Maxwell 型粘性ダンパーの固有値に基づく配置計画

STUDY ON DAMPING DISTRIBUTION OF MAXWELL-TYPE VISCOUS DAMPERS BASED ON EIGENVALUE ANALYSIS

石 垣 秀 典*
Hidenori ISHIGAKI

Eigenvalue analysis considering Maxwell model is proposed in this study, so as to compute properties and distribution of viscous dampers automatically. A real number eigenvalue of Maxwell model shows dynamic characteristic of viscous damper. If the real number eigenvalue becomes equal to a natural circular frequency of analysis model, the model will have the maximum energy dissipation to the vibration mode. In this paper, viscous damper distribution of a frame structure has been computed by the proposed method. The results have showed that the structure has the highest viscous damping factor to the design vibration mode.

Keywords: *Passive control, Viscous damper, Viscous Damping Factor, Complex eigenvalue analysis*

パッシブ制振, 粘性ダンパー, 粘性減衰定数, 複素固有値解析

1. 序

近年、高層建築物の長周期地震動対策などをはじめとして、さまざまな形で粘性系ダンパーの利用が増加しており、そのような制振構造物の性能評価法やダンパーの配置方法に関する研究も様々に展開されている。

それら多くの研究の中で、一般的な構造物の層間に Maxwell モデルで模擬される粘性型ダンパーの設置を対象にしたものとしては、実地震動に対する応答低減効果を考慮に入れた 1 質点系の性能曲線を基にして、各層の剛性分布などに応じてダンパーを配置する方法¹⁾や、システムの伝達関数の定点をなるべく小さくするようにダンパーの配置を決定する方法²⁾³⁾、あるいは白色雑音入力に対する定常ランダム応答解析に基づいて構造物の減衰性能が最大となるようにダンパーを配置する研究⁴⁾などが挙げられる。

さて、それらの研究では質点-ばね系モデルを基本として行われているものが多い。そのため、実設計で用いられている立体骨組モデルから質点系モデルへの縮約、あるいは質点系モデルで高さ方向の分布を決定した後に平面配置を検討する際には、モデル変換をする必要がある。その作業の際には、モデル化による差異がなるべく生じないように配慮する必要がある、そのような振動モデルの違いによる影響に着目した研究⁵⁾⁶⁾も行われている。粘性型ダンパーの効果をも過大に評価しないためにも重要な検討項目のひとつである。

そのような問題を解決するためには、構造設計に用いる骨組モデ

ルをそのまま用いて、ダンパー設置位置周辺の骨組剛性の影響を含めた部材レベルでの設計方法を構築する必要があるが、この領域での研究は未だ数少ない。その一例としては西村の研究⁷⁾が挙げられ、骨組内部に設置した減衰装置の効果を、実固有値解析から得られる固有振動数の変化を基に推定する方法を提案している。減衰性能を過大に評価し過ぎないような設計法が必要であるという研究目的は、本研究と同様であり部材レベルでの検討結果が報告されている。しかし、実固有値解析を用いた手法を展開しており、複素固有値解析から得られるダンパーの特性値を利用する本研究とは、計算方法が大きく異なっている。

一方で、制振設計の実務における現状は、設計用資料等に記載している式や図表で概略の装置仕様を仮決定し、時刻歴応答解析によって応答値を設計目標内に収めるための収斂作業が行われている場合が多いと思われる。そのような状況の中で、本研究ではそのような反復作業を軽減し、かつ粘性ダンパーのエネルギー吸収を適正に判断して設計が行えるような計算方法を提案することを目的としている。そして本論においては、粘性ダンパーを設置した構造物の粘性減衰定数なるべく大きくするように、ダンパーの減衰係数や配置位置を決定するための手法を提案する。

その手法を実践するにあたっては反復計算を伴うが、その指標として用いる値は、Maxwell モデルを含んだ固有値問題⁸⁾から得られるダンパーの特性値を利用している。既往の研究⁹⁾では、このダン

* アイ・イーエス 博士(工学)

IES Corporation, Dr. Eng.

パーの特性値を利用して、粘性ダンパー取付部材の剛性不足に起因する減衰効果の損失状況を判断する指標として用いているが、本研究においては、その値をダンパーの減衰係数を決定する指標として利用することを試みたものである。この特性値は固有値問題から得られるため、実際の設計で用いている骨組モデルをそのまま利用することができ、実務にも馴染みやすい手法であると考えている。本論では、平面骨組モデルを対象にして、仮定したダンパー配置でシステムの粘性減衰定数が最大となるような減衰係数を求める方法、および最も減衰効果の高いダンパー配置を決定する方法について検討を行っている。なお、検討を行うにあたっては、付与される粘性減衰はダンパー要素のみとし、一般的に剛性比例型などで付与されている構造減衰は考慮しないことにする。また、ダッシュポット部分の減衰係数は線形として扱う。

本論文の具体的な内容について述べる。まず、ダンパーへの入力変位を考慮に入れた複素固有値問題から、システム全体の固有振動数、減衰定数および Maxwell 要素部分の特性を表す 1 次系の固有値を抽出する方法について説明する。次に、平面骨組モデルを対象に仮定されたダンパー配置において、指定した振動モードの粘性減衰定数を最大にするための減衰係数を算出する方法を提案し、精度検証を行っている。

2. Maxwell 型減衰要素を含む構造物の固有値問題

本章では、まず Maxwell 型減衰要素を含む構造物モデルを対象にした固有値問題について整理しておく。Fig.1 に示すようなある構造物の一部に設置された Maxwell 型減衰要素の要素軸方向の運動方程式は、ダッシュポットへの入力変位を考慮に入れて(1)式のように表せる。Fig.1 において、ダッシュポットと直列結合するばねとの結合点に質量は設けていない。その理由としては、これらの要素が粘性ダンパーの加力実験結果等から求められた内部剛性と減衰係数を表現する要素として扱っているためである。これに接続部材を付加する場合には、Fig.1 の節点 i または節点 j に接続部材と質量を設ければ良い。また、既往の研究⁸⁾で述べられているように、結合点に質量を定義せずにダンパー部分を 1 次遅れ要素として扱う事により、このダンパー要素が構造物全体の減衰性能に及ぼす影響度を明確に把握することができる。

この要素行列を構造物全体のマトリックスに加えることにより、地動入力 $\ddot{\mathbf{z}}$ に対する Maxwell 要素を含んだ構造物全体の状態方程式が(2)式のように構成できる。なお、式中で $\mathbf{K}_d$ 、 $\mathbf{K}_{d1}$ 、 $\mathbf{K}_{d2}$ および $\mathbf{C}_d$ は、ダンパー設置数分の Maxwell 要素のばね剛性と減衰係数を、(1)式を参考にしてまとめた行列を表している。

そして $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{r}e^{\lambda t}$ とすれば、固有値問題は (3)式のように構成でき、その(3)式を解くことにより、(4)式に示すような共役複素数 $\lambda_j, \bar{\lambda}_j$ と実数解 λ_k' の固有値が求められる。

共役複素数の固有値は、構造物全体の j 次固有値であるため、通常の複素固有値問題と同様に、共役複素数の和と積よりシステム全体の j 次粘性減衰定数 h_j および固有円振動数 ω_j が求められる。システムの振動数と減衰定数の情報だけが必要であれば、この共役複素数の固有値のみを利用すれば良いが、実数の固有値 λ_k' にはダンパーに関する情報が固有値問題を介して格納されているため、本研究ではその情報を有効に活用する。

m_i, m_j : Mass
 k_d : Stiffness of Maxwell damper
 c_d : Viscous damping of Maxwell damper
 v_i, v_j : Nodal velocity
 x_i, x_j : Nodal displacement
 x_d : Displacement of dashpot

Fig.1 Analytical model of Maxwell damper

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{C}_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\mathbf{x}}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{K}_d & \mathbf{k}_d \\ \mathbf{k}_d^T & k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{x} \\ x_d \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (1)$$

ここで、

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} m_i & \\ & m_j \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}_d = \begin{bmatrix} -k_d \\ k_d \end{bmatrix}$$

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\delta} - \tilde{\mathbf{i}}\ddot{\mathbf{z}} \quad (2)$$

ここで、

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{d} \\ \mathbf{x}_d \end{Bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{i}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{i} = \begin{Bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K}_f + \mathbf{K}_d) & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_{d1} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{C}_d^{-1}\mathbf{K}_{d1}^T & -\mathbf{C}_d^{-1}\mathbf{K}_{d2} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{M}$: Mass matrix of frame structure
 $\mathbf{K}_f$: Stiffness matrix of frame structure
 $\mathbf{K}_d, \mathbf{K}_{d1}, \mathbf{K}_{d2}$: Stiffness matrix of Maxwell damper
 $\mathbf{C}_d$: Damping matrix of Maxwell damper
 $\mathbf{v}$: Velocity vector
 $\mathbf{d}$: Displacement vector
 $\mathbf{x}_d$: Displacement vector of dashpot

$$[\mathbf{A} - \mathbf{I}\lambda]\mathbf{r} = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_j &= -h_j\omega_j + i\omega_j\sqrt{1-h_j^2} \\ \bar{\lambda}_j &= -h_j\omega_j - i\omega_j\sqrt{1-h_j^2} \\ \lambda_k' &= -h_{Mk,j}\omega_j \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$h_{Mk,j} = \frac{|\lambda_k'|}{\omega_j} \quad (5)$$

その実数固有値 λ_k に関しては、ダンパーの設置数だけ求められ、(5)式で示すようにその値を j 次固有円振動数 ω_j で除す事により、無次元化された特性値 $h_{Mk,j}$ を抽出することができる。そして、その特性値 $h_{Mk,j}$ の大きさを判断することにより、 j 次振動モードに対するダンパーの効果を把握する事が可能となる。既往の研究⁸⁾からは、 $h_{Mk,j}$ が 1 よりも大きいほど Maxwell 要素のばねの影響が少なくなり、効率的なエネルギー吸収を期待できる。 $h_{Mk,j}$ が 1 よりも小さい場合には Maxwell 要素のばねの影響が多くなり、エネルギー吸収の効率は悪くなっていく。そして $h_{Mk,j}=1$ となった場合には、対象とするモードの振動数と実数固有値が一致し、そのモードに対して最もエネルギー吸収効果が高い状態となる。このような実数解 λ_k の扱いについては、次節で構造物モデルを例題として取り上げて具体的に説明する。また、刺激関数の誘導については、既往の文献⁸⁾に述べられているのでここでは省略する。

3. 平面骨組モデルによる解析

3.1 解析モデル

本節では、前節で述べた複素固有値解析を平面骨組モデルに適用してみる。解析に用いた骨組モデルを Fig.2 に示す。鉄骨フレームを想定した 15 層のモデルとしており、1 層の階高は 6m でそれ以外の層は全て 4m としている。柱および梁の断面 2 次モーメントを Table 1 に示す。なお、梁の軸方向剛性は剛として扱い、質量は各層とも 100ton とし、各質点に分散させている。非減衰の固有値解析から得られた水平方向の刺激関数を Fig.2 に示すが、水平方向の固有周期は 1 次が 1.60 秒、2 次が 0.54 秒、3 次が 0.31 秒の値となった。

Fig.2 Analytical model

Table 1 Properties of members

Floor	Columns		beams
	Cross sectional area (m ²)	Moment of inertia (m ⁴)	Moment of inertia (m ⁴)
13~15	0.06	0.0035	0.0040
10~12	0.07	0.0045	0.0040
7~9	0.08	0.0060	0.0040
4~6	0.09	0.0080	0.0040
1~3	0.10	0.0100	0.0050

3.2 粘性ダンパーを設置した場合の減衰特性

本節では、まず骨組に粘性ダンパーを設置して、そのダンパー特性が変化した場合に、構造物の粘性減衰定数がどのような変化を示すのかを調べておくことにする。ダンパーの設置位置としては、Fig.2 のモデルの中央スパンの 1 層、8 層および 15 層とした。実設計における配置箇所と比較すると少ないかもしれないが、各ダンパーに要求される特性の差異をなるべく明確に把握する目的もあり、このような配置とした。設置したダンパーの内部剛性 k_d と減衰係数 c_d の値を Table 2 に示す。解析方法としては、Table 2 の各ダンパーの内部剛性 k_d を固定値とし、減衰係数を Table 2 の値の n 倍 ($n=1\sim30$) に変化させた時の構造物の粘性減衰定数の変化を求める形式で行った。なお、ここでは取付部材は考慮せずに、層間の水平相対速度および変位に作用するように設置した。また、減衰係数の分布としては、 A_1 分布から求めた設計用層せん断力分布に近くなるように設定した Case1、その比較として 3 層とも同じ値とした Case2 の 2 種類を設定した。Case1 の粘性減衰定数を求めた結果を Fig.3 に、Case2 の結果を Fig.4 に示す。全体の粘性減衰定数の変化は良く表現されており、このような試行錯誤的な方法でも減衰定数のピークを概ね把握できることが分かる。

両図の比較から、1 次～3 次の粘性減衰定数の最大値に関しては概ね同じであり、減衰定数の最大値は内部剛性の大きさに依存することがあらためて分かる。次に、この解析で得られるダンパーの特性を示す実数固有値の絶対値 $|\lambda_k|$ と 1 次から 3 次までの固有円振動数 $\omega_1 \sim \omega_3$ の変化を調べた結果を Fig.5 および Fig.6 に示す。両図に記されている固有値 λ_k は、ダンパー設置数と同じ数だけ求められ、算出された順に添え字 1～3 を付けてある。両図から、 $|\lambda_k|$ は減衰係数の増加とともに零に漸近していることが分かる。

Table 2 Properties of Maxwell dampers

Floor	Stiffness k_d (kN/m)	Damping Coefficient c_d (kN·sec/m)	
		Case1	Case2
15	1.0×10^5	500	2500
8	3.0×10^5	1500	2500
1	5.0×10^5	2500	2500

Fig.3 Modal viscous damping factor (Case1)

Fig.4 Modal viscous damping factor (Case2)

Fig.5 Eigenvalues λ_k' and natural circular frequency ω_j (Case1)

Fig.6 Eigenvalues λ_k' and natural circular frequency ω_j (Case2)

これは既往の研究⁸⁾でも明らかにされているが、この $|\lambda_k'|$ がMaxwell型ダンパーの特性である k_d/c_d の比率を反映したものであり、そのダンパーの内部剛性 k_d に、設置した構造物の部材剛性の影響等が加味されて固有値問題の結果として求められたものである。したがって、減衰係数 c_d のみを増加させていくと固有値は零に漸近するという性質を有している。また、この $|\lambda_k'|$ はダンパーの1次遅れ系の時定数の逆数に相当し、絶対値が大きいかほどインパルス応答における応答収束時間は早くなるという特性を表す値でもある。比較のために、その比率 k_d/c_d をFig.5およびFig.6に併せて記す。Case1の結果であるFig.5では3基とも同じ比率であるが、Case2の結果であるFig.6では設置層によって異なる値となるため、Fig.6には代表として1層のダンパーの値を示した。固有値 $|\lambda_k'|$ の値と比較すると、いずれのケースもダンパーの k_d/c_d のほうが大きな値となっていることが分かる。これは、前述したようにダンパー周辺フレームの剛性の影響が k_d に反映された結果として、 k_d/c_d の値が小さくなって、固有値 λ_k' として抽出されてきたからである。

次に、その λ_k' を固有円振動数で除することによって求められる $h_{Mk,j}$ の値について調べてみる。Fig.7およびFig.8に示した図は、Fig.5およびFig.6に示した $|\lambda_k'|$ を1次～3次の固有円振動数 $\omega_1 \sim \omega_3$ で除して求めた $h_{Mk,j}$ の値をプロットしたものである。これらの図については、例えばFig.7の(a)については、Case1における3つの実数固有値の絶対値 $|\lambda_1'|$ 、 $|\lambda_2'|$ および $|\lambda_3'|$ を1次固有円振動数 ω_1 で除した値 $h_{M1,1}$ をプロットした図であり、Fig.3で1次粘性減衰定数が求められた際のダンパーの状態をこれらの値が示していることになる。すなわち、Fig.3において、1次粘性減衰定数がピークを迎える $n=22$ の減衰係数の時、Fig.7(a)の $h_{M1,1}$ 、 $h_{M2,1}$ および $h_{M3,1}$ の値は、図中に点線で示した $n=22$ の線との交点の値となり、それぞれ0.80、1.17、1.49となっている。

Fig.7 Parameters $h_{Mk,j}$ of Maxwell dampers (Case1)

Fig.8 Parameters $h_{Mk,j}$ of Maxwell dampers (Case2)

前述したように、理論的にはこれらの値が全て1.0となるとときに粘性減衰定数が最大になるため、Fig.3における1次粘性減衰定数のピーク値は調整次第でもう少し大きくなる可能性があるということになる。同様にFig.7(b)および(c)図において、Fig.3の2次および3次粘性減衰定数がピークを示す $n=6$ および $n=5$ の線との交点を求めると、(b)図で1.23、1.66、2.00、(c)図で0.87、1.14、1.36となっており、(a)図と同様に調整次第で粘性減衰定数が大きくなる可能性を示している。ただし、どの程度粘性減衰定数が大きくなるかは、ダンパーが設置されている位置でのモード振幅の大小にも依存する

ため、減衰係数調整後の固有値問題を解いて粘性減衰定数を算出する必要がある。Fig.8 には、Case2 の場合の $h_{Mk,j}$ を示してあるが、減衰定数がピークを迎える時の n の値が Case1 の事例と異なるだけで、全体的に同様の傾向を示していることが分かる。次節では、 $h_{Mk,j}$ の値が 1.0 に近づくように減衰係数を調整する方法について検討する。

3.3 固有値を用いた減衰係数の設定方法

ここでは、仮定したダンパー配置でシステムの粘性減衰定数が最大となるように減衰係数を決定する方法について、Fig.2 の平面骨組モデルを対象に検討を行う。検討を行うにあたっては、粘性ダンパーの設置位置を前節と同様に 1 層、8 層および 15 層とする。そして、各ダンパーの内部剛性 k_d も前節と同様に Table 2 の値とする。このような条件のもとで、1 次、2 次および 3 次の各粘性減衰定数を対象として、各値が最大となるような i 層の減衰係数 C_{di} の組み合わせを、(6)式に示す反復計算で求めている。

$$\text{新}C_{di} = \frac{|\lambda_k'|}{\omega_j} \cdot \text{旧}C_{di} \quad (6)$$

ここで、 C_{di} : Damping coefficient of damper installed in the i -th floor
 λ_k' : Real eigenvalue of Maxwell damper
 ω_j : j -th modal circular frequency

(6)式を採用した理由について説明する。元々 λ_k' は、前節で述べたように、減衰係数の変化に対して単調性を示している。一方、固有円振動数 ω_j の変化は非常に小さい。そこで、それらの性質をそのまま利用して減衰を付加したい j 次モードの固有円振動数 ω_j に対して、 $|\lambda_k'|$ が ω_j と同値になるような減衰係数を(6)式の形で簡便に求めようとしたものである。そして、その(6)式による 5 回の反復計算で求められた粘性減衰定数と各ダンパーの減衰係数を Table 3 に示す。各ケースの粘性減衰定数の値は表中に示したように、1 次モードを対象にした場合が 0.056、2 次モードが 0.040、3 次モードが 0.075 となっている。Fig.3 および Fig.4 の粘性減衰定数のピーク値と比較すると、小数点以下第 3 位までの比較では、2 次が一致、1 次および 3 次は収斂計算結果のほうが大きくなっている。また、Fig.3 における Case1 の粘性減衰定数がピークとなる時の減衰係数の組み合わせを Table 4 に示す。両表を比較すると、各値は近いものもあるが 2 倍近く異なっているものもあり、かなりばらついた結果となっている。そこで、(5)式で求められる $h_{Mk,j}$ の状況について調べてみた結果を Fig.9 に示す。どのケースも 5 回の反復計算で値が 1.0 に近づいている状況が読み取れる。同図中、5 回の反復計算終了時で最も数値が離れていたケースは、(a)図の λ_2' で 1.12 であった。Fig.7 および Fig.8 の場合と比較すれば、 $h_{Mk,j}$ の値は十分に 1.0 に近づいており、粘性減衰定数もピーク値を捉えていることから、(6)式の計算により、対象としたモードの粘性減衰定数を最大にする減衰係数の組み合わせを、自動的に算出することに成功したといえるだろう。一方で、Table 3 と Table 4 の値に不一致が見られるにも関わらず、得られた粘性減衰定数の値が Fig.3 および Fig.4 の結果とあまり変わらない理由に関して考察してみる。まず $h_{Mk,j}$ の値というのは、あくまでも設定した振動数でダンパーが最大の効果を発揮できているか否かを判断する指標であり、各モードの粘性減衰

Table 3 Results of iterative computation

Floor	Computed damping coefficients c_{di} (kN·sec/m)		
	Damping distribution for the 1st mode $h_1=0.056$	Damping distribution for the 2nd mode $h_2=0.040$	Damping distribution for the 3rd mode $h_3=0.075$
15	16344	5626	3276
8	36952	12599	8420
1	46710	19242	11040

Table 4 Damping coefficients for the peak values of viscous damping factor shown in Fig.3 (Case1)

Floor	Damping coefficients in Fig.3 c_{di} (kN·sec/m)		
	Damping distribution for the 1st mode ($n=22$)	Damping distribution for the 2nd mode ($n=6$)	Damping distribution for the 3rd mode ($n=5$)
15	11000	3000	2500
8	33000	9000	7500
1	55000	15000	12500

Fig.9 Results of iterative computation

定数がどのくらい増えるかという情報は含まれていないということが挙げられる。すなわち、Table 4 の減衰係数が適正値より大きく外れたとしても、構造物全体の減衰性能にあまり影響しないような場所に配置されていれば、結果として粘性減衰定数にはあまり変化が無いということになる。また、別の理由として Fig.3 と Fig.4 の横軸は Table2 の係数倍という大きな値の変化があるにも関わらず、減衰定数のピーク付近は割と緩やかに変化していることも挙げられるだろう。当然、これは解析モデルや対象モードによって異なる性状を示すと思われるため、あくまでも本検討における条件の場合に限られる理由になる。結局、本モデルの場合は Fig.3 および Fig.4 のケースと設置位置を変えないという条件で $h_{Mk,j}$ を 1.0 に近づけているので、Fig.3 および Fig.4 の粘性減衰定数の値を下回ることはいくらでも、小数点以下第 3 位までの比較ではそれほど増加もしなかったということである。

次に、実用上は Fig.9 程度の収斂結果で十分であるものの、減衰係数の変化に対して単調性を示している固有値 λ_k' の反復計算で収斂しない原因について述べる。その理由としては、求められる固有

Fig. 10 Eigenvectors in the five times iteration

値とダンパーの特性値とは 1 対 1 の独立な関係ではなく、3 層のダンパーが相互に連成した効果が 3 つの固有値にそれぞれ反映されているということが挙げられる。すなわち、ひとつのダンパーの減衰係数を変えれば 3 つの固有値が変化することになる。そのため、3 基のダンパーを一度に収斂させたい場合には、入力する減衰係数と固有値 λ_k' との関係を探りながら(6)式を適用する必要がある。本検討においては、Fig.9 の反復計算を行うにあたって、固有値とダンパーとの関係を見極めるために、固有ベクトルの大きさを指標として判断している。その一例として、Fig.10 に反復計算 5 回目の固有ベクトルの値を示す。図中の各値は、(3)式の固有値問題より得られる固有関数行列から、ダンパー変位と固有値との関連を示す部分行列の内容を抜き出したものである。Fig.10 から、各ダンパーと固有値との関連性は、固有ベクトルの大小で明確に判断できるため、その値の大きさから固有値と最も関連性の強いダンパーを決定することが可能であることが分かる。その結果として、Fig.9 のような収束状況にすることができたといえる。理論的には、すべての $h_{Mk,j}$ が 1.0 になる場合が減衰定数のピーク値となるが、前述したようにそれほどシビアに $h_{Mk,j}$ を調整しなくても実用上は十分な精度が得られる結果となっている。しかし、ダンパーの設置数が増え、ダンパー相互の影響が大きくなれば、全く収斂しない場合や(6)式の反復計算の誤差が大きくなる場合も想定される。そこで本論では、配置計画を行った全てのダンパーの減衰係数を同時に算出するための収斂計算法を考案するよりも、実務への適用を重点において、ダンパーの配置位置による減衰性能の差異を判別しながら、より確実にダンパーの減衰係数を設定する手法について、次節で検討を行うことにする。

3.4 ダンパー1基ごとに減衰係数を決定していく方法

前節では、設置した複数のダンパーの減衰係数を反復計算により一度に決定する方法を提案した。本節では、より実用的で確実に反復計算が収斂する方法を提案する。その方法は、解析モデルに設置するダンパーを 1 基のみと限定しておき、複数のダンパーを設置する場合には、単独の結果を累加して最終的な減衰係数を決定する方法である。例えば、Fig.2 の骨組モデルを用いて、前節と同様に Table 2 の配置でダンパーを設置する場合、Fig.11 に示すような流れで減衰係数を決定することになる。まず 1 層にダンパーを設置した Model-A の減衰係数を反復計算で決定し、次に Model-B を決定、最後に Model-C を決定するという 3 回の反復計算を実施する。そし

Fig. 11 Computation of damping coefficients of Maxwell dampers

Table 5 Viscous damping coefficients computed by results of the models with one damper

Floor	Computed damping coefficients c_{di} (kN・sec/m)		
	Damping distribution for the 1st mode	Damping distribution for the 2nd mode	Damping distribution for the 3rd mode
15	17185	5878	3500
8	38971	14397	8703
1	46177	17746	11597

Table 6 Modal viscous damping factors (Model-A, B, C, D)

Analytical model	Damping distribution for the 1st mode h_1	Damping distribution for the 2nd mode h_2	Damping distribution for the 3rd mode h_3
Model-A	0.026	0.032	0.028
Model-B	0.024	0.008	0.026
Model-C	0.001	0.004	0.006
sum total (A+B+C)	0.051	0.043	0.060
Model-D	0.056	0.040	0.075
Ratio (A+B+C)/D	0.907	1.075	0.800

Table 7 Parameters of Maxwell dampers $h_{Mk,j}$ (Model-D)

	Damping distribution for the 1st mode $ \lambda_k' /\omega_1$	Damping distribution for the 2nd mode $ \lambda_k' /\omega_2$	Damping distribution for the 3rd mode $ \lambda_k' /\omega_3$
$h_{M1,j}$	1.019	1.026	0.971
$h_{M2,j}$	0.934	0.924	0.931
$h_{M3,j}$	0.950	0.956	0.925

て、各計算で求められた減衰係数を Model-D に設定して、最終的な粘性減衰定数を求めるという方法である。

以上の方法によって、1 次～3 次までの各振動モードを対象にして求められた各層のダンパーの減衰係数を Table 5 に示す。また、算出過程での各モデル (Model-A, B, C, D) で求められた粘性減衰定数を Table 6 に示す。最終的にダンパー 3 基を設置した Model-D の粘性減衰定数は、Table 6 の下から 2 段目に記してあり、1 次を対象にした場合が $h_1=0.056$ 、2 次を対象にした場合が $h_2=0.040$ 、3 次を対象にした場合が $h_3=0.075$ と求められている。この値は、3 基の減衰係数を一度で求めた前節の結果と同じ値となっている。また、各層の減衰係数の値も Table 3 と Table 5 の比較から、両者は近い値となっており、ダンパー相互の干渉を無視した計算から求められた減衰係数によっても、ほぼ同様の結果を得ることができている。このような決定方法を用いると、解析ケースは増えるものの、前節のようなダンパーと固有値 λ_k' の関連性を調べるような作業が不要であるため、(6)式の λ_k'/ω_j は確実に 1.0 に収斂する。

Fig.12 Results of iterative computation using one damper models (Model-A, B, C)

また前節で述べたように、各ダンパーが建物に付与できる減衰性能を知るためには、粘性減衰定数を調べる必要があるため、本検討のように1基ずつ計算を行ってあげば、その過程で各ダンパーが建物に付与できる最大の減衰性能が明らかとなり、配置計画を行う際の有効な資料になるという利点もある。例えば、Table 6の1次モードを対象にした結果の中で、Model-C（最上階に設置）のダンパーは粘性減衰を0.1%しか付与できず、他のダンパーよりも効果が低いことが明確となるため、設置場所を変更するなどの対策がスムーズに行えることになる。

次に、 $h_{Mk,j}$ の収束状況を Fig.12 に示すが、全ケースとも5回の反復計算で誤差1%未満となっており、確実に安定した反復計算を行うことが可能である。しかし、それら $h_{Mk,j}$ の値は、Model-Dに設定された時には当然1.0の値から外れることになる。Table 7にその $h_{Mk,j}$ の値を示すが、全体の傾向からすると1.0を下回っている値の方が多くなっている。これは、各ダンパーに設定されている減衰係数が大きすぎることを示しており、ダンパー間の連成による効果を考慮に入れる場合には、これらの値を参考にして減衰係数を再設定することも可能であろう。しかし、Table 7程度の差異であれば、前節までの結果と同様に、粘性減衰定数の値がほぼ最大の状態であるため、そのような作業は不要であろう。一方で、Table 6におけるModel-A, BおよびCの粘性減衰定数を単純和した値とModel-Dの値との差異は、Table 6の最下段に示されているように、最大で2割程度生じているため、最終的には累加計算ではなく複数のダンパーを設置した状態で、粘性減衰定数を計算しておく必要性を示唆する結果となっている。

最後にModel-Dの水平方向1～3次の粘性減衰定数をTable 8に、水平方向絶対加速度の応答倍率曲線をFig.13, Fig.14およびFig.15に示すことによって、各モデルの特性をまとめておく。なお、応答倍率は最上階の水平加速度の絶対値を入力加速度の絶対値で除すことにより求めている。各図とも本検討で対象としてきた3次までの振動モードが出力される周波数範囲を抜き出してあるが、3.5Hz付

Table 8 Modal viscous damping factors h_j (Model-D)

	Damping distribution for the 1st mode	Damping distribution for the 2nd mode	Damping distribution for the 3rd mode
h_1	0.056	0.034	0.023
h_2	0.022	0.040	0.040
h_3	0.026	0.062	0.075

Fig.13 Amplification factor of absolute acceleration of design model for the 1st mode

Fig.14 Amplification factor of absolute acceleration of design model for the 2nd mode

Fig.15 Amplification factor of absolute acceleration of design model for the 3rd mode

近にもそれ以外のピークが見られる。この振動モードは、上下振動が優勢なモードであるが、3.2Hz付近の水平3次の振動モードと連成しており、ダンパー設置後はさらにその連成度合いが強まるような状態となっている。骨組モデルを採用しているため、そのような状態となるのはやむを得ないが、各図におけるピークをTable 8と単純に比較してみると、制振対象とした振動モードの応答倍率が小さくなっていることが分かる。Fig.14 および Fig.15 においては、設定された減衰係数の値が割と近いこともあり、2次および3次の二つのモードに同時に効果が表れている結果となっている。特に、今

回の配置では3次モードの粘性減衰定数の値が最も大きくなっており、ダンパー配置位置の違いによりその効果が大きく異なってくることを改めて確認することができる。Fig.13 においては、Table 8 の値と比較すると、2次および3次のピーク値が1次のピーク値に比べてもっと大きくなっても良さそうであるが、これは倍率を算出している最上階という位置の応答性状が表れたものであり、別の位置で応答倍率を算出すれば、また別の結果が表れることになる。本研究で提案した手法は、ターゲットとする振動数がひとつだけであるため、ある振動モードを対象に粘性ダンパーの減衰係数を決定すれば、当然他のモードの応答にも影響を及ぼすことになる。このように、複数振動モードの影響や応答性状まで含めて考えれば、配置計画は非常に煩雑な作業になることは明らかである。本研究で提案した手法が、そのような煩雑な作業の一助になるように、今後はより多くのモデルに対して適用性の検討を行っていく予定である。

4. まとめ

Mawell 型減衰要素のダッシュポット部分の変位を考慮に入れた固有値を用いて、任意のモードに対する粘性減衰定数が最大になるように粘性ダンパーの減衰係数を決定する方法を提案し、その有効性を確認した。その結果と考察を以下にまとめる。

- 1) 線形な粘性ダンパーを対象にして、ダンパーの内部剛性を仮定したのちの減衰係数の決定方法を示すことができた。本論で示した方法をまとめると、①ダンパーの減衰係数をパラメトリックに変化させて減衰定数のピークを探る方法、② h_{Mk_j} の値が1.0になるように、一度に全てのダンパーの係数を収斂計算で求める方法、③ h_{Mk_j} の値が1.0になるように、一基ずつダンパーの減衰係数を収斂計算で求める方法、以上の3種類である。いずれの方法によっても概ね同様な減衰定数値が得られているため、今回のモデルでは実用上十分な精度でピークを捉えることができたと考えている。また、実際の製品では内部剛性と減衰係数の組み合わせは限られており、計算結果がそのまま適用できることは少ないと思われる。計算で求められた減衰係数と大きく異なるような製品を選択せざるを得ない場合には、 h_{Mk_j} の値が1.0を上回るように製品を選択したほうが、エネルギー吸収性能は効率的になることが既往の研究⁸⁾で明らかとなっている。
- 2) 対象とした平面骨組モデルは一例だけであるが、部材レベルでのマトリックス解析を基本としているために、立体骨組や質点一ばね系などの様々なモデルにも適用可能である。ただし、反復計算の精度等については対象とするモデルによって差が生じると考えている。今後の検討課題としたい。
- 3) 本検討では、制振対象とする振動モードを限定し、その対象モードの粘性減衰定数が最大になるような減衰係数決定方法を示すことができた。しかし、実際の設計においては、複数のモードの影響や実地震動による応答など、さらに様々な要因を考慮に入れたうえでダンパーの配置や仕様を決定しなければならない。そのため、今回の検討結果だけをもって構造物の最適な減衰係数分布について言及するつもりはない。今後、より多くのモデルに対して本手法を適用しながら研究を進め、多くの知見をまとめたうえで、改めて最適な減衰係数分布について考えてみたい。

参考文献

- 1) パッシブ制振構造設計・施工マニュアル 第3版, 日本免震構造協会, 2013.11
- 2) 藤山満, 背戸一登: 定点理論に基づく制振計画法に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, 構造II, pp.1007-1008, 2005.9
- 3) 安井謙: Maxwell 型の層間ダンパーを有する多質点系モデルの定点に関する一考察, 日本建築学会構造系論文集, 第620号, pp.27-34, 2007.10
- 4) 松田敏: Maxwell 型粘性ダンパーを有する構造物の統計的等価減衰定数に基づく最適設計, 日本建築学会構造系論文集, 第667号, pp.1649-1657, 2011.9
- 5) 石井正人, 北村春幸, 和田章, 笠井和彦: 粘弾性型制振部材付き架構のモデル化に関する検討, 日本建築学会構造系論文集, 第531号, pp.55-62, 2000.5
- 6) 竹内徹, 市川康, 中島秀雄, 笠井和彦: ダンパーが不均等配置された多層パッシブ制振構造の応答予測, 日本建築学会構造系論文集, 第583号, pp.115-122, 2004.9
- 7) 西村功: 構造物内部に設置された減衰装置の性能評価, 日本建築学会構造系論文集, 第579号, pp.23-30, 2004.5
- 8) 石垣秀典, 石丸辰治: マックスウェルモデルで模擬されるパッシブ型制振構造物の性能評価法—1 質点粘性減衰系を対象にした検討—, 日本建築学会構造系論文集, 第597号, pp.55-61, 2005.11

STUDY ON DAMPING DISTRIBUTION OF MAXWELL-TYPE VISCOUS DAMPERS BASED ON EIGENVALUE ANALYSIS

Hidenori ISHIGAKI*

* IES Corporation, Dr. Eng.

It is very difficult to determine viscous damper distribution of a frame structure so as to have the maximum energy dissipation performance. So properties and arrangements of dampers are determined by trial and error response analysis in many practical designs. In such a situation, this paper presents a passive control design of building structures with Maxwell-type viscous dampers. Many of previous studies have proposed design methods of damping devices using mass-spring models. As a consequence, to apply the results of those studies became difficult in many practical designs. Therefore, a design method using eigenvalue analysis is proposed in this study, so as to compute properties and distribution of viscous dampers automatically.

Generally, a single mass-spring system with Maxwell model has three degrees of freedom. That is, the three eigenvalues are derived, in which the two are conjugate complex numbers λ_1 and $\bar{\lambda}_1$, and the other is real number λ_2 . The real number eigenvalue has dynamic characteristics of Maxwell model. For example, the value contains the property of setting positions, attachment members and energy dissipation of the viscous dampers. And if the real number eigenvalue is equal to a natural circular frequency of damped structure, the structure will have the maximum viscous damping factor to the vibration mode. Therefore, it can be possible to determine damper distribution automatically by the iterative calculation based on the characteristic feature.

In the case of N-degrees of freedom model with M-set viscous dampers, the eigenvalues of 2N conjugate numbers and M real numbers are derived (Eq. (4)). In this paper the design method is performed by 15-story frame structure shown in Fig. 2. From the First natural period to the third natural period of the analysis model are 1.60 sec, 0.53 sec and 0.46 sec. In the case of viscous dampers installed in the 1st floor, the 8th floor and the 15th floor, the maximum viscous damping factors are calculated by trial and error method which is the method of changing damping coefficients and calculating viscous damping factors repeatedly (Fig. 3). And the viscous damping factors are 0.055 as the 1st mode, 0.04 as the 2nd mode, 0.073 as the 3rd mode shown in Fig. 3. By using the proposed method, it has been investigated whether it is possible to calculate the damping coefficients such that the viscous damping factor calculated by trial and error method (Fig.3). There are two methods for calculating the damping coefficients of the dampers. One is the method of calculating three dampers simultaneously. The other is the method of calculating three dampers separately (Fig. 11). These two methods have been performed, and the results showed that both of the methods can reproduce the value calculated by trial and error method (Table 3 and Table 5). The iteration count in one simulation is less than 5 times (Fig. 9 and Fig. 12), and the results have been computed automatically by this proposed method. Moreover, it has been showed that the differences of the energy dissipation by damper distribution are clarified by this method. From those results, it became clear that these methods are applicable to practical design for passive control buildings.

(2014年3月26日原稿受理, 2014年7月23日採用決定)