010年7月2日採用決定)