高減衰積層ゴムの変形履歴積分型復元力モデルに関する研究

A HYSTERESIS MODEL OF HIGH-DAMPING RUBBER BEARINGS USING
AN INTEGRAL TYPE DEFORMATION HISTORY CONSTITUTIVE LAW

加藤 秀章*, 森 隆浩**, 室田 伸夫***, 石井 建****, 菊地 優*****

*Hideaki KATO, Takahiro MORI, Nobuo MUROTA,
Ken ISHII and Masaru KIKUCHI*

A new hysteresis model for high-damping rubber bearings is proposed, which has been developed based on an elasto-plastic, integral type deformation history constitutive law. One of the characteristics of the proposed model is the applicability of the same material parameters as the proposed model to finite element method analyses. Firstly, we derive the horizontal biaxial hysteresis model from the elasto-plastic constitutive law. Next, we compare the results of numerical analyses using the proposed hysteresis model with experimental results for tests of high-damping rubber bearings subjected to horizontal biaxial loading, and verify the validity of the proposed model. Lastly, we perform finite element method analyses and numerical analyses using a multi-shear springs model, and the results from each of these cases are compared with results given by the proposed model.

Keywords: *Seismic isolation, High-damping rubber bearing, Elasto-plastic constitutive law, Hysteresis model, Finite element method*

免震, 高減衰積層ゴム, 弾塑性構成則, 復元力モデル, 有限要素法

1. はじめに

積層ゴムの力学的特性を把握するために、加力時の内部応力・ひずみ状態を把握することは重要である。しかし、積層ゴムは、鉛直方向に数十 MPa の面圧を受け、水平方向には数百%ものせん断変形を許容する製品であり、その内部応力・ひずみ状態を実験的に測定することは難しい。そのため、有限要素法などを用いて解析的に積層ゴムの内部応力・ひずみ状態を把握する試みが多くなされている^{1)~6)}。積層ゴムの力学的挙動について有限要素法を用いて解析する際に問題となるのは、積層ゴムの持つ大変形性能に起因する幾何学的非線形性とゴム材料の持つ材料非線形性をどのような構成則を用いて表現するかである。特に、ゴム材料自体がエネルギー吸収性能を持つ高減衰積層ゴムは、天然ゴム系積層ゴムのような他の積層ゴムと比較して材料非線形性が強く、せん断変形量と共に指数関数的に復元力が増加するハードニング現象や最初の荷重過程と比較して2度目以降の荷重過程における復元力が低下する Mullins 効果などを伴い複雑な力学特性を示す。このような高減衰積層ゴムの力学特性を表現するために、その構成則については幾つかの提案がなされている^{7)~10)}。著者らは、高減衰積層ゴムが粘弾性体などと比較して速度依存性が小さく弾塑性的な挙動を示すこと、その一方で、クリープや応力緩和といった粘弾性的挙動を示すことなどの特徴に着目し、相当ひずみに応じてその応力が緩和する変形履歴積分型の弾塑性構成則を提案し、高い精度で高減衰積層ゴムの複雑な復元力特性やク

リーブ的な挙動を再現できることを確認した¹¹⁾。

有限要素法は、積層ゴムの内部応力・ひずみ状態を把握することができる強力なツールであるが、解析モデルの作成や解析に多くの時間と労力を要する。よって、免震建物の地震時の応答を時刻歴応答解析などにより求める際には、積層ゴムの形状的な要因を排除し、その復元力特性のみをばね要素にて表現した復元力モデルが用いられることが一般的である。高減衰積層ゴムの復元力特性の非線形性を表現する復元力モデルとしては、修正バイリニアモデル、Ramberg-Osgood モデル¹²⁾、Kikuchi-Aiken モデル¹³⁾などが提案されている。これらのモデルは水平1方向変形時における復元力特性を表現することを目的としている。しかし、最近、山本ら¹⁴⁾が高減衰積層ゴムの水平2方向変形実験を行った際に、水平1方向変形時と比較してせん断応力が増加する現象が確認されたことから、水平2方向変形時の復元力特性を表現しうるモデルの必要性が高まりつつある。水平2方向変形に対応した復元力モデルについて、既往の研究では、MSS モデル¹⁵⁾、山本モデル¹⁴⁾、嶺脇モデル¹⁶⁾、Abe モデル^{17), 18)}などがある。これらのモデルを用いて水平2方向変形時の免震建物の性状についての研究がなされつつある^{例えば19)}。

上述の通り、有限要素法や復元力モデルは積層ゴムの力学的特性や免震構造の性状を把握する上で、非常に強力なツールである。しかし、有限要素解析に用いる構成則と復元力モデルの間には、一般的には力学的支配則に統一性はなく、解析にはそれぞれ独自の材料

* (株)ブリヂストン免震・制振開発部 修士(理学)

** (株)ブリヂストン免震・制振開発部 博士(理学)

*** (株)ブリヂストン免震・制振開発部
ユニットリーダー・Ph. D.

**** 北海道大学大学院工学院 大学院生・修士(工学)

***** 北海道大学大学院工学研究院 教授・博士(工学)

Seismic Isolation & Vibration Control Products Dept., Bridgestone Co., M. Sci.
Seismic Isolation & Vibration Control Products Dept., Bridgestone Co., Dr. Sci.
Mgr., Seismic Isolation & Vibration Control Products Dept., Bridgestone Co., Ph. D.Graduate Student, Graduate School of Engineering, Hokkaido Univ., M. Eng.
Prof., Faculty of Engineering, Hokkaido Univ., Dr. Eng.

モデルを用意する必要がある。このことは、その解析結果についても独立に扱う必要性があることを示唆するものであり、免震部材の詳細な力学的性状に関する研究と免震建物の力学的性状に関する研究の間の垣根の1つとなっている。

以上の背景から、本研究は積層ゴムの詳細解析に用いられる有限要素法の構成則を基本式とし、免震建物の時刻歴応答解析に用いることができる復元力モデルの提案を目的とする。この復元力モデルは、有限要素法の構成則と力学的支配則が同一なため、同じ材料パラメータを用いて解析をすることが可能であり、積層ゴムの形状による復元力特性への影響を除くモデル間の差異などを考慮せずに取り扱うことが可能である。

2. 変形履歴積分型復元力モデル

2.1 変形履歴積分型の弾塑性構成則

本研究では、著者らが考案した変形履歴積分型の弾塑性構成則を基本式とした。変形履歴積分型の弾塑性構成則とは、Simo の粘弾性構成則²⁰⁾における応力の大きな変形速度依存性を取り除いた、変形速度、即ち時間に依存しない弾塑性構成則である。変形履歴積分型の弾塑性構成則を(1)式に示す。

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \bar{W}_\infty}{\partial \mathbf{C}} + 2 \sum_{n=1}^N g_n \int_0^L \frac{d}{dL'} \left(\frac{\partial \bar{W}_0}{\partial \mathbf{C}} \right) e^{-(L-L')/l_n} dL' \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{S}$ は第2Piola-Kirchhoff 応力を、 $\mathbf{C}$ は右 Cauchy-Green 変形テンソルを、 $\bar{W}_\infty$ 及び $\bar{W}_0$ は材料に固有な等容変形に関するひずみエネルギー関数を、 g_n 及び l_n は材料に固有なパラメータを示す。本研究では、 l_n を緩和相当ひずみと呼ぶ。 N は後述する非線形弾塑性ばねの数を表す。また、 g_n は各非線形弾塑性ばねの応力負担係数を表し、 $\sum g_n = 1$ となる。 L は Simo の粘弾性構成則における時間に代わって導入した状態変数であり、(2)式にて定義される。

$$L = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{D} : \mathbf{D}} dt \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{D}$ は変形速度テンソルであり、 L は変形開始時間から現時刻までの累積相当ひずみに対応する。(2)式にて用いている記号『:』はスカラー積を表し、下式にて定義される。

$$\mathbf{A} : \mathbf{B} \equiv \text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{B}^T) \quad (3)$$

本構成則の力学模型を図1に示す。(1)式の右边第1項が非線形弾性ばね部分に相当し、同じく右边第2項が非線形弾塑性ばね部分に相当する。非線形弾塑性ばね部分における摩擦要素の抵抗力が変形履歴により緩和することが本構成則の大きな特徴の1つである。例えば、時刻 $t \sim t + \Delta t$ の間において応力変化 $\Delta \mathbf{S}_{t \sim t + \Delta t}$ が生じた場合、その増分応力はその後の変形履歴と共に減少し、変形履歴が緩和相当ひずみ l_n まで達すると増分応力は $\Delta \mathbf{S}_{t \sim t + \Delta t} / e$ まで緩和する。本構成則は、このような瞬間的な応力変化の重量で現時刻における応力を表現する。

図1 力学模型

2.2 弾塑性構成則の水平2方向復元力モデルへの縮約

(1)及び(2)式に示した変形履歴積分型の弾塑性構成則は6自由度変形に対して定義されており、積層ゴムの復元力モデルとして用いるためには水平2方向せん断変形成分のみに自由度を縮約する必要がある。そこで、図2に示すように座標軸を定義し、 x_1 軸及び x_2 軸方向に単純せん断変形する条件のもと、(1)及び(2)式より積層ゴムの復元力モデルを導出する。

ある基準時間 t_0 における各物質の位置ベクトルを $\mathbf{X}$ 、現時刻 t における物質点 $\mathbf{X}$ の位置ベクトルを $\mathbf{x}$ とすると、現時刻 t における x_1 及び x_2 軸方向のせん断ひずみが γ_1 及び γ_2 の時、 $\mathbf{X}$ と $\mathbf{x}$ の間には下式が成立する。

$$\begin{cases} x_1 = X_1 + \gamma_1 X_3 \\ x_2 = X_2 + \gamma_2 X_3 \\ x_3 = X_3 \end{cases} \quad (4)$$

(4)式より、 $d\mathbf{X}$ から $d\mathbf{x}$ への線形変換を表現する変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ は下式の通りとなる。

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \gamma_1 \\ 0 & 1 & \gamma_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

よって、右 Cauchy-Green 変形テンソル $\mathbf{C}$ は下式の通り導かれる。

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \gamma_1 \\ 0 & 1 & \gamma_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

また、現時刻における速度場の勾配を示す速度勾配テンソル $\mathbf{L}$ は下式の通りとなる。

図2 座標軸の定義

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dot{\gamma}_1 \\ 0 & 1 & \dot{\gamma}_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

ここで、各変数の上の『・』は時間微分を表し、以降、同様の定義とする。変形速度テンソル $\mathbf{D}$ は式(7)より下式の通り導かれる。

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dot{\gamma}_1 \\ 0 & 0 & \dot{\gamma}_2 \\ \dot{\gamma}_1 & \dot{\gamma}_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

よって、状態変数 L は、(2)式の定義から以下の通り算出される。

$$L = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{\chi} ds \quad (9)$$

ここで、 χ は変形開始時刻 t_0 から現時刻 t までの変形軌道を示し、(9)式はその変形軌道に対する線積分を表す。状態変数 L は、変形開始時刻 t_0 から現時刻 t までにおける累積せん断ひずみの $1/\sqrt{3}$ 倍に等しく、これは累積相当せん断ひずみを意味する。

いま、非圧縮を仮定すると、1 次のひずみの不変量 I_1 及び 3 次のひずみの不変量 I_3 は下式の通りとなる。

$$I_1 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 3 \quad (10)$$

$$I_3 = 1 \quad (11)$$

真応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ は第2Piola-Kirchhoff応力 $\mathbf{S}$ と変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ を用いて(12)式から求められる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{I_3}} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T \quad (12)$$

よって、せん断ひずみ γ_1 及び γ_2 によるせん断応力 τ_1 及び τ_2 は以下のように表される。

$$\tau_1(\gamma_1, \gamma_2) = \sigma_{13} = S_{13} + \gamma_1 S_{33} \quad (13)$$

$$\tau_2(\gamma_1, \gamma_2) = \sigma_{23} = S_{23} + \gamma_2 S_{33} \quad (14)$$

(1)式におけるひずみエネルギー関数は、本研究においては、 $\bar{W}_\infty$ については(15)式にて定義される Yeoh モデル²¹⁾の第2項までを考慮したモデルを、 $\bar{W}_0$ については(16)式にて定義される Neo-Hookean モデル²²⁾を適用した。

$$\bar{W}_\infty = a(\bar{I}_1 - 3) + b(\bar{I}_1 - 3)^2 \quad (15)$$

$$\bar{W}_0 = c(\bar{I}_1 - 3) \quad (16)$$

ここで、 $\bar{I}_1$ は 1 次のひずみの低減不変量を、 a 、 b 、 c は材料に固有のパラメータを示す。(13)及び(14)式に、(1)、(15)及び(16)式を代入することによりせん断応力 τ_1 及び τ_2 が下式の通り導かれる。但し、本

研究では、(1)式における非線形弾塑性ばねの数を示す変数 N を 1 とした。

$$\tau_1(\gamma_1, \gamma_2) = \gamma_1 \{a^* + b^*(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)\} + \frac{c^*}{3} \{\zeta_1(\gamma_1, \gamma_2) - \gamma_1 \eta(\gamma_1, \gamma_2)\} \quad (17)$$

$$\tau_2(\gamma_1, \gamma_2) = \gamma_2 \{a^* + b^*(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)\} + \frac{c^*}{3} \{\zeta_2(\gamma_1, \gamma_2) - \gamma_2 \eta(\gamma_1, \gamma_2)\} \quad (18)$$

ここで、式の簡略化のために、 $2a \rightarrow a^*$ 、 $4b \rightarrow b^*$ 、 $2gc \rightarrow c^*$ 、 $\sqrt{3}L \rightarrow \Gamma$ 、 $\sqrt{3}l \rightarrow l^*$ と各変数を置き直している。また、 ζ_1 、 ζ_2 及び η は下式にて定義される軌道 χ における線積分を示している。

$$\zeta_1(\gamma_1, \gamma_2) = \int_{\chi} \frac{d}{d\Gamma'} [\gamma_1'(\gamma_1'^2 + \gamma_2'^2 + 3)] e^{\frac{\Gamma - \Gamma'}{l^*}} d\Gamma' \quad (19)$$

$$\zeta_2(\gamma_1, \gamma_2) = \int_{\chi} \frac{d}{d\Gamma'} [\gamma_2'(\gamma_1'^2 + \gamma_2'^2 + 3)] e^{\frac{\Gamma - \Gamma'}{l^*}} d\Gamma' \quad (20)$$

$$\eta(\gamma_1, \gamma_2) = \int_{\chi} \frac{d}{d\Gamma'} [(\gamma_1'^2 + \gamma_2'^2)] e^{\frac{\Gamma - \Gamma'}{l^*}} d\Gamma' \quad (21)$$

以上により、変形履歴積分型の水平 2 方向変形に対応した復元力モデルが導出される。

数値計算を行うためには、(17)~(21)式を時間的に離散化する必要がある。いま、時刻 t_n における x_1 及び x_2 軸方向のせん断ひずみを $\gamma_{1,n}$ 及び $\gamma_{2,n}$ 、時刻 t_n から微小時間 Δt 後の x_1 及び x_2 軸方向のせん断ひずみの増分を $\Delta\gamma_{1,n}$ 及び $\Delta\gamma_{2,n}$ とし、2 次の微小項を無視すると、時刻 $t_{n+1}(=t_n + \Delta t_n)$ における x_1 及び x_2 軸方向のせん断応力 $\tau_{1,n+1}$ 及び $\tau_{2,n+1}$ は下式の通り導かれる。

$$\begin{aligned} \tau_{1,n+1} = & \tau_{1,n} + \{a^* + b^*(3\gamma_{1,n}^2 + \gamma_{2,n}^2)\} \Delta\gamma_{1,n} + 2b^* \gamma_{1,n} \gamma_{2,n} \Delta\gamma_{2,n} \\ & + \frac{c^*}{3} \left\{ \frac{\Delta\Gamma_n}{l^*} (-\zeta_{1,n} + \gamma_{1,n} \eta_n) - \eta_n \Delta\gamma_{1,n} + (\gamma_{1,n}^2 + \gamma_{2,n}^2 + 3) \Delta\gamma_{1,n} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \tau_{2,n+1} = & \tau_{2,n} + \{a^* + b^*(\gamma_{1,n}^2 + 3\gamma_{2,n}^2)\} \Delta\gamma_{2,n} + 2b^* \gamma_{1,n} \gamma_{2,n} \Delta\gamma_{1,n} \\ & + \frac{c^*}{3} \left\{ \frac{\Delta\Gamma_n}{l^*} (-\zeta_{2,n} + \gamma_{2,n} \eta_n) - \eta_n \Delta\gamma_{2,n} + (\gamma_{1,n}^2 + \gamma_{2,n}^2 + 3) \Delta\gamma_{2,n} \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\zeta_{1,n+1} = \left(1 - \frac{\Delta\Gamma_n}{l^*}\right) \zeta_{1,n} + (3\gamma_{1,n}^2 + \gamma_{2,n}^2 + 3) \Delta\gamma_{1,n} + 2\gamma_{1,n} \gamma_{2,n} \Delta\gamma_{2,n} \quad (24)$$

$$\zeta_{2,n+1} = \left(1 - \frac{\Delta\Gamma_n}{l^*}\right) \zeta_{2,n} + 2\gamma_{1,n} \gamma_{2,n} \Delta\gamma_{1,n} + (\gamma_{1,n}^2 + 3\gamma_{2,n}^2 + 3) \Delta\gamma_{2,n} \quad (25)$$

$$\eta_{n+1} = \left(1 - \frac{\Delta\Gamma_n}{l^*}\right) \eta_n + 2\gamma_{1,n} \Delta\gamma_{1,n} + 2\gamma_{2,n} \Delta\gamma_{2,n} \quad (26)$$

ここで、 $\zeta_{1,n}$ 、 $\zeta_{2,n}$ 及び η_n は、変形開始時刻から時刻 t_n までにおける変形軌跡 χ に沿った(19)~(21)式の線積分の結果を示す。ある初期条件を与え、(22)~(26)式を逐次計算することで、水平 2 方向の強制せん断ひずみ増分に対するせん断応力増分を求めることができる。当然ながら、図 2 の X_2 方向のせん断ひずみをゼロ、即ち $\gamma_2=0$ とすれば、(22)~(26)式は水平 1 方向復元力モデルとなる。上式からも明らかのように、本提案モデルは、弾塑性モデルでありながら降伏判定

などの条件分岐を必要とせず、逐次計算のみで解析計算ができることが特徴の1つである。

3. 水平2方向変形実験

本章では、2章にて提案した復元力モデルの妥当性を確認するために実施した高減衰積層ゴムの水平2方向変形実験²³⁾について述べる。

3.1 実験概要

試験体形状とその諸元を図3及び表1に示す。積層ゴムの有効径は158mm、ゴム一層厚さは1.26mm、内部鋼板厚さは0.8mmであり、1次形状係数 S_1 は31.3、2次形状係数 S_2 は5.02と4.05の2種類とした。高減衰ゴムは荷重履歴依存性の小さい種類のものを用いた²⁴⁾。使用した高減衰ゴムの $\gamma=1.0$ 時のせん断弾性係数 G_{eq} は0.620MPa、等価減衰定数 H_{eq} は0.240である。

試験条件を表2に示す。試験ひずみは、1方向変形試験1パターンと2方向変形試験2パターンの計3パターンとした。2方向変形試験は、長軸(X)：短軸(Y)=2：1とする楕円変形試験と、同じく長軸(X)：短軸(Y)=2：1とする8の字変形試験の2パターンである。2方向変形試験における試験ひずみの変形オービットを図4に示す。図中の○囲み数字は変形順序を示す。1方向変形試験、2方向変形試験共に各試験ひずみは連続的に加力した。各試験ひずみにおける加力サイクル数は長軸方向の変形に対して3サイクルとした。楕円変形試験の加力振動数は長軸方向において0.1Hz、8の字変形試験の加力振動数は長軸方向において0.01Hzとした。この時、短軸方向における加力振動数は、それぞれ、0.1Hzと0.02Hzとなる。試験体Aの試験面圧は13MPa、試験体Bの試験面圧は10.7MPaとし、水平加力中は一定とした。

図3 試験体

試験時の様子を図5に示す。試験体は、長軸及び短軸方向に配置されたリニアガイドが取り付けられた試験台上に設置され、水平変形はロードセルを介して取り付けられた2本のアクチュエータにて与えられる。積層ゴムの水平変形量は、試験台の変位量をレーザー変位計で測定することで求めた。また、試験体の変形状態を確認するために、長軸方向にビデオカメラを設置した。

3.2 実験結果

実験により得られた荷重変形関係を図6に示す。楕円変形試験の長軸方向の結果について、1方向変形試験の結果と比較してせん断ひずみがゼロ付近においてせん断応力の増加が見られる。楕円変形試験においては、長軸方向のせん断ひずみがゼロの時に短軸方向のせん断ひずみが最大となるため、このせん断応力の増加は短軸方向の変形による影響であると推測される。長軸方向のせん断ひずみが

表1 試験体諸元

試験体	S_1	S_2	ゴム部外径	ゴム部構成
A	31.3	5.02	ϕ 158	1.26mm×25層=31.5mm
B	31.3	4.05	ϕ 158	1.26mm×31層=39.1mm

図4 変形オービット

注) 図中の○囲み数字は変形順序を示す。

図5 試験時の様子

表2 試験条件

試験体		試験ひずみ (γ_x, γ_y)	面圧 σ (MPa)	周波数 (f_x, f_y) (Hz)
1 方向	A	$(\pm 0.5, 0) \rightarrow (\pm 1.0, 0) \rightarrow (\pm 1.5, 0) \rightarrow (\pm 2.0, 0) \rightarrow (\pm 2.5, 0)$	13.0	(0.1, -)
2 方向(楕円)	A	$(\pm 0.5, \pm 0.25) \rightarrow (\pm 1.0, \pm 0.5) \rightarrow (\pm 1.5, \pm 0.75) \rightarrow (\pm 2.0, \pm 1.0) \rightarrow (\pm 2.5, \pm 1.25)$	13.0	(0.1, 0.1)
2 方向(8 の字)	B	$(\pm 1.0, \pm 0.5) \rightarrow (\pm 2.0, \pm 1.0)$	10.7	(0.01, 0.02)

ゼロの時に短軸方向のせん断ひずみもゼロとなる 8 の字変形試験においては、長軸方向の荷重変形関係において、楕円変形試験に見られたせん断ひずみがゼロ付近におけるせん断応力の増加は見られない。8 の字変形試験において、短軸方向のせん断ひずみが最大となるのは、例えば長軸方向の最大せん断ひずみが ± 2.0 の実験の場合は、最大せん断ひずみ経験後の除荷過程でせん断ひずみが ± 1.4 程度となる時であり、その付近では、長軸方向の荷重変形関係において、楕円変形試験と同様に荷重履歴曲線に膨らみが見られる。

短軸方向の荷重変形関係については、楕円変形試験も 8 の字変形試験も長軸方向の変形の影響を受けて特異な振る舞いを示す。楕円変形試験においては、せん断ひずみがゼロ付近で最大応力を示し、8 の字変形試験においては、荷重履歴曲線の下半分が大きく膨らむ結果となっている。これらの荷重変位関係が特異となる箇所は、どちらも長軸方向のせん断ひずみが大きな箇所であり、主軸である長軸方向の変形による影響を短軸方向の荷重変形関係は大きく受けていると考えられる。このことは、水平 2 方向変形における荷重変位関係を復元力モデルで精度よく再現するためには、求めるせん断応力と同じ方向のせん断ひずみのみならず、その直交方向のせん断ひずみによる影響を考慮する必要があることを示している。

4. 提案モデルによる実験結果の再現と既往のモデルとの比較

本章では、提案モデルを用いた解析を実施し、3 章にて示した実

験結果の再現性について検討する。本研究における提案モデルは、有限要素法に用いられる変形履歴積分型の弾塑性構成則を水平 2 方向せん断変形成分に自由度を縮約することで積層ゴムの水平方向の復元力特性のみを表現することとした復元力モデルである。従って、積層ゴムの上下フランジ間の相対変位を提案モデルに入力することで、その水平復元力特性を算出できる。また、提案モデルは有限要素法の構成則と基本式が同一なため、同じ材料パラメータを用いて有限要素解析を実施し、積層ゴムの力学的挙動を詳細に検討することが可能である。そこで、提案モデルと同じ材料パラメータを用いた有限要素解析を実施し、その結果について、提案モデルの解析結果との比較検討を行う。また、既往の復元力モデルとの比較として、現在広く利用されている MSS モデルを用いた解析を実施し、その結果についても比較検討を行う。

4.1 提案モデルによる解析概要

提案モデルによる解析は、(22)~(26)式に表 2 に示した試験ひずみを入力することで実施した。初期条件は、ひずみ、応力ともにゼロである。事前検討により決定した提案モデルに用いた材料パラメータを表 3 に示す。

表 3 材料パラメータ

a^* (MPa)	b^* (MPa)	c^* (MPa)	l^*
0.3203	0.01533	0.8237	0.3295

図 6 荷重変形関係

注) 左列図:長軸方向、右列図:短軸方向の実験結果を示す。

4.2 有限要素解析概要

本研究に用いた有限要素モデルの一例として、試験体 A の有限要素モデルを図 7 に示す。有限要素モデルの形状は、図 3 に示した実験評価に用いた試験体と同じである。但し、被覆ゴム及び取付フランジ部分については、解析結果に大きく影響しないためモデル化を省略している。また、前章にて示した実験評価における試験条件の範囲においては、積層ゴムの鉛直方向の要素分割数が解析結果に及ぼす影響は小さいため、内部ゴム及び内部鋼板について鉛直方向への要素分割は行っていない。内部ゴムには 3 次元アイソパラメトリック要素に圧力変数を自由度とする節点を 1 つ追加した 6 面体 9 節点要素を、内部鋼板には 6 面体 8 節点の 1 様次数低減積分要素を用いた。

内部ゴムの等容変形に対する構成則は、(1)及び(2)式にて示した変形履歴積分型の弾塑性構成則を用いた。材料パラメータは提案モデルの材料パラメータと同じ表 3 の通りとした。体積変形に対する構成側は、以下のひずみエネルギー関数 W_{vol} を用いた²⁵⁾。

$$W_{vol} = \frac{9}{2} \kappa (J^{\frac{1}{3}} - 1)^2 \quad (27)$$

ここで、 J は変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ の Jacobian であり、体積変化率を示す。 κ は体積弾性率を表すパラメータであり、本研究では 1500MPa とした。内部鋼板については完全弾性体を仮定し、ヤング率を 205GPa、ポワソン比を 0.3 とした。

解析条件は、表 2 に示した実験評価における試験条件と同様とした。有限要素解析には MSC.Marc を用いた。内部ゴムの等容変形に対する構成則については、MSC.Marc に実装されているユーザーサブルーチン機能を利用した。

図 7 有限要素モデル(試験体 A)

4.3 MSS モデル概要

MSS モデルの力学模型を図 8 に示す。MSS モデルは、同じ復元力特性を持ったせん断ばねを等角度に配置することで、水平 2 方向の復元力特性を表現するモデルである。本検討では、せん断ばねの数は 8 とした。また、せん断ばねに与える復元力特性として、修正バイリニアモデルを用いた。修正バイリニアモデルにおける 3 つのパラメータ(1 次剛性 K_1 、2 次剛性 K_2 、切片荷重 Q_d)は、実験から得られた復元力特性における吸収エネルギーと復元力モデルによる吸収エネルギーが等価となる条件下のもと、下式にて決定した

$$K_1 = \frac{2u - \pi H_{eq} + u\pi H_{eq}}{2u - \pi H_{eq}} K_{eq} \quad (28)$$

$$K_2 = (1 - u) K_{eq} \quad (29)$$

$$Q_d = u \cdot K_{eq} \cdot \delta_{cx} \quad (30)$$

ここで、 u は最大経験変位における荷重と切片荷重の比を示す降伏荷重特性係数を、 K_{eq} は等価剛性を、 H_{eq} は等価減衰定数を示す。等価剛性 K_{eq} 、等価減衰定数 H_{eq} 、降伏荷重特性係数 u は、図 6 (a) に示した 1 方向変形試験の結果からせん断ひずみ γ の関数として定義した。定義した各水平復元力特性のひずみ依存式を表 4 に示す。 K_{eq} は K_{eq} に積層ゴムのゴム総厚さを乗じ、有効面積で除したせん断弾性係数 G_{eq} で示している。

図 8 MSS モデルの力学模型

表 4 水平復元力特性のひずみ依存性

$G_{eq}(\gamma) = \begin{cases} 0.8801 & (\gamma < 0.5) \\ 5.083 \times 10^{-1} \gamma^2 - 1.254 \gamma + 1.380 & (0.5 \leq \gamma \leq 1.0) \\ -2.488 \times 10^{-2} \gamma^3 + 2.287 \times 10^{-1} \gamma^2 - 6.181 \times 10^{-1} \gamma + 1.049 & (1.0 < \gamma) \end{cases}$
$H_{eq}(\gamma) = \begin{cases} 0.1887 & (\gamma < 0.5) \\ -1.098 \times 10^{-2} \gamma^2 + 1.177 \times 10^{-2} \gamma + 1.856 \times 10^{-1} & (0.5 \leq \gamma) \end{cases}$
$u(\gamma) = \begin{cases} 0.3739 & (\gamma < 0.5) \\ -1.537 \times 10^{-2} \gamma^2 - 1.537 \times 10^{-2} \gamma + 3.854 \times 10^{-1} & (0.5 \leq \gamma) \end{cases}$

4.4 解析結果の比較

提案モデル、有限要素モデル、MSS モデルによる解析結果の比較を図 9~図 11 に示す。提案モデルによる解析結果は、全ての試験結果において、実験結果と高い精度で一致していることが確認できる。これらの比較により、本提案モデルは妥当であると判断できる。

有限要素モデルによる解析結果と提案モデルによる解析結果は、ほぼ完全に一致している。このことは、積層ゴムの復元力特性は水平せん断変形に対する応答が支配的であり、水平せん断変形のみに自由度を縮約した提案モデルでも十分に高い精度が確保できていることを示している。

MSS モデルの水平 1 方向変形解析結果については、せん断ひずみが ± 2.0 までの範囲においては、ある程度実験結果を再現しているが、せん断ひずみが ± 2.5 の解析結果については、除荷過程における荷重履歴曲線が実験結果と乖離するなど再現性の低下がやや目立つ。水平 2 方向変形解析結果については、長軸方向のせん断ひずみが ± 1.0 までの範囲においては実験結果をある程度再現しているが、せん断ひずみが大きくなるとともに水平 1 方向変形で実験結果をある程度再現できていたせん断ひずみの範囲($\sim \pm 2.0$)においても実験結果と

図 9 1 方向変形試験における各モデルの解析結果の比較

図 10 楕円変形試験における各モデルの解析結果の比較

図 11 8 の字変形試験における各モデルの解析結果の比較

の乖離が大きくなる。長軸方向の復元力特性については、楕円変形試験でも 8 の字変形試験でも、最大応力についてはよく再現しているが、3 章にて示した荷重履歴曲線の膨らみについては再現性が低い。また、短軸方向の復元力特性についても、3 章にて示した荷重変形関係の特異な振る舞いを再現できていない。これらの再現性の低下は、MSS モデルが水平 2 方向変形によるせん断応力への影響を十分に表現できず、せん断ひずみの増加と共にその影響が大きくなることに起因すると推測される。このことは、積層ゴムのせん断ひずみが 1.0 を大きく超えるようなひずみ領域で地震時における免震建物の応答性状を精緻に予測するためには、本提案モデルのような水平 2 方向変形によるせん断応力への影響を考慮した復元力モデルを積層ゴムに適用する必要があることを示唆している。

5. まとめ

本研究では、著者らが提案している変形履歴積分型の弾塑性構成則を基本式とした高減衰積層ゴムの復元力モデルの提案を行った。提案した復元力モデルについて、高減衰積層ゴムの水平 2 方向変形実験の結果と比較し、その妥当性について検討した。その結果、提案モデルは、高減衰積層ゴムの復元力特性を高い精度で再現できることを確認した。また、本研究にて提案した復元力モデルを用いた解析結果と、提案モデルと同じ材料パラメータを用いた有限要素モデルによる解析結果を比較し、高い精度で一致することを確認した。このことは、積層ゴムの復元力特性は水平せん断変形による応答が支配的であり、水平せん断変形のみに自由度を縮約した提案モデルでも、十分に精度が確保できることを示している。また、提案モデルと MSS モデルの解析結果を比較し、MSS モデルの解析結果は提案モデルの解析結果と比較して実験結果の再現性が低いことを確認した。これは、MSS モデルが水平 2 方向変形によるせん断応力への影響を十分に表現できないためであると考えられる。但し、本研究におけるこれらの検討は、実験の制約により、せん断ひずみ γ が 2.5 以下の範囲におけるものである。高減衰積層ゴムの材料非線形性は、せん断ひずみが大きくなると共に大きくなることが知られており、より広いひずみ領域における妥当性の確認が今後の課題である。

謝辞

本研究における実験評価は社団法人日本免震構造協会の『水平 2 方向加力時の免震部材の特性と検証方法』WG(主査:高山峯夫氏)の下に設置された『高減衰ゴム系積層ゴム支承』SWG(主査:北村春幸氏)の成果の一部です。実験評価を進めるにあたり多くのご指導を頂きました。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 深堀美英, 関互, 佐藤玲司, 笠原泰宏, 芳沢利和: 免震用積層ゴムの大变形 FEM 解析(その 1~4), 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, pp.581-590, 1991.9
- 2) 高山峯夫, 多田英之, 百田龍児, 西村保: Isolator の有限要素解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, pp.373-374, 1988.10
- 3) 高山峯夫, 多田英之, 西村保: Isolator の有限要素解析(その 2~4), 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, pp.663-668, 1990.10
- 4) 高山峯夫, 多田英之, 吉田献一, 和田章: Isolator の有限要素解析(その 5), 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, pp.589-590, 1991.9
- 5) 松田泰治, 矢花修一, 塩尻弘雄: 有限要素法による免震用積層ゴムの大

- ひずみ解析法の開発, 電力中央研究所報告, No.U92061, 1993.3
- 6) 高山峯夫, 森田慶子: 免震構造用積層ゴムの座屈性能に関する有限要素解析 — ゴム材料の応力-ひずみ関係と中間鋼板厚が与える影響 —, 日本建築学会九州支部研究報告, 第 44 号, pp.553-556, 2005.3
- 7) 松田昭博: 超弾性体の大変形有限要素解析による積層ゴム免震要素の力学特性評価に関する研究, 博士論文, 筑波大学システム情報工学研究科, 2002
- 8) 松田昭博: 非線形粘弾性モデルを用いた高減衰積層ゴムの有限要素解析, 日本機械学会論文集(A 編), 68 巻, 669 号, pp.709-716, 2002.5
- 9) 加藤秀章, 森隆浩, 室田伸夫, 鈴木重信, 嶺脇重雄, 山本雅史, 米田春美, 東野雅彦: 免震用積層ゴムの水平 2 方向加力時の限界特性に関する研究, 日本建築学会技術報告集, 第 16 巻, 第 32 号, pp.167-172, 2010.2
- 10) 吉田純司, 阿部雅人, 藤野陽三: 高減衰ゴム材料の構成則, 土木学会論文集, No.710/I-60, pp.209-224, 2002.7
- 11) 森隆浩, 加藤秀章, 室田伸夫: 変形履歴積分型の弾塑性構成則を用いた高減衰積層ゴムの FEM 解析, 日本建築学会構造系論文集, 第 75 巻, 第 658 号, pp.2171-2178, 2010.12
- 12) 藤田隆史, 鈴木重信, 藤田聡: 建物免震用の高減衰積層ゴムに関する研究, 日本機械学会論文集(C 編), 56 巻, 523 号, 1990.3
- 13) M. Kikuchi, I. D. Aiken: An analytical hysteresis model for elastomeric seismic isolation bearings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol.26, pp.215-231, 1997
- 14) 山本雅史, 嶺脇重雄, 米田春美, 東野雅彦, 和田章: 高減衰積層ゴム支承の水平 2 方向変形時の力学特性に関する実大実験およびモデル化, 日本建築学会構造系論文集, 第 74 巻, 第 638 号, pp.639-645, 2009.4
- 15) 和田章, 木下雅彦: MSS モデルを用いた柱降伏型の建物の立体振動解析(その 1~2), 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, pp.313-316, 1985.10
- 16) 嶺脇重雄, 山本雅史, 東野雅彦, 和田章: 実大性能試験結果の回帰による免震用高減衰積層ゴムの特性表現式, 日本建築学会構造系論文集, 第 75 巻, 第 652 号, pp.1099-1104, 2010.6
- 17) M. Abe, J. Yoshida, Y. Fujino: Multiaxial behaviors of laminated rubber bearings and their modeling. I: Experimental study, *Journal of Structural Engineering*, Vol.130, No.8, pp.1119-1132. 2004.8
- 18) M. Abe, J. Yoshida, Y. Fujino: Multiaxial behaviors of laminated rubber bearings and their modeling. II: Modeling, *Journal of Structural Engineering*, Vol.130, No.8, pp.1133-1144. 2004.8
- 19) 菊地優, 石井建, 山本雅史, 米田春美, 嶺脇重雄, 加藤秀章: 高減衰積層ゴムを用いた免震建物の水平 2 方向応答特性に関する検討(その 1~3), 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, pp.249-254, 2010.9
- 20) J. C. Simo and T. J. R. Hughes: Computational inelasticity, Springer, 1997
- 21) O. H. Yeoh: Some forms of the strain energy function for rubber, *Rubber Chemistry and technology*, Volume 66, Issue 5, 754-771, 1993.11
- 22) R. W. Ogden: Nonlinear Elastic Deformations, Dover, 1998
- 23) 加藤秀章, 室田伸夫, 山本雅史, 下沖航, 北村春幸: 水平 2 方向加力実験における高減衰積層ゴムの力学特性に関する研究(その 1~2), 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, pp.261-264, 2010.9
- 24) 室田伸夫, 西村圭司, 菊地隆志, 奥津宣幸, 鍛本賢二, 鈴木重信: 荷重履歴依存性を改良した新高減衰積層ゴムの開発(その 1~2), 日本建築学会大会学術講演梗概集 B, pp.879-882, 2007.8
- 25) MSC SOFTWARE: MSC.MARC ユーザーズマニュアル A 編, 2003.

(2010年12月1日原稿受理, 2011年6月3日採用決定)