4 点支持鉄筋コンクリートドーム屋根の耐力に関する解析的分析

ANALYSIS OF ULTIMATE STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE DOMES SUPPORTED AT FOUR CORNERS

加藤 史郎*, 原 亮**, 中澤 祥二***
Shiro KATO, Ryo HARA and Shoji NAKAZAWA

The present paper discusses on ultimate strength of a shallow reinforced concrete domes supported at four corners. The loads for investigation are not only dead load but also approximate earthquake loads considering anti-symmetrical vertical loads caused by horizontal earthquake motions. The method is based on an elastic-plastic geometrically nonlinear analysis considering both effects of initial geometric imperfections and tensile strength of concrete. Based on the results, several important structural features are revealed. The geometric imperfection distribution similar to those caused by dead load reduces the ultimate strength, and the strength is much reduced if no tensile strength is assumed for concrete. If 40% of the shell thickness and no tensile strength are assumed respectively for the imperfections and for concrete, the ultimate strength is reduced by almost half from the perfect case. The ultimate strength interaction between dead load and earthquake loads shows the importance in design to include the anti-symmetrical load components of earthquake loads. The importance of not only stiffeners at free edges but also shell geometries of bending moment free are suggested.

Keywords : Reinforced concrete dome, Ring-type lattice model, Bearing capacity, Geometric imperfections, Earthquake loads

RC ドーム, 環状格子モデル, 耐力, 形状初期不整, 地震荷重

1. はじめに

鉄筋コンクリートシェル（以下 RC シェルと省略）は、先駆的技術者・研究者¹⁻⁶⁾により屋根として実現されてきた。このような状況を反映し、IASS（国際シェル空間構造学会）では設計指針⁷⁾が作成され、長く使用されてきた。これらの RC シェルは、時代的には 1970 年以前のものが多く、鉄骨シェル^{8,9)}の実現とともに建築での実績は少なくなり、むしろ、RC シェルは産業用の構造¹⁰⁻¹²⁾として継続的に建設されてきた経緯がある。

国内の RC シェル屋根の研究に関しては、多くの研究者¹³⁻¹⁸⁾により解析的あるいは実験的研究が継続されている。また、初期の実験的研究成果の一部として 1993 年に資料集¹⁹⁾が発刊された。特に、近年の RC シェル屋根の国内の研究の多くは、実験あるいは FEM による耐力評価に関するものが多く、武藤ほか²⁰⁾は耐震性、中川ほか²¹⁾は自由曲面 RC シェルの耐力評価の研究を進めている。一方、国外では、Andres ほか²²⁾は円筒 RC シェルの近似的な終局強度評価法を提案している。

現在、IASS では、Medwadowski ほか²⁶⁾により RC シェル屋根の設計指針の見直しが進みつつあり、また、日本建築学会連続体構造小委員会においても RC シェルの耐力に関する分析が継続的²⁷⁾に進められている。このような研究活動の状況を勘案し、先のアーチに関する論文²⁸⁾に続き、同程度のスパン、シェル厚を想定し、4 点支持される球状の RC シェルを基本形状のひとつ^{註1)}として取り上げ、耐力特性を分析する。固定荷重に対する耐力だけでなく、国内の建設も勘案し、地震荷重に対する耐力も対象とし、近似的に仮

定した地震荷重を用いて、形状初期不整(以下、初期不整)、コンクリートの引張強度が耐力に与える影響を分析する。

2. 解析対象

2.1 形状、境界条件

対象形状を図 1 に示す。X, Y, Z を全体座標とし、x, y はそれぞれシェルの端部 E から F, G から H へ軸線に沿う長さとする。偏平な球であり、スパン $L=L_x=L_y=35.5\text{m}$, ライズ $H=3.94\text{m}$, 半開角 $\phi=\phi_{OX}=\phi_{OY}=25.0^\circ$, 曲率半径 $R=R_x=R_y=42.0\text{m}$, シェル厚 $t=25\text{cm}$ である。RC シェルの規模として中規模のものを設定^{註1)}した。境界条件はシェルの 4 隅の各要素の外周支持部(図 1 の ○)がピン支持されるものを想定する。したがって、4 要素合計で 20 節点がピン支持されている。なお、後述するように 4 辺の外周部が補剛された場合は今後の課題としたい。

2.2 解析方法と要素分割

解析方法は、既往の研究²³⁾で用いた有限要素解析法であり、9 節点 Heterosis 曲面要素²³⁻²⁵⁾註2)を用いる。図 1 のように、全体を X 方向、Y 方向にそれぞれ 20 分割する。厚さ方向は、コンクリートを 8 層に均等分割し、鉄筋は等価な厚さの層として扱い、上下面に x 方向、y 方向に 2 層ずつ配置する。全体で 12 層となる。なお、等分布固定荷重では点 I の Z 軸下向き方向、矩形状の逆対称荷重を含む場合は点 J の Z 軸下向き方向を変位増分点とした。

2.3 荷重条件

基本荷重として等分布状の固定荷重を想定する。また、地震荷重

* 豊橋技術科学大学建築・都市システム学系
客員教授・工博

** 豊橋技術科学大学建築・都市システム学系
博士前期課程・学生

*** 豊橋技術科学大学建築・都市システム学系
准教授・博士(工学)

Prof., Dept. of Architecture and Civil Eng., Toyohashi Univ. of Tech., Dr. Eng.

Graduate Student, Dept. of Architecture and Civil Eng., Toyohashi Univ. of Tech.

Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Civil Eng., Toyohashi Univ. of Tech., Ph. D.

図1 シェルの形状および要素分割

を想定し、矩形状で逆対称の鉛直荷重と一様な水平荷重を仮定する。

本来、地震荷重は地震応答解析から設定すべきものであるが、ここでは、地震動がX方向に作用すると想定し、近似的に図2の分布を設定する。等分布固定荷重を荷重I、鉛直震度1.0の矩形逆対称の鉛直地震荷重を荷重II、水平震度+1.0あるいは-1.0の水平地震荷重を荷重IIIとし、それぞれ、荷重ベクトル $\{P_I\}$ 、 $\{P_{II}\}$ 、 $\{P_{III}\}$ で表す。これらの荷重は、4.2節の場合を除いて、式(1)の係数a, b, cの比を変化させ、荷重係数 λ を介して同時に載荷する。

$$\{P\}=\lambda[a\{P_I\}+b\{P_{II}\}+c\{P_{III}\}] \quad (1)$$

なお荷重は節点荷重として各要素の4隅に作用させる（要素の辺の中間節点には作用させない^{注3)}）。RCの密度 $\gamma=23.0\text{kN/m}^3$ 、要素支配面積 $S=3.36\text{m}^2$ 、厚さ $t=25\text{cm}$ を考慮して一般の内部の節点では $P_{I0}=19.32\text{kN}$ とする。外周は、その2分の1、支持点はゼロとする。

2.4 初期不整

一般に弾性薄肉シェルは初期不整の分布が座屈モードに類似すると耐力は初期不整に敏感⁷⁾である。ここでは、敏感性の検討のため、式(2)、式(3)、図3に示す初期不整分布を仮定する。

$$w_i = w_{i0} \sin\left(\frac{\pi x}{L_{x0}}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{L_{y0}}\right) \quad (2)$$

$$w_i = \pm w_{i0} \sin\left(\frac{3\pi x}{2L_{x0}}\right) \sin\left(\frac{3\pi y}{2L_{y0}}\right) \quad (3)$$

ただし、本研究時点では座屈モードは不明であるので、1波および1.5波の分布を先験的に設定し、また、IASS指針⁷⁾で定める固定荷重変位分布比例（以下、固定荷重比例型）も考慮し、初期不整の耐力に対する影響を分析する。ここで、 L_{x0} 、 L_{y0} はRCシェルの中央面のX、Y方向の弧の長さの半分とする。なお、初期不整は曲面の鉛直下向き方向を正と設定し、最大振幅 w_{i0} は、表1に示すようにシェル厚の40%までの値を想定する。

2.5 配筋と材料特性

鉄筋は、バイリニアの履歴特性を仮定する。ヤング率 $E_s=205,000\text{N/mm}^2$ 、降伏応力度 $\sigma_y=235\text{N/mm}^2$ 、ひずみ硬化係数 $E_r=2,050\text{N/mm}^2$ とする。配筋は、図4(b)に示すように、x方向、y方

図2 作用荷重

図3 初期不整

表1 初期不整の大きさ

イ記号	g_0	g_{II}	g_{III}	g_{IV}
w_{i0}/t	0.00	0.10	0.20	0.40
w_{i0} (cm)	0.00	2.50	5.00	10.0

向ともに、上面、下面の鉄筋比は同じで0.2%または0.5%とする。鉄筋中心位置は、上端・下端、主筋・配力筋ともコンクリート外面から5cmとする。

2.6 コンクリートの材料特性

コンクリートの構成則は、環状格子モデル^{23,24)}を用いる。図5にKupfer²⁹⁾ほかによる降伏曲面^{注4)}を示す。本研究では、前述のように、コンクリートの引張強度がシェルの耐力等に与える影響の検討も目的としているため、図5に示すように引張強度の異なる2種類の構成則を用いる。なお、本研究では、ヤング率($F_c/3$ 割線剛性)として $E_c=27,780\text{N/mm}^2$ を設定し、環状格子モデルの部材特性を定めた。なお、環状格子モデルの部材特性を用いた1軸引張強度は、

図4 鉄筋の定義

図5 解析に用いたコンクリートの降伏曲面

構成則 C0, C3^{注5)} でそれぞれ $f_t=3.29\text{N/mm}^2$, $f_t=0.23\text{N/mm}^2$ であり, $f_t=3.29\text{N/mm}^2$ は $F_c/10$ にほぼ対応し, $f_t=0.23\text{N/mm}^2$ はコンクリートの引張強度がゼロの場合に相当する。また, 設定した環状格子モデルの 1 軸圧縮強度は構成則 C0, C3 でそれぞれ $f_c=35.1\text{N/mm}^2$, $f_c=30.2\text{N/mm}^2$ である。

3. 等分布荷重時の耐力の分析

固定荷重の場合, 式(1)で $a=1.0$, $b=0.0$, $c=0.0$ と置き, 耐力の初期不整敏感性を検討する。

3.1 初期不整とコンクリート引張強度の耐力への影響

最大荷重時の荷重係数 (以下, 耐力係数 λ_{cr}) を図 6(a),(b) と図 7(a),(b) に示す。縦軸が耐力係数, 横軸が初期不整である。

(1) 鉄筋比 0.2% と 0.5% に共通して固定荷重比例型の初期不整の場合, 耐力の低下が大きい。続いて, 逆正弦波 1.5 波長の初期不整がやや大きい。(2) 一方, 正弦波 1.5 波長, 固定荷重逆比例型では, 初期不整が増すにつれて耐力が上昇する。(3) 耐力の低下が最も大きい固定荷重比例型に関しては, シェル厚の 40% の初期不整(10cm)があると, (3.1) 鉄筋比が 0.2% で構成則 C0 では, 初期不整が無い場合に比べ, $\lambda_{cr}=2.55$ から $\lambda_{cr}=1.60$ へと 63% まで低下し, 一方, 構成則 C3 では, $\lambda_{cr}=1.85$ から $\lambda_{cr}=1.22$ へと 66% まで低下することが確認できる。また, (3.2) 鉄筋比が 0.5% の場合, 構成則 C0 と C3 ではそれぞれ, $\lambda_{cr}=2.82$ から $\lambda_{cr}=2.03$ へと 72% まで, $\lambda_{cr}=2.52$ から $\lambda_{cr}=1.90$ へと 75% まで耐力が低下する。(4) これらの結果から判断すると, 仮定した 5 つの初期不整の分布では, 耐力の初期不整敏感性は, 弾性薄肉シェルほどは大きくないが, (5) シェル厚の 40% の初期不整(10cm)程度の初期不整があると耐力低下は無視できない。

図6 初期不整敏感性 (固定荷重), 鉄筋比 0.2%

凡例 図 6(a),(b), 図 7(a),(b) 共通
 —□— 正弦波 1.0 波長
 —◇— 正弦波 1.5 波長
 —×— 逆正弦波 1.5 波長
 —△— 固定荷重比例型
 —○— 固定荷重逆比例型

図7 初期不整敏感性 (固定荷重), 鉄筋比 0.5%

(6) 初期不整が無く構成則 C0 の場合の耐力を基準とすると, コンクリートの引張強度の影響に関しては, (6.1) 鉄筋比 0.2%, 構成則 C3 では, 固定荷重比例型のシェル厚 40% の初期不整(10cm)があると, 耐力は $\lambda_{cr}=2.55$ から $\lambda_{cr}=1.22$ へと 48% まで低下する。(6.2) 鉄筋比 0.5%, 構成則 C3 でシェル厚 40% の初期不整(10cm)がある場合, 耐力は $\lambda_{cr}=2.82$ から $\lambda_{cr}=1.90$ へと 67% まで低下する。換言すれば, 構成則 C0 で初期不整が無い場合の耐力を基準にすると, 構成則 C3, 固定荷重比例型でシェル厚 40% の初期不整(10cm)があると, 耐力は約半分まで低下し, 引張強度が低く, 鉄筋比が小さいほど, 耐力の低下は大きくなる。

3.2 荷重・変位関係

構成則 C0, 鉄筋比 0.2%で初期不整が無い場合について、点 E, F, I, J, K の荷重と変位の関係を図 8, また、荷重係数 $\lambda=1/3\lambda_{cr}$, 耐力係数 λ_{cr} , および終局時の係数 λ_{end} に対応する鉛直変位 w を図 9 と図 10 に示す。なお、ここでは、便宜上、点 E, F が 19cm に至る分岐変形直前を終局時とした。また、初期不整のある場合、あるいは、構成則 C3 の場合の変形性状は、やや値が大きいが、構成則 C0 で初期不整の無い場合と性状は類似となるので、特に説明しない。

(1) 図 9, 図 10 から理解できるように、鉛直変位の最大は外周の辺のアーチの中央に生じ、耐力時までほぼ対称的な変形である。(2) また、図 9 に示すように、対角線 AIC と辺 AGB 等の外周のアーチでは、支持点の効果によりアーチ的な耐力機構となり、支持点からやや離れた近傍(図の記号▽)で鉛直上向きの変位が生ずる。(3) 図 8 に示すように、耐力に至るまでは点 E と点 F の鉛直変位は対称変形となっており、耐力以前には分岐型の変形は生じないが、(4) 耐力後に点 E と F の鉛直変位がほぼ 19cm で分岐型の変形が発生している。分岐後は点 F で鉛直下向きの変位が著しく増加し、荷重が低下する。(5) したがって、文献(28)で述べたアーチでは、図 3(b)のような正弦波 1 波長の初期不整に敏感であったが、ここで対象とする 4 点支持形式では、これとは異なり、耐力が対称変形の下で生じたので、耐力の初期不整敏感性は固定荷重比例型に関して大きい。(6) 固定荷重比例型の初期不整では、曲げモーメントの発生が顕著に現われ剛性低下により大変形が生じたと考えられる。

3.3 断面力の性状

構成則 C0, 鉄筋比 0.2%で初期不整の無い場合について分析する。なお、他の場合も、数値を除けば、ほぼ同様な傾向を示す。断面力 N_x 等(図上では圧縮を負とする)を図 11 に示す。ただし、要素内の 9 個の積分点の平均を示す。(1) 4 点支持の特徴として、周辺 AGB, DHC で N_x が大きくなる。構造の対称性から N_y は、辺 AED, BFC で大きくなる。(2) 図 11(a)から分かるように、ドーム中央部では、耐力時に 3000N/cm (平均応力度 120N/cm²) 程度となり、膜応力 3079N/cm ($=\lambda_{cr} \times p \times R/2$, $p=23\text{kN/m}^2 \times 0.25\text{m}$, $\lambda_{cr}=2.55$) にほぼ等しく、耐力時にも膜応力状態が保持されている。固定荷重に対して 0.85 倍の荷重 ($1/3 \lambda_{cr}$) では、 N_x は圧縮 1000N/cm であり、膜応力 1026N/cm と同程度となり、中央部の断面では、ほぼ応力と荷重は線形関係にある。(3) 図 11(c)に示すように、アーチ形状の外周の辺 AGB と辺 DHC 上では、支持点から 2~3m の近傍において N_x は極めて大きく、耐力時に約 27000N/cm の圧縮力(平均応力度 1080 N/cm²)となる。対称性から外周の辺 AED, BFC 上の支持点近傍で N_y も大きくなる。(4) 対角線上の断面 AIC ではアーチ作用が生ずるので、支持点近傍の圧縮応力 N_x が大きく、支持点の近傍では固定荷重時に対して 0.85 倍の荷重では、圧縮 5000N/cm (平均応力度 200N/cm²)、耐力時に N_x は圧縮 23800N/cm (平均応力度 952N/cm²)となる。

耐力時の曲げモーメントについて分析する。曲げモーメント M_x (下側引張を正)等を図 12 に示す。(1) 耐力時まで、 M_x 分布の対称性が保持されている。なお、 M_y も M_x と同様に対称性が保持されている。(2) 中央部の軸線 EIF 上では上面引張の M_x を受ける。これは、図 9(b)に示すように、境界に補剛梁が無いため、上に凸の鉛直変位となるからである。(3) 図 12(b)に示すように、対角線

図8 荷重変位関係：構成則 C0, 鉄筋比 0.2%, 初期不整なし

(a) 軸線 EIF

(b) 対角線 AIC

(c) 辺 AGB (辺 DHC もほぼ同じ)

(d) 辺 AED

(e) 辺 BFC

凡例 —◇— $1/3 \lambda_{cr}$ —□— λ_{cr} —△— λ_{end}

図9 変位分布図：構成則 C0, 鉄筋比 0.2%, 初期不整なし

図10 変位分布図：終局時[cm]（変形図のみ変形倍率 10 倍）
構成則 C0, 鉄筋比 0.2%, 初期不整なし

AIC 上では、アーチ作用のため、支持点から 2~3m の近傍で鉛直上向きに凸の変位となり、このため上面引張の曲げモーメントとなる。耐力時に最大で $62000\text{N}\cdot\text{cm}/\text{cm}$ となり、対称性から同様な値の M_y となっている。(4) 図 12(c)に示すように、辺 AGB の支持点から 5~6m では、上面引張の大きな M_x を受け、耐力時には $140\text{kN}\cdot\text{cm}/\text{cm}$ の値となる。この位置では、図 11(c)で示すように、 M_x と同時に大きな圧縮力 N_x を受ける。このような状況は、辺 DHC についても同様である。一方、辺 AGB, DHC のアーチ状の部分の中央（点 E, F, G, H の近傍）では、図 11(c),(d)および図 12(c),(d),(e)に見るように、曲げモーメント、軸力ともにそれほど大きくない。これは、シェル中央では荷重の多くが対角線 AIC, BID の方向に荷重が負担されるからである。(5) 構造の対称性から、辺 AED, BFC と辺 AGB, DHC では同様な応力分布となる。

3.4 崩壊機構の分析

構成則 C0, 鉄筋比 0.2% で初期不整が無い場合について分析する。3.3 節の分析によれば、耐力時の断面力の性状は、辺 AGB, DHC では、支持点から 5~6m の範囲で大きな圧縮軸力 N_x と曲げモーメント M_x (上面引張) を受ける。同様に辺 AED, BFC では、支持点から 5~6m の範囲で大きな圧縮軸力 N_y と曲げモーメント M_y (上面引張) を受ける。また、外周のアーチ（たとえば、辺 AGB）の中央では、曲げモーメントはそれほど小さくなく、軸力も小さい。これらの断面力により生ずるコンクリートの応力度を図 13 に、鉄筋の応力度を図 14 に示す。ここで、図 13 はコンクリートの上面と下面位置における辺 AGB の主応力度の内、圧縮度の大きい値 σ_2 を示す。なお、辺 DHC, AED, BFC に関しても同様である。図 14 は上面と下面の鉄筋の応力度であり、辺 AGB, DHC については X 方向 σ_1 、辺 AED, BFC については Y 方向 σ_2 の鉄筋の応力度である。

変位増分法では強制的に変位を増加させるが、耐力以後は変位の増加とともに荷重が低下する。この変位増分でひずみが増加し、鉄筋等の降伏が開始する。(1) 変位の増分にしたいが、図 14(c),(d)に示す▼の位置で曲げモーメントが増加し、上面の鉄筋が降伏する。これが原因でさらに外周の中央部で変位の増大をきたし、図 14(a),(b)に示す▽の位置で辺 AGB, DHC, AED, BFC のそれぞれの辺方向の下面の鉄筋が降伏し崩壊する。ただし、外周の中央部では軸力 (N_x あるいは N_y) が極めて小さく、対応する降伏モーメントも小さい。(2) 一方、コンクリートは、図 13 に示すように耐力時に支持部近傍で $2850\text{N}/\text{cm}^2$ になるものの、コンクリートの主応力度は、設定した圧縮強度 $f_c=3510\text{N}/\text{cm}^2$ には至っていない。(3) 終局時あるいは終局時以降には、図 11(c),(d)の▼に示すように、外周

図11 N_x, N_y 分布図：構成則 C0, 鉄筋比 0.2%, 初期不整なし

の辺 AGB, AED の中央部では、下側引張の曲げモーメントを受けつつ、小さい軸力ではあるが、全断面が引張状態となる。したがって、この中央部では、上面、下面の鉄筋がともに引張応力場となり、断面の剛性低下が起きている。このような分析によれば、(4) 図 14 (a)~(d)の▼, ▽の位置で、曲げモーメントにより辺方向の鉄筋が降伏したことが耐力を決定づけていると考えられる。つまり、初期不整による付加曲げモーメントの増大、あるいは、構成則 C3 のようなコンクリートの引張耐力が小さい場合、断面の剛性低下は、図 6, 図 7 に示したように構造全体の耐力の低下、さらには図 8 に示すような分岐型の変形が生じ、崩壊につながることを理解できる。したがって、(5) 図 6, 図 7 に示すように、鉄筋比が大きくなれば耐力も大きいことから、外周辺の曲げ抵抗を高めることで耐力向上が期待できる。外周辺に補剛梁を設置し、支持部近傍や中央部の曲げ性能を高めること、また、支持点付近のシェル厚を増加させてコンクリートの応力度を低下させることで、耐力向上が可能となる。

4. 固定荷重及び水平荷重、逆対称鉛直荷重を受ける場合の分析

3.4 節では、過荷重になれば外周辺のアーチ部分で曲げモーメントが増幅され鉄筋が降伏し、崩壊に至ることを確認した。地震のあ

図12 M_x, M_y 分布図：構成則 C0, 鉄筋比 0.2%, 初期不整なし

る地域では、地震力による水平地震力だけでなく、大きな逆対称の鉛直地震力が作用すると想定される。そこで、以下では、固定荷重に加え、前述のように、近似的に設定した地震力に関して、耐力相関を検討する。

4.1 逆対称鉛直荷重あるいは水平荷重を受ける場合

固定荷重 P_I と逆対称鉛直地震荷重 P_{II} の耐力相関、また、固定荷重 P_I と水平地震荷重 P_{III} (左から作用する場合を $c=1.0$ とする) の耐力相関をそれぞれ図 15, 図 16 に示す。同図では初期不整は無いものとし、構成則は C0, C3 を用い、鉄筋比は 0.2% と 0.5% を想定する。なお、 P_I と P_{II} の相関では式(1)で $c=0.0$, P_I と P_{III} の相関では式(1)で $b=0.0$ として解析している。

設計上は、固定荷重が作用している状態で水平地震荷重と逆対称

図13 コンクリート応力度：構成則 C0, 鉄筋比 0.2%, 初期不整なし

鉛直地震荷重が作用する場合が重要となる。

固定荷重が作用した状態 (図 15 の横軸の値が 1.0) で、(1) 逆対称の鉛直地震荷重時に、構成則 C3 で鉄筋比 0.2% あるいは 0.5% の構造では、逆対称鉛直地震荷重は固定荷重の 0.61 あるいは 1.21 倍相当までしか耐えることができない。(2) 構成則 C0 で鉄筋比 0.2% あるいは 0.5% の構造では、逆対称鉛直地震荷重は固定荷重の 0.78 あるいは 1.32 倍相当までの耐力となる。この結果によれば、逆対称の鉛直地震力が静的震度で 1.0 程度必要な場合には、鉄筋比として 0.5% 程度以上が必要となる。

一方、固定荷重が作用した状態 (図 16 の横軸の値が 1.0) で、(3) 一様な水平地震荷重が作用する場合、コンクリートの構成則 C3 で鉄筋比 0.2% あるいは 0.5% の構造では、水平地震荷重は固定荷重の 0.51 あるいは 1.02 倍相当までしか耐えることができない。(4) 構成則 C0 で鉄筋比 0.2% あるいは 0.5% の構造には、水平地震荷重は固定荷重の 0.81 あるいは 1.20 倍相当までの耐力となる。この結果によれば、水平地震力が静的震度で 1.0 程度必要な場合には、鉄筋比として 0.5% 程度以上が必要となる。

4.2 固定荷重に加え逆対称鉛直荷重と水平荷重を受ける場合

常時作用する固定荷重を載荷した状態で、水平地震荷重と逆対称鉛直地震荷重が作用した場合に対して、この後者 2 種類の荷重に対する耐力相関を求める。荷重は、次式

$$\{P\} = a\{P_I\} + \lambda [b\{P_{II}\} + c\{P_{III}\}] \quad (4)$$

において、 a を 0 から 1 まで増加させて固定荷重を作用させた後、これを一定に保ったまま 2 種類の地震荷重を作用させる。その場合、 b と c の比を変えて計算する。図 17 で縦軸は逆対称鉛直地震荷重を示す。水平地震荷重を X 軸で左から作用する場合は c が正の領域に対応し、水平地震荷重を X 軸で右から作用する場合は c が負の領域に対応しており、結果を図 17 の左側に示す。水平地震荷重と逆対称鉛直地震荷重は、同位相と逆位相の場合が想定されるため、2 ケースの位相を想定した。

(1) X 軸の中央から左半分が下向きであるように逆対称鉛直地震荷重を設定している。この場合、図 17 によれば左からの水平地震

図14 鉄筋応力度：構成則 C0，鉄筋比 0.2%，初期不整なし

荷重では、より左側の变形が増大し、地震荷重に対する耐力が低くなる。一方、右からの水平地震荷重では、逆対称の鉛直地震荷重の効果を相殺し、耐力が高くなる。(2) 実際の地震荷重は、ここで設定した値、分布とも当然異なり、また、逆対称鉛直地震荷重と水平地震荷重の位相関係も複雑であり、このような変形状の分析や評価にあっては、実際に想定される地震力を用いた詳細な検討が必要である。ただし、図 17 の結果について控えめな評価をすれば、構成則 C3 で鉄筋比 0.5% の場合には水平震度を 0.5 とすれば、耐えられる逆対称の鉛直震度は、ほぼ 0.5 程度に過ぎない。(3) 4 点支持で外周に補剛の無い構造の実績は国内ではないと思われるが、このような構造に対して極めて概略的な地震力を仮定して検討した結果、構成則 C3 で鉄筋比 0.5% の場合には、当該構造の耐震性は高い結果となった。4 点支持形式が国内で建設される場合には外周に補剛されると想定される。また、形状探索技術の進歩した現在では、耐震性の高い形状が探索^{16,21)}され、その形状が採用されると思われる。これらの問題については、今後の課題と考える。

図15 耐力相関図(矩形状の逆対称鉛直地震荷重—等分布固定荷重)

5. まとめ

本研究では、スパン $L=L_X=L_Y=35.5\text{m}$ ，シェル厚 $t=25\text{cm}$ の中規模な 4 点支持 RC ドーム屋根に関して、初期不整，コンクリートの引張強度，鉄筋比をパラメータとして、初期不整敏感性，固定荷重と地震荷重の耐力相関を検討した。外周に補剛材が無く，かつ，限定した構成則や鉄筋比の構造モデルに関する結果ではあるが，以下に得られた知見をまとめる。

5.1 固定荷重に対する検討結果

(1) 固定荷重時の耐力の初期不整敏感性は弾性薄肉シェル⁷⁾ほど大きくないが、固定荷重比例型の初期不整がシェル厚 40% の場合、鉄筋比 0.2%，構成則 C3 (引張強度がほぼゼロ) では、初期不整が無く鉄筋比 0.5%，構成則 C0 (引張強度が $F_c/10$ 程度) の場合の耐力の 43% であり、初期不整，引張強度および鉄筋比による耐力低下は無視できない。(2) 対称的な変形の進行とともに、外周のアーチ状部分の塑性化、特に、鉄筋の降伏とコンクリートの剛性低下により塑性変形が進行し、その後、逆対称の変形が増大し、崩壊に至る。

5.2 固定荷重と地震荷重の耐力相関

構成則 C3 の場合、鉄筋比 0.5% 程度以上であれば、常時作用する

固定荷重のもとで、水平震度 0.5 程度、逆対称の鉛直震度 0.5 程度の地震力に耐えられると想定される。

5.3 今後の検討項目

ここで対象とした外周補剛の無い 4 点支持構造は、固定荷重や地震荷重に対して耐力はそれほど高くない。RC シェルの耐力が自由辺に沿う大きな曲げモーメントによる鉄筋降伏とコンクリートクラックによる剛性低下に左右される^{22,30)}ことを勘案すると、適切に外周辺を補剛・配筋する必要がある。あるいは、Isler の実績⁴⁾が示すように、固定荷重時に曲げモーメントが小さく圧縮が支配的な形状とすることが重要となる。これらについては、今後の課題としたい。また、地震力を極めて近似的に仮定したが、今後は、地震応答解析による地震力の算定、強地震動の下で幾何学的・材料的非線形を考慮した地震応答性状分析が必要である。

今後は 4 点支持で 4 辺が補剛された場合、また、曲げモーメントが小さくなるような探索形状に対して研究を展開する予定である。

謝辞

本研究に当たり、シェル・空間構造運営委員会において皆様から貴重なご意見をいただき厚くお礼申し上げます。

参考文献

- 1) E. Torroja: The Structures of EDUARDOTOROJA, CEDEX 2000
- 2) B. P. Flecher: A History of Architecture, Charles Scriber's Sons, 1975 (The Palazzetto dello sport 1960)
- 3) N. Burger, D. P. Billington: Felix Candela, Elegance and Endurance: An Examination of The Xochimilco Shell, J. of IASS, Vol.47, No.3, pp.271-278, 2006
- 4) J. Chilton: Heinz Isler, Thomas Telford Ltd, 2000
- 5) 坪井善勝:曲面構造, 丸善 1965 坪井善昭: 建築知識別冊 第 2 集 建築ノート 2 空間と構造フォルム, 1980 (東京カテドラル)
- 6) 渡辺邦夫: 木村俊彦の設計理念, 鹿島出版, 2000 (福島県教育会館 1956 千葉県立文化会館 1967)
- 7) IASS : Recommendations for Reinforced Concrete Shells and Folded Plates, 1979
- 8) Y. Tsuboi : The Steel Framed Dome of the Tokyo International Trade Center, Proc.IASS, Colloquium on Hanging Roofs, Paris, pp.301-314, 1962
- 9) 松下富士雄: 鉄骨立体構造理論と電子計算機, カラム No.18, pp98-100, 1966.4
- 10) Gr 8 British Standards Institution, BS 4485 Part4 1975: Specification for Water cooling towers, 1975
- 11) U. Wittek, W.B. Kratzig Natural Draught Cooling towers, A.A.BALKEMA, 1996
- 12) 日本ガス協会: LNG 地上式貯槽指針, 2002
- 13) 松岡理, 加藤史郎, 川島隆夫: 偏平 HP シェルの数値解析, 日本建築学会論文報告集 No.194, pp. 29-37, 1972.4
- 14) 武藤厚, 小山信夫, 村田賢, 加藤史郎: 上載圧を受ける鉄筋コンクリート球形シェルの非線形振動性状に関する検討 ―複合非線形性を考慮した数値解析手法と基本的な応答性状について―, 日本建築学会構造系論文集 No.549, pp.83-90, 2001.11
- 15) 高山誠, 中村博志, 加藤史郎: 形状初期不整を有する鉄筋コンクリート円筒シェルの破壊性状と最大耐力に関する実験と数値解析の比較, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 429 号, pp.111-124, 1991.11.
- 16) 芦田泰成, 林信実, 高山誠: 鉄筋コンクリート逆転懸垂型シェルの支持条件に関する研究, 日本建築学会構造系論文集 No.544, pp.85-91, 2001.6
- 17) 真下和彦, 野口昌也: 集中荷重を受ける RC 屋根形円筒シェルの耐力に関する研究, 日本建築学会構造系論文集 No.474, pp.137-145, 1995.8

- 18) 皆川洋一: 水平梁を有する鉄筋コンクリート造円筒シェル屋根の終局耐力:直交異方性円筒シェル屋根の解析と終局耐力評価式, 日本建築学会構造系論文報告集 No.451, pp.111-121, 1993.9
- 19) 日本建築学会連続体構造小委員会(シェル・空間構造運営委員会): 鉄筋コンクリートシェル耐荷力実験資料 その 1 鉛直荷重を受ける部分円筒シェル, 1993.3
- 20) 武藤厚, 加藤友和, 糠谷真理, 平埴義正: 鉄筋コンクリート造空間構造の振動特性に関する評価の試み ―既存アリーナにおける振動測定と数値解析による振動特性の分析例―, 日本建築学会構造系論文集 No.592 pp.113-119, 2005.6
- 21) 中川智也, 芦田泰成, 高山誠, 半谷裕彦: 鉄筋コンクリート任意形状シェルの弾塑性性状, 日本建築学会構造系論文集 No.513, pp.127-134, 1998.11
- 22) M. Andres, R. Harte: Buckling of concrete Shells: A Simplified Numerical Approach, J. of IASS, Vol.47, No.3, pp.279-290, 2006
- 23) S. Kato, M. Ohya, T. Hara: Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Shells under Cyclic Loading, J. of IASS, Vol.43, No.1, pp.23-40, 2002
- 24) 加藤史郎, 大屋誠, 前田佐登男, 吉野文雄: 放射・環状形格子モデルによるコンクリートの構成方程式の定式化と RC シェルの有限要素解析への応用, 構造工学論文集, Vol.44B, pp.441-454, 1998.3
- 25) 加藤史郎, 高山誠, 大屋誠, 島岡俊輔: クランク型鉄筋コンクリート耐震壁の有限要素解析, 構造工学論文集 Vol.48B, pp.119-127, 2002.3
- 26) S. J. Medwadowski: Buckling of Concrete Shells: An Overview, J. of IASS, Vol.45, No.1, pp.51-63, 2004
- 27) 武藤厚, 原隆, 高山誠, 真下和彦, 佐々木睦郎, RC 曲面構造における複合非線形挙動の予測に関する検証の試み ―その 1 検証モデルによる実験と解析の計画について―, 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州). B-1, 構造 I, pp.737-738, 2007.8
- 28) S. Kato, R. Hara, S. Nakazawa, T. Hara, A. Muto: Ultimate Strength Evaluation of Reinforced Concrete Wide Arch Considering the Effects of Concrete Tensile Strength and Geometric Imperfections, Extended Abstract of IASS2010 ,pp.43-44, 2010
- 29) H. Kupfer, H.K.Hisdorf, H. Rush : Behavior of Concrete under Biaxial Stresses, ACI Journal, Vol.66, No.8, pp656-666, 1969
- 30) 川崎健二郎, 真下和彦, 田中正史: 修復された補強コンクリート造円筒殻の耐力, ひび割れ形態と振動特性, 日本建築学会構造系論文集 Vo.73, No.628, pp.923-929, 2008.6

注

- 注1) RC シェル屋根の形状として円形平面、矩形平面、また、境界条件として全周ピン支持、単純支持などがある。円形平面で周辺がテンションリングで補剛されたもの(平面直径 50m)は、すでに坪井により応力性状が研究⁵⁾されているが、建築屋根として可能性の高い矩形平面については、弾塑性を考慮した研究は少ない。図 1 の矩形平面の場合、4 辺で補剛される場合が一般的であるが、本研究では、その前段階として 4 辺に補剛が無い場合の挙動の分析を進め、問題点を明らかにすることとした。
- 注2) ロッキング現象およびゼロエネルギーモードの発生の危険性を回避するため、曲面要素として Heterosis 要素を使用した。
- 注3) 等分布荷重として荷重を与えた場合と当該論文のように集中荷重として与えても、耐力、変位等は殆ど同じであった。
- 注4) 本構成則は、内部構造を有する物理モデルの 1 種であるため、引張特性と圧縮特性を全く違うものとして定めることが出来ない点もあり、環状格子を構成するトラス要素の圧縮特性が同じでも、トラス要素の引張強度が変化すると圧縮領域の降伏条件が変化する特性が現れる。特にコンクリートの引張強度を低くなるように格子部材の引張強度を低く設定すると、コンクリートの 1 軸圧縮強度もやや低下する傾向が現れる。
- 注5) 先の論文 28) で用いた構成則 C0,C1,C2,C3 と整合させるため、C0 と C3 と記号を附す。

(2011 年 2 月 9 日原稿受理, 2011 年 7 月 20 日採用決定)