木材の比例限度と粘弾性

－鉄骨木質構造の研究 その10－

PROPORTIONAL LIMIT AND VISCOELASTICITY OF WOOD

－ Study on steel-framed timber structures Part 10－

桑 村 仁*

Hitoshi KUWAMURA

Compression tests of Japanese cedar in its L, R, and 45-degree directions under various stress rates were done in order to investigate the viscoelastic effect on the stress-strain curves with a focus on the proportional limit. The tangent modulus decreased gradually with the elevation of stress either for any direction of loading to the grain and for any stress rate of slow to fast loading. This suggests that the so-called proportional limit does not exist in an exact sense. A three-element model interpreted the viscoelasticity of the tested wood such that the spring constant is free from stress rates as well as stress repetitions like the Hookean body, while the dashpot is sensitive to them unlike the Newtonian linear fluid.

Keywords : *Proportional limit, Viscoelasticity, Wood, Stress rate, Rheology*

比例限度, 粘弾性, 木材, 応力速度, レオロジー

1. はじめに

異種材料を組み合わせた複合構造を設計するには、個々の材料の性質を理解し、個々の材料が持つ欠点を補う複合効果を見出し、総体として利点を引き出すことが肝要となる。鋼材とコンクリートによる鉄筋コンクリート構造や鉄骨鉄筋コンクリート構造はそれが成功した事例で、設計を支える理論体系も確立されている。ところが、鋼材と木材による複合構造は未だ混沌とした模索状況にある。両者がはなはだ異質であるというのがその原因であるが、それは材料自体の問題だけでなく、数理的な技術体系をもっている鉄骨構造に対して木質構造の技術は経験・実証主義の傾向が強く、両者の融合は利用技術的にも容易でないからである。鋼材と木材が共に人工あるいは自然の循環材料であるため、地球環境の視点から両者を組み合わせた鉄骨木質構造の可能性を追求していかなければならないし、2011年東北地方太平洋沖地震が引き起こした大津波によって全壊・流失10万棟という木造家屋の脆弱性^{注1)}を補う上でも、鉄骨柱脚が基礎に緊結された鉄骨木質構造に期待が寄せられるであろうが、それに応えるためには、木材が力学理論の面で鋼材にもっと接近しなければならない。

鋼材には無い木材の特殊な力学的性質は、異方性、割裂、粘弾性の3つで、これらは互いに関係し合いながら木材単体のみならず鋼材との接合部の挙動を支配する。もちろん、これ以外にも燃焼性、耐久性など鋼材とは大いに異なる点がある。このような木質材料特有の基本的な性質に関する研究は林産分野では決して少なくないが、残念ながら、散在したままで木造建築の設計用に整理されてい

ないのが現状である。例えば、最近、日本建築学会から刊行された「木質構造基礎理論」¹⁾においても、異方性、割裂、粘弾性、燃焼性、耐久性についてほとんどあるいは全く触れられていない。筆者は今まで木質材料の異方性と割裂について理論と実験の両面から検討し本誌上で報告してきたが、ここでは3番目の粘弾性に関する検討結果の一つを紹介したいと思う。木材の粘弾性はクリープとリラクセーションの問題と関連させて論じられることが多いが、ここでは木材の比例限度との関係で粘弾性を捕らえることにした。なぜなら、比例限度は木材の粘弾性を端的に反映したものである^{注2)}。

木材に限らず材料の比例限度なるものははなはだ曖昧なものである。材料試験から材料の比例限度を決定する方法はいささか主観的で、しかも比例限度の物理的意味すら分かっていないのが現状である。例えば、木材の比例限度は、材料試験(JIS Z 2101)から得られる応力-ひずみ曲線がその直線域から外れ始める点の応力として求めている。これは、林業試験場(当時農林省)の山井²⁾、沢田³⁾による「木材の応力-ひずみ曲線にはだいたいにおいて直線域がある」という主張に基づいている。しかしながら、直線域の上限というのは明確でないので、同じ応力-ひずみ曲線が与えられても、人によって異なる比例限度が提示されるという好ましくない事態が起こる。梁の曲げ試験などの部材試験でも同様で、比例限度荷重を特定する際に主観が入る⁴⁾。本稿は、このような曖昧さの原因を粘弾性理論に基づいて検討し、木材の圧縮実験で確認してみたものである。

木材の比例限度が木材の粘弾性と関係があることを暗示する研究

* 東京大学大学院工学系研究科建築学専攻 教授・Ph. D.

Prof., Dept. of Architecture, School of Engineering, The University of Tokyo, Ph. D.

は古くからある。本邦初期のものとして、南⁵⁾が木材の長時間曲げ実験により、弾性限度内の応力に対してすべりに時間の影響があること、すなわちクリープひずみが生じることを確認している(1935年)。クリープ(ひずみ緩和、匍匐)はリラクセーション(応力緩和)とともに、材料の粘弾性を代表する現象であるので、南の観察は、木材が低応力においても粘弾性を呈することを示唆している。また、竹山・久田・竹之内⁶⁾は、木材の長期間曲げ実験から、クリープ限度は比例限度と関係があると述べている(1949年)。クリープ限度は、比例限度と同様、定義が不鮮明であるが、木材が長期にわたる応力を受けるとき強度と変形において支障が生じない限界応力として位置付けられる。竹山らの主張によって、木材の長期許容応力度を定める上で、比例限度が重要な指標に化したわけである。竹山らの研究は、その後、杉山による一連のクリープの研究(1954年～1970年)に継承されたが、比例限度の物理的意味は不在のまま今日に到っている。

林産分野で比例限度の問題にもっとも接近した研究を行ったのは、恐らく奥山・浅野(1970年)⁷⁾である。一定のひずみ速度でブナとヒノキの縦圧縮試験を行い、比例限度がひずみ速度の対数に比例して上昇することを見出している。ひずみ速度は0.05～10%/minの範囲で、応力速度に換算すると概略4～800MPa/minに相当する。なお、比例限度は、応力-ひずみ曲線がその始原接線より5%かたよった勾配の直線と交差する点の応力で定義しており、これは旧JIS Z 2111での比例限度の決め方である⁸⁾。奥山・浅野の実験結果から、厳密な意味での比例限度は存在しないのではないかという疑念が生じる。さらに、決定的なことは、線形粘弾性体の応力-ひずみ曲線の接線係数が、一定ひずみ速度では緩和弾性率に一致すること⁹⁾、一定応力速度ではクリープコンプライアンスの逆数に一致すること¹⁰⁾から、接線係数は荷荷時間とともに単調減少となり、接線係数が一定となる範囲すなわち直線域は理論上存在しないという事実がある^{注2)}。

1930年頃(本邦では1950年頃)からレオロジーと呼ばれる学問が高分子化学を中心に盛んとなり、その中で材料の粘弾性理論が発展してきた^{11), 12)}。現在では、クリープやリラクセーションに代表されるレオロジー現象の数理解析のみならず、レオロジーのメカニズムを分子レベルで研究する段階に入っている。木材物理の分野においても同様の歩みを進めているようで^{13), 14)}、レオロジー現象における木材の組織構造、水分、温度の影響等が考究されているが、建築への木材の利用と言う観点からはかなり距離が離れており、比例限度の問題は視野にないようである。

2. 比例限度を説明するための粘弾性モデル

2.1 等価1緩和系の導入

材料の比例限度と粘弾性の関係を探るために、図1に示すモデルを導入する。このモデルは粘弾性理論のなかで3要素モデルと呼ばれているものの一つである。3要素モデルは、フックの弾性ばねとニュートンの線形流体(ダッシュポット)を合計3個だけ組み合わせたもので、工学的に意味のある組合せは4種類である。そのうち、ここで採用する図1のモデルは、次の利点をもっている。瞬間弾性率が有限の値をとるという実情に適合していること、緩和弾性率が無限時間後にゼロになるとは限らないという実情に適合しているこ

と、クリープひずみが無限時間後に発散するとは限らないという実情に適合していること、および一様な応力-ひずみ状態にある一様な材料(例えば標点距離を定めた引張試験片や圧縮試験片)との対応関係がイメージしやすいということである。一方、欠点は、クリープ回復ひずみが無限時間後にゼロに収束してしまうという点であるが、負荷を完全に取り除いた後の変形の推移は建築では重要でないもので、この欠点は問題視しなくてよいであろう。

図1のモデルは、 $E_2=0$ のときマクスウェルモデル、 $E_1=0$ のときフォークトモデルとなるので、両者を包含した最も簡単な粘弾性モデルである。マクスウェルモデルは応力緩和、フォークトモデルはクリープを表現できるので、このモデルは応力緩和とクリープの両方を扱うことができる。実際、材料の静的強度試験では、ひずみと応力が刻々変化するので、試験中に応力緩和とクリープの両方が起きることになる。

このモデルについて数理的な基礎を築いたのは Zener¹⁵⁾で、このモデルを Mechanical model of a standard linear solid (一つの基本となる線形固体の機械的模型)と呼んだ。Zener は Boltzmann の重畳原理(1876年)に基づいて自ら導いた線形粘弾性体の重要な不等式 $\delta(t)f(t) \leq 1$ が任意の時刻 t に対して成り立つことをこのモデルを使って検証している($\delta(t)$ はクリープコンプライアンス、 $f(t)$ は緩和弾性率で、記号は原著のまま)。このモデルを木材に初めて適用したのは恐らく Ylinen¹⁶⁾で、一定のひずみ速度における応力-ひずみ曲線¹⁷⁾にサン・ブナンの最大ひずみ説(最大主ひずみが材料固有の限界値に到達したとき破壊するという仮説)を当てはめて木材の破壊強さを計算し、ひずみ速度が速いほど破壊強さが増すという木材の性質を説明した。

このモデルを用いた失敗例についても述べておく必要がある。それは、アイリング粘性(非ニュートン粘性の一つ)をこのモデルの η_1 に組込んだもので、Halsey-White-Eyring¹⁸⁾は、それによって4種類の繊維のクリープとクリープ回復の実験データを説明しようとしたが、すべてを精度よく予測することはできなかった。全く同じことを木材に対して試みたのが Kingston-Clarke¹⁹⁾で、4樹種の曲げクリープの実験結果を説明しようとしたが、スプリングのコンプライアンス(弾性率の逆数)が一定値を保たず応力に依存するという不明瞭な結果となった。Eyring の絶対反応速度論(1935年)は量子化学・分子動力学の発展に多大な貢献をしたので、そこから導かれるアイリング粘性は有望と思われたわけであるが、失敗の原因は明らかであろう。すなわち、繊維や木材が内包する粘性は単一ではないからである。粘性を一つに固定してしまうと、今度は弾性率が試験条件に依存するという結末が訪れることになる。本論では、彼等の失敗を踏まえ、 η_1 を固定せず未知数として扱い、3つの変数

図1 等価1緩和系

E_1 , E_2 , η_1 を実験結果から推定するという方法をとる。

ここで導入したモデルは振動論における等価1自由度系と似ており、いわば等価1緩和系とでも言うべきものである。そのように呼称することとする。建築構造物は質量と抵抗体が連続的に分布しているので無数の固有周期を持つ振動系であるが、それを便宜上、質点系に置換して有限個の固有周期を持つ系に退化させ、さらに1質点に集約して第一義的な応答特性を調べることによって有用な知見が得られる。これを等価1質点系あるいは等価1自由度系と呼んでいる。粘弾性体の場合も同様で、実際には無数の緩和要素を持つ系であっても、それを1つの等価な緩和時間を持つ系で代表させることによって緩和現象の第1次近似を得ることができると考えられる。ただし、構造物の最長固有周期すなわち1次固有周期が有限の値をもつに対して、粘弾性体の最長緩和時間は無限大となることがある。すなわち、タイムスケール（試験時間）が全く異なる粘弾性試験のデータを等価1緩和系で説明しようとするは無理が生じる可能性があることは認識しておく必要がある。

今日の粘弾性理論はスペクトルを用いて議論するようになったので、図1のモデルはほとんど使われなくなったが、ZenerやEyringが関与した言わば由緒あるモデルである。ここで、再び登場してもらうことにした。なお、図1のモデルの E_1 を外に出し直列につないだモデルもよく知られているが、両モデルのパラメータは互いに変換可能であること¹⁷⁾を付記しておく。

2.2 等価1緩和系の粘弾性挙動

図1に示したモデルの粘弾性挙動は次の5個の方程式によって規定される。

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_{e1} \quad (1), \quad \sigma_1 = \eta_1 \dot{\varepsilon}_{\eta 1} \quad (2), \quad \sigma_2 = E_2 \varepsilon \quad (3)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{e1} + \varepsilon_{\eta 1} \quad (4), \quad \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (5)$$

粘弾性の専門家には蛇足であろうが、一応、上式の物理的意味を解説すると次のようになる。材料の単位断面積につき、 E_1 - η_1 サブシステム（以下、系1）と E_2 サブシステム（以下、系2）が等量で並列に存在している。よって、系1と系2は異なる応力 σ_1 と σ_2 を分担するが、両者の和は(5)式のように単位断面積当りの応力 σ となり、また系1と系2のひずみは同じ ε である。系1のなかでは、 E_1 と η_1 が直列であるので、両者のひずみ ε_{e1} と $\varepsilon_{\eta 1}$ は異なるが、両者の和は(4)式のように系のひずみ ε となり、作用応力は同じ σ_1 である。バネ要素はフックの法則に従うとするので、応力は(1)、(3)式のようにひずみに弾性係数 E_1 , E_2 を乗じたものとなる。ダッシュポットはニュートンの線形流動則に従うとするので、応力は(2)式のようにひずみ速度に粘性率 η_1 を乗じたものとなる。

この等価1緩和系は、次式で定義される1個の緩和時間 T_1 をもつ。レオロジーの分野では緩和時間を τ で表示する習慣があるが、材料力学では τ をせん断応力の記号に使用するので、混乱を避けるために、ここでは振動系の1次固有周期に倣って T_1 で表すことにした。

$$T_1 = \frac{\eta_1}{E_1} \quad (6)$$

この等価1緩和系の粘弾性挙動は初期条件と負荷条件が与えられれば数式で記述することができる。本稿では、一定応力速度で負荷

したときの応力-ひずみ曲線が必要となるので、それを付録1で導いておいた。

2.3 一定応力速度における応力-ひずみ曲線

本稿では、木材の圧縮試験を一定の応力速度で行うことによって、木材の比例限度と粘弾性の関係を調べる。圧縮で行う理由は、木材の粘弾性挙動が引張よりも圧縮のほうで顕著に現れることが知られているからである。これは南⁵⁾が初めて明らかにし、その後のクリープ試験やリラクセーション試験でも確認されている。また、一定の応力速度で試験する理由は、木材の圧縮試験（JIS Z 2101）において応力速度が規定されているからである。

一定の応力速度 $\dot{\sigma}_0$ で負荷を与えられた等価1緩和系の応力-ひずみ曲線（ σ - ε 関係）は次式で表される（付録1参照）。

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_2} - \frac{E_1}{E_2} T_1 \dot{\sigma}_0 \left[1 - \exp \left(- \frac{E_2}{E_1 + E_2} \cdot \frac{\sigma}{\dot{\sigma}_0 T_1} \right) \right] \quad (7)$$

接線係数 $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ は次式で表される。

$$\frac{1}{E_t} = \frac{1}{E_2} \left[1 - \frac{E_1}{E_1 + E_2} \exp \left(- \frac{E_2}{E_1 + E_2} \cdot \frac{\sigma}{\dot{\sigma}_0 T_1} \right) \right] \quad (8)$$

上式よりこの粘弾性モデルが次の性質を持っていることが分かる。 $\sigma = 0$ のときの接線係数、すなわち瞬間弾性率は $E_1 + E_2$ である。応力 σ の増加に伴って接線係数が単調に減少する。応力速度 $\dot{\sigma}_0$ が速いほど、ある応力レベルでの接線係数が大きい。

3. 応力速度を試験変数とした木材の圧縮試験

3.1 試験方法

木材の比例限度と粘弾性の関係を調べるための実験は高い精度が要求される。応力速度を一定にする制御精度、ならびに応力、ひずみ、時間の測定精度を高めるのは当然であるが、それ以外のばらつ

図2 荷重プログラム（L方向圧縮の場合）

図3 試験片セットアップ

き要因を排除することのほうがむしろ重要となる。ばらつき要因として考えられるものを影響度の大きい順に挙げれば、試験片の個体差、試験片セットアップのずれ、含水率、温度である。

まず、試験変数とする応力速度毎に異なる試験片を用いると個体差が混入してしまい、本研究の目的が達成できない恐れがある。そこで、1個の試験片で応力速度5段階の実験を行うことにした。すると、今度は、試験片が過去の負荷履歴の影響を受けてしまうというジレンマに陥る。そこで、次善の策として、図2のように、5段階試験を連続して2回行い、第1巡と第2巡の各応力速度で応力-ひずみ曲線にどの程度の差が生じるかを確かめることとした。なお、各段階で除荷した後、次の負荷を始める前にクリープ回復時間を与えることにした。この回復時間は長いほど良いと思われるが、長ければその間に試験片の含水率と温度の変化が心配になる。クリープ回復はごく初期に大半が起きてしまうことが分かっているので、ここでは10分とした。全試験時間は約3時間である。

次に、試験片が試験中に位置ずれを起こさないようにするため、最初のセットアップ以降は試験片に触れないようにした。また、クリープ回復をゼロ荷重（完全除荷）で行うと、試験片がずれてしまう恐れがあるので、最高到達荷重の1%の低荷重でクリープ回復さ

せることにした。この間、クリープひずみの回復を促しつつ荷重が保持されるようにクロスヘッドの変位をフィードバック制御した。

温度よりも含水率のほうが木材の粘弾性にはるかに大きな影響を与えることは南⁵⁾が指摘して以来、多くの研究者が認めているところである。そこで、圧縮試験片の状態を実験室に2年間放置しておいた、すなわち含水率が実験室内で収束し終えたとみなしてよいスギ試験片を用いることにした。含水率は7.0%であった。実験室の

図4 圧縮試験片

図5 応力-ひずみ曲線（L方向圧縮）

図6 応力-ひずみ曲線（R方向圧縮）

図7 応力-ひずみ曲線（45°方向圧縮）

温度と湿度は試験中一定 ($22 \pm 1^\circ\text{C}$, $36 \pm 2\text{RH}\%$) に保持された。

ひずみの測定はひずみゲージ (ゲージ長10mm) によった。圧縮試験片の相対する2側面の中央に貼付し、その平均値をもって圧縮ひずみとした。両面のひずみがほぼ同じ値で進行するように、試験片の支持盤には球座を設け、載荷盤が試験片上下面に均一にタッチするように球座を調整した。調整後は、球座の凹側と凸側の隙間に銅製くさびを挿入して試験中に球座が回転しないようにした。その様子を図3に写真で示す。

3.2 試験材および試験片

圧縮試験片は、スギ製材 (厚さ30mm, 幅方向が丸太の半径方向) から製作したもので、圧縮方向は図4に示すようにL方向, R方向, および45°方向の3種類で各1個である。試験片製作時 (本研究の2年前) における測定では、次の材料試験結果が得られている (圧縮強さとヤング係数は2個の平均値)。

平均年輪幅 = 1.5mm, 密度 = 330kg/m^3 (含水率9.5%)

圧縮強さ (MPa) : 縦 $F_L = 27.3$, 横 $F_R = 2.13$, 斜45° $F_{45} = 4.23$

ヤング係数 (MPa) : 縦 $E_L = 7400$, 横 $E_R = 810$, 斜45° $E_{45} = 1310$

圧縮試験片の寸法はJIS Z 2101に準じ、横断面の辺長は公称20mmとし、高さは辺長の4倍とした。なお、JISでは、横圧縮と斜め45°圧縮の試験片高さは辺長の2倍であるが、アスペクト比の小さい試験片では載荷盤による拘束がひずみの測定に影響を及ぼす恐れがあるため、この場合も試験片高さは辺長の4倍とした。

3.3 応力速度および最大負荷応力の設定

木材の圧縮試験において、JIS Z 2101では平均荷重速度が応力速度で規定されている。すなわち、縦圧縮試験では毎分9.80MPa以下、横圧縮 (45°圧縮を含めて) では毎分0.49MPa以下となっている。そこで、今回の実験では、JISの速度上限値の前後あわせて5段階で実験を行うことにした。それは、下記の通りである。

L方向 : (1)1.0 (2)5.0 (3)10 (4)50 (5)100 MPa/min

R方向 : (1)0.1 (2)0.25 (3)0.5 (4)2.5 (5)5.0 MPa/min

45°方向 : (1)0.2 (2)0.5 (3)1.0 (4)5.0 (5)10 MPa/min

今回の実験は比例限度を調べることが目的であるので、各応力速度の負荷で試験片を破壊させてはならない。そこで、L方向圧縮では最大負荷応力を25MPaとした。これは上記2年前の縦圧縮強さの90%である。R方向圧縮では低速から高速に応じて最大負荷応力を1.7から2.1MPaに段階的に上げることにした。これは、上記R方向圧縮強さの80%から100%である。負荷速度に応じて最大応力レベルを変えたのは、R方向圧縮では粘弾性的性質が強く、応力速度が大きいくほど圧縮強さならびに比例限度が上昇すると予想されたからである。45°方向圧縮についても同様の考えで、応力速度に応じて、最大負荷応力を4.2から5.0MPaに段階的にシフトした。これは、上記45°方向圧縮強さの100%から120%に相当するレベルで100%を超えているが、含水率が低下していること、および応力速度が速いことを考慮して、比例限度が明瞭に観察されるように高めに設定した。結果的には、破壊しなかった。

3.3 試験結果

圧縮試験から直接得られる応力-ひずみ曲線を図5~図7に示す。それぞれL方向, R方向, 45°方向圧縮の結果で、各図には載

荷の第1巡と第2巡を分けて描いてある。紙面の制約でグラフが小さいため、カーブの曲がり具合は見て取れないが、これについては、次節で詳細に検討する。なお、載荷の段階毎にクリープ回復ひずみが累積するため、徐々にカーブが右にシフトしていく。この傾向は、R方向と45°方向が明瞭で、L方向は僅かである。

4. 比例限度と粘弾性に関する考察

4.1 接線係数

実験から得られた応力とひずみのデジタルデータから応力-ひずみ曲線の傾き具合を定量的に調べるとき、接線係数 $E_t = \Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ を用いる方法と割線係数 $E_s = \sigma/\varepsilon$ を用いる方法がある。それぞれには次の得失がある。接線係数は、ひずみのゼロ点がシフトしても一向に構わないが、細かい測定間隔でのデジタルデータの微分は滑らかにならないという欠点がある。一方、割線係数は応力に対しては滑らかな曲線を描くが、ひずみの原点の位置決めが正しくないと割線係数の値そのものが低応力域であやふやになり、もし直線域が存在しているときその延長線上に原点を取らないと直線域を検出できなくなるという欠点をもっている。今回の実験では繰返しの負荷を与えるので、各載荷段階の負荷開始時に、粘弾性材料特有のひずみのシフトが起きており、各段階でのひずみの原点を特定するのが困難であることが判明したので、接線係数による方法を用いることにした。

接線係数を応力に対してプロットすると、かなりギザギザした折れ線となるので、平滑化処理によって全体的な曲線の傾向を把握することとした。ただし、等価1緩和系の粘弾性特性値 E_1 , E_2 , η_1 の推定においては、平滑化を施さない生データを用いることにした。これは、平滑化処理というやや恣意的な操作を介在させないためである。一つの例でこのプロセスを説明したのが図8である。図中のAは平滑化する前の接線係数と応力との関係を表したもので、かなりギザギザしているが全体的に応力の増大とともに接線係数が低下している。これにGaussian filterによる平滑化処理を施したのが図中のBで、その傾向がはっきり認められる。さらに、図中のCは回帰曲線で、これについては後で説明する。

接線係数と応力の関係を表す平滑化した曲線を図9~11に示す。それぞれL, R, 45°方向をグラフにしたもので、第1巡と第2巡に分けて描いてある。それぞれのグラフには5段階の応力速度のカーブが描かれている。このグラフから次のことが読み取れる。(1)応力

図8 接線係数-応力関係の生データ、平滑化、および回帰曲線

－ひずみ曲線の直線域すなわち接線係数が一定となる領域は認められない。(2)接線係数は応力とともに徐々に低下する傾向を示すので、直線域から外れ出す点として比例限度を特定するのは無理である。(3)応力速度が速いほど接線係数の低下が緩やかであるので、比例限度は応力速度が速いほど高めに読み取られる危険がある。(4)JISで定められている応力速度の範囲においても接線係数の速度依存があるので、比例限度は安定した数値にならない。(5)当初、懸念されていた第1巡と第2巡の接線係数に差が無いとはいえない。特に、低速では第1巡と第2巡でかなり違いがある。これについては、次項で粘弾性特性値を比較してみることにする。(6)極低応力の始原部分で接線係数が小さい値から上昇する現象がRおよび45°方向で観察される。この現象は始原接線を用いて比例限度を求める旧JISの方法が批判された要因の一つであるが、このような場合にも等価1緩和系が適切な粘弾性特性値を与えることが後で明らかとなる。

4.2 粘弾性特性値 E_1 , E_2 , η_1 , T_1 について

前出(8)式より、接線係数と応力の関係が $E_t^{-1} = a - b \exp(-c\sigma)$ の形になっているので、これを回帰関数として回帰分析を行うと、前出図8の曲線Cのように回帰曲線が描ける。このとき、同時に得

表1 等価1緩和系で評価したときの粘弾性特性値

方向	巡	応力速度 (MPa/min)	最大応力 (MPa)	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	T_1 (min)	E_1+E_2 (MPa)	η_1 (MPa*hr)
L	1	1	25	1390	7190	29.9	8580	690
		5	25	1270	7260	10.2	8530	220
		10	25	960	7570	4.1	8530	66
		50	25	700	7850	0.71	8550	8.3
		100	25	730	7800	0.49	8530	5.9
	2	1	25	840	7590	29.0	8430	410
		5	25	460	8030	3.0	8490	23
		10	25	450	8070	1.4	8520	10
		50	25	980	7570	1.1	8550	18
		100	25	700	7830	0.44	8530	5.1
R	1	0.1	1.7	240	640	18.9	880	75
		0.25	1.8	110	800	9.1	910	17
		0.5	1.9	200	740	5.2	940	17
		2.5	2.0	170	780	1.7	950	4.9
		5	2.1	190	750	1.4	940	4.3
	2	0.1	1.7	90	810	14.2	900	21
		0.25	1.8	110	810	14.5	920	27
		0.5	1.9	130	790	6.8	920	15
		2.5	2.0	90	860	0.92	950	1.4
		5	2.1	110	850	0.68	960	1.3
45°	1	0.2	4.2	560	910	60.1	1470	560
		0.5	4.4	440	1090	14.0	1530	100
		1	4.6	430	1130	3.9	1560	28
		5	4.8	190	1320	1.3	1510	4.2
		10	5.0	130	1450	0.07	1580	0.14
	2	0.2	4.2	220	1240	18.5	1460	68
		0.5	4.4	160	1310	7.7	1470	20
		1	4.6	110	1350	6.1	1460	11
		5	4.8	160	1450	0.08	1610	0.20
		10	5.0	230	1460	0.02	1690	0.08

図9 平滑化した接線係数－応力曲線 (L方向圧縮)

図10 平滑化した接線係数－応力曲線 (R方向圧縮)

図11 平滑化した接線係数－応力曲線 (45°方向圧縮)

られる係数値 a , b , c から(8)式中の粘弾性特性値 E_1 , E_2 , T_1 が推定できる。それを表1に示す。なお、回帰分析の対象範囲、すなわち応力の範囲を変えると、回帰係数の値が変わってくると考えられる（非線形粘弾性であれば確実に変化する）が、ここでは、試験した応力の全域で回帰させた。

表1のデータをグラフにしたのが図12～14で、それぞれL方向、R方向、45°方向の粘弾性特性値をプロットした。各図の左が弾性率 E_1 , E_2 , E_1+E_2 で、中央が緩和時間 T_1 、右が粘性率 η_1 である。これより、次のことが観察される。(1) E_1 と E_2 は応力速度によって若干変動するが、瞬間弾性率 E_1+E_2 は応力速度に依存しない。さらに、 E_1+E_2 は第1巡と第2巡でほとんど差が無い。すなわち、木材の弾性要素（バネ）は、かなり高い応力レベルまで（いわゆる比例限度を少し超えるレベルまで）、負荷速度にも応力繰返しにも依存しないフック体（完全弾性体）と見てよい。(2) 緩和時間 T_1 と粘性率 η_1 は応力速度の上昇とともに低下する。しかしながら、このことは木材の粘性率が非線形であることを直ちに意味するものではない。なぜなら、緩和要素を1個に縮約しているので、粘弾性特性

値は応力速度の影響を受けるからである（付録2参照）。線形性については次の項で改めて検討する。(3) 粘性率 η_1 は第1巡よりも第2巡のほうが低い傾向を示す。木材の粘性要素は、少なくとも今回のような高い応力レベルでは、負荷履歴の影響を受けると考えなければならない。(4) 表1の最大応力を応力速度で割ったものが負荷に要した時間すなわち試験時間 t_0 であるが、これを緩和時間 T_1 と比較すると、両者のオーダーが同程度であることがわかる。これは、木材が内包するであろう無数の緩和時間 ($0 < T < \infty$) のうち、0から t_0 オーダーまでの緩和要素が関与し、その平均的な姿が T_1 に反映されるからである。 t_0 よりオーダーの大きい緩和時間を持つ要素は(付2-2)式から明らかなように指数関数的にその影響が低下し、試験時間内に緩和を発現しなくなる。

4.3 線形性について

圧縮試験に供されたスギは上で見たように粘弾性挙動を呈するが、それが線形か否かについて検討してみる。線形粘弾性ならば、接線係数 E_t と時間 t との関係が応力速度に依存しないので（付録2参照）、このことを利用して検証してみる。接線係数を前述のご

図12 粘弾性特性値の応力速度依存（L方向圧縮）、左：弾性係数、中：緩和時間、右：粘性率

図13 粘弾性特性値の応力速度依存（R方向圧縮）、左：弾性係数、中：緩和時間、右：粘性率

図14 粘弾性特性値の応力速度依存（45°方向圧縮）、左：弾性係数、中：緩和時間、右：粘性率

図15 接線係数と時間との関係 (L 方向第 1 巡)

図16 接線係数と時間との関係 (45°方向第 2 巡)

とく平滑化し、2つの代表的なケースについて E_t - t 曲線を図15, 16に示した。図15はL方向圧縮の第1巡で、図16は45°方向圧縮の第2巡である。図15では、5段階の応力速度について描かれた E_t - t 曲線が少しくずつ外れており、 E_t - t 関係が応力速度に依存することを表している。しかも、かなり応力レベルの低いところ、すなわち E_t が高い値を示すところでも特定の E_t の値に対応する時刻が応力速度によってずれている。一方、図16は5段階の E_t - t 曲線がだいたい重なり、応力速度にほとんど依存しない様相を呈している。しかし、これは45°方向圧縮の第2巡のみで見られたもので、他はすべて図15のように E_t - t 曲線が重ならず、明らかにずれていた。このことから、木材の粘弾性は非線形とみなさざるを得ないであろう。4.2項で見たように、バネ要素には速度依存性がなかったため、木材の粘性要素（ダッシュポット）がニュートンの線形流動則に従わない非線形粘性体であると考えなければならない。

4.4 メカノソープティブ効果の検討

力学緩和に水分が関与する現象はメカノソープティブと言われており、木材はそれが非常に顕著であることが知られている。メカノソープティブの機構は未だ解明されていないようである^{13),14)}。そこで、本研究の2年前に行った同一製材での圧縮試験（含水率:9.5%, 応力速度:JIS 上限値）と今回の圧縮試験（含水率7.0%）の第1巡での結果を同じ応力速度で比較してみた。両者の粘弾性特性値を表2に示す。含水率9.5%材は処女材であるが、今回の7.0%材は低速で2回の履歴を受けているので、正確な比較にはならないが、次のことは定性的に言えるであろう。すなわち、乾燥しているほうが、どの載荷方向においても、瞬間弾性率 $E_1 + E_2$ が高く、粘性率 η_1 は低い。このことは、木材を扱う専門家にとってはごく当たり前のことかもしれない。

5. 結論

木材の比例限度と粘弾性の関係を調べるために、スギの圧縮試験をJISの速度上限値の前後あわせて5段階の応力速度で実施した。載荷方向は、L, R, 45°方向の3ケースで、含水率は7.0%, 試験温度は室温である。粘弾性モデルとして3要素モデル（緩和時間をつだけ持つ等価1緩和系）を導入して、粘弾性特性値を求めた。これらにより、次のことが判明した。

- (1) 応力-ひずみ曲線に直線域すなわち接線係数が一定となる領域は認められず、接線係数は応力とともに低下傾向を示す。よって、

表2 含水率の変化による粘弾性特性値への影響

方向	応力速度 (MPa/min)	含水率 (%)	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	T_1 (min)	$E_1 + E_2$ (MPa)	η_1 (MPa*hr)
L	10	9.5	4690	3590	4.3	8280	330
	10	7.0	960	7570	4.1	8530	66
R	0.5	9.5	450	390	5.7	840	42
	0.5	7.0	200	740	5.2	940	17
45°	1.0	9.5	640	580	11.3	1220	120
	1.0	7.0	430	1130	3.9	1560	28

現行JISで定義される比例限度は存在しない。

- (2) 接線係数は負荷速度が速いほど同一応力レベルで高い値を取り、JISが規定する応力速度内でも収束することはない。
- (3) 瞬間弾性率は載荷速度にも応力繰返しにも依存しない一定値をとる。よって、スギ圧縮材に内包されるバネ要素はフック体（完全弾性体）とみなせる。
- (4) 粘性率は載荷速度および応力繰返しの影響を受ける。よって、スギ圧縮材が持つ粘性要素はニュートンの線形流動則に従わない非線形流体とみなさざるを得ない。
- (5) 応力速度を同じにした圧縮試験で含水率が9.5%から7.0%に乾燥すると、瞬間弾性率が上昇し、粘性率が低下するというメカノソープティブ効果が現れた。

さて、以上のことから、現行JISの比例限度の定義は見直さなければならぬであろう。JIS制定当時の計測精度はかなり粗かったようである。特に、ひずみは鏡式 extensometer を用いて目視で読み取るものであったし、比例限度と称される応力までの測定点数は10点程度しかなかった^{2),3)}。現在は数百点の計測が自動的に行われ、試験者の読み取り誤差や主観が介在する余地が無いので、理論との対応を論じるに耐えうる実験データの精度が確保できる。なお、比例限度の定義を見直す際には、比例限度が木質構造の設計においていかなる意味を持つか、あるいは持たせるかということとあわせて考える必要があると筆者は思う。

付録1

本文図1で導入した等価1緩和系（3要素線形粘弾性モデル）が一定ひずみ速度で負荷されたときの応力-ひずみ曲線は解かれており、Alfreyの著書¹⁷⁾にも掲載されている（4要素モデルの1つの粘性率を無限大としたもの）。しかし、応力速度一定で負荷されたときの応力-ひずみ曲線はどこにも見当たらないので、ここで求めておくことにする。一定ひずみ速度の場合より少し計算が面倒である。

このモデルは、本文でも述べたように、5個の式により応力-ひずみ状態が規定される。再録すると、(1) $\sigma_1 = E_1 \varepsilon_{e1}$, (2) $\sigma_1 = \eta_1 \dot{\varepsilon}_{\eta 1}$, (3) $\sigma_2 = E_2 \varepsilon$, (4) $\varepsilon = \varepsilon_{e1} + \varepsilon_{\eta 1}$, (5) $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ である。

まず、(4)を t で微分し、それに(1)の微分と(2)を代入し、 $T_1 = \eta_1 / E_1$ とおいて整理すると、次の σ_1 に関する方程式が得られる。

$$\dot{\sigma}_1 + \frac{1}{T_1} \sigma_1 - E_1 \dot{\varepsilon} = 0 \quad (\text{付1-1})$$

これは非同次型の1階線形微分方程式であるから、一般解はよく知られており、初期条件 ($t=0$ で $\sigma_1=0$) から積分定数を決めれば、

$$\sigma_1 = E_1 e^{-t/T_1} \int_0^t \dot{\varepsilon} e^{\xi/T_1} d\xi \quad (\text{付1-2})$$

を得る。次に、(3)の微分に(5)の微分を代入して整理すると、 $\dot{\varepsilon} = (\dot{\sigma} - \dot{\sigma}_1) / E_2$ となるので、これに上の(付1-2)を代入して整理すると、

$$(E_1 + E_2) \dot{\varepsilon} = \dot{\sigma} + \frac{E_1}{T_1} e^{-t/T_1} \int_0^t \dot{\varepsilon} e^{\xi/T_1} d\xi \quad (\text{付1-3})$$

となる。この両辺に e^{t/T_1} を掛け、 $\dot{\varepsilon} e^{t/T_1} = u(t)$ とおいて、さらにその両辺を微分すると、

$$(E_1 + E_2) \dot{u} = \dot{\sigma} e^{t/T_1} + \dot{\sigma} \frac{1}{T_1} e^{t/T_1} + \frac{E_1}{T_1} u \quad (\text{付1-4})$$

を得る。この問題では、 $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_0$ (一定) であるので、 $\ddot{\sigma} = 0$ である。よって、上式は次のように整理される。

$$\dot{u} - \frac{1}{T_1} \cdot \frac{E_1}{E_1 + E_2} u - \frac{1}{T_1} \cdot \frac{\dot{\sigma}_0}{E_1 + E_2} e^{t/T_1} = 0 \quad (\text{付1-5})$$

再び、非同次型方程式の解法により u が得られ、上で定義した u の式から $\dot{\varepsilon}$ が次式で表されることとなる。

$$\dot{\varepsilon} = e^{-(1-\alpha)t/T_1} \left[C + \frac{\dot{\sigma}_0}{E_2} e^{(1-\alpha)t/T_1} \right] \quad (\text{付1-6})$$

ここで、 C は積分定数で、 $\alpha = E_1 / (E_1 + E_2)$ とおいた。初期条件は $t=0$ で $\dot{\sigma} = (E_1 + E_2) \dot{\varepsilon}$ である。なぜなら、 $t=0$ で、(2)より $\sigma_1 = \eta_1 \dot{\varepsilon}_{\eta 1} = 0$ であるから $\dot{\varepsilon}_{\eta 1} = 0$ 、すると、(4)より $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{e1}$ となり、さらに(5)、(1)、(3)より $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 = E_1 \dot{\varepsilon}_{e1} + E_2 \dot{\varepsilon} = (E_1 + E_2) \dot{\varepsilon}$ となるからである。これから C が定まり、次式が得られる。

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}_0}{E_2} [1 - \alpha e^{-(1-\alpha)t/T_1}] \quad (\text{付1-7})$$

これより、接線係数は次式で表されることになる。

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{E_2}{1 - \alpha e^{-(1-\alpha)t/T_1}} \quad (\text{付1-8})$$

この逆数が本文(8)式である。 $t \rightarrow 0$ のときの接線係数すなわち瞬間弾性率は $E_1 + E_2$ となり、 $t \rightarrow \infty$ のときの接線係数は E_2 となる。(付1

付図1 3要素の無限直列系

-7) を積分し、初期条件が $t=0$ で $\varepsilon=0$ であること、および $t=\sigma/\dot{\sigma}_0$ であることより、 t を消去すれば、結局、次式が得られる。

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_2} - \frac{E_1}{E_2} T_1 \dot{\sigma}_0 \left[1 - \exp \left(- \frac{E_2}{E_1 + E_2} \cdot \frac{\sigma}{\dot{\sigma}_0 T_1} \right) \right] \quad (\text{付1-9})$$

これが、本文図1の等価1緩和系に応力が一定速度で作用するときの応力とひずみの関係式である。

付録2

付図1に示すように、本文で導入した等価1緩和系を直列に無数に連結したモデルに一定応力速度で負荷を与えた場合を考える。この系は無数の緩和要素をもった線形粘弾性系で、すべての i について $E_{ii}=0$ のとき一般化フォークトモデルと呼ばれるものとなる。系を構成する i 番目の要素に働く応力は系全体に働く応力と同じであるから、付録1の諸式が i 要素にそのまま成り立つ。系全体のひずみは各要素のひずみの総和であるから、(付1-7)より次式が直ちに導かれる。

$$\dot{\varepsilon} = \sum \dot{\varepsilon}_i = \dot{\sigma}_0 \sum \frac{1}{E_{2i}} [1 - \alpha_i e^{-(1-\alpha_i)t/T_{1i}}] \quad (\text{付2-1})$$

ここで、 $\alpha_i = E_{1i} / (E_{1i} + E_{2i})$ 、 $T_{1i} = \eta_{1i} / E_{1i}$ である。よって、接線係数 $E_t = d\sigma/d\varepsilon$ は次式で表される。

$$E_t^{-1} = \sum \frac{1}{E_{2i}} [1 - \alpha_i e^{-(1-\alpha_i)t/T_{1i}}] \quad (\text{付2-2})$$

これは $E_t - t$ 曲線が応力速度 $\dot{\sigma}_0$ に依存せず、同一材料なら一本の曲線になることを表している。なお、 $t = \sigma / \dot{\sigma}_0$ であるから、上式は次のようにも書ける。

$$E_t^{-1} = \sum \frac{1}{E_{2i}} [1 - \alpha_i e^{-(1-\alpha_i)\sigma/(\dot{\sigma}_0 T_{1i})}] \quad (\text{付2-3})$$

これは $E_t - \sigma$ 曲線が応力速度 $\dot{\sigma}_0$ に依存し、しかもそれを1緩和系では表現できないことを表している。すなわち、等価1緩和系の粘弾性特性値 E_1 、 E_2 、 η_1 のいずれかが $\dot{\sigma}_0$ 依存となることは当然であって、そのことによって系が非線形粘弾性であるとは言えないということになる。

参考文献

- 1) 日本建築学会：木質構造基礎理論，2010.12.
- 2) 山井良三郎：木材の応力-歪曲線（第1報），林業試験場研究報告，No. 77，pp.103-152，1955.1.
- 3) 沢田 稔：木材の強度特性に関する研究，林業試験場研究報告，No. 108，pp.115-224，1958.11.
- 4) 飯島泰男：木材の曲げ強度試験における比例限度決定法について，日本建築学会大会学術講演梗概集，C（構造Ⅱ），pp.3-4，1991.9.
- 5) 南 義夫：木材の長時間曲げ試験，東京帝国大学航空研究所彙報，136号，pp.1090-1102，1935.12.
- 6) 竹山謙三郎，久田俊彦，竹之内清次：木構造の長期強度について，日本建築学会論文集，39号，pp.18-27，1949.11.
- 7) 奥山 剛，浅野猪久夫：木材の力学的性質に及ぼすひずみ速度の影響（第1報）縦圧縮強度におよぼすひずみ速度の影響について，木材学会誌，第16巻第1号，pp.15-19，1970.2.
- 8) 日本規格協会：木材試験方法（第2集）JIS Z 2111（1957改正）-木材の圧縮試験方法（1954年制定のJIS A 1005を引き継いだもので、1963年改正まで有効），pp.1-4，1958.4.
- 9) Sips, R.: Mechanical Behavior of Viscoelastic Substances, Journal of Polymer Science, Vol. 5, No. 1, pp.69-89, 1950.
- 10) Ferry, J.D.: Viscoelastic Properties of Polymers, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1961.

- 11) 小野木重治：レオロジー要論，槇書店，1957.6.
- 12) 日本レオロジー学会：レオロジーデータハンドブック，丸善，2006.1.
- 13) 中野隆人：木材の力学緩和と物性，木材学会誌，50巻4号，pp.203-213，2004.7.
- 14) 古田裕三：木材のレオロジー挙動と熱的性質，材料の科学と工学，42巻3号，pp.127-132，2005.6.
- 15) Zener, C.：Elasticity and Anelasticity of Metals, The University of Chicago Press, Chicago, Illinois, 1948.
- 16) Ylinen, A.：Über den Einfluß der Verformungsgeschwindigkeit auf die Bruchfestigkeit des Holzes, Holz als Roh-und Werkstoff, Vol. 17, No. 6, pp.231-234, 1959.6.
- 17) Alfrey, T. Jr.：Mechanical Behavior of High Polymers, Interscience Publishers, Inc., New York, 1948.
- 18) Halsey, G., White, H.J. Jr., and Eyring, H.：Mechanical Properties of Textiles, I, Textile Research Journal, Vol. 15, No. 9, pp.295-311, 1945.9.
- 19) Kingston, R.S.T. and Clarke, L.N.：Some Aspects of the Rheological Behavior of Wood, Australian Journal of Applied Science, Vol. 12, No. 2, pp.227-240, 1961.

注

- 注1) 桑村 仁：津波による建築物の被害調査報告書 -2011年東北地方太平洋沖地震（東日本大震災）の教訓として-，東京大学大学院工学系研究科建築学専攻，2011.4.
- 注2) 桑村 仁：木材比例限度のパラドックス，日本建築学会大会学術講演梗概集（関東），C-1（構造Ⅲ），2011.8.

（2011年5月6日原稿受理，2011年8月3日採用決定）