軸力制限機構付き同調粘性マスダンパーの実大加振実験とその解析的検証

FULL-SCALE DYNAMIC TESTS OF TUNED VISCOUS MASS DAMPER WITH FORCE RESTRICTION MECHANISM AND ITS ANALYTICAL VERIFICATION

木田 英 範^{*1}, 渡 邊 義 仁^{*2}, 中 南 滋 樹^{*3}, 田 中 久 也^{*4}
杉 村 義 文^{*5}, 斉 藤 賢 二^{*6}, 五十子 幸樹^{*7}, 井 上 範 夫^{*8}

*Hidehori KIDA, Yoshihito WATANABE, Shigeki NAKAMINAMI,
Hisaya TANAKA, Yoshifumi SUGIMURA, Kenji SAITO,
Kohju IKAGO and Norio INOUE*

The authors have proposed the tuned viscous mass damper system based on the fixed points theory, and have proved the validity of the theory and the analysis method through the vibration tests of the small scale test specimen. The testing program revealed that an increase in equivalent inertial mass of viscous mass damper and increase in input resulted in an excessive stresses in the supporting member, damper body and the primary structure connected to the damper. In this paper, authors built the rotation slipping mechanism into the main body of the full-scale tuned viscous mass damper with the spring member of 18,200kN/m and the equivalent inertial mass of 1,350ton, and tested the tuned viscous mass damper with the force restriction mechanism. Analysis parameters of the tuned viscous mass damper with the force restriction mechanism were evaluated accurately and the test results corresponded well with the analytical results. From the analysis results for a 1-story structure, it is shown that this restriction mechanism can effectively reduce the damper maximum force and the maximum response displacement is almost the same as the result obtained by a restriction-free damper.

Keywords : *Passive Control, Rotative Inertia, Tuned Viscous Mass Damper, Full-Scale Dynamic Tests, Damper force Restriction Mechanism*

パッシブ制振, 回転慣性, 同調粘性マスダンパー, 実大加振実験, 軸力制限機構

1. はじめに

近年、著者らはこれまでに図1に示すような節点間の加速度差に比例して抵抗力を生じる回転慣性を利用した慣性接続要素と粘性減衰要素を併せ持つ粘性マスダンパーに、柔支持部材を直列に接続して構成される付加的な振動系（同調粘性マスダンパー）を用いた新たな制振システムの応答制御法^{1)~9)}について解析的・実験的な検討を行っている。同調粘性マスダンパーの固有振動数と主系の固有振動数を適切に同調させることにより、粘性要素の相対変位が動的に拡大するため、支持部材要素と粘性要素のみでは得られなかった大きな振動エネルギー吸収効果を得ることができる。このため、図2に示すような絶対加速度に比例して抵抗力を生じる実質量を利用した動吸振器つまり TMD（Tuned Mass Damper）における応答制御法と同様、 H_{∞} ノルム^{10),11)}（定点理論）や H_2 ノルム^{12),13)}などに基づく設計法を用いれば、比較的小さな質量比（付加系の慣性接続要素の等価質量を主系の主質量で除したもの）と比較的小さな粘性減衰係数および支持部材剛性の組み合わせでも、効果的に主系の共振点近傍の応答を低減できる特徴がある。既論文^{2)~6)}による実験では、以上のような同調粘性マスダンパーを有する H_{∞} ノルムを利用した一

層応答制御システム（変位応答倍率最適調整条件）の縮小試験体の振動実験や、等価質量 1,450ton を有する同調粘性マスダンパーつまり付加振動系としての実大要素加振実験を行い、その制振効果について理論および解析手法の妥当性を実証している。しかしながらこれらの実験では、粘性マスダンパーの等価質量等の増大や想定外の入力により、支持部材および粘性マスダンパー本体や、これに接続される主系の構造体に過大な応力を生じさせるものであった。過大な軸力を制限する機構として、回転滑り機構を用いることを提案す

図1 同調粘性マスダンパー

図2 実質量を利用した動吸振器

*1 (株)免制震デバイス構造設計部 博士(工学)

*2 THK (株) ACE 事業部

*3 (株)免制震デバイス技術部 修士(工学)

*4 (株)免制震デバイス技術部

*5 (株) NTT ファシリティーズ研究開発本部 修士(工学)

*6 (株) NTT ファシリティーズ建築事業本部 博士(工学)

*7 東北大学大学院 准教授・博士(工学)

*8 東北大学大学院 教授・工博

Structural Design Department, Aseismic Devices, CO., LTD., Dr. Eng.

Amenity Creation Engineering Division, THK CO., LTD.

Technical Department, Aseismic Devices, CO., LTD., M. Eng.

Technical Department, Aseismic Devices, CO., LTD.

Research and Development Headquarters, NTT Facilities, INC., M. Eng.

Design Headquarters, NTT Facilities, INC., Dr. Eng.

Assoc. Prof., Graduate School of Engineering, Tohoku University, Dr. Eng.

Prof., Graduate School of Engineering, Tohoku University, Dr. Eng.

るが、同様のことは磯田ら¹⁴⁾も提案している。本論文で提案する軸力制限機構付き粘性マスダンパーは、磯田らの提案する回転滑り機構（クラッチ機構やディスクブレーキ機構）を組み込む点では同じだが、速度に依存する粘性減衰力と加速度に依存する慣性力のそれぞれ位相が異なる力を足し合わせた合力を頭打ちにできる点で大きく異なる機構となっている。文献^{9),14)}では、これらのダンパー軸力制限機構を適用した場合の制振効果の利点（ダンパー最大軸力を抑えつつ効果的に主系の最大応答値を低減できる）が論じられている。

本論文では、実大サイズでの軸力制限機構付き同調粘性マスダンパー（等価質量 1,350ton、支持部材 18,200kN/m）の実大要素加振実験（主系の層間変位をモデル化したアクチュエータの変位入力による加振）により、理論および解析手法の妥当性の検証を行うとともに、軸力制限機構付き同調粘性マスダンパーを主系の構造体に組み込み、軸力制限機構の有無や制限荷重の違いによる地震応答解析を行うことで、軸力制限機構を適用した場合の制振効果の利点について検討を行うことを目的としている。以降、本論文では、支持部材を含めた軸力制限機構付き同調粘性マスダンパーを Force-Restricted Tuned Viscous Mass Damper (FRTVMD) と呼ぶ。

2. 試験体とモデル化

2.1 試験体概要

載荷装置の全景および FRTVMD の実大試験体（軸力制限機構付き粘性マスダンパー＋支持部材）を図 3 と写真 1 に示す。加振は、最大荷重±3,000kN、最大振幅±100mm、最大速度±300mm/s の性能を有するダイナミックアクチュエータを用い、正弦波や地震応答波による入力を行った。変位の測定は、試験フレーム上部梁の回転角の影響を含んだ支持部材部、軸力制限機構付き粘性マスダンパー部、これらをすべて足し合わせた FRTVMD 部（≒アクチュエータの入力変位）それぞれについて行い、荷重はアクチュエータ先端のロードセルにより測定した。ロードセルの荷重はアクチュエータに取り付く加振テーブルの摩擦力 3kN が加算されるため、図 6 以降の実験結果は、この摩擦力 3kN を減じる処理を行っている。

2.2 軸力制限機構付き粘性マスダンパーの概要と解析モデル

図 4 に、慣性接続要素と粘性要素を併せ持つ軸力制限機構付き粘性マスダンパーの機構模式図を示す。本装置に入力される直線運動

図 3 FRTVMD 実大試験体の全景

写真 1 FRTVMD 実大試験体

を、ボールねじによりボールナットおよび付加錘の回転運動に増幅変換し、固定された内筒と付加錘の間に充填された粘性体のせん断抵抗により粘性減衰効果を、さらにボールナットおよび付加錘の質量が回転することにより回転慣性質量効果を得ることができる装置である。ボールナットと付加錘の連結部に回転滑り機構を設けることにより、付加錘＋粘性体による伝達トルクを頭打ちにする機構となっている。計 8 箇所を設置した回転滑り材（材質：超高分子量ポリエチレン、摩擦係数 $\mu_f=0.15$ 程度）は、ボルトの締め付けにより皿バネを介して回転滑り材に軸力を与える機構となっており、その軸力を自在に管理することで、回転滑りによるトルクを自在にコントロールすることができる。

以下、 u_d および θ は軸力制限機構付き粘性マスダンパーに入力される軸方向変位とそれに伴う角変位を、 θ_f および u_{df} は回転滑りによる角変位とそれに伴う見かけの軸方向変位を、 θ_d および u_{dd} は付加錘の回転による角変位とそれに伴う見かけの軸方向変位を示す。回転滑りが生じない場合は $\theta_f = u_{df} = 0$ である。軸方向と回転方向の関係式（1 リード長 L_d で 1 回転つまり 2π ）より、次式が成立する。

$$u_d = u_{df} + u_{dd}, \quad \theta = \theta_f + \theta_d$$

$$u_d = \frac{L_d}{2\pi} \cdot \theta, \quad u_{df} = \frac{L_d}{2\pi} \cdot \theta_f, \quad u_{dd} = \frac{L_d}{2\pi} \cdot \theta_d \quad \dots(1)$$

図 4 軸力制限機構付き粘性マスダンパーの機構模式図

図4の両端部に設置されているボールジョイントは、付録Aに示す式(A19)の条件を満たすため、軸力制限機構付き粘性マスダンパーの発生するトルクでは回転しない機構となっている。この装置の最終的な解析モデルを式(2)と図5に示す。ここで、ボールナット部の等価質量 m_{i0} が、付加錘部の等価質量 m_{i1} より十分に小さい（ダンパー抵抗 P_n に与える影響が十分に小さい）とき、ボールナット部の等価質量 m_{i0} のモデル化については省略できる。

回転滑りなし：

$$\begin{aligned} u_{df} &= 0, \quad u_d = u_{dd}, \quad |c_d(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} + m_{i1} \cdot \ddot{u}_{dd}| < |F_r| \\ P_n &= c_d(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} + m_{i1} \cdot \ddot{u}_{dd} = c_d(\dot{u}_d) \cdot \dot{u}_d + m_{i1} \cdot \ddot{u}_d \end{aligned} \quad \dots(2a)$$

回転滑りあり：

$$\begin{aligned} u_d &= u_{df} + u_{dd}, \quad c_d(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} + m_{i1} \cdot \ddot{u}_{dd} = F_r \\ P_n &= F_r \end{aligned} \quad \dots(2b)$$

ここで、 $c_d(\dot{u}_{dd}) = c_v(\dot{u}_{dd}) + c_f(\dot{u}_{dd})$

$$\begin{cases} P_n : \text{軸力制限機構付き粘性マスダンパーの軸方向全抵抗} \\ F_r : \text{回転滑り機構による摩擦抵抗トルクを軸方向力にモデル化} \\ c_v(\dot{u}_{dd}) : \text{粘性体によるせん断抵抗を軸方向にモデル化} \\ c_f(\dot{u}_{dd}) : \text{シール材などによる摩擦抵抗を軸方向にモデル化} \end{cases}$$

図5 軸力制限機構付き粘性マスダンパーの解析モデル

式(2)は、摩擦抵抗や粘性抵抗、回転慣性による慣性力および回転滑りによる制限荷重などの成分を粘性減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ と等価質量 m_{i1} と制限荷重 F_r で表したモデルである。この3つの係数を実験により正確に評価することで、実用上精度良く軸力制限機構付き粘性マスダンパーの性能を把握することができる。式(2)のモデルの設定根拠については付録Aに示す。回転滑り機構で滑らない場合には文献⁶⁾で示す通りである。本実験で使用する軸力制限機構付き粘性マスダンパーの主要な寸法を表1に示す。

表1 軸力制限機構付き粘性マスダンパーの主要な寸法一覧

項目	記号	単位	数値
ねじ軸半径	r_{SS}	mm	50.0
リード長	L_d	mm	20.0
クロスローラーベアリング半径	r_{CB}	mm	88.7
粘性体のせん断抵抗半径	r_v	mm	85.0
粘性体の接している長さ	L_s	mm	165.0
せん断隙間	dy	mm	2.0
シール材半径	r_{sl}	mm	85.0
ラジアルベアリング半径	r_{RB}	mm	85.0
付加錘外径	$2r_{o1}$	mm	400.0

2.3 軸力制限機構付き粘性マスダンパー諸元の算定

式(2)でモデル化される粘性減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ および等価質量 m_{i1} の回転滑りが生じない状態での諸元を評価するにあたっては、製造ばらつきの影響を評価できない設計諸元から算出するのでなく、正弦波加振実験を行いその結果から算出を行った。図6に、回転滑りが生じない状態での軸力制限機構付き粘性マスダンパーに入力された変

位と荷重の関係（前後テーパ付き正弦波加振実験結果）を示す。

図6の実験結果より、変位と荷重関係の履歴形状は右肩下がりとなるが、変位を $u_d = \delta \sin pt$ (p は加振円振動数) とすると、速度は $\dot{u}_d = p\delta \cos pt$ 、加速度は $\ddot{u}_d = -p^2\delta \sin pt$ と表されるため、最大変位 δ となる時刻の時は、速度が0、加速度が $-p^2\delta$ （マイナスの最大加速度）となり、慣性力 $-m_{i1}p^2\delta$ のみ生じるため、右肩下がりの履歴形状を示している。この結果から等価質量を算出すると $m_{i1}=1,350\text{ton}$ であった。回転体の実質量は 0.435ton であるため、3100倍程度の質量増幅率を有する装置となっている。

図7に、微小速度領域における軸力制限機構付き粘性マスダンパーの装置に入力された変位と荷重 P_n の関係を示し、図8に、軸力制限機構付き粘性マスダンパーの装置に入力された速度と式(2)に示す粘性減衰力 $c_d(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd}$ の関係を示す。図8の実験値（○印）は、図6の慣性力の影響がない切片での速度－荷重関係を示したものである。（図7, 8は、回転滑りが生じない状態での前後テーパ付き正弦波加振実験結果である。）

図7 粘性マスダンパーの変位と荷重の関係（微小速度領域）

図8 粘性マスダンパーに入力された速度と粘性減衰力の関係

図7の実験結果より、式(2)中の摩擦要素 $c_f(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd}$ は 45.0kN 程度であったため、式(3)のように表される。

$$\begin{cases} |\dot{u}_{dd}| < \varepsilon \text{ のとき, } c_f(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} = \frac{45.0}{\varepsilon} \times \dot{u}_{dd} \text{ (kN)} \\ |\dot{u}_{dd}| \geq \varepsilon \text{ のとき, } c_f(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} = \text{sgn}(\dot{u}_{dd}) \times 45.0 \text{ (kN)} \end{cases} \dots(3)$$

ここで、 $\varepsilon=1.7\text{mm/s}$ (図7の最大速度) として解析を行う。

式(2)中の粘性要素 $c_v(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd}$ は、図8に示す実験値と付録Aの式(A7), (A23)の関数を利用し、式(4)のような実験近似式を算出した。

$$c_v(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} = \frac{5943.4 \times 1.02^{(39-T)}}{2000.0 + 94.7 \times |\dot{u}_{dd}|^{0.6}} \cdot \dot{u}_{dd}, \quad \dot{u}_{dd} \text{ の単位: mm/s} \quad 34^\circ\text{C} \leq \text{温度 } T \leq 44^\circ\text{C} \quad \dots(4)$$

式(4)は、粘性体温度が 34°C から 44°C までの正弦波加振実験結果より算出した近似式であるため、式(4)の適用温度範囲は 34°C から 44°C である。したがって、地震応答波などの加振実験に対しても、式(4)に示す粘性体の適用温度範囲内で実験を行った。夏場 (外気温 30°C 以上) の連続加振による実験のため、やむを得ずこのような温度範囲となってしまったが、この点は今後の課題である。図6の実験結果より、繰り返し定常加振 (前後テーパーを除く) における減衰性能の低下は見られないため、加振中の温度上昇が本論文での実験と同等であれば、温度 T を一定として扱っても問題ない範囲であると言えるが、温度上昇が大幅に大きくなる場合はこの限りではない。

2.4 支持部材の概要と剛性の算定

図3に、本実験で使用する支持部材の概要を示す。支持部材はハンチ形状の BH-500-250×400-300×25×50 を使用し、支持部材の変形 (モーメント荷重) により応力度が大きくなるフランジ部を降伏点強度 $\sigma_y=450\text{MPa}$ 、破断強度 $\sigma_t=590\text{MPa}$ 相当の高強度鋼材で構成し、その他の部位であるウェブや補強リブは SM490 とすることで、粘性マスダンパーの抵抗力 1200kN 程度まで弾性を確保した。支持部材剛性は、試験フレーム上部梁の回転角による影響を含んで算出する必要があるため、正弦波加振実験における回転角の影響を含む支持部材変形と荷重の関係より、支持部材剛性の算出を行うものとする。

(ちなみに、試験フレーム上部梁の回転角の影響を含まない場合の支持部材剛性の FEM 解析による結果は $23,000\text{kN/m}$ 程度である。) 図9に、試験フレーム上部梁の回転角の影響を含んだ支持部材の変位と荷重の関係 (前後テーパー付き正弦波加振実験結果) を示す。

図9 支持部材に入力された変位と荷重の関係

図9の実験結果 (試験フレーム上部梁の回転角の影響を含んだ支持部材の変位と荷重の関係) から最小二乗法で算出した支持部材剛性は、 $k_b=18,200\text{kN/m}$ であった。

2.5 FRTVMDの解析モデル

FRTVMD は、前節までに論じた回転滑りを利用した軸力制限機構付き粘性マスダンパー (図10(a)) と支持部材 (図10(b)) を直列に組み合わせたものであり、回転滑りが生じない状態では、等価質

図10 FRTVMDの構成要素

量 m_{i1} と支持部材剛性 k_b から算出される固有円振動数 ω を有する機構である。ここで摩擦要素 (制限荷重 F_r) と粘性マスダンパーとの組み合わせは、軸力制限機構付き粘性マスダンパーを表しているが、摩擦要素 (制限荷重 F_r) と弾性の支持部材とを組み合わせることによって、支持部材を降伏させたモデルで表現できることがわかる。

支持部材の降伏による方法は、地震終了後の残留変位が問題となるが、回転滑りによる方法は、回転滑りの角変位 θ_f による見かけの軸変形 u_{df} と付加錘の角変位 θ_d による見かけの軸変形 u_{dd} に残留変形を生じる可能性はあるが、それらを足し合わせた軸力制限機構付き粘性マスダンパーの軸変形 $u_d=u_{df}+u_{dd}$ (ねじ軸の入力変形) と弾性の支持部材 u_b には残留変形を全く起こさない特徴がある。

図10に示す FRTVMD 全体に入力される変位 (≒アクチュエータの入力変位) $u=u_d+u_b$ を受けるときの運動方程式は次式で示される。

回転滑りなし :

$$u_{df}=0, \quad u_d=u_{dd}, \quad |c_d(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} + m_{i1} \cdot \ddot{u}_{dd}| < |F_r|$$

$$P_n = c_d(\dot{u}_d) \cdot \dot{u}_d + m_{i1} \cdot \ddot{u}_d = k_b(u - u_d) \quad \dots(5a)$$

回転滑りあり :

$$u_d = u_{df} + u_{dd}, \quad c_d(\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} + m_{i1} \cdot \ddot{u}_{dd} = F_r$$

$$P_n = F_r = k_b(u - u_d) \quad \dots(5b)$$

回転滑りがない場合の粘性マスダンパーと支持部材の層間変形をモデル化したアクチュエータの入力変位 (定常) に対する変位伝達関数 (変位応答倍率と位相) は、付加振動系の等価減衰定数 $c_d(\dot{u}_d)/m_{i1} = 2h_e\omega$ と固有円振動数 $\omega^2 = k_b/m_{i1}$ で表現すると次式⁶⁾となる。

$$\frac{u_d}{u} = \frac{1}{\sqrt{\{1 - (p/\omega)^2\}^2 + \{2h_e(p/\omega)\}^2}} \times e^{-i\psi_1} \quad \dots(6)$$

$$\frac{u_b}{u} = \frac{(p/\omega)^4 + \{2h_e(p/\omega)\}^2}{\sqrt{\{1 - (p/\omega)^2\}^2 + \{2h_e(p/\omega)\}^2}} \times e^{-i(\psi_1 - \psi_2)} \quad \dots(7)$$

$$\psi_1 = \tan^{-1} \frac{2h_e(p/\omega)}{1 - (p/\omega)^2}, \quad \psi_2 = \tan^{-1} \frac{2h_e(p/\omega)}{-(p/\omega)^2}, \quad p: \text{加振円振動数}$$

本実験では回転すべりが生じない場合、等価質量 $m_{i1}=1,350\text{ton}$ 、支持部材剛性 $k_b=18,200\text{kN/m}$ であるので、FRTVMD (付加振動系) の固有円振動数 $\omega=3.67\text{rad/s}$ となる。また制限荷重 F_r ($\dot{u}_{df}$ と同符号) は、回転滑り材に与える軸力を調整することで約 800kN と約 400kN の2種類に設定し実験を行った。

3. 正弦波加振による検証

本章では正弦波加振を行って、FRTVMD の基本的応答性状を明ら

かにし、その解析モデルの精度と制振効果を検討する。正弦波加振はFRTVMD全体（≡アクチュエータの入力）の変位制御とした。本装置の機構上、熱電対により粘性体の温度を直接測定することができなかったが、長時間加振（トータル正弦波を20波）に対しても、粘性体に接する鋼材の熱容量は粘性体の熱容量0.062kcal/℃の約150倍と十分大きく、またボールねじ部やクロスローラーベアリング部の摩擦によるエネルギー負担分が軽減されるため、粘性体に直接接する鋼材の温度上昇は3℃程度以内におさまっており、減衰性能に与える影響はほとんどないことを確認している。

制限荷重 F_r ＝約800kNに設定した場合（回転滑りを生じさせない場合）における振幅15mmの振動数0.4, 0.55, 0.6 Hzの正弦波加振結果（定常部分：18sから23s）を図11,12,13に、図14に式(6),(7)で示す入力変位に対する粘性マスダンパーおよび支持部材の変位応答倍率と位相曲線を示す。図14中には、 $h_e=0.2, 0.25, 0.3$ を式(6),(7)に代入した場合の解析値と正弦波加振結果より得られた実験値（●印）を示しており、その中で○印で囲んだものは図11,12,13に示したものである。また、図11,12,13中の変位の時刻歴波形は実験値を示し、履歴中の解析値（破線）は、減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ の非線形性を考慮して時刻歴解析により算定を行った結果を示している。

図11～14より、軸力制限機構付き粘性マスダンパー変位 u_d と支持部材変位 u_b は、FRTVMD（付加振動系）の固有円振動数付近の加振においては同調するため逆位相で変形し、入力変位に対してそれらの変位（粘性マスダンパーの使用速度領域）が拡大する。その結果、

図11 F_r ＝約800kN、振幅15mm、振動数0.4Hz正弦波加振結果

図12 F_r ＝約800kN、振幅15mm、振動数0.55Hz正弦波加振結果

図13 F_r ＝約800kN、振幅15mm、振動数0.6Hz正弦波加振結果

図14 入力変位 $u=u_d+u_b$ に対する変位応答倍率と位相

FRTVMDの固有円振動数付近の共振域で、粘性マスダンパーの減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ の非線形性に依存した等価減衰定数 h_e が、小さくなる現象についても確認することができた。FRTVMDの固有円振動数より高振動数側の加振に対しては、支持部材変位の振幅と位相が入力変位に近づくため、粘性マスダンパーの変位応答倍率が小さくなる現象であることがわかる。図11,12,13中に示す支持部材の実験値は、大振幅となる変形で多少履歴減衰を有してはいるが、本実験で用いたFRTVMD解析諸元（減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ 、等価質量 m_{il} 、支持部材剛性 k_b 、制限荷重 F_r ）を精度良く評価することによって、実験値（実験線）と解析値（破線）は良い整合性を示すことができた。

図15,16に制限荷重 F_r ＝約400kN（回転滑りが生じる場合）における振幅15mmの振動数0.55, 0.6 Hzの正弦波加振結果（定常部分：18sから23s）を示す。図中の変位の時刻歴波形は実験値を示し、抵抗力 P_n の時刻歴波形および履歴中の解析値（破線）は、減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ の非線形性や回転すべり状態による判定条件を考慮して時刻歴解析により算定を行った結果を示している。

約400kNで回転滑りが生じる図15,16の実験結果は、回転すり摩擦係数の速度依存性や回転滑りに依存しないボールナット部の等価質量 m_{i0} などの影響により、制限荷重 $F_r=400$ kN近傍の履歴に多少の違いを生じていると考えられるが、本実験で用いたFRTVMDの解析諸元（減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ 、等価質量 m_{il} 、支持部材剛性 k_b 、制限荷重

図15 F_r ＝約400kN、振幅15mm、振動数0.55Hz正弦波加振結果

図 16 F_r 約 400kN、振幅 15mm、振動数 0.6Hz 正弦波加振結果

F_r を精度良く評価することによって、実験値（実線）と解析値（破線）は概ね良い整合性を示すことができた。制限荷重 $F_r=400\text{kN}$ で回転滑りが生じている状態は、回転滑り摩擦によるエネルギー消費が行われており、粘性要素部の減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ が吸収するエネルギーと、回転滑り部の摩擦による吸収エネルギーの総和が FRTVMD の吸収エネルギーとなり、本実験のこのエネルギーに対する回転滑り摩擦によるエネルギー消費の割合（解析値）は、図 15 で 20.1%程度、図 16 で 24.8%程度であった。本装置の機構上、回転すべり部の温度上昇を測定することはできなかったが、回転すべり部の温度上昇の推定を行うと 1 サイクルあたり図 15 で 0.9°C 程度、図 16 で 1.0°C 程度であると考えられる。

4. 地震応答加振による検証

前章は正弦波で検証を行ったが、本章では地震応答波などのランダムな入力に対しても同様な結果が得られるのかを検証する。

図 3 に示すように、本実験での FRTVMD は、1 次固有周期 1.85s の構造物（鉄骨造 15 階建て）を想定したチューニング（質量比 0.07 程度の変位応答倍率最適調整条件^{付録 B}）となっているため、この制振構造モデルの地震応答解析から得られた 5 階の層間変位時刻歴応答波を振幅調整しアクチュエータの変位入力として実験を行うものとする。入力地震波としては、EL CENTRO NS 0.5m/s、TAFT EW 0.5 m/s を用いた。

図 17,18 に、制限荷重 F_r 約 800kN に設定した場合（回転滑りを生じさせない場合）における実験値と解析値の比較（EL CENTRO NS 0.5 m/s、TAFT EW 0.5m/s の 5 階層間変位時刻歴応答波振幅調整入力による結果）を示し、図 19,20 に、制限荷重 F_r 約 400kN（回転滑りが生じる場合）における実験値と解析値の比較（図 17,18 と同じ入力）を示す。図中の変位の時刻歴波形は実験値を示し、解析値は減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ の非線形性や回転すべり状態による判定条件を考慮して時刻歴解析により算定を行った結果を示している。

回転滑りが生じない図 17,18 の結果より、入力に用いた 5 階の層間変位波形は、1 次固有周期 1.85s の成分を持った応答波であるため、本実験での FRTVMD の諸元（ $m_{11}=1,350\text{ ton}$ 、 $k_b=18,200\text{kN/m}$ 、 $\omega=3.67$

図 17 実験と解析の比較（EL CENTRO NS 0.5m/s の 5 階応答波）

図 18 実験と解析の比較（TAFT EW 0.5m/s の 5 階応答波）

図 19 実験と解析の比較（EL CENTRO NS 0.5m/s の 5 階応答波）

図 20 実験と解析の比較 (TAFT EW 0.5m/s の 5 階応答)

rad/s) で同調する。そのため、軸力制限機構付き粘性マスダンパーの変位 u_d と支持部材変位 u_b は逆位相で変形し、入力変位 $u = u_d + u_b$ に対してそれらの変位が拡大している様子が確認できる。図 17,18 に示す粘性マスダンパー部の変位応答倍率を算出すると、平均 1.7 倍程度であった。前章の図 14 に示す 0.54Hz (周期 1.85s) 付近の正弦波加振実験の結果と比較して小さくなっているが、この理由の 1 つとしては、入力された 5 階の層間変位波形は 1 次固有周期成分だけでなく様々な周期成分 (高次モード) を持っており、FRTVMD 固有周期付近の成分は同調するが、特に短周期側 (高振動数側) に大きく外れた成分については全く同調しない (支持部材のフィルター効果) 特性の影響があったためと考えられる。

本実験において、調和加振のみでなく地震動などのランダム波加振に対しても、高次モードや過渡応答の影響により、正弦波入力による共振域の応答倍率とまではいかないものの FRTVMD 固有周期付近の周期帯については有効に同調効果を発揮することが確認でき、また、本実験で用いた FRTVMD の解析諸元 (減衰係数 $c_d(\ddot{u}_{dd})$ 、等価質量 m_{il} 、支持部材剛性 k_b 、制限荷重 F_r) を精度良く評価することによって、正弦波加振結果と同様、実験値と解析値は良い整合性を示すことができた。

次に、約 400kN で回転滑りが生じる場合の考察を行う。図 19,20 の結果より、図 15,16 の正弦波加振結果と同様、回転滑り摩擦係数の速度依存性や回転滑りに依存しないボールナット部の等価質量 m_{i0} などの影響により、制限荷重 $F_r = 400\text{kN}$ 近傍の履歴に多少の違いを生じていると思われるが、本実験で用いた式(5)の FRTVMD の解析諸元 (減衰係数 $c_d(\ddot{u}_{dd})$ 、等価質量 m_{il} 、支持部材剛性 k_b 、制限荷重 F_r) を精度良く評価することによって、実験値と解析値は概ね良い整合性を示すことができた。図 17,18 で示す回転滑りが生じない結果と比較して、回転滑りが生じるまでの時間は、図 17,18 の回転滑

りが生じない結果と同じ軌跡をたどり、制限荷重 $F_r = 400\text{kN}$ で回転滑りが生じている状態は、回転滑り摩擦によるエネルギー消費も粘性要素部のエネルギー吸収と同時に進行するため、地震動などのランダム波加振に対しても、有効に同調効果を発揮し、かつ最大軸力を制限できる特徴であることがわかる。また本実験における回転滑りによるエネルギー消費の全消費エネルギーに対する割合 (解析値) は、回転滑りを生じている時間の全継続時間に占める割合にも関係し、図 19 で 5.7% 程度、図 20 で 14.5% 程度であった。回転すべり部の温度上昇の推定を行うと図 19 で 1.4℃ 程度、図 20 で 3.2℃ 程度であると考えられる。

5. 1 自由度系構造物に対する検討

本章では、軸力制限機構を適用した場合の制振効果の利点をわかりやすく検討するため、FRTVMD を 1 自由度系構造物に組み込んだ検討を行うものとする。建物モデルは、第 4 章で検討を行った 1 次固有周期 1.85s の 15 階建て S 造モデル (基準階面積 700m² 程度、各階質量 550ton) とし、このモデルを 1 自由度系に縮約すると等価質量 M_s と等価剛性 K_s は、6,387ton と 73,675kN/m となる。この主系に FRTVMD (質量比 0.07 の変位応答倍率最適調整条件^{付録 B)}) を組み込んだ解析モデルを図 21 に示す。なお主系の構造減衰定数は、0.01 とし、検証用地震動は EL CENTRO NS 0.5m/s, TAFT EW 0.5m/s とする。($M_s, C_s, K_s, m_{il}, c_d, k_b$ は線形とする。)

図 21 解析モデル (質量比 0.07 の変位応答倍率最適調整条件^{付録 B)})

図 22 と図 23 に、軸力制限比 (FRTVMD 軸力制限値の軸力非制限同調粘性マスダンパー最大軸力に対する比) の違いにおける最大応答値の結果を示す。(図中の○印は、図 24,25 に示す応答波形結果のケースである。) 図 22,23 より、軸力制限比が小さくなるほど軸力制限機構の回転滑り摩擦による消費エネルギー比率が増大し、最大層間変位や最大加速度応答に関しては、EL CENTRO NS 0.5m/s の場合、軸力制限比が 0.70 程度まで、TAFT EW 0.5m/s の場合は、軸力制限比が 0.85 程度まで、最大層間変位、最大加速度応答ともに一定

図 22 EL CENTRO NS 0.5m/s における最大応答値

値を示し、軸力制限比がこの値を下回ると徐々に増大しはじめ、ある軸力制限比から急激に増大する傾向が見られた。

図 24 に、TAFT EW 0.5m/s における軸力制限機構がない場合の応

図 23 TAFT EW 0.5m/s における最大応答値

図 24 軸力制限機構がない場合の応答 (TAFT EW 0.5m/s)

図 25 軸力制限比 0.6 の場合の応答 (TAFT EW 0.5m/s)

表 2 軸力制限機構の有無 (図 24,25) によるエネルギー応答比較

		図 24 (制限なし)	図 25 (制限あり)
主系構造減衰エネルギー		1.06×10^3 kNm	1.27×10^3 kNm
軸力制限機構 付き粘性マス ダンパー	全体 E	8.30×10^3 kNm	7.87×10^3 kNm
	粘性要素部 E	8.30×10^3 kNm	5.83×10^3 kNm
	軸力制限機構 E	—	2.05×10^3 kNm

答波形を示し、図 25 に、TAFT EW 0.5m/s における軸力制限比が 0.6 の場合の応答波形の結果を示す。また表 2 には、これらのエネルギー一応答結果の比較を示す。図 25 より、軸力制限比 0.6 の結果は、軸力制限機構 (回転滑り) に変形 u_{df} が生じ、ダンパー抵抗力に依存する支持部材の変形 u_b が頭打ちとなるが、図 24 に示す軸力制限機構がない結果と同様、軸力制限機構付き粘性マスダンパー変位 u_d と支持部材変位 u_b は逆位相となり、軸力制限機構がない同調粘性マスダンパーの性質は保持されている。表 2 に注目すると、軸力制限機構がない場合では粘性要素部のみでエネルギー吸収を、軸力制限比 0.6 の場合では、粘性要素部と軸力制限機構の 2 箇所 でエネルギーを吸収し、その足し合わせたエネルギー量が、軸力制限機構がない場合と同等程度であった。以上のような結果から、FRTVMD がダンパー最大軸力を抑えつつ、同等程度の応答低減効果を得られる 1 つの理由であると考えられる。

6. まとめ

本論文では、FRTVMD の実大要素加振実験により、理論および解析手法の妥当性の検証を行うとともに、FRTVMD を主系の構造体に組み込み、軸力制限機構を適用した場合の制振効果の利点について検討を行った。得られた成果は以下の通りである。

- (1) 本論文では、速度に依存する粘性減衰力と加速度に依存する慣性力のそれぞれ位相が異なる力を足し合わせた合力を頭打ちにするために、回転滑り機構を利用した軸力制限機構付き粘性マスダンパーを提案した。また、その回転滑り材に与える軸力を自在に管理することで、制限荷重を自在にコントロールできることを実大要素加振実験により示した。
- (2) FRTVMD の詳細な解析モデルを構築し、本実験での解析諸元 (減衰係数 $c_d(\dot{u}_{dd})$ 、等価質量 m_{dl} 、支持部材剛性 k_b 、制限荷重 F_r) を精度良く評価することによって、調和加振のみでなく地震動などのランダム波加振においても、実験値と解析値は良い整合性を示すことを確認した。
- (3) 2 種類の入力と軸力制限比をパラメータとして FRTVMD の 1 自由度系構造物に組み込んだ場合の計算例を示した。FRTVMD は、軸力制限されるまでは、軸力制限がない同調粘性マスダンパーの性質 (同調効果) を保持し、軸力制限されている状態は、粘性要素部と軸力制限機構の 2 箇所 でエネルギーを吸収するため、本論文で検討した 2 種類の入力特性においては、結果的に 0.6 倍程度の軸力制限比であれば軸力制限機構がない場合と同等の最大層間変位や最大加速度応答に抑えることができ、本提案機構の優位性が得られる範囲であることがわかった。

参考文献

- (1) 斉藤賢二, 栗田哲, 井上範夫: 慣性接続要素を利用した線形粘性ダンパーによる 1 質点構造の最適応答制御と Kelvin モデル化手法に関する考察, 構造工学論文集, Vol.53B, pp.53-66, 2007.3
- (2) 斉藤賢二, 中南滋樹, 木田英範, 井上範夫: 慣性接続要素と最適化された柔バネ要素と粘性要素を有する一層応答制御システムの振動実験, 構造工学論文集, Vol.54B, pp.623-634, 2008.3
- (3) 中南滋樹, 木田英範, 斉藤賢二, 五十子幸樹, 井上範夫: 2 重同調粘性マスダンパーシステムによる一層応答制御システムの振動実験 (その 1 実験概要と調和加振に対する検証), 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.417-418, 2009.8

- 4) 木田英範, 中南滋樹, 齊藤賢二, 五十子幸樹, 井上範夫: 2重同調粘性マスダンパーシステムによる一層応答制御システムの振動実験(その2 調和加振と地震波入力に対する検証), 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.419-420, 2009.8
- 5) 荒井達朗, 油川健樹, 五十子幸樹, 堀則男, 井上範夫: 同調粘性マスダンパーの有効性の検証と弾塑性構造物への適用性, 日本建築学会構造系論文集, 第74巻, 第645号, pp.1993-2002, 2009.11
- 6) 木田英範, 中南滋樹, 齊藤賢二, 五十子幸樹, 井上範夫: 実大加振実験に基づく同調粘性マスダンパーの解析モデルに関する検証, 構造工学論文集, Vol.56B, pp.137-146, 2010.3
- 7) 木田英範, 中南滋樹, 齊藤賢二, 五十子幸樹, 井上範夫: 多重同調粘性マスダンパー制振システムとその応答制御法, 日本建築学会構造系論文集, 第74巻, 第643号, pp.1575-1583, 2009.9
- 8) 杉村義文, 齊藤賢二, 五十子幸樹, 井上範夫: 同調粘性マスダンパーを用いた多層建築構造物の応答制御に関する一考察, 構造工学論文集, Vol.56B, pp.153-161, 2010.3
- 9) 墨山智大, 荒井達朗, 池永昌容, 五十子幸樹, 井上範夫: 同調粘性マスダンパー制振システムを組み込んだ構造物に関する研究(その1 リーフ機構の有効性に関する検討), 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.449-450, 2010.9
- 10) J.P.Den Hartog: Mechanical Vibrations, 4th ed., over, New York, 1985
- 11) 背戸一登: 構造物の振動制御, コロナ社, 2005.3
- 12) Crandall, S.E. and Mark, W.D.: Random Vibration in Mechanical Systems, Academic Press, 1963
- 13) 浅見敏彦, 西原修, Amr M. Baz, 木村文義: 減衰系に取り付ける動吸振器のH2最適化における代数的厳密解, 日本機械学会論文集(C編), 67巻, 655号, pp.7-13, 2001.3
- 14) 磯田和彦, 半澤徹也, 深沢剛司, 福喜多輝: 過負荷防止機構を持つ慣性質量ダンパーの開発(その1 開発目的とダンパーの概要), 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.453-454, 2010.9
- 15) 新垣忠志, 黒田英二, 有馬文昭, 井上豊, 馬場研介: ボールねじを用いた制震装置の開発(その1), 日本建築学会技術報告集, 第8号, pp.239-224, 1999.6
- 16) 中南滋樹, 黒田英二, 有馬文昭, 鈴木良二, 井上豊, 馬場研介: 増幅機構付き減衰装置の開発(その6 見掛けの粘度試験による粘性減衰力の評価法), 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp.873-874, 2000.9

付録A 軸力制限機構付き粘性マスダンパー解析モデルの設定根拠

軸力制限機構付き粘性マスダンパーの装置剛性(支持部材に比べて十分に剛である)を剛として考える場合、装置の軸方向に発生する全抵抗力 P_n は、図A1に示すボールねじ軸部の力の釣り合い¹⁵⁾から誘導され、ボールねじ軸部には式(A1)に示す力が作用する。この全抵抗力 P_n は、ボールねじ部の摩擦による軸方向力 Q_{SS} 、クロスローラーベアリングの摩擦による軸方向力 Q_{CB} 、ボールナット部の回転慣性による軸方向力 Q_0 、回転滑りによる軸方向力 Q_f を介して発生する各軸方向力(粘性体のせん断抵抗による軸方向力 Q_v 、シール、ラジアルベアリングの摩擦による軸方向力 Q_{si} 、 Q_{RB} 、付加錘の回転慣性による軸方向力 Q_{il})の成分の総和である。ボールねじ部の摩擦 Q_{SS} およびクロスローラーベアリングの摩擦 Q_{CB} は全抵抗力 P_n に依存する。

$$P_n = Q_{SS} + Q_{CB} + Q_0 + Q_v + Q_{si} + Q_{RB} + Q_{il} = Q_{SS} + Q_T \quad \dots(A1)$$

$$\begin{cases} \text{回転滑りなし: } u_{df} = 0, u_d = u_{dd}, |Q_v + Q_{si} + Q_{RB} + Q_{il}| < |Q_f| \\ \text{回転滑りあり: } u_d = u_{df} + u_{dd}, Q_v + Q_{si} + Q_{RB} + Q_{il} = Q_f \end{cases}$$

式(A1)に示すボールねじ部の摩擦要素以外の軸方向力 Q_T の負荷ボールに働くねじ軸接線方向力は、図A1より $Q_T \cdot \tan\phi$ で表される。ねじ軸中心から負荷ボール中心までの距離を r_{SS} とすると、ねじ軸中心周りのモーメントの釣り合いより次式が成立する。ここで、一部の特殊な条件、つまり回転慣性が駆動力として作用する場合⁶⁾のみ正効率の釣り合い条件となる。

$$Q_T \cdot \tan\phi \times r_{SS} = Q_{CB} \times r_{CB} + I_0 \ddot{\theta} + Q_v \times r_v + Q_{si} \times r_{si} + Q_{RB} \times r_{RB} + I_1 \ddot{\theta}_d \quad \dots(A2)$$

$$\begin{cases} \text{回転滑りなし: } \theta_f = 0, \theta = \theta_d, |Q_v \times r_v + Q_{si} \times r_{si} + Q_{RB} \times r_{RB} + I_1 \ddot{\theta}_d| < |Q_f \times r_f| \\ \text{回転滑りあり: } \theta = \theta_f + \theta_d, Q_v \times r_v + Q_{si} \times r_{si} + Q_{RB} \times r_{RB} + I_1 \ddot{\theta}_d = Q_f \times r_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan\phi = L_d / (2\pi \cdot r_{SS}), L_d: \text{リード長} \\ r_{SS}: \text{ねじ軸中心から負荷ボール中心までの距離} \\ Q_{CB}, r_{CB}: \text{クロスローラーベアリングの摩擦による接線方向力} (P_n \text{ に依存}) \text{ と半径} \end{cases}$$

図A1 ボールねじ軸部での釣り合い

$$\begin{cases} Q_f, r_f: \text{回転滑りによる接線方向力と回転中心から回転滑り材までの距離} \\ Q_v: \text{粘性抵抗による接線方向力}, r_v: \text{粘性体のせん断抵抗半径} \\ Q_{si}, r_{RB}: \text{シール材およびラジアルベアリングの摩擦による接線方向力} \\ r_{si}, r_{RB}: \text{シール材およびラジアルベアリングの半径} \\ I_0, I_1: \text{ボールナット部および付加錘部の回転慣性モーメント} \\ \ddot{\theta}, \ddot{\theta}_d: \text{ボールナット部および付加錘部の回転による角加速度} \end{cases}$$

回転しながら装置の軸方向全抵抗力 P_n を、内筒(固定部)に伝達する機構であるクロスローラーベアリング部における力の釣り合いは、クロスローラーベアリングの摩擦係数を μ_{CB} とすると、軸方向全抵抗力 P_n に μ_{CB} を乗じた値が、クロスローラーベアリングの摩擦による接線方向力 Q_{CB} となることから、式(A3)を得る。

$$\text{逆効率: } Q_{CB} = \mu_{CB} \cdot P_n \quad \dots(A3a)$$

$$\text{正効率: } Q_{CB} = -\mu_{CB} \cdot P_n \quad \dots(A3b)$$

回転すべり部による接線方向力 Q_f は、回転すべり部の摩擦係数を μ_f 、皿パネにより回転滑り部に与える導入軸力を N_f とした場合、次式で表わされる。

$$Q_f = \mu_f \cdot N_f \quad \dots(A4)$$

構成材料である粘性体(ジメチルシリコンオイル)は、付加錘と一緒に回転する部材と固定されている内筒との隙間 dy に充填されている。地震等の外乱により、付加錘と一緒に回転する部材内表面が速度 V_r で回転すると、粘性体にはせん断歪速度 $V_s (=V_r/dy)$ が生じるため、見かけの動粘度 η に依存して、接線方向にせん断応力 τ が発生する。粘性抵抗による接線方向力 Q_v は、接線方向のせん断応力 τ に、粘性体のせん断有効面積 A を乗じたものであるので、

$$Q_v = \tau \cdot A = \eta \cdot V_s \cdot A \quad \dots(A5)$$

と表される。1リード長だけ変位すれば、付加錘と一緒に回転する部材内表面は $2\pi r_v$ だけ回転するため、軸方向速度 $\dot{u}_{dd}$ に対する速度増幅率は $S_v = 2\pi r_v / L_d$ となるので、次式が成り立つ。

$$V_s = V_r / dy = S_v \cdot \dot{u}_{dd} / dy = 2\pi r_v \cdot \dot{u}_{dd} / (L_d \cdot dy) \quad \dots(A6)$$

式(A5)のせん断歪速度と温度に依存する見かけの動粘度^{15),16)} η は、次式にて表現される。

$$\eta = \xi \cdot \frac{\eta_T}{1 + b|V_s|^\gamma}, \quad \eta_T = 1.02^{(25-T)} \times \eta_{25} \quad \dots(A7)$$

$$\begin{cases} \xi: \text{繰り返し依存係数}, b, \gamma: \text{見かけの動粘度を計算する係数} \\ \eta_T: \text{粘性体温度 } T^\circ\text{C 時の粘度}, \eta_{25}: \text{粘性体温度 } 25^\circ\text{C 時の粘度} \end{cases}$$

シール材の摩擦による接線方向力 Q_{si} は、シール材の単位長さ当りの摩擦力を f_{si} 、シール材の半径を r_{si} 、シール材の個数を n とした場合、次式のように表される。

$$Q_{si} = n \times f_{si} \times 2\pi \cdot r_{si} \quad \dots(A8)$$

ラジアルベアリングの摩擦による接線方向力 Q_{RB} は、ラジアルベアリングの摩擦係数を μ_{RB} 、ラジアルベアリングの支える重量を W とした場合、次式のように表される。

$$Q_{RB} = \mu_{RB} \cdot W \quad \dots(A9)$$

ボールナット部の回転慣性によるトルク $I_0 \ddot{\theta}$ および付加錘部の回転慣性によるトルク $I_1 \ddot{\theta}_d$ は、ボールナット部（ボールナットと一緒に回転する部材を含む）および付加錘部（付加錘と一緒に回転する部材を含む）の質量が回転することにより得られ、角加速度 $\ddot{\theta}$ 、 $\ddot{\theta}_d$ は、装置に入力される軸方向加速度 $\ddot{u}_d$ 、 $\ddot{u}_{dd}$ に $2\pi/L_d$ を乗じたものであることから、

$$I_0 \ddot{\theta} = I_0 \cdot 2\pi \cdot \ddot{u}_d / L_d, \quad I_1 \ddot{\theta}_d = I_1 \cdot 2\pi \cdot \ddot{u}_{dd} / L_d \quad \dots(A10)$$

となる。ボールナットおよび付加錘は中空円筒形状を示しており、ボールナットおよび付加錘の実質量 m_0 、 m_1 、外半径 r_{o0} 、 r_{o1} 、内半径を r_{i0} 、 r_{i1} とすると、

$$I_0 = m_0 (r_{o0}^2 + r_{i0}^2) / 2, \quad I_1 = m_1 (r_{o1}^2 + r_{i1}^2) / 2 \quad \dots(A11)$$

となる。式(A3)～(A11)を式(A2)に代入して整理すると次式を得る。

$$\text{逆効率: } Q_f = \mu_{CB} P_n \cdot S_{CB} + m_0 (r_{o0}^2 + r_{i0}^2) (2\pi/L_d)^2 \ddot{u}_d / 2 + \eta A \cdot S_v^2 \ddot{u}_{dd} / dy \\ + 2\pi s_i n f_{s_i} \cdot S_{s_i} + \mu_{RB} W \cdot S_{RB} + m_1 (r_{o1}^2 + r_{i1}^2) (2\pi/L_d)^2 \ddot{u}_{dd} / 2 \quad \dots(A12a)$$

$$\text{正効率: } Q_f = -\mu_{CB} P_n \cdot S_{CB} + m_0 (r_{o0}^2 + r_{i0}^2) (2\pi/L_d)^2 \ddot{u}_d / 2 + \eta A \cdot S_v^2 \ddot{u}_{dd} / dy \\ + 2\pi s_i n f_{s_i} \cdot S_{s_i} + \mu_{RB} W \cdot S_{RB} + m_1 (r_{o1}^2 + r_{i1}^2) (2\pi/L_d)^2 \ddot{u}_{dd} / 2 \quad \dots(A12b)$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{回転滑りなし: } u_{df} = 0, u_d = u_{dd}, |Q_v + Q_{si} + Q_{RB} + Q_{i1}| < |Q_f| \\ \text{回転滑りあり: } u_d = u_{df} + u_{dd}, Q_v + Q_{si} + Q_{RB} + Q_{i1} = Q_f \end{array} \right]$$

$$\text{ここで、} \left\{ \begin{array}{l} S_{CB} = 2\pi c_B / L_d, S_v = 2\pi v_i / L_d, S_{s_i} = 2\pi s_i / L_d, S_{RB} = 2\pi r_B / L_d \\ Q_{si} = 2\pi s_i n f_{s_i} \cdot S_{s_i} \text{ と } Q_{RB} = \mu_{RB} W \cdot S_{RB} \text{ は } \dot{u}_{dd} \text{ と同符号} \\ Q_v = \eta A \cdot S_v^2 \ddot{u}_{dd} / dy, Q_{i1} = m_1 (r_{o1}^2 + r_{i1}^2) (2\pi/L_d)^2 \ddot{u}_{dd} / 2 \\ Q_f = \tau Q_f \cdot 2\pi \cdot r_f / L_d = \mu_f N_f \cdot 2\pi \cdot r_f / L_d \text{ は } \dot{u}_{df} \text{ と同符号} \end{array} \right.$$

ボールねじ部の負荷ボールとリード溝においては、図 A1 に示すように軸方向全抵抗力 P_n とボールねじ部の摩擦要素以外の接線方向力（円周方向力） $Q_f \cdot \tan \phi$ が作用する。 P_n と $Q_f \cdot \tan \phi$ との合力 R は、負荷ボールからの抵抗力 N と摩擦力 F との合力と釣り合うので次式が成立する。

$$\text{逆効率: } N = R \cdot \cos(\phi - \alpha) = R \cdot (\cos \phi \cdot \cos \alpha + \sin \phi \cdot \sin \alpha) \quad \dots(A13a)$$

$$\text{正効率: } N = R \cdot \cos(\alpha - \phi) = R \cdot (\cos \phi \cdot \cos \alpha + \sin \phi \cdot \sin \alpha) \quad \dots(A13b)$$

式(A13)に $\cos \alpha = P_n / R$ 、 $\sin \alpha = Q_f \cdot \tan \phi / R = (P_n - Q_{ss}) \tan \phi / R$ を代入し整理すると、次式が得られる。

$$N = P_n \cos \phi + (P_n - Q_{ss}) \tan \phi \cdot \sin \phi \quad \dots(A14)$$

ボールベアリング部の摩擦係数を μ_{ss} とすると、ボールねじ部の摩擦力 F は、次式のように表される。

$$F = \mu_{ss} \cdot N = \mu_{ss} P_n \cos \phi + \mu_{ss} (P_n - Q_{ss}) \tan \phi \cdot \sin \phi \quad \dots(A15)$$

したがってボールねじ部の摩擦による軸方向力 Q_{ss} は、式(A16)で表される。

$$\text{逆効率: } Q_{ss} = F / \sin \phi \text{ より } Q_{ss} = P_n \mu_{ss} (1 / \tan \phi + \tan \phi) / (1 + \mu_{ss} \tan \phi) \quad \dots(A16a)$$

$$\text{正効率: } Q_{ss} = -F / \sin \phi \text{ より } Q_{ss} = -P_n \mu_{ss} (1 / \tan \phi + \tan \phi) / (1 - \mu_{ss} \tan \phi) \quad \dots(A16b)$$

また、装置に作用するトルク $T_n = (P_n - Q_{ss}) \tan \phi \cdot r_{ss}$ は、軸方向全抵抗力 P_n に依存し、次式のようになる。

$$\text{逆効率: } T_n = P_n \cdot L_d \{1 - \mu_{ss} (1 / \tan \phi + \tan \phi) / (1 + \mu_{ss} \tan \phi)\} / (2\pi) \quad \dots(A17a)$$

$$\text{正効率: } T_n = P_n \cdot L_d \{1 + \mu_{ss} (1 / \tan \phi + \tan \phi) / (1 - \mu_{ss} \tan \phi)\} / (2\pi) \quad \dots(A17b)$$

軸力制限機構付き粘性マスダンパーの両端に取り付けられるボールジョイント部の軸方向力 P_n とトルク T_B の関係式は、ボールジョイント部の摩擦係数を μ_{BJ} 、ボールジョイント部における回転中心から平均接触面までの距離を r_{BJ} とおくと、

$$T_B = P_n \cdot \mu_{BJ} \cdot r_{BJ} \quad \dots(A18)$$

であるので、式(A17)で示されるトルク T_n より式(A18)で示されるトルク T_B のほうが大きい場合、ボールジョイント部で回転することはなく、この条件を満たすボールジョイント部の摩擦係数は、以下の通りとなる。

$$\mu_{BJ} > L_d \cdot \{1 + \mu_{ss} (1 / \tan \phi + \tan \phi) / (1 - \mu_{ss} \tan \phi)\} / (2\pi \cdot r_{BJ}) \quad \dots(A19)$$

本実験での試験体諸元 $L_d = 20\text{mm}$ 、 $\mu_{ss} = 0.002 \sim 0.008$ 程度、 $r_{ss} = 50\text{mm}$ 、 $r_{BJ} = 60\text{mm}$ より式(A19)に代入し算定すると、 $\mu_{BJ} > 0.06$ となる。ボールジョイント部は、鋼材と鋼材の接触面となっており、ボールジョイント部の摩擦係数が少なくとも 0.1 以上あると考えられるため、軸力制限機構付き粘性マスダンパーの発生トルクによりボールジョイント部が回転することはない。

式(A12)と式(A16)を式(A1)に代入し整理すれば、軸方向全抵抗力 P_n に関する式となる。（ λ : Q_{ss} 、 Q_{CB} による等価摩擦係数）

$$P_n = \lambda \cdot (Q_{i0} + Q_v + Q_{si} + Q_{RB} + Q_{i1}) \quad \dots(A20)$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{回転滑りなし: } u_{df} = 0, u_d = u_{dd}, |Q_v + Q_{si} + Q_{RB} + Q_{i1}| < |Q_f| \\ \text{回転滑りあり: } u_d = u_{df} + u_{dd}, Q_v + Q_{si} + Q_{RB} + Q_{i1} = Q_f \end{array} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{逆効率: } \lambda = 1 / \{1 - \mu_{ss} (1 / \tan \phi + \tan \phi) / (1 + \mu_{ss} \tan \phi) - \mu_{CB} S_{CB}\} \\ \text{正効率: } \lambda = 1 / \{1 + \mu_{ss} (1 / \tan \phi + \tan \phi) / (1 - \mu_{ss} \tan \phi) + \mu_{CB} S_{CB}\} \\ Q_f = \mu_f N_f \cdot 2\pi \cdot r_f / L_d \quad (\dot{u}_{df} \text{ と同符号}), Q_v = \eta A \cdot S_v^2 \ddot{u}_{dd} / dy \\ Q_{si} = 2\pi s_i n f_{s_i} \cdot S_{s_i} \quad (\dot{u}_{dd} \text{ と同符号}), Q_{RB} = \mu_{RB} W \cdot S_{RB} \quad (\dot{u}_{dd} \text{ と同符号}) \\ Q_{i0} = m_0 (r_{o0}^2 + r_{i0}^2) (2\pi/L_d)^2 \ddot{u}_d / 2, Q_{i1} = m_1 (r_{o1}^2 + r_{i1}^2) (2\pi/L_d)^2 \ddot{u}_{dd} / 2 \end{array} \right.$$

式(A20)の Q_f を、

$$F_r = \lambda \cdot Q_f = \lambda \cdot \mu_f N_f \cdot 2\pi \cdot r_f / L_d \quad (\dot{u}_{df} \text{ と同符号}) \quad \dots(A21)$$

式(A20)の軸加速度 $\ddot{u}_d$ 、 $\ddot{u}_{dd}$ の係数を、

$$m_{i0} = \lambda \cdot m_0 (r_{o0}^2 + r_{i0}^2) (2\pi/L_d)^2 / 2, \quad m_{i1} = \lambda \cdot m_1 (r_{o1}^2 + r_{i1}^2) (2\pi/L_d)^2 / 2 \quad \dots(A22)$$

式(A20)の軸速度 $\dot{u}_{dd}$ の係数を、

$$c_d (\dot{u}_{dd}) = c_v (\dot{u}_{dd}) + c_f (\dot{u}_{dd}) \quad \dots(A23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_v (\dot{u}_{dd}) = \lambda \cdot \eta A \cdot S_v^2 / dy \\ |\dot{u}_{dd}| \geq \varepsilon \text{ のとき, } c_f (\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} = \text{sgn}(\dot{u}_{dd}) \times |\lambda (Q_{si} + Q_{RB})| \\ |\dot{u}_{dd}| < \varepsilon \text{ のとき, } c_f (\dot{u}_{dd}) \cdot \dot{u}_{dd} = |\lambda (Q_{si} + Q_{RB})| \times \dot{u}_{dd} / \varepsilon \\ \varepsilon \text{ は微小速度} \end{array} \right.$$

とおけば、最終的に式(A20)は本文中の図 5 と式(2)となる。式(A23)の $Q_{si} + Q_{RB}$ は、装置の全抵抗力 P_n に依存しない摩擦力であり、解析上は、剛塑性の復元力特性として扱うべきであるが、ここでは十分に小さな速度 ε を与え、軸速度の絶対値が $|\dot{u}_{dd}| \geq \varepsilon$ のときの抵抗力を $\lambda (Q_{si} + Q_{RB})$ とし、 $|\dot{u}_{dd}| < \varepsilon$ のときの抵抗力を $|\lambda (Q_{si} + Q_{RB})| \times (\dot{u}_{dd} / \varepsilon)$ とする。（すなわち、極めて剛塑性に近いバイリニア型の速度-荷重関係とする。）前者の場合、 $\lambda (Q_{si} + Q_{RB})$ は軸速度 $\dot{u}_{dd}$ と同符号である。このように扱うと $\lambda (Q_{si} + Q_{RB})$ は、軸速度の絶対値 $|\dot{u}_{dd}|$ に依存する係数 c_f と軸速度 $\dot{u}_{dd}$ の積で表せる。

付録 B 変位応答倍率最適調整条件における同調粘性マスダンパー諸元

定点理論に基づく変位応答倍率最適調整条件（最適同調振動数比 γ_{opt} と付加系の最適減衰定数 h_{opt} ）は、文献²⁾より、以下の通りとなる。

$$\text{柔バネ解: } \gamma_{opt} = \omega / \omega_s = (1 - \sqrt{1 - 4\mu}) / (2\mu), \quad h_{opt} = \sqrt{3(1 - \sqrt{1 - 4\mu})} / 4 \quad \dots(B1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = m_{i1} / M_s: \text{質量比, } m_{i1}: \text{同調粘性マスダンパー（付加系）の等価質量} \\ M_s: \text{主系質量, } \omega: \text{付加系の固有円振動数, } \omega_s: \text{主系の固有円振動数} \\ k_b: \text{付加系の支持部材剛性（} = m_{i1} \omega^2 \text{）, } K_s: \text{主系剛性（} = M_s \omega_s^2 \text{）} \end{array} \right.$$

同調粘性マスダンパー（付加系）の変位応答倍率最適調整条件（柔バネ解）における支持部材剛性 k_b と粘性減衰係数 c_d は、以下の通りとなる。

$$k_b = \omega^2 \cdot m_{i1} = (\gamma_{opt} \cdot \omega_s)^2 m_{i1} = \mu \cdot \gamma_{opt}^2 \times K_s \\ c_d = 2h_{opt} \cdot \omega \cdot m_{i1} = 2h_{opt} (\gamma_{opt} \cdot \omega_s) \cdot m_{i1} = 2h_{opt} \cdot \gamma_{opt} \cdot \mu \times \omega_s M_s \quad \dots(B2)$$

（2010年12月9日原稿受理，2011年4月13日採用決定）