二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面部材の 連成局部座屈耐力算定

EVALUATION OF COUPLED LOCAL BUCKLING STRENGTH OF SQUARE HOLLOW SECTION MEMBER UNDER BIAXIAL BENDING SHEAR FORCE AND AXIAL FORCE

佐藤 公亮*, 五十嵐 規矩夫**
Kosuke SATO and Kikuo IKARASHI

The purpose of this study is to present approximate formulas for elastic local buckling strength of square hollow section members under biaxial bending shear force and axial force. For this purpose, buckling analysis considering coupled effects of plate elements and complex stress conditions by bending, shear, and compression is conducted using energy method. Effects of determinants of the buckling strength, boundary conditions, aspect ratio, and stress conditions of the plate elements are understood. Simple approximate formulas for the coupled local buckling strength corresponding to boundary conditions at both ends, shape and stress distribution with respect to the members are presented.

Keywords: Column, Box section, Square steel tube, Plate element, Elastic local buckling, Energy method
柱, 箱形断面, 角形鋼管, 板要素, 弾性局部座屈, エネルギー法

1. 序

鋼構造建築物の柱材として箱形断面部材や角形鋼管部材といった正方形中空断面部材が使用されており, 柱材には自然外力によって二軸曲げせん断力と軸力が作用する。その弾塑性挙動は破断を除けば局部座屈(Photo 1)によって決定されるため, 建築物全体の耐震性能を正しく評価するためには二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面部材の局部座屈を伴う大変形挙動を解明する必要がある。

正方形中空断面部材の局部座屈に関する研究は現在までに数多くなされており(例えば1)~4), 鋼構造設計規準⁵⁾, 鋼構造塑性設計指針⁶⁾, 鋼構造限界状態設計指針⁷⁾ではそれぞれの設計思想に基づく板要素の幅厚比制限値あるいは幅厚比区分が定められている。また, 建築物の構造関係技術基準解説書⁸⁾, 冷間成形角形鋼管設計・施工マニュアル⁹⁾には告示における幅厚比制限値, 部材種別に応じた幅厚比の値が示されている。しかし, 鋼構造塑性設計指針⁶⁾における幅厚比制限値は周辺単純支持平板の圧縮実験結果に, 鋼構造限界状態設計指針⁷⁾における幅厚比区分は短柱圧縮実験結果を用いて解析的に求められた塑性変形倍率評価式に, 告示における幅厚比制限値は主に短柱圧縮実験結果に⁹⁾基づいており, いずれにおいても二軸曲げせん断力と軸力の荷重条件は考慮されていない。

このように, 正方形中空断面部材の局部座屈挙動は検討されているものの, 二軸曲げせん断力と軸力を受ける場合の局部座屈挙動

を支配する要因は十分に明らかにされていないのが現状である。これは, その不安定挙動に影響を与える因子が非常に多く複雑なためと考える。正方形中空断面部材の局部座屈性状が板要素の幅厚比の影響を大きく受けることは広く知られているが, その局部座屈性状を正しく評価するためには板要素の境界条件や応力状態等を考慮する必要がある。また, 正方形中空断面部材は製造過程において溶接加工や冷間加工を受けており, その大変形挙動は製造加工による初期不整の影響も受ける。これらのため, 二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面部材の局部座屈挙動を解明することは技術的に難しい課題となっている。

上記の問題を解決するためには, 局部座屈性状と初期不整の影響を個別に検討することが重要と考える。なぜならば, 正方形中空断

Photo 1 Local buckling of square hollow section member

本論文の一部は文献12)にて発表。

* 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
博士後期課程・修士(工学)

日本学術振興会 特別研究員 DC

** 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
准教授・博士(工学)

Doctoral Student, Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, M. Eng.

JSPS Research Fellow

Assoc. Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Fig. 1 Local buckling analysis model of square hollow section member

面部材の弾塑性挙動を実験のみによって調べる方法では、多くの不安定挙動影響因子が混在した状態の実験結果しか得られず、その不安定挙動を支配する要因を明らかにできないためである。このため、正方形中空断面材の局部座屈挙動を解明するためには、まず初期不整のない理想状態において部材形状や荷重条件等で純粋に定まる局部座屈性状を把握することが重要である。

しかしながら、正方形中空断面材の局部座屈性状を詳細に検討した研究は数少なく、弾性局部座屈性状すら十分に把握されているとはいえない。正方形中空断面材の弾性局部座屈耐力に関する既往の研究には文献 10), 11)があり、エネルギー法によってその座屈耐力が導出されている。しかし、文献 10)では板要素の長辺(Fig. 1)における境界条件が単純支持や固定支持のように簡略化されており、板要素の連成局部座屈が考慮されていない。また文献 11)ではせん断応力が考慮されていないため、曲げとせん断力の相互作用を受ける場合の座屈耐力を導出できていない。このように、板要素の連成効果と部材内の応力状態を正しく考慮した座屈耐力の導出および定量的評価はこれまでなされてこなかった。このため、現行の鋼構造設計規準⁵⁾における幅厚比制限では、境界条件と応力状態が実際とは異なる四辺単純支持平板の純圧縮座屈耐力によって正方形中空断面材の幅厚比制限値が定められており、その座屈耐力は過小評価されている¹²⁾。

この問題を解決するために、著者らは板要素の連成効果と曲げ、せん断、圧縮による複合応力状態を考慮したエネルギー法による座屈解析を実施し、二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面材の精確な弾性局部座屈耐力を導出している¹²⁾。しかし、文献 12)では座屈耐力の理論的導出にとどまっており、局部座屈性状の詳細な検討や座屈耐力算定法の提案はなされていない。

一方、H 形断面材に関しては、板要素の連成局部座屈、さらには局部座屈と横座屈の連成座屈までもを考慮した精確な弾性座屈耐力がエネルギー法による理論解析から導出されるとともに、座屈耐力の算定法が提案されている¹³⁾。また、文献 14)では連成座屈解析によって得られた弾性座屈耐力を基に部材の形状や応力状態を考慮した新規幅厚比制限値が提案されており、文献 15)では座屈耐力に基づく新規幅厚比指標を用いて H 形断面梁部材の塑性変形能力を簡

Table 1 Expressions to derive local buckling strength of square hollow section member

Elastic buckling stress and buckling coefficient of plate element	
$\sigma_{cr} + \sigma_{cr} = \sigma_{cr}$	$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{(b/t)^2}$
σ_{cr} Maximum bending stress	σ_{cr} Compressive stress
σ_{cr} Maximum normal stress	
E Young's modulus	ν Poisson's ratio (= 0.3)
Strain energy and work done by external force	
$\Delta U = \sum_{i=1}^4 \left[\frac{1}{2} \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \int_0^L \int_0^b \left(\left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right) dx dy \right]$	
$\Delta T = \sum_{i=1}^4 \left[\frac{1}{2} \int_0^L \int_0^b \left(\sigma_i(x,y) \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \right)^2 - 2\tau_i(y) \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_i}{\partial y} \right) dx dy \right]$	
ΔU Strain energy	ΔT Work done by external force
w_i Displacement function of plate element i	
$\sigma_i(x,y)$ Normal stress distribution in plate element i	
$\tau_i(y)$ Shear stress distribution in plate element i	
Wave number of displacement function	
Wave number with respect to x -direction	$M = 2\lambda \geq 8$
Wave number with respect to y -direction	$N = 8$
Buckling conditional equation	
$\left(\frac{\partial \Delta U}{\partial a_{mn}} = \frac{\partial \Delta T}{\partial a_{mn}} \right) \wedge \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial b_{mn}} = \frac{\partial \Delta T}{\partial b_{mn}} \right) \wedge \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial c_{mn}} = \frac{\partial \Delta T}{\partial c_{mn}} \right) \wedge \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial d_{mn}} = \frac{\partial \Delta T}{\partial d_{mn}} \right)$	

便かつ精度良く評価している。正方形中空断面材に関しても、部材の形状や応力状態を考慮した新規幅厚比制限値および新規塑性変形能力評価指標の提案は座屈設計の合理化のために重要と考える。これらのことを実現するためには、正方形中空断面材の形状と応力状態を考慮した連成局部座屈耐力の算定法が必要である。

以上の背景を踏まえ、本研究では二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面材の連成局部座屈耐力算定法を提案することを目的とする。このために、板要素の連成効果と部材内の応力状態を考慮したエネルギー法による弾性局部座屈解析の概要を改めて示し、板要素の境界条件と応力状態が座屈耐力に与える影響を明らかにする。この検討によって座屈耐力を決定する因子の影響を把握した上で、部材の形状や応力状態を考慮した簡便な連成局部座屈耐力の算定法を提案する。また、正方形中空断面材には角部に曲率半径が存在する場合があるため、角部曲率半径が弾性局部座屈耐力に与える影響についても検討を加える。

2. 二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面材の連成局部座屈耐力の導出

本研究では、Fig. 1 に示すような二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面材の連成局部座屈耐力をエネルギー法¹⁶⁾を用いた弾性座屈解析によって明らかにする。検討対象は初期不整のない完全弾性体の正方形中空断面材であり、その板厚は幅に比して小さく全断面で一様である。

Table 1 に座屈応力度の記法と局部座屈耐力の導出条件を示す。板要素の弾性座屈応力度 σ_{cr} は座屈係数 k を用いて表すことができ、本研究では座屈応力度を座屈係数によって評価する。ひずみエネルギー増分 ΔU と外力のなす仕事 ΔT は Table 1 に示される通りである¹⁶⁾。

* Definition of each plate element is shown in Fig. 1. ** Positive stress is shown on the outside of the member cross-section and negative stress is shown on the inside.

*** Experimental value is the stress at the time when maximum bending moment in each test specimen whose width-thickness ratio is 50 reaches almost half of yield moment¹⁷⁾.

Fig. 2 Stress distribution in square hollow section member under biaxial bending shear force

板要素の変位関数に関しては、任意の応力状態における座屈耐力を導出するために以下の仮定を設け、長辺の境界条件を板要素の連成効果を考慮した弾性支持とする。

(1) 隣り合う板要素は長辺において座屈変形後も直角を保つ

(2) 板要素に生じる曲げモーメントは長辺において釣り合う

これらの仮定を満足するように、板要素 i の変位関数 w_i を式(1)~(9)のように定める。なお、部材両端の支持条件は式(5)に示すように単純支持あるいは固定支持としている。

$$w_1 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn} \mu_m a_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N d_{mn} \mu_m b_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \mu_m c_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \mu_m d_n v_n \quad (1)$$

$$w_2 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \mu_m a_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn} \mu_m b_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \mu_m c_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N d_{mn} \mu_m d_n v_n \quad (2)$$

$$w_3 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \mu_m a_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \mu_m b_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N d_{mn} \mu_m c_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn} \mu_m d_n v_n \quad (3)$$

$$w_4 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N d_{mn} \mu_m a_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N c_{mn} \mu_m b_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn} \mu_m c_n v_n + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} \mu_m d_n v_n \quad (4)$$

$$\mu_m = \begin{cases} \text{両端単純支持} & \Rightarrow \sin \frac{m\pi x}{L} \\ \text{両端固定支持} & \Rightarrow \sin \frac{\pi x}{L} \sin \frac{m\pi x}{L} \end{cases} \quad (5)$$

$$a_n v_n = \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (6)$$

$$b_n v_n = n \cos(n\pi) \sin \frac{\pi y}{b} \cos \frac{\pi y}{2b} \quad (7)$$

$$c_n v_n = -n \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{\pi y}{2b} \quad (8)$$

$$d_n v_n = -\frac{\cos(n\pi)}{2} \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (9)$$

ここに、 m, n は自然数、 M, N は波数、 $a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}$ は係数、 μ_m は x の関数、 $a_n v_n, b_n v_n, c_n v_n, d_n v_n$ は y の関数、 b は板幅、 L は材長である。

部材内応力度に関しては、正方形中空断面部材が二軸曲げせん断力と軸力を受ける場合の曲げ応力度、せん断応力度、圧縮応力度を全て考慮する。板要素 i の垂直応力度分布 $\sigma_i(x, y)$ とせん断応力度分布 $\tau_i(y)$ はそれぞれ式(10)~(13)、式(14)~(17)のように表される。ただし、本研究では圧縮応力を正としており、せん断応力度分布はせん断流れ理論によって導いている。

$$\sigma_1(x, y) = {}_b\sigma_{cr} \left(\frac{2 \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} \frac{y}{b} + \frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} \right) \left(1 - \beta \frac{x}{L} \right) + {}_c\sigma_{cr} \quad (10)$$

$$\sigma_2(x, y) = {}_b\sigma_{cr} \left(-\frac{2 \sin \theta}{\sin \theta + \cos \theta} \frac{y}{b} + 1 \right) \left(1 - \beta \frac{x}{L} \right) + {}_c\sigma_{cr} \quad (11)$$

$$\sigma_3(x, y) = {}_b\sigma_{cr} \left(-\frac{2 \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} \frac{y}{b} - \frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} \right) \left(1 - \beta \frac{x}{L} \right) + {}_c\sigma_{cr} \quad (12)$$

$$\sigma_4(x, y) = {}_b\sigma_{cr} \left(\frac{2 \sin \theta}{\sin \theta + \cos \theta} \frac{y}{b} - 1 \right) \left(1 - \beta \frac{x}{L} \right) + {}_c\sigma_{cr} \quad (13)$$

$$\tau_1(y) = {}_b\sigma_{cr} \frac{1}{\lambda} \frac{2\beta}{\sin \theta + \cos \theta} \left(-\frac{\cos \theta}{2} \frac{y^2}{b^2} - \frac{\sin \theta - \cos \theta}{2} \frac{y}{b} + \frac{\sin \theta + \cos \theta}{4} \right) \quad (14)$$

$$\tau_2(y) = {}_b\sigma_{cr} \frac{1}{\lambda} \frac{2\beta}{\sin \theta + \cos \theta} \left(\frac{\sin \theta}{2} \frac{y^2}{b^2} - \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2} \frac{y}{b} - \frac{\sin \theta - \cos \theta}{4} \right) \quad (15)$$

$$\tau_3(y) = {}_b\sigma_{cr} \frac{1}{\lambda} \frac{2\beta}{\sin \theta + \cos \theta} \left(\frac{\cos \theta}{2} \frac{y^2}{b^2} + \frac{\sin \theta - \cos \theta}{2} \frac{y}{b} - \frac{\sin \theta + \cos \theta}{4} \right) \quad (16)$$

$$\tau_4(y) = {}_b\sigma_{cr} \frac{1}{\lambda} \frac{2\beta}{\sin \theta + \cos \theta} \left(-\frac{\sin \theta}{2} \frac{y^2}{b^2} + \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2} \frac{y}{b} + \frac{\sin \theta - \cos \theta}{4} \right) \quad (17)$$

ここに、 ${}_b\sigma_{cr}$ は曲げ応力度の最大値、 ${}_c\sigma_{cr}$ は圧縮応力度、 b は板幅、 L は材長、 λ は辺長比、 β は曲げモーメント勾配、 θ は加力角度である。

理論的に導いた応力度分布式の妥当性を調べるために、Fig. 2 に座屈解析で仮定した応力度分布と角形鋼管部材の荷重実験¹⁷⁾で測定した応力度分布を示す。図には加力角度 θ が 0, 15, 30, 45 度の場合の曲げ応力度とせん断応力度を示しており、理論値を線で実験値を

Fig. 3 Convergence of solution and wave number of displacement function

Fig. 4 Effects of boundary conditions along longitudinal edges on buckling strength

プロットで表している。図から、応力度の理論値と実験値は比較的精度良く対応しており、本研究の応力度分布は妥当である。

正方形中空断面部材の座屈条件は自然数 $m = 1, 2, \dots, M$, $n = 1, 2, \dots, N$ に対し Table 1 中の座屈条件式が成り立つことである¹⁶⁾。座屈条件式を固有値問題として解くことにより、座屈耐力と座屈波形を得る。

ここで、変位関数の波数と解の収束性との関係を調べる。解の収束性は板要素の辺長比の影響を受けると考えられるため、ここでは辺長比を極端にとり 1, 50 の 2 種類として検討を行う。また、荷重条件は座屈波形が複雑になり解が収束しにくいと考えられる加力角度が 45 度の逆対称曲げせん断力とする。まず、Fig. 3(A)に座屈係数 k_b と x 方向の波数 M との関係を示す。図から、 y 方向の波数 N によらず、 x 方向の波数がある値以上にしても座屈係数はほとんど変化しないことが分かる。辺長比が 1 の場合には 4 程度以上、辺長比が 50 の場合には 80 程度以上とすれば妥当な解が得られるといえる。このように、辺長比が小さい場合を除けば、 x 方向の波数は辺長比の 2 倍とすれば十分である。次に、Fig. 3(B)に座屈係数と y 方向の波数 N との関係を示す。この図では、 x 方向の波数を十分大きな値としている。図から、 y 方向の波数は 4 程度以上とすれば妥当な解が得られることが分かる。以上の検討に基づき、本研究では変位関数の波数 M, N を Table 1 中の式のようにとる。

なお、本研究では板要素長辺の境界条件が単純支持に近いのか、固定支持に近いのかを調べるために、長辺の境界条件を単純化し板要素 1 枚を解析対象とする座屈解析も併せて行う。解析対象は Fig. 1 に示す板要素 1 あるいは 2 とし、長辺 2 辺の境界条件を単純支持あるいは固定支持とする。

3. 正方形中空断面部材の連成局部座屈性状

本章では、正方形中空断面部材の弾性局部座屈耐力を決定する因子の影響を明らかにする。ここに、座屈耐力を決定づける因子は板要素の境界条件、辺長比、応力状態である。

3.1 板要素の境界条件が弾性局部座屈耐力に与える影響

板要素長辺の境界条件が弾性局部座屈耐力に与える影響を調べるために、Fig. 4 に長辺を単純支持、板要素の連成効果を考慮した弾性支持、固定支持とする場合の座屈係数を示す。図には解析対象の板要素と長辺の境界条件を示している。単独の板要素は Fig. 1 に示す板要素の番号によって表されている。また、有限要素法による座屈固有値解析結果を○で表している。なお、有限要素法解析の概要を付録に示している。

まず、解析結果の一例として Fig. 4(a)に座屈係数 k_b と辺長比 λ との関係を示す。荷重条件は加力角度が 0 度の逆対称曲げせん断力であり、軸力は作用していない。図から、現実的な辺長比の範囲では、

(a) Simple support along longitudinal edges (b) Elastic support along longitudinal edges (c) Fixed support along longitudinal edges

Plate element 2, Fixed support at both ends, $\lambda = 10$, $\beta = 2.0$, $\theta = 45$ (deg.), $k_c = 2.0$

* Displacement of plate element is normalized so that the absolute value of maximum displacement becomes 1.0.

Fig. 5 Effects of boundary conditions along longitudinal edges on buckling form

Fig. 6 Effects of end moment ratio on buckling strength

正方形中空断面部材の座屈耐力は大きかにはフランジに相当する板要素 2 の座屈耐力によって決定され、長辺が弾性支持の座屈耐力は長辺が単純支持の座屈耐力と固定支持の座屈耐力のほぼ中間にあることが分かる。すなわち、板要素の連成効果を考慮せず長辺の境界条件を簡略化すると、精確な座屈耐力が得られないといえる。

次に、加力角度の影響を調べるために、Fig. 4(b)に座屈係数 k_b と加力角度 θ との関係を示す。図から、加力角度が 0 度の場合に単純支持と固定支持のほぼ中間にある弾性支持の座屈耐力は、加力角度が 45 度に近づくとき長辺が単純支持の座屈耐力に近づくことが分かる。

次に、軸力の影響を調べるために、Fig. 4(c)に曲げせん断力と軸力が作用する場合の座屈係数 k_b と座屈係数 k_c との関係を示す。ただし、図の横軸が 0 の場合は曲げせん断力だけの状態、縦軸が 0 の場合は圧縮力だけの状態である。図から、軸力がない場合に単純支持と固定支持のほぼ中間にある弾性支持の座屈耐力は、作用軸力が大きくなると長辺が単純支持の座屈耐力に近づくことが分かる。

以上のように、長辺の境界条件は部材内応力度の影響を受けるため、任意の応力状態の座屈耐力を把握するためには長辺を板要素の連成効果を考慮した弾性支持とする必要がある。

なお、Fig. 4 の各図からエネルギー法による座屈耐力と有限要素法による座屈耐力は精度良く対応しており、本研究の連成局部座屈解析で得られた座屈耐力は妥当であるといえる。

ここで、板要素長辺の境界条件が座屈波形に与える影響を調べるために、Fig. 5 に長辺を単純支持、板要素の連成効果を考慮した弾性支持、固定支持とする場合の座屈波形の一例を示す。この図では、

Fixed support at both ends, $\beta = 2.0$, $\theta = 0$ (deg.), $k_c = 0.0$

* Displacement of plate element is normalized so that the absolute value of maximum displacement becomes 1.0.

Fig. 7 Local buckling mode of square hollow section member

加力角度が 45 度の逆対称曲げせん断力と軸力が作用する場合の座屈波形を示している。なお、図の座屈波形はエネルギー法による座屈解析で得られている。図の座屈波の位置と大きさから、長辺における境界条件が弾性支持の場合の座屈波形は、単純支持の場合の座屈波形と固定支持の場合の座屈波形の中間となっていることが分かる。この座屈波形の観点からしても、本研究で実施した連成局部座屈解析法およびその結果は妥当である。

3.2 板要素の応力状態が弾性局部座屈耐力に与える影響

本節では、板要素の応力状態が正方形中空断面部材の弾性局部座屈耐力に与える影響をエネルギー法による連成局部座屈解析結果を用いて明らかにする。

まず、曲げモーメント勾配の影響を調べるために、Fig. 6 に曲げモーメント勾配 β をパラメータにとる場合の座屈係数 k_b と辺長比 λ との関係を示す。なお、曲げモーメント勾配が 0 の場合には一様曲げが、2 の場合には逆対称曲げせん断力が作用している(Fig. 1)。また、図中のプロットについては第 4 章において記述している。図から、現実的な辺長比の場合、曲げモーメント勾配が大きくなると座屈耐力は大きくなることが分かる。柱材として使用される正方形中空断面部材はほとんどの場合において曲げとせん断力を同時に受けるため、その座屈耐力を正しく評価するためには曲げモーメント勾配の影響を考慮する必要がある。また、曲げモーメント勾配が大き

Fig. 8 Effects of angle of applied force on buckling strength

い場合、辺長比が座屈耐力に与える影響は辺長比が小さい範囲と大きい範囲で異なることが分かる。これは、辺長比が2程度の小さい範囲において局部座屈形式が変化しているためである。座屈波形の一例として、Fig. 7に辺長比 λ が2および4の場合の座屈波形を示す。なお、図の座屈波形はエネルギー法による座屈解析で得られている。この図から、座屈形式は辺長比が2の場合にはせん断形に、4の場合には曲げ形になっていることが分かる。このように、辺長比が小さく曲げモーメント勾配が大きい場合には正方形中空断面部材の座屈形式はせん断形になる。しかしながら、座屈形式がせん断形になるのは辺長比が極めて小さい場合に限られるため、現実的な正方形中空断面部材の座屈形式は曲げ形になるといえる。

次に、加力角度の影響を調べるために、Fig. 8に座屈係数 k_n と加力角度 θ との関係を示す。図では圧縮応力度を純圧縮状態の座屈応力度で除した値をパラメータとしており、パラメータは作用軸力の大きさを表している。Fig. 8に示されるように、現実的な辺長比の正方形中空断面部材が一樣曲げあるいは曲げせん断力を受ける場合、加力角度が45度に近づく座屈耐力は大きくなり、加力角度が45度の場合に座屈耐力が最大になる。また、軸力が大きくなると加力角度が座屈耐力に与える影響は小さくなり、純圧縮状態の場合には当然のことながら加力角度の影響は皆無となる。

次に、軸力の影響を調べるために、Fig. 9に座屈耐力比 σ_{cr}/σ_{cr0} と基準化圧縮応力度 σ_{cr}/σ_{cr0} との関係を示す。図の縦軸は板要素の連成効果と部材内の応力状態を考慮した弾性局部座屈耐力を純圧縮状態の座屈耐力で除した値である。正方形中空断面部材の純圧縮座屈耐力は鋼構造設計規準⁵⁾の幅厚比制限値を定める四辺単純支持平板の純圧縮座屈耐力に等しい¹⁰⁾ため、縦軸は板要素の境界条件と応力状態を考慮した場合の座屈耐力が鋼構造設計規準⁵⁾の幅厚比制限値を定める座屈耐力に対して何倍大きいかを表している。一方、横軸は圧縮応力度を純圧縮状態の座屈応力度で除した値であり、作用軸力の大きさを表している。Fig. 9から、一樣曲げと軸力あるいは

Fig. 9 Effects of axial force on buckling strength

曲げせん断力と軸力を受ける場合の座屈耐力は、純圧縮力を受ける場合の座屈耐力よりも大きいことが分かる。純圧縮の応力状態は部材にとって最も不利な条件であるため、鋼構造設計規準⁵⁾のように純圧縮状態の座屈耐力で幅厚比制限値を定めると正方形中空断面部材の座屈耐力を過小評価することになる。なお、鋼構造設計規準⁵⁾では曲げせん断力と圧縮力を同時に受ける板要素の幅厚比制限値が近似的に定められているが、その近似式は純圧縮状態と純せん断状態の幅厚比制限値を直線補完するものとなっており、曲げとせん断力の相互作用が正しく評価されていない。以上より、正方形中空断面部材の座屈耐力を正しく評価するためには、曲げモーメント勾配および圧縮応力度を考慮した座屈耐力の算定式が必要といえる。

4. 二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面部材の連成局部座屈耐力算定

前章の検討によって、正方形中空断面部材の弾性局部座屈耐力を正しく評価するためには、板要素の境界条件と応力状態を考慮する必要があることが明らかになった。そこで本章では、板要素の連成効果と部材内の応力状態を考慮した正方形中空断面部材の弾性局部座屈耐力算定法を提案する。

本研究では二軸曲げせん断力と軸力を受ける場合の座屈耐力算定を目的とするが、このためにまず二軸曲げせん断力あるいは軸力のみを受ける場合の座屈耐力を算定し、これら算定式を用いて二軸曲げせん断力と軸力を受ける場合の座屈耐力を算定する。また、座屈耐力の算定においては、簡便で各因子の影響を把握しやすい算定式を作成し、算定式の精度をできる限り高めることとする。なお、本研究における近似は最小二乗法による。

ここで、座屈耐力算定式における辺長比の範囲を定める。Fig. 6, Fig. 7で説明したように、辺長比が小さく曲げモーメント勾配が大きい場合には正方形中空断面部材の局部座屈形式はせん断形になるが、せん断形が生じる辺長比を検討範囲に含めると座屈耐力の算定式が複雑になると考えられる。そこで本研究では、簡便な算定式を作成することを意図して、算定式における辺長比の下限値を4と

Fig. 10 Evaluation of buckling strength of square hollow section member under biaxial bending shear force and axial force

する。

なお、本研究では部材両端の支持条件が単純支持と固定支持の場合の座屈耐力算定式を提案するが、以降では材端が固定支持の場合の座屈耐力算定法を論じ、材端単純支持の算定式は本章の最後に示すこととする。

4.1 二軸曲げせん断力を受ける場合の連成局部座屈耐力算定

はじめに、加力角度 θ が 0 度の一様曲げ ($\beta = 0.0$) を受ける場合の座屈耐力を算定する。この荷重条件の座屈耐力は Fig. 6 に示されており、図から一様曲げが作用する場合の座屈耐力は辺長比 λ の影響をほとんど受けていないことが分かる。そこで、加力角度が 0 度の一様曲げを受ける場合の座屈耐力を式(18)によって近似する。ここに、 k_{b0} は軸力がない状態の最大曲げ応力度に対する座屈係数である。

$$k_{b0} = 5.6 \quad (18)$$

次に、曲げモーメント勾配 β が座屈耐力に与える影響を考える。Fig. 6 から分かるように、現実的な辺長比 λ の範囲では曲げモーメント勾配が大きくなると座屈耐力は大きくなるが、曲げモーメント勾配による座屈耐力の上昇率は辺長比の影響を受けると考えられる。すなわち、辺長比が大きい場合には曲げモーメント勾配の影響は小さくなり、辺長比が無限大の場合には曲げモーメント勾配の影響は 0 になると考えられる。このことを考慮し、本研究では曲げモーメント勾配と辺長比との比を用いて曲げせん断力を受ける場合の座屈耐力算定を試みる。Fig. 10(a) に座屈耐力比 $b\sigma_{cr}/b\sigma_{cr\beta 0}$ と基準化曲げモーメント勾配 β/λ との関係を示す。この図の縦軸はある曲げモーメント勾配の座屈耐力を曲げモーメント勾配が 0 の座屈耐力で除した座屈耐力比である。図から、座屈耐力比と基準化曲げモーメント勾配はほぼ直線関係にあることが分かる。そこで、曲げモーメント勾配による座屈耐力の上昇率を式(19)によって近似する。

$$\frac{b\sigma_{cr}}{b\sigma_{cr\beta 0}} = 1 + 1.7 \frac{\beta}{\lambda} \quad (19)$$

式(18)、(19)によって、加力角度が 0 度の曲げせん断力を受ける場合の座屈係数を式(20)によって表すことができる。

$$k_{b0} = 5.6 \left(1 + 1.7 \frac{\beta}{\lambda} \right) \quad (20)$$

なお、式(20)による算定値と解析値との比較を Fig. 6 に示している。図では算定値をプロットで解析値を線で表しており、図から式(20)によって妥当な座屈係数が得られるといえる。

次に、加力角度 θ が座屈耐力に与える影響を考える。Fig. 8 から分かるように加力角度が 45 度に近づく座屈耐力は大きくなるが、加力角度による座屈耐力の上昇率を調べるために Fig. 10(b) に座屈耐力比 $b\sigma_{cr}/b\sigma_{cr\theta 0}$ と加力角度 θ との関係を示す。この図の動径はある加力角度の座屈耐力を加力角度が 0 度の座屈耐力で除した座屈耐力比である。図から、加力角度による座屈耐力の上昇率は辺長比 λ や曲げモーメント勾配 β の影響を大きくは受けていないことが分かる。そこで、加力角度による座屈耐力の上昇率を式(21)によって近似する。なお、本研究では加力角度の単位を度としている。

$$\frac{b\sigma_{cr}}{b\sigma_{cr\theta 0}} = 1 + 0.6 \sin 2\theta \quad (21)$$

式(20)、(21)によって、二軸曲げせん断力を受ける場合の座屈係数を式(22)によって表すことができる。

$$k_{b0} = 5.6 \left(1 + 1.7 \frac{\beta}{\lambda} \right) (1 + 0.6 \sin 2\theta) \quad (22)$$

なお、式(22)による算定値と解析値との比較を Fig. 8 に示している。図では算定値を丸プロットで解析値を実線で表しており、図から式(22)によって妥当な座屈係数が得られるといえる。

4.2 軸力を受ける場合の連成局部座屈耐力算定

ここでは、純圧縮力を受ける場合の座屈耐力を算定する。この荷重条件の座屈耐力の最小値は座屈係数 4 であることが既に知られている^{16), 18)}。純圧縮力を受ける場合の座屈耐力は Fig. 4(c)、Fig. 8 に示されているが、本解析でも 4 に近い座屈係数が得られている。そこで、純圧縮力を受ける場合の座屈耐力を式(23)によって近似する。ここに、 k_{c0} は純圧縮状態の圧縮応力度に対する座屈係数である。

$$k_{c0} = 4.0 \quad (23)$$

4.3 二軸曲げせん断力と軸力を受ける場合の連成局部座屈耐力算定

以上の座屈耐力算定式を用いて二軸曲げせん断力と軸力を受ける場合の座屈耐力を算定する。Fig. 10(c)に基準化曲げ応力度 $b\sigma_{cr}/b\sigma_{cr0}$ と基準化圧縮応力度 $c\sigma_{cr}/c\sigma_{cr0}$ との関係を示す。図の縦軸は曲げ応力度の最大値を軸力がない状態の座屈応力度で除した値である。一方、横軸は圧縮応力度を純圧縮状態の座屈応力度で除した値である。図から、基準化曲げ応力度と基準化圧縮応力度との関係は辺長比 λ 、曲げモーメント勾配 β 、加力角度 θ の影響を受けてはいるものの、圧縮応力度が大きくなればそのばらつきは大きくはないと考える。そこで本研究では、基準化曲げ応力度と基準化圧縮応力度との関係を式(24)によって近似する。

$$\left(\frac{b\sigma_{cr}}{b\sigma_{cr0}}\right)^2 + \left(\frac{c\sigma_{cr}}{c\sigma_{cr0}}\right) = 1 \quad \dots\dots\dots (24)$$

式(24)を式(22), (23)を用いて座屈係数によって表せば式(25)となり、式(25)によって二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面部材の弾性局部座屈耐力を算定できる。

$$\left\{\frac{k_b}{5.6(1+1.7\beta/\lambda)(1+0.6\sin 2\theta)}\right\}^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{k_c}{4.0}\right) = 1 \quad \dots\dots\dots (25)$$

なお、式(25)による算定値と解析値との比較を Fig. 8 に示している。図では算定値をプロットで解析値を線で表しており、図から式(25)によって妥当な座屈係数が得られるといえる。

以上は部材両端の支持条件が固定支持の場合の座屈耐力算定式であるが、同様の方法により両端単純支持の座屈耐力算定式を作成すると式(26)が得られる。

$$\left\{\frac{k_b}{5.6(1+0.8\beta/\lambda)(1+0.6\sin 2\theta)}\right\}^{\frac{7}{5}} + \left(\frac{k_c}{4.0}\right) = 1 \quad \dots\dots\dots (26)$$

なお、本研究の座屈耐力算定式によって、圧縮応力度が純圧縮状態の座屈応力度の6割以下程度の範囲であれば、妥当な座屈耐力が得られることを確認している。この範囲では、算定式による座屈耐力とエネルギー法による座屈耐力との誤差は最大でも1割程度である。また、圧縮応力度が極めて大きい場合においても、座屈耐力を安全側に評価できることを確認している。以上より、本研究の座屈耐力算定式は実用的に十分有用であると考えられる。

5. 角部曲率半径が弾性局部座屈耐力に与える影響

前章までは角部曲率半径が0の正方形中空断面部材の弾性局部座屈耐力を検討してきたが、正方形中空断面部材には角部曲率半径が存在する場合があるため、本章では角部曲率半径が座屈耐力に与える影響を検討する。

Fig. 11 に角部曲率半径が弾性局部座屈耐力に与える影響の一例を示す。図の縦軸は、ある角部曲率半径の座屈耐力 $n\sigma_{crFEM}$ を角部曲率半径が0の座屈耐力 $n\sigma_{crFEM R0}$ で除した座屈耐力比である。一方、横軸は角部外側曲率半径 R と全幅 B との比である。なお、Fig. 11 中の座屈応力度の算出には汎用有限要素法解析プログラム Abaqus を使用しており、有限要素法解析の概要を付録に示している。

Fig. 11 から、角部曲率半径が弾性局部座屈耐力に与える影響は角部曲率半径の大きさによって変化するものの、角部外側曲率半径と

Fig. 11 Effects of radius of curvature at corners on buckling strength

全幅との比が 0.10 程度までであれば角部曲率半径の影響は小さいと考える。また、角部曲率半径が大きくなると座屈耐力は大きくなるため、角部曲率半径が0の座屈耐力で角部曲率半径を有する正方形中空断面部材の座屈耐力を安全側に評価できる。

6. 結

二軸曲げせん断力と軸力を受ける正方形中空断面部材の弾性局部座屈耐力を板要素の連成効果を考慮した形で理論的に導出し、座屈耐力決定因子の影響を明らかにするとともに、簡便な連成局部座屈耐力の算定法を提案した。

正方形中空断面部材の弾性局部座屈耐力算定においては、板要素の境界条件と応力状態を正しく考慮することが重要である。板要素の境界条件に関しては、板要素長辺の境界条件は部材内応力度の影響を受けるため、任意の応力状態の座屈耐力を把握するためには長辺を板要素の連成効果を考慮した弾性支持とする必要がある。板要素の応力状態に関しては、板要素の辺長比が現実的な場合、曲げモーメント勾配が大きくなると座屈耐力は大きくなり、加力角度が45度に近づくと座屈耐力は大きくなる。また、圧縮軸力が大きくなると座屈耐力は小さくなる。以上を考慮し、本研究では板要素の連成効果と部材内の応力状態を考慮した弾性局部座屈耐力の算定法を提案している。

さらに、正方形中空断面部材には角部に曲率半径が存在する場合があるため、角部曲率半径が弾性局部座屈耐力に与える影響を検討し、本研究で提案した座屈耐力算定式で角部曲率半径を有する正方形中空断面部材の座屈耐力を妥当あるいは安全側に評価できることを示した。

現状では部材の形状や応力状態に関わらず純圧縮力を受ける四辺単純支持平板の弾性局部座屈耐力で正方形中空断面部材の幅厚比制限値が定められているが⁹⁾、本研究の座屈耐力算定法によって材端の支持条件、板要素の辺長比、曲げモーメント勾配、加力角度、軸力比に応じた合理的な座屈耐力の算定が可能になる。

なお、本研究は初期不整のない正方形中空断面部材の弾性局部座屈耐力を明らかにしたものであるが、初期不整の影響を考慮した設計法を論じたものではない。今後は初期不整を有する部材の局部座屈耐力や大変形挙動を明らかにし、本研究で得られた連成局部座屈耐力を用いて正方形中空断面部材の幅厚比制限値および塑性変形能力評価を検討したいと考えている。

謝辞

本研究の一部は、一般社団法人日本鉄鋼連盟の2013年度「鋼構造研究・教育助成事業」による助成を受けて行ったものであります。付して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Dawe, J. L., Elgabry, A. A. and Grondin, G. Y.: Local Buckling of Hollow Structural Sections, *Journal of Structural Engineering*, American Society of Civil Engineers, Vol. 111, No. 5, pp. 1101-1112, 1985. 5
- 2) 加藤勉：閉断面部材の局部座屈と変形能力，日本建築学会構造系論文報告集，No. 378，pp. 27-36，1987. 8
- 3) Shanmugam, N. E., Liew, J. Y. R. and Lee, S. L.: Thin-Walled Steel Box Columns under Biaxial Loading, *Journal of Structural Engineering*, American Society of Civil Engineers, Vol. 115, No. 11, pp. 2706-2726, 1989. 11
- 4) 加藤勉，井上哲郎：高張力鋼箱形断面部材の局部座屈と変形能力，日本建築学会構造系論文報告集，No. 444，pp. 115-123，1993. 2
- 5) 日本建築学会：鋼構造設計標準—許容応力度設計法—，2005. 9
- 6) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針，2010. 2
- 7) 日本建築学会：鋼構造限界状態設計指針・同解説，2010. 2
- 8) 建築物の構造関係技術基準解説書編集委員会：2007 年版建築物の構造関係技術基準解説書，2008. 5
- 9) 2008 年版冷間成形角形鋼管設計・施工マニュアル編集委員会：2008 年版冷間成形角形鋼管設計・施工マニュアル，2008. 12
- 10) 五十嵐規矩夫，王韜，佐藤公亮：二軸曲げを受ける矩形中空断面柱の弾性局部座屈耐力と幅厚比制限，鋼構造年次論文報告集，Vol. 19，pp. 697-704，2011. 11
- 11) 松井千秋，森野捷輔，津田恵吾：軸力と曲げを受ける角形鋼管柱の弾性局部座屈強度について，日本建築学会大会学術講演梗概集，pp. 1917-1918，1982. 10
- 12) 佐藤公亮，五十嵐規矩夫：正方形中空断面部材の連成局部座屈耐力の導出，鋼構造年次論文報告集，Vol. 21，pp. 327-332，2013. 11

- 13) 五十嵐規矩夫，王韜：曲げせん断力を受ける H 形断面梁部材の連成座屈解析及び座屈耐力算定法，日本建築学会構造系論文集，Vol. 73，No. 623，pp. 135-142，2008. 1
- 14) 五十嵐規矩夫，王韜：連成座屈を考慮した H 形断面梁部材構成要素の幅厚比制限値評価法，日本建築学会構造系論文集，Vol. 73，No. 629，pp. 1177-1184，2008. 7
- 15) 五十嵐規矩夫，末國良太，鞆伸之：繰返し曲げせん断力を受ける H 形断面梁の連成座屈挙動と塑性変形能力，日本建築学会構造系論文集，Vol. 77，No. 678，pp. 1319-1328，2012. 8
- 16) Timoshenko, S. P. and Gere, J. M.: *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill Book Company, 1963
- 17) 五十嵐規矩夫，佐藤公亮：冷間成形角形鋼管部材の繰返し二軸曲げ挙動と幅厚比制限，鋼構造年次論文報告集，Vol. 20，pp. 711-716，2012. 11
- 18) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，2009. 11

付録

有限要素法による座屈固有値解析の概要を説明する。本研究では、有限要素法解析に汎用有限要素法解析プログラム Abaqus を使用している。Fig. A1 に有限要素法解析モデルを示す。図に示されるように、解析モデルは 4 節点シェル要素で構成されている。要素分割に関しては、角部曲率半径がない場合には周方向に平板部を 16 分割、角部曲率半径がある場合には周方向に平板部を 12 分割し角部を 4 分割している。また、軸方向に平板部と角部を辺長比の 16 倍で分割している。解析モデルの境界条件および荷重条件は図中に示される通りである。

Fig. A1 Finite element model in eigenvalue buckling analysis

EVALUATION OF COUPLED LOCAL BUCKLING STRENGTH OF SQUARE HOLLOW SECTION MEMBER UNDER BIAXIAL BENDING SHEAR FORCE AND AXIAL FORCE

Kosuke SATO and Kikuo IKARASHI***

* Doctoral Student, Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, M. Eng.
JSPS Research Fellow

** Assoc. Prof., Dept. of Arch. and Building Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Square hollow section members are used as columns of steel structures, and biaxial bending shear force and axial force act on columns by natural external force. Since local buckling determines the elasto-plastic behavior of the members except for fracture, it is necessary to clarify the deformation behavior of the members under biaxial bending shear force and axial force governed by local buckling to accurately evaluate seismic capacities of buildings. To accomplish this, it is important to understand the local buckling characteristics of the members purely determined by member shapes and loading conditions in ideal states where imperfections were not initially present.

The purpose of this study is to present approximate formulas for elastic local buckling strength of square hollow section members under biaxial bending shear force and axial force. For this purpose, the buckling strength is theoretically derived using energy method, and the outline of buckling analysis considering coupled effects of plate elements and complex stress conditions by bending, shear, and compression is presented. In this process, effects of determinants of the buckling strength, boundary conditions, aspect ratio, and stress conditions of the plate elements are understood. Simple approximate formulas for the coupled local buckling strength corresponding to boundary conditions at both ends, shape and stress distribution with respect to the members are presented.

In evaluation of elastic local buckling strength of square hollow section members, boundary and stress conditions of the plate elements must be considered since they affect the buckling strength. With respect to the boundary conditions, since boundary conditions along longitudinal edges are influenced by stress distribution in the members, to understand the buckling strength under any stress conditions it is necessary to consider the longitudinal edge conditions elastic support taking into account coupled effects of the plate elements. With respect to the stress conditions, in the range of practical aspect ratios, the buckling strength increases when end moment ratio increases and angle of applied force approaches 45 (deg.), and the buckling strength decreases when compressive axial force increases. The presented approximate formulas for the elastic local buckling strength consider coupled effects of the plate elements and stress distribution in the members.

Furthermore, effects of radius of curvature at corners on the elastic local buckling strength are examined. It is possible to reasonably or safely evaluate the buckling strength of square hollow section members with the radius of curvature at corners using the proposed evaluation formulas.

Reasonable evaluation of elastic local buckling strength of square hollow section members corresponding to boundary conditions at both ends, aspect ratio of plate elements, end moment ratio, angle of applied force, and axial force ratio becomes possible using the proposed evaluation formulas.

(2014年3月30日原稿受理, 2014年8月26日採用決定)