無規範モデル化した Minimal Control Synthesis による
非線形 1 質点構造物の制御NONLINEAR SDOF STRUCTURAL CONTROL BY MINIMAL CONTROL SYNTHESIS
WITHOUT REFERENCE MODEL梶原 浩一^{*1}, 榎田 竜太^{*2}, 中島 正愛^{*3}*Koichi KAJIWARA, Ryuta ENOKIDA and Masayoshi NAKASHIMA*

Many control techniques are used for shaking table tests to reproduce the target wave on the table. These controllers are basically designed in frequency domain by referencing a transfer function of a system to be controlled and the controllers are greatly influenced by the linearity of the system. If the system has a severe nonlinearity, these controllers have difficulty following the nonlinearity and the accuracy of the control decrease largely. To control the systems having severe nonlinearities accurately, control methods in the time domain may be more adequate than conventional methods in the frequency domain. This paper proposes a nonlinear control method in the time domain improving Minimal Control Synthesis (MCS) and it does not need any transfer functions or dynamic properties of plant to construct the controller, although original MCS is based on the reference model of the system to be controlled. In this paper, the efficiency of the proposed method is verified numerically and experimentally comparing with the conventional method such as H^∞ method.

Keywords: input identification, nonlinear control, shaking table test, adaptive control, MCS, H^∞ 入力波同定, 非線形制御, 振動台実験, 適応制御, MCS, H^∞

1. はじめに

大規模地震による構造物の応答記録は, 耐震構造の研究のみならず, 人的被災の軽減や構造物の機能維持に大きく貢献する。しかし, 実現象による記録の蓄積は容易ではないため, 振動台により地震の揺れを人工的に発生させ, 試験体を加振する模擬が行われている。実験においては, 振動台によって必要な入力波 (主には地震動) を精度良く再現することが求められる。一方, 試験体に対して目標とする応答を精度良く再現することが求められる実験もある。例えば, 耐震実験では試験体応答を事前に既定し, その試験体にその応答を実現させるための入力を類推する研究もある。具体的には, 観測地震波や想定地震波について, 建物の居室における地震対策を検討するために, 予め地震による建物応答を計算し, それを再現するように振動台を加振する実験^{1,2)}が該当する。これらの入力波同定では, 数多くの地震波を用いることもあり, 研究者らに簡便で再現性の高い手法が求められる。理想的な仮定として, 入力に対する試験体の応答が線形とすれば, 入力波は単純な計算で求められる。しかし, 例えば耐震実験では, 試験体を損傷させるように加振するため, 試験体は入力に対して非線形応答を示す。また, 構造物の一部を試験体として実験する場合は, 振動台と試験体の間に振動を拡大する調整装置等を具備することもあり, この装置が非線形な応答を示すこ

とも考えられる。特に, 塑性化や摩擦が生じる場合は, これらの非線形な応答にも追従する入力波同定の手法が必要である。

一般の制御システムは, 制御量が目標値に追従するように, コントローラから操作量が出力される。そこで, 試験体応答を制御量, 入力波を操作量, 観測・計算等による建物応答を目標値とみなすと, 入力波同定の手法には, 制御理論に基づく手法が適用できる。制御手法には, 構造物の非線形性を不確定要素の外乱として捉え, その外乱に対してロバスト性を確保する手法がある。その代表的なものとして H^∞ 法³⁾が挙げられる。 H^∞ 法では, 非線形性を不確定要素として制御対象の周波数伝達関数に陽に含ませた一般化プラントと呼ばれる数学モデルを構築し, それに基づいてコントローラを設計する。これに対して, 規範モデルと呼ばれる時間領域の線形な数学モデルを用いて, 不確定要素を含む対象をリアルタイムで制御する, 例えば Model Reference Adaptive Control (以降, MRAC と記述)⁴⁾が開発されている。更に, MRAC を発展させた手法として Minimal Control Synthesis (以降, MCS と記述)^{5,6)}が提案されており, その応用が試みられている⁷⁻⁹⁾。

これらの手法は, 制御対象の伝達関数や規範モデルに基づいて設計されることから, 非線形性の様相が大きくなるにつれて制御精度が低下してしまう。本研究では, 強非線形性を有する制御対象には

*1 独立行政法人防災科学技術研究所
兵庫耐震工学研究センター センター長・博士(工学)

*2 京都大学大学院建築学専攻
博士後期課程・大学院生・修士(工学)
(日本学術振興会 特別研究員 DC)

*3 京都大学防災研究所 教授・Ph. D.

Director, NIED, E-Defense, Dr. Eng.

Graduate Student, Graduate School of Eng., Kyoto Univ., M. Eng.

(JSPS Research Fellow)

Prof., DPRI, Kyoto University, Ph. D.

時間領域に基づいた手法が適しているという考えのもと、これまで制御対象の線形性に強く拘束されていたリアルタイム制御用のMCSを、強非線形性にも追従できるように無規範モデル化することによって非リアルタイム用の制御手法を提案する。本論では、その基礎的な検討として、1 質点系の非線形性システムへの適用を試み、解析における性能比較と実験における性能を示す。

2. Minimal Control Synthesis

本論では、入力波同定の手法を説明するため、以下の記述において制御に関連する用語を用いている。

MCS^{5,6)}は、モデル規範型適応制御 (MRAC) を改良した手法である。その特徴は、コントローラを設計する際に、制御対象の動特性に関する情報がMRACよりも少ないことにある。MRACとMCSは、いずれにおいても、リアルタイム制御における実際の制御対象とその数値解析モデルの誤差や実際の制御において生じる外乱に対処する手法である。2.1 において、MCSの基本的なアルゴリズムを概説する。その後、これまでリアルタイム制御における補助的な役割を担っていたMCSを、無規範モデル化することによって、非線形構造物にも適用できる非線形制御手法に拡張する。無規範モデル化したMCSの詳細を2.2に示す。

2.1 基本アルゴリズム

MCSのブロック線図を図1に示すが、図中のReference modelは本文中の規範モデルと、Plantは制御対象と対応する。MCSにおける制御対象は状態空間表現によって、式(1)として表される。このとき、制御入力 u は式(2)のように規範入力ベクトル r に K_r を、応答値である制御量 x に K を乗算したのち、両者を足し合わせることによって得られる。規範入力とは、規範モデル(制御対象の線形モデル)に対して所定の応答を実現するための入力波である。これらの比例ゲインは式(3)として与えられように一定値ではなく、誤差ベクトル、規範入力ベクトル、出力ベクトルによって決まる。これらは比例ゲインに対する入力ではないが、比例ゲインを左右するものであることから、それを図1において破線で表記している。

$$\dot{x} = Ax + Bu + d \quad (1)$$

$$u = Kx + K_r r \quad (2)$$

$$K = \alpha \int_0^t y_e y^T dt + \beta y_e y^T \quad (3)$$

$$K_r = \alpha \int_0^t y_e r^T dt + \beta y_e r^T$$

図1 Minimal Control Synthesis

A : システム行列, B : 入力行列, x : 状態ベクトル, u : 制御入力ベクトル, d : 外乱ベクトル, y : 出力ベクトル, y_e : 誤差ベクトル, r : 規範入力ベクトル, K_r : 規範入力ベクトルへの比例ゲイン, K : 状態ベクトルへの比例ゲインである。

式(4)の誤差 y_e は、線形補償要素 C_e と制御対象の状態量 x と規範モデルの状態量 x_m によって表される。この規範モデルの状態空間方程式は式(5)となる。また、式(4)の線形補償要素は、規範モデルのシステム行列 A_m に対する式(6)のリアプノフ方程式を解くことで得られる正実解となる。つまり、線形補償要素は式(7)として与えられる。

$$y_e = C_e x_e \quad (\because x_e \equiv x_m - x) \quad (4)$$

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad (5)$$

$$XA_m + A_m^T X = -Q \quad (6)$$

$$C_e = X \quad (7)$$

C_e : 線形補償要素, A_m : 規範モデルのシステム行列, B_m : 規範モデルの入力行列, x_m : 規範モデルの状態ベクトル, である。

2.2 無規範モデル化したMCS

(a) 無規範モデル化

前節で示したように、MCSにおける制御入力は、規範入力とそれに乗算する比例ゲインが不可欠であるが、これらの要素は規範モデルという制御対象の線形モデルによって決定される。つまり、MCSでは、ロバスト制御や線形制御理論と同じく、制御対象の動特性が必要となる。本節において、MCSを無規範モデル化させることによって、非線形システムに対しても高精度な追従性を有する非線形制御手法を構築する。

MCSにおいては、比例ゲイン(K , K_r)を構成する線形補償要素 C_e を決定するために、式(6)のように、規範モデルのシステム行列に基づくリアプノフの方程式を解かなければならない。本研究では、規範モデルを常に1と設定することで、これまで規範モデルに基づいていたMCSを無規範モデル化させる。規範モデルを1と設定することによってシステム行列も1になり、リアプノフ方程式の解は常に式(8)となる。式(8)は、設定する任意行列がリアプノフ方程式の解となることを示している。規範モデルを1とすることによって、図1においては規範モデル(=1)への規範入力は目標応答そのものになる。

図2 無規範モデル化したMCS

$$X = C_e = -\frac{Q}{2} \quad (8)$$

規範モデルを1とすると、図1のブロック線図は図2のように変換できる。これは、比例ゲインとMCS algorithmによって構成される部分を拡張したコントローラと考えれば、通常のフィードバック系のブロック線図となる。通常のフィードバック系において、再現応答と目標応答の誤差がコントローラへ入力されることを考えれば、図2においても、再現応答と目標応答の誤差そのものが入力されるべきである。これによって、式(9)のように、線形補償要素 C_e が1になると推測できる。

これによって、無規範モデル化したMCSにおいては、式(10)のように比例ゲイン (K_r と K) が目標応答と再現応答を調節することによって制御入力を決めることを意味している。これらの比例ゲインも、式(3)に示されるように、再現応答と目標応答のみに依拠して自動的に決まるパラメータである。このことから、無規範モデル化したMCSでは、その制御入力を求めるために目標応答と制御対象の再現応答のみによって決まり、制御対象の動特性を一切必要としない制御手法となっている。

$$y_e = r - y \quad (9)$$

$$u = Ky + K_r r \quad (10)$$

(b) パラメータの設定

コントローラの設計に関して、線形制御やロバスト制御では制御対象の動特性が必要である。無規範モデル化したMCSでは制御対象の動特性が不要となる。これによって、無規範モデル化したMCSのコントローラの設計には、2つパラメータ (α と β) のみを決定することになる。MCSにおいて、これらのパラメータの決定には、 $\alpha=10\beta, 0.1\beta, 0.01\beta$ などの大まかな比とする方法が用いられてきている¹⁰⁾。ここでは、比例ゲイン K と K_r を検討することによって、 α と β の設定方法を提案する。

式(3)は離散化することによって式(11)として表される。式(11)では、 α と β は独立していることから、それぞれを独立に設定することで、コントローラの追従性をより高めることができる。

$$\begin{aligned} K_i &= K_{i-1} + \beta(Y_i - Y_{i-1}) + \frac{\alpha dt}{2}(Y_i + Y_{i-1}) \\ K_{ri} &= K_{ri-1} + \beta(Y_{ri} - Y_{ri-1}) + \frac{\alpha dt}{2}(Y_{ri} + Y_{ri-1}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{ただし, } Y_i \equiv y_{ei} y_i^T, Y_{ri} \equiv y_{ei} r_i^T$$

ここでは、制御対象を一質点系とする場合に対して、 α と β の設定方法に関する一例を示す。まずは、 $\beta=0$ として、比例ゲイン(K と K_r)が発散しない範囲において α の最大値 $\alpha_{\max}$ を多数回の計算を繰り返すことで求める。つまり、各計算において比例ゲインが発散しなければ、 $\beta=0$ としたまま、 α だけを増やしながら多数回の計算を繰り返す、比例ゲインが発散しない α の最大値を求める。同様に、 $\alpha=0$ と

して、比例ゲインが発散しない領域内において β の最大値 $\beta_{\max}$ を求めるために計算を繰り返す。ただし、この過程において、比例ゲインとなる K と K_r は自動的に調節されるが、反復して計算される際の初期値は常に零に設定する。 $\alpha_{\max}$ と $\beta_{\max}$ が決定した後に、比例ゲイン(K と K_r)の初期値 K_0, K_{r0} を決定する。この際には、 α と β を収斂した最大値の半分 ($\alpha_{\max}/2, \beta_{\max}/2$) に固定し、計算する過程で収斂していく K と K_r を次の計算の初期値にすることで、適切な初期値 K_0, K_{r0} を自動的に選択できる。

3. 線形制御理論とロバスト制御

一般的に用いられる制御手法と対比しつつ、無規範モデル化したMCSを検討する。本論では、線形制御理論からフィードフォワード制御の逆伝達関数を用いた手法を、ロバスト制御理論からは H^∞ 法を代表させる。3.1において逆伝達関数を用いた手法を、3.2において H^∞ 法の一般的な応用方法を示す。

3.1 逆伝達関数を用いた手法

逆伝達関数を用いた手法は、制御対象が線形の場合に高い制御精度を発揮し、重量構造物を用いる振動台実験の入力補償波を作成するなど広く使われている。

制御対象の状態方程式と出力方程式は式(12)のように表される。ここで、式(12)をラプラス変換することで、制御対象の入力から出力までの伝達関数 P は式(13)として表される。また、式(13)の伝達関数は一般に、分子多項式と分母多項式を区別して式(14)として表される。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (12)$$

$$P(s) = D + C(sI - A)^{-1}B \quad (13)$$

$$P(s) = \frac{N_p(s)}{M_p(s)} \quad (14)$$

図3 逆伝達関数による入力波同定

A : システム行列, B : 入力行列, C : 出力行列, D : 直達行列, P : 制御対象の伝達関数, I : 単位行列, x : 状態ベクトル, u : 入力ベクトル, y : 出力ベクトル, s : ラプラス演算子, である。なお、このラプラス演算子は以後のブロック線図にも用いる。

逆伝達関数による入力波同定手法のブロック線図を図3に示す。制御対象の入力波から応答までの伝達関数を P 、その逆伝達関数 P^{-1} とする。この逆伝達関数と実験システムの伝達関数の積が1であることから、逆伝達関数に再現したい応答を用いることで入力波を同定できる。しかし、逆伝達関数は分母多項式より分子多項式が大きくなり、高振動数帯域の応答を無限大に増幅する関数となるため、入力波の同定ではローパスフィルタを逆伝達関数に乗算する必要がある。

3.2 H[∞]法

H[∞]法は、実際の制御対象に存在する誤差（不確定性や非線形性）を陽に想定することで、ロバストなコントローラを設計する手法である³⁾。建築構造分野においては、各種のアクティブ制振^{11,12)}や設計^{13,14)}に应用されている。

(a) ロバスト性

モデル化誤差を含む制御対象には、図4のようなフィードバック系に対して、目標値追従性とロバスト性を確保することが必要である。目標値への追従性を高めるには感度関数 S を小さくすること、システムの変動に対するロバスト性を高めるためには Q 感度関数と相補感度関数 T を小さくすることが必要である。これらの条件は、重み関数 (W_1, W_2, W_3) を用いて、式(15)、式(16)、式(17)によって表現される。重み関数なしでは、その条件を満たすことができない³⁾ことから、これらの関数によって条件を緩和させている。重み関数は、追従性や安定性を確保する振動数領域を限定する効果を持っている。感度関数 S は目標値に対する誤差の伝達関数 $TF_{r \rightarrow e}$ として式(18)に、 Q 感度関数は目標値に対する入力 u の伝達関数 $TF_{r \rightarrow u}$ として式(19)に、相補感度関数 T は目標値に対する再現される応答値の伝達関数 $TF_{r \rightarrow y}$ として式(20)に与えられる。感度関数 S は目標値追従性を、 Q 感度関数は加法的誤差（たとえば、制御対象の持つ非線形性やモデル化誤差など）に対するロバスト性を、相補感度関数 T は乗法的誤差（たとえば、計測機器のノイズ）に対するロバスト性を示す指標となっている。また、感度関数と Q 感度関数と相補感度関数はトレードオフの関係にある。そのため、式(15)、式(16)、式(17)を同時に満たす解を直接得ることは難しく、その十分条件である式(21)を満たす解を探すことになる。このような条件を満足するコントローラを設計することを、混合感度問題と呼ぶ³⁾。

図4 フィードバックループ

$$\|W_1(s) \cdot S(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (15)$$

$$\|W_2(s) \cdot Q(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (16)$$

$$\|W_3(s) \cdot T(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (17)$$

$$TF_{r \rightarrow e} = S(s) = \frac{1}{1 + H(s)P(s)} \quad (18)$$

$$TF_{r \rightarrow u} = Q(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)P(s)} \quad (19)$$

$$TF_{r \rightarrow y} = T(s) = \frac{H(s)P(s)}{1 + H(s)P(s)} \quad (20)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1(s) \cdot S(s) \\ W_2(s) \cdot Q(s) \\ W_3(s) \cdot T(s) \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \leq 1 \quad (21)$$

S :感度関数, Q :相補感度関数, T :相補感度関数, W_1 :感度関数の重み関数, W_2 : Q 感度関数の重み関数, W_3 :相補感度関数の重み関数, P :制御対象の伝達関数, H :コントローラの伝達関数, である。

(b) 一般化プラント

H[∞]法では、モデル化誤差などを含めて制御対象とするため、その拡大系として図5のような一般化プラントが用いられる。通常のH[∞]法における一般化プラントの出力は、 z と y によって記述されることが一般的であるが、ここでは、図4との対応関係から混同を避けるために y ではなく e によって表現している。

この一般化プラントに対するコントローラの具体的な設計方法は、一般化プラントの閉ループ伝達関数 $TF_{r \rightarrow z}$ に対して式(22)を満足させることである。このとき、図5から式(23)が成り立ち、一般化プラント G は式(24)として現される。式(24)を式(23)に用いることで、閉ループの伝達関数 $TF_{r \rightarrow z}$ は式(25)として表され、その状態空間表現は式(26)となる。

図5 一般化プラント

$$\|TF_{r \rightarrow z}\|_{\infty} < \gamma \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 e \\ W_2 u \\ W_3 y \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 P \\ 0 & W_2 \\ 0 & W_3 P \\ 1 & -P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ u \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$G = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 P \\ 0 & W_2 \\ 0 & W_3 P \\ 1 & -P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$TF_{r \rightarrow z} = G_{11} + G_{12}H(I - G_{22}H)^{-1}G_{21} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 r + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{11} r + D_{12} u \\ e = C_2 x + D_{21} r + D_{22} u \end{cases} \quad (26)$$

z :制御ベクトル, r :外部入力ベクトル, u :制御入力ベクトル, G :一般化プラント行列, $G_{ij}(i,j=1,2)$: G の要素行列, x :状態ベクトル, A :システム行列, $B_j(j=1,2)$: 入力行列, $C_i(i=1,2)$: 出力行列, $D_{ij}(i,j=1,2)$: 直達行列, である。

H^∞ 法でコントローラを設計する場合は、式(25)が式(22)を満たすように $H(s)$ を求めることになる。その解法はいくつか提案されており、2つのリカッチ方程式を解く DGKF 法¹⁵⁾が広く使われている。これらの解法によって得られる閉ループ伝達関数 TF_{r-z} の最大値 γ_0 が1以下になるように γ イタレーションを繰り返し、 γ_0 の最小値を求める問題を H^∞ 最適制御問題と呼ばれている³⁾。

4 非線形システムへの適用

伝達関数を用いた手法と H^∞ 法と対比しつつ、無規範モデル化した MCS を非線形システムに応用することで、その有効性を検証する。この数値解析においては、非線形システムに対して地震動を入力して得られる加速度応答を目標応答とする。これまでに示した3種類の方法から非線形システムに対して目標応答を実現する入力波を同定し、その入力波を元の地震動と比較することによって有効性を検証する。つまり、非線形システムに対して高い追従性を有するコントローラによって同定された入力波はもともとの入力地震動と一致することになる。

再現された応答や同定された入力波の誤差を定量的に評価するため、式(27)の指標を用いる。同定された入力波の指標を同定入力誤差、再現された応答の指標を再現応答誤差とする。

$$Er = \frac{\sum (S_{rep} - S_{tar})^2}{\sum S_{tar}^2} \times 100 \quad (27)$$

Er : 誤差, S_{tar} : 目標値のフーリエ振幅スペクトル, S_{rep} : 再現値のフーリエ振幅スペクトル, である。

4.1 非線形システムと目標応答とコントローラの設計

非線形システムとして図6の1質点系を想定し、固有振動数が1Hzになるように単位質量に対して剛性 k を付与し、減衰定数として3%

図6 1質点系モデル

図7 非線形システムの骨格曲線

図8 閉ループ TF_{r-y} の伝達関数

に相当する減衰係数 c を付与する。非線形性として、図7のバイリニア型の履歴特性を想定し、ベースシア係数を0.3に、降伏後の剛性低下率を初期剛性の0.1とする。この非線形システムに対して兵庫県南部地震で観測された鷹取 NS 成分を入力すると塑性率が8.1に達し、比較的強い非線形性を示す。この地震応答解析で得られる加速度応答を目標応答とする。

非線形システムの動特性は、線形領域において、固有振動数:1Hz、減衰定数:3%である。これらの動特性から線形状態における伝達関数は式(13)から式(28)として与えられる。

$$TF(s) = \frac{2h\omega s + \omega^2}{s^2 + 2h\omega s + \omega^2} \quad (28)$$

ω : 固有円振動数, h : 減衰定数である。

非線形システムに対する入力波同定では、逆伝達関数と H^∞ 法と提案する無規範モデル化した MCS による3つの手法によって検討する。これら3種類の手法に関してコントローラを設計する。

非線形システムを等価線形化し、その伝達関数を用いることも考えられるが、逆伝達関数を用いた手法はフィードフォワード制御であるため、等価線形化すること自体がモデル化誤差を生じさせてしまう。 H^∞ 法において、等価線形化は主に追従させたい振動領域を変更することを意味するが、これは重み関数で重点的に精度を高めたい振動数領域を規定すること等価である。そのため、等価線形化よりも重み関数を適宜設定することによって追従性の高いコントローラを設計することが一般的である。このような観点から、非線形システムの線形状態の伝達関数によってコントローラを設計する。

逆伝達関数をコントローラとする場合に、式(28)の1質点系の伝達関数から逆伝達関数を導出する。ただし、逆伝達関数は分母多項式より分子多項式が大きくなり、高周波数帯域の応答を無限大に増幅する関数となるため、入力波の同定ではローパスフィルタを逆伝達関数に乘算する必要がある。ここでは、10Hz以上を対象とした5次のバターワースローパスフィルタを用いる。 H^∞ 法においても、式

図9 非線形システムからの同定入力波

(28)の伝達関数に従い、式(20)の閉ループ $TF_{r \rightarrow y}$ が当該周波数帯（固有振動数 1Hz 近傍）において、そのゲインが 1 になるように、重み関数を配置する．多数回の試行錯誤を重ねた上、重み関数として式 (29)を用いる．

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1000 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 3000 & 1 \end{bmatrix}, W_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

式(29)の重み関数を用いて H^∞ 最適制御問題を解くと、 $\gamma=0.1$ になり、閉ループ伝達関数 $TF_{r \rightarrow y}$ は図 8 となる．閉ループ伝達関数のゲインに関して、10Hz 程度までは 1 近傍を保持していることから、適切なコントローラを設計することができている．無規範モデル化した MCS のコントローラに対しては、2.2(b)のパラメータの設定方法に従い、 $\alpha=9000$, $\beta=26$, $K_0=-135$, $K_{r0}=135$ に設定する．

4.2 目標応答の再現と入力波同定

4.1 の地震応答解析による加速度応答を目標応答とし、前述の非線形システムに再現する入力波同定を実施する．逆伝達関数、 H^∞ 法、無規範モデル化した MCS によって同定された各入力波を図 9 に示す．ただし、 H^∞ 法と無規範モデル化した MCS によって同定された入力波には、逆伝達関数のコントローラの設計に用いた 10Hz 以上の振動数成分をカットするローパスフィルタを適用している．また、各同定入力波とそれぞれの入力波によって再現された応答のフーリエ振幅スペクトルを図 10 に示す．また、再現性（同定入力誤差と再現応答誤差）を表 1 に示す．

表 1 鷹取 NS 成分の再現性

制御手法	逆伝達関数	H^∞	無規範 MCS
同定入力誤差	156 %	6.79%	0.30%
再現応答誤差	9.06 %	0.01 %	0.00%

図 9(a)の逆伝達関数をコントローラとする場合に同定された入力波は 10m/s^2 を大きく上回るほどの大きな加速度が生成されている．これは、逆伝達関数による手法は非線形性を考慮することができていないことから、目標応答に含まれている非線形性に起因する波形を入力波によって再現しようとするためである．図 9(b)の H^∞ 法によって同定された入力波には各振幅の最大点近傍にパルス状の波形が確認でき、もともとの地震動よりも、最大値を過大評価する傾向がある．これは逆伝達関数によって同定された入力波にも見られ、コ

ントローラが制御対象の非線形性に追従できていないことを示すものである．図 9(c)の無規範モデル化した MCS によって同定された入力波は、もとの地震動とほぼ等しい波形になっており、逆伝達関数や H^∞ 法によって同定された入力波に確認されるパルス状の波形も生じていない．これは、無規範モデル化した MCS は制御対象の非線形性に高い追従性を有していることを示す．

図 10(a)では各手法によって同定された入力波のフーリエ振幅スペクトルを示している．逆伝達関数による同定入力波では、図 9(a)に示したようにパルス状の高振動数成分が含まれており、フーリエ振幅スペクトルにおいても高振動数成分に関して元の地震動を再現できていない．これによって、同定入力誤差が 156%にも達する． H^∞ 法による同定入力波は主要な振動数領域(～4Hz 程度)においては比較的高い精度で入力波を再現できているが、5Hz 以上の高振動数成分に関しては十分に再現しきれていない．これによって、 H^∞ 法による同定入力誤差が 6.79%になる．これに対して、無規範モデル化した MCS の同定入力波は鷹取 NS 成分とほぼ等しい形状を示しており、10Hz 近傍の高振動数に関しても十分に再現できており、同定入力誤差も 0.30%になる．

一方、図 10(b)に示す再現応答誤差のフーリエ振幅スペクトルにおいて、3 種の手法による再現応答は目標応答と比較的近い形状を示している．特に、 H^∞ 法と無規範モデル化した MCS による再現応答は、共に目標応答を十分に再現することができており、再現応答誤差も 0.02%以下を示している．これは、 H^∞ 法による同定入力誤差が 5Hz 以上の高振動数に由来しており、再現応答ではこれらの高振動数成分が制御対象というフィルタによってカットされるため、応答においては入力ほどの誤差が生じないためである．これと同じく、逆伝達関数の再現応答誤差(9.06%)は同定入力誤差(156%)ほど高くなっていない．

4.3 異なる目標応答に対する入力波同定

上記の検討において、目標応答として鷹取 NS 成分による地震応答を対象としていることから、目標応答の差異（異なる入力波の地震応答）に対して検討する．入力波としてはエルセントロ NS 成分と JMA 神戸 NS 成分を用いることとし、これらの加速度応答スペクトル（減衰定数 2%）を図 11 に示す．これらの入力波を用いて、上記の 4.1 で設定した非線形システムに対して地震応答解析を実施する．鷹取 NS 成分による塑性率が 8.1 であるのに対して、JMA 神戸 NS 成分では 2.5 に、エルセントロ NS 成分では 1.6 となる．これらの地震応答を非線形システムに対して再現を目標とする目標応答と

図 10 フーリエ振幅スペクトル

図 11 入力波の速度応答スペクトル（減衰定数 2%）

して入力波同定を実施する．このとき，上記の検討で用いたコントローラをそのまま用い，MCS についても同じパラメータを用いる．これによって得られた各入力波に対する再現性（同定入力誤差と再現応答誤差）を表 2 と表 3 に示す．

表 2 JMA 神戸 NS 成分の再現性

制御手法	逆伝達関数	H ∞	無規範 MCS
同定入力誤差	113 %	10.4%	0.34%
再現応答誤差	0.92 %	0.04 %	0.00%

表 3 エルセントロ NS 成分の再現性

制御手法	逆伝達関数	H ∞	無規範 MCS
同定入力誤差	42.0 %	0.95%	0.99%
再現応答誤差	0.19 %	0.00 %	0.00%

JMA 神戸 NS 成分の再現性に関して，逆伝達関数を用いた手法では，鷹取波 NS 成分の検討と同様に十分な再現性が得られていない．H ∞ 法に関しては鷹取波 NS 成分に関する検討の時よりも再現性が低下しており，入力波の振動数成分の違いによる影響が出ている．これに対して，無規範モデル化した MCS においては，鷹取 NS 成分の検討とほぼ同程度の再現性を有している．3 種類の入力波で一番小さな塑性率を示したエルセントロ NS 成分の再現性に関して，逆伝達関数と H ∞ 法では別の入力波に対する検討よりもその再現性が向上している．これは，塑性率が小さいことから，地震応答の多くが弾性挙動に支配されるため，伝達関数に基づく手法において再現性が向上している．一方，無規範モデル化した MCS では，ほかの入力波の再現性よりも多少低下しているが，それでも同定入力誤差は 1.00%以下を，再現応答誤差は 0.00%を示している．

逆伝達関数や H ∞ 法においては更なる再現性の向上を試みても，線形状態（伝達関数）に基づく限り，その向上は容易ではない．それに対して，無規範モデル化した MCS においては目標応答に対して各パラメータを適切に付与することによって，更なる再現性の向上が見込めるという特徴を有している．

5. 非線形制御手法の実験的検証

本研究では Inverse Dynamic Compensation via Simulation (IDCS)¹⁶⁾

図 12 理想的なアクティブ制御

図 13 Inverse Dynamic Compensation via Simulation

の open-close loop にしたがって，無規範モデル化した MCS の有効性を H ∞ 法と逆伝達関数を用いた手法と対比しつつ実験的に検討する．

IDCS とは，図 12 の理想的なアクティブ制御を補助するために考案された手法であり，実際の制御対象に対する入力波を直接同定するのではなく，その数値解析モデルを経由させることになる．図 12 の理想的なアクティブ制御であれば，制御対象の実際の応答に即して制御入力が決まることになる．これに対して，IDCS では，数値解析において制御対象の数値解析モデルを構築し，数値解析用コントローラによってその数値解析モデルに対する制御入力を同定し，蓄積する．数値解析によって蓄積した入力波をそのまま制御力として入力する場合を図 13(a)の close-open loop と呼ばれ，数値解析モデルに対する制御入力を，実際の応答から試験用コントローラによって微調整する手法を図 13(b)の close-close loop と呼ばれている¹⁶⁾．

5.1 非線形システム

(a) 非線形システムの概要

IDCS の close-open loop にしたがって，無規範モデル化した MCS の有効性を実験的に検証する．IDCS の close-open loop では，数値解析上で非線形モデルに対して所定の応答を実現するための入力波を同定・蓄積したあとに，その入力波を振動台へ用いる．そのため，振動台実験で実試験体に対して所定の応答を高精度に再現しようと思えば，数値解析における試験体の数値解析モデルが正確でなければならない．はじめに，実験に用いる試験体の数値解析モデルを正確に構築することを試みる．

振動台実験では，図 14 に示すように，積層ゴム支承と質量によって振動系を実現し，接触要素によって非線形性を付与した非線形システムを用いる．この接触要素は，ある層間変形以上になると上部の鋼製フレームに剛接された鋼棒が下部の鋼製フレームに取り付けられているゴム（材：ウレタン，硬度:70）に接触する．これによってある変形以上になるとゴムの接触によって抵抗力が増大し，ハードニングのような非線形性を実現する．この非線形システムでは，接触するまでの距離を 10mm に設定している．実際の非線形システムの全景を図 15(a)に，接触要素であるゴムを図 15(b)に示す．

非線形要素が機能しなければ，非線形システムは線形の挙動を示す．線形領域における動特性を把握するシステム同定実験を実施した．入力波としてはランダム波（周波数成分：0.3~15Hz，継続時間：

図 14 非線形システム

(a) 試験体

(b) 非線形要素

図 15 非線形システムの全景

180 秒, 最大振幅: 1m/s^2) を用いた. この実験では, 固有振動数が 1.9Hz 程度, 減衰定数が 4.0% 程度となった. 接触要素を有する非線形システムに対して, 2Hz 正弦波を振幅 2.5m/s^2 で入力した実験結果を図 16 に示す.

(b) 非線形システムの数値解析モデル

接触要素はゴムと鋼棒との接触であるが, この接触力もゴムの変形量が大きくなるにつれて非線形性を示すことになる. そこで, 接触力の非線形性を数値解析によって模擬するために, 既往の研究¹⁷⁾ で用いられるモデルを用いる. このモデルでは, 接触力は弾性復元力と減衰力の和として式(30)となる. 弾性復元力には Hertz の接触理論を, 減衰力に等価粘性減衰力を想定して, パネ変形量 z は接触するまでの距離 g_p とシステムの変位量によって表現される. 式(31)が示すように, この接触力は変形量が大きくなるほどパネ剛性も大きくなるため, 減衰係数を支配する ω_n は線形パネのように簡易に求めることができない. これに関して, 既往の研究¹⁷⁾ ではエネルギー論的検討から式(32)を用いることが提案されている.

$$F_p = k_e z_p + c_e \dot{z}_p = K |z_p|^{1/2} z_p + c_e \dot{z}_p \quad (30)$$

$$(\because z_p = x_p - g_p)$$

$$K = \frac{4\sqrt{R}}{3} \left(\frac{1-\rho_1}{E_1} + \frac{1-\rho_2}{E_2} \right)^{-1} \quad (31)$$

$$c_e = \frac{2k_e h_e}{\omega_n} = \frac{2K |z_p|^{1/2} h_e}{\omega_n} \left(\because h_e = -\frac{\ln r}{\sqrt{(\ln r)^2 + \pi^2}} \right)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4K}{5m_p} \left\{ \frac{5m_p v_0^2 (1+r^2)}{8K} \right\}^{1/5}} \quad (32)$$

F_p : 接触力, k_e : 接触パネ剛性, c_e : 接触パネ減衰係数, z_p : 接触時の変形, x_p : システムの変位, g_p : 初期衝突距離, R : 接触物体を球とした場合の半径, ρ_i : 接触材 i のポアソン比, E_i : 接触材 i のヤング係数, h_e : 等価減衰定数, r : 反発係数, m_p : 接触物体の質量, v_0 : 接触物体の接触時速度, ω_n : 接触固有円振動数である. なお, この接触固有円振動数は, 接触を半サイクルの自由振動とみなした場合の周期と対応するものである.

図 16 非線形システムの応答

本研究では, 接触部分の鋼材のポアソン比とヤング係数については, $\rho_1=0.3$, $E_1=2.05 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ に, もう一方のゴムのポアソン比とヤング係数については, $\rho_2=0.3$, $E_2=10.0 \text{ N/mm}^2$ に設定する. このモデルでは, 接触物体を球とした場合の半径 R を用いなければならないため, 試験体全体を鋼球に置き換えてその質量である 3950kg から等価な球の半径を用いる. これによって, 等価な球の半径 R は 0.49m となる. また, 接触中における減衰は反発係数として付与することが前提となっているため, 実験結果を参照して反発係数 $r=0.8$ とする. 接触するまでの距離を実際の非線形システムに従って, 10mm に設定する. なお, 接触要素が作用するまでの線形性として, システム同定の結果と図 16 の履歴特性を参考に, 質量: 3950kg , 剛性: 500kN/m , 減衰: 3.5% に設定する.

図 16 の接触要素を有する非線形システムに対して実施した実験に関して, その実験において振動台上で計測された加速度を上記の数値解析モデルに入力した結果を合わせて示している. 図 16(a) の数値解析と実験結果の時刻歴応答加速度では, 数値解析結果が実験結果よりも若干過小評価する傾向があるが, 概ね実験結果を再現することができている. 図 16(b) の層間変形とせん断力の関係においては, 数値解析結果が実験結果と良い対応を示している.

5.2 非線形制御実験の数値解析部分

各手法に基づいて上記の非線形システムに対して所定の応答を実験的に実現する. 目標応答は振幅 10.0m/s^2 の 1.8Hz 正弦波である.

(a) 逆伝達関数

逆伝達関数をコントローラとして, 制御対象の線形領域における伝達関数を用いる. つまり, システム同定から制御対象の線形領域においては質量: 3950kg , 剛性: 500kN/m , 減衰: 3.5% である. この物理量から伝達関数を導出し, この伝達関数の逆数にバターワースローパスフィルタ (3 次, 5Hz) を用いることによって, 逆伝達関数のコントローラとする. これによって得られる制御入力を図 17(a) に, この制御入力によって得られる再現応答を図 17(b) に, 数値解析

図 17 逆伝達関数

における非線形システムの履歴特性を図 17(c)に示す。

逆伝達関数を用いることは、制御対象を線形としてみなした場合に相当する。目標応答が正弦波となっており、図 17(a)において同定された入力波も正弦波になっている。この同定された入力波を非線形システムに入力すると、図 17(b)に示すように、目標とする振幅 (10.0m/s^2) の半分にも達していない。これは、同定された入力波は非線形システムが有する図 17(c)の非線形性を考慮しない線形モデルに基づいているため、このような目標応答と再現応答の差が生じている。この数値解析における目標応答と再現応答との再現応答誤差は 250%にも達し、目標応答を十分に再現することができていない。

(b) H^∞ 法

H^∞ 法において高精度な制御を実現するためには、重み関数を適切に設定しなければならない。前節で用いた伝達関数から一般化プラントを構築し、重み関数として 4.2 で用いた式(29)を継続して利用する。

H^∞ 法のコントローラとしては、数値解析で同定された入力波は数百 Hz までの高振動数成分を含み、最大加速度が 300m/s^2 にも達し、振動台限界を大幅に超えている。前節と同様に、バターワースローパスフィルタ (3 次, 5Hz) を用いて、振動台への現実的な入力波とするためのフィルタリングを施した。これによって同定された入力波は図 18(a)となる。この同定された入力波による非線形システムの再現応答は図 18(b)となり、このときの履歴特性は図 18(c)となる。図 18(a)の逆伝達関数による同定入力波が目標応答と等しい正弦波状の入力波になっていることに対して、図 18(a)は逆伝達関数による入力波の形状も振幅も大きく異なる。図 18(c)が示すように、制御対象は非線形性を有しているが、図 18(b)の再現応答は目標応答とほぼ等しい形状を示している。また、再現応答と目標応答によって位相差が生じているのは、同定された入力波にフィルタリングを施しているためである。 H^∞ 法によって同定された入力波による再現応答誤

差は 2.40%である。

(c) 無規範モデル化した MCS

無規範モデル化した MCS によって非線形システムに対して目標応答を再現する。無規範モデル化した MCS に用いるパラメータ ($\alpha, \beta, K_0, K_{\infty}$) は 2.2(b)に示した手法に従って、 $\alpha=10, \beta=25, K_0=-10, K_{\infty}=10$ とする。数値解析で同定された入力波は数百 Hz までの高振動数成分を含み、最大加速度が 150m/s^2 にも達し、振動台限界を大幅に超えてしまう。逆伝達関数を用いる手法や H^∞ 法に用いたバターワースローパスフィルタ (3 次, 5Hz) によって、振動台への現実的な入力波とするためのフィルタリングを施した。フィルタリングを施した同定入力波を図 19(a)に、その入力波によって再現された非線形システムの再現応答を図 19(b)に、その履歴を図 19(c)に示す。

図 19(a)において最大振幅が 9.6m/s^2 になり、 H^∞ 法によって同定された入力波とは多少の差が生じているものの、同じような形状を示している。この無規範モデル化した MCS による同定入力による再現応答は図 19(b)となり、再現応答誤差は 1.70%であることから、再現応答は目標応答を十分に再現できている。また、無規範モデル化した MCS による再現応答も目標応答との位相差が生じているが、これはフィルタリングに起因にしている。

5.3 非線形制御実験の振動台実験部分(無規範モデル化した MCS)

5.2 の数値解析的検討を通して、逆伝達関数では再現応答誤差が 250%にも達し、 H^∞ 法と無規範モデル化した MCS においては再現応答誤差が 2%程度とほぼ等しい。実際の実験においても同等の再現性を示したことから、ここでは無規範モデル化した MCS によって同定された入力波による実験結果を紹介する。

上記の入力波を用いた振動台実験の結果を図 20 に示す。図 20(a)は振動台上で計測された加速度であり、実際の非線形システムに対して入力された加速度である。これによって再現された応答は図 20(b)であり、振幅の負領域において再現された応答が目標応答を多少超えているという特徴があるものの、全体的な波形は目標応答を

図 18 H^∞ 法

図 19 無規範モデル化した MCS

図 20 実験結果 (無規範モデル化した MCS)

比較的忠実に再現することができている。この実験による再現応答誤差は 7.53%である。層せん断力と層間変形は図 20(c)であり、非線形的特徴を示している。このことから、無規範モデル化した MCS によって同定された入力波は、非線形システムに対しても所定の応答を実現できることが示された。

再現された応答と目標応答の誤差は、主に、振動台入力、数値解析モデルと実試験体のモデル化の誤差によって生じていると推察される。そのため、さらなる制御精度の向上には、数値解析におけるモデリングの高精度化が挙げられる。また、図 12 の IDCS の close-close loop を用いることによって、再現応答の誤差を低減することも今後の検討として考えられる。

6. まとめ

本論では入力波同定の手法として、無規範モデル化した MCS を提案し、非線形 1 質点系構造物への適用のための数値解析にて逆伝達関数による方法や H^∞ 法などの手法と比較し、実験によりその性能を検証した。また、本手法の振動台実験等における活用展開を見据えて、そのパラメータの簡便な設定方法についても併せて提案している。本研究で得られた知見を以下にまとめる。

提案した手法の数値解析による性能では、パイリニア型の履歴を付与した非線形システムに対して、逆伝達関数を用いた手法では、同定入力誤差は 156%、再現応答誤差は 9.06%となった。 H^∞ 法では、同定入力誤差は 6.79%、再現応答誤差は 0.01%となり、逆伝達関数を用いた手法よりも高い再現性を示した。無規範モデル化した MCS に関しては、コントローラは制御対象の非線形性に十分に追従し、再現応答誤差は 0.00%、同定入力誤差は 0.06%という高い性能を示した。この数値解析の検討を通して、無規範モデル化した MCS により、非線形な対象を高精度に制御できることを示した。

無規範モデル化した MCS を IDCS の close-open loop にしたがって、非線形システムに所定の応答を実現する実験を実施した。この実験では線形 1 質点システムをゴムに接触させることで非線形システムを実現し、非線形システムに対して振幅 10.0m/s^2 の 1.8Hz 正弦波を実現することを試みた。この実験では、振動台入力は数値解析モデルによって決まることから、予備実験に従って非線形システムの数値解析モデルを構築した。この数値解析モデルに基づいて 3 つの手法によって振動台入力を作成したが、数値解析におけるそれらの入力による再現応答誤差は、250% (逆伝達関数)、2.40% (H^∞ 法)、1.70% (無規範モデル化した MCS) となった。逆伝達関数による同定入力波は数値解析において、十分な再現性を有していないことと、 H^∞ 法では、無規範モデル化した MCS とほぼ等しい再現性であることから、振動台実験には無規範モデル化した MCS による入力波を用いた。この実験における再現応答誤差は 7.53%となった。

無規範モデル化した MCS は、目標応答と制御対象の再現応答のみを参照することによって時間領域で制御入力を決定する手法である。このため、制御対象のすべての質点を制御対象としてみなすことができ、非線形多質点構造物の制御に大きく貢献するものと考えられる。本論では、無規範モデル化した MCS の基本的な非線形 1 質点系構造物への適用を示したが、非線形多質点系構造物への適用方法は稿を改めて報告する予定である。

参考文献

- 1) 榎田竜太, 長江拓也, 梶原浩一, 紀曉東, 中島正愛: 大振幅応答を実現する震動台実験手法の構築と超高層建物の室内安全性, 日本建築学会構造系論文集, No.637, pp.467-476, 2009.3.
- 2) 榎田竜太, 梶原浩一, 長江拓也, 紀曉東, 中島正愛: 超高層建物の地震応答を再現する震動台実験手法の開発, 日本建築学会構造系論文集, No.634, pp.2111-2117, 2008.12.
- 3) 木村英紀: H^∞ 制御, コロナ社, 2000.2.
- 4) 寺尾満, 金井喜美: ロバスト適応制御入門, オーム社, 1989.9.
- 5) D.P. Stoten, H. Benchoubane: Empirical studies of an MRAC algorithm with minimal controller synthesis, *International Journal of Control*, **51**(4), pp.823-849, 1990.
- 6) D.P. Stoten, H. Benchoubane: Robustness of a minimal controller synthesis algorithm, *International Journal of Control*, **51**(4), pp.851-861, 1990.
- 7) 篠原雄一郎, 清水信行, 佐藤栄児, 梶原浩一, 高井茂光: Minimal Control synthesis 手法を用いた振動台制御の実験的研究, 振動と運動の制御シンポジウム講演論文集, pp.331-336, 2003.10.
- 8) 篠原雄一郎, 清水信行, 梶原浩一, 佐藤栄児: 非線形構造物との相互作用を考慮した振動台の制御手法の開発(第 1 報, Minimal Control Synthesis 手法の小型振動台への応用), 日本機械学会論文集 (C 編) 69(686), pp.2610-2617, 2003.10.
- 9) 伊藤和寿, 佐々木和麻, 池尾茂, 高橋浩爾: Minimal Control Synthesis 手法による空気圧シリンダシステムの位置制御, 日本フルードパワーシステム学会論文集, 36(5), pp.128-134, 2005.
- 10) David P. Stoten and Eudardo G. gomez: Adaptive control of shaking table using the minimal control synthesis algorithm, *Philosophical Transactions of The Royal Society, A* **359**, pp.1697-1723, 2001.
- 11) 山田就康, 西谷章: H^∞ 制御理論による構造物の制振, 日本建築学会構造系論文集, No.444, pp.23-31, 1993.2.
- 12) 岡潤, 鈴木祥之: H_∞ 制御理論を用いた多自由度構造物の制振システム, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B, 構造 I, pp.849-850, 1994.9.
- 13) 長谷雅人, 池田雅夫: 構造物の 2 目的設計—荷重最小化による振動制御と軽量化—, 最適化シンポジウム講演論文集, 2002(5), pp.327-332, 2002.10.
- 14) 山本薫, 藤田浩平, 竹脇出: 建築構造物の H^∞ ノルムを最小化する最適ダンパー配置, 日本建築学会構造系論文集, No.658, pp.2163-2170, 2010.12.
- 15) Jhon C. Doyle, Keith Glover, Pramod P. Khargonekar, Bruce A. Francis: State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(8), pp.831-847, 1989.8.
- 16) Y. Tagawa, J-Y Tu, D.P. Stoten: Inverse dynamics compensation via 'simulation of feedback control systems', *Proc. IMechE, Part I: J. Systems and Control Engineering*, 225(I1) pp.137-153, 2011.
- 17) 本江哲行, 佐藤秀紀, 岩田佳雄, 小松崎俊彦, 本郷陽子: 球と平面からなる衝突系のモデル化と解析, 日本機械学会論文集 (C 編) 65(634), pp.2287-2293, 1999.6.

(2012年 3 月 2 日原稿受理, 2012年 8 月 27 日採用決定)