曲げせん断力を受ける補剛平板の弾性座屈性状と最適補剛剛性

ELASTIC BUCKLING CHARACTERISTICS AND OPTIMUM RIGIDITY OF STIFFENED PLATE UNDER BENDING AND SHEAR STRESS

五十嵐 規矩夫*, 柳下 義博**
Kikuo IKARASHI and Yoshihiro YANAGISHITA

From the economical point of view, H-shaped beams which have end stiffeners have been designed in steel frame structures. The purpose of this paper is to reveal the elastic buckling strength of stiffened plates under bending and shear stress. Theoretical analyses using energy method are conducted. As prerequisite for the buckling analysis, web plate element is supposed in consideration characteristic of stiffener. From the analysis, the effect of the stiffeners to the elastic buckling characteristics is inspected and the approximation for optimum rigidity is derived for each boundary condition. In addition, the effective shape of stiffener elements is also investigated with theoretical analyses.

Keywords : Stiffened plate, Energy method, Bending inclination, Bending to shear stress ratio, Optimum rigidity

補剛板, エネルギー法, 曲げ応力勾配, せん断曲げ比, 最適剛比

1. 序

鋼構造建築物部材は座屈による不安定現象に対して安全であることが設計上の問題である。特にせいが高いH形断面部材では、幅厚比の増加に伴うウェブ局部座屈に対する検討が重要な課題となる。板要素単独で局部座屈を防止することが困難となる場合に対し、ウェブにスチフナを配置して局部座屈強度を向上させる手法は非常に効果的である。適切に配置されたスチフナは経済的にウェブの面外剛性を増大させ、ウェブ局部座屈強度及び塑性変形性能を向上させることが可能となる。

このような背景から、補剛された板要素に関する検討が古くから行われている。まず Timoshenko¹⁾は一樣圧縮あるいは純曲げ、純せん断力を受ける周辺単純支持された補剛平板の弾性座屈耐力をエネルギー法により導出している。また、Klöppel^{2), 3)}は同様の手法を用いて1本あるいは多数の水平スチフナ及び縦スチフナを配置した補剛平板の弾性座屈耐力を導出しており、組合せ応力を受ける場合について数多くの図や表を示している。さらに、望月^{4), 5)}はスチフナの実用設計式について検討しており、一樣曲げおよび圧縮力あるいは純せん断力を受ける補剛平板のスチフナ設計式を提案している。その他にもスチフナの最適剛性について論じられている文献が報告されており⁷⁾、これらは日本建築学会の規準⁸⁾および指針⁹⁾にまとめられている。しかし、補剛平板が複合荷重を受ける場合、基本的な応力を受ける場合を組み合わせる手法にて座屈耐力を導出している。このように応力を組み合わせることで求められた評価は、実際の梁

に作用する曲げ応力勾配を考慮し、曲げとせん断が複合的に作用する場合においても同様に適用可能であるとは言い難い。一方、文献10), 11)では曲げとせん断の複合荷重を受ける平板の弾性座屈耐力を評価しており、慣用的に使用されている曲げとせん断の座屈耐力評価式は平板の座屈耐力を過小評価していることを示している。したがって、実際の梁に使用される補剛ウェブの弾性座屈性状を明らかにするためには曲げとせん断の相互効果を考慮することが非常に重要である。

また、従来の補剛平板の座屈解析では大半がスチフナのねじり剛性による影響を無視しており、スチフナの曲げ剛性のみが考慮されてきた。スチフナのねじり剛性に関する考察は文献12), 13)にて検討されており、釣合い方程式を用いて補剛平板の近似解を導出している。しかし、スチフナのねじり剛性に関するこれらの考察は一樣圧縮力を受ける場合のみを検討するにとどまっている。その他にもスチフナのねじり剛性が補剛平板の座屈耐力に及ぼす影響を考察した研究が報告されているが^{14), 15)}、曲げせん断力を受ける補剛平板の座屈耐力にスチフナのねじり剛性が及ぼす影響を考察した文献は著者の知る限り見受けられない。

梁せいの高いH形断面梁の耐震設計梁としての可能性が論じられ、プレートガーダーのように今後さらなるウェブ板に対するスチフナ補強の必要性が生じることを考慮すれば、曲げせん断力を受ける補剛平板の座屈挙動に周辺境界条件や外力分布が及ぼす影響を明らかにすることは非常に重要である。さらに、曲げせん断力を受ける補

* 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
准教授・博士(工学)

** 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻 大学院生

Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology,
Dr. Eng.
Graduate Student, Graduate School, Tokyo Institute of Technology

剛平板の弾性座屈耐力に関する有効な指標を提示することができれば、高度な補剛平板の座屈設計に大きく貢献するであろう。

以上のような背景を踏まえ、本論文では曲げとせん断の複合荷重を受ける補剛平板の弾性座屈耐力を導出し、補剛平板の弾性座屈性状について把握する。また、補剛平板の弾性座屈耐力に周辺境界条件や曲げ応力勾配が及ぼす影響について考察すると同時に、補剛平板の弾性座屈耐力を決定づける主因子について、各スチフナ剛性が座屈耐力に及ぼす影響を踏まえて考察する。これらの結果からウェブ板の局部座屈補剛に最適なスチフナ剛性について、既往の研究成果を参考に簡便な形で近似式を提案し、ウェブ板補剛に効果的なスチフナ形状について明らかにする。

2. 曲げせん断力を受ける補剛平板の弾性座屈解析

2.1 補剛板の弾性座屈解析概要

補剛平板の座屈解析には一般的にエネルギー法^{1)~6)}、有限帯板法^{14), 16)}を適用する手法があり、これら以外にも補剛効果を平均化した直交異方性平板理論¹⁷⁾による手法がある。本論文におけるスチフナがウェブの中央に位置する補剛平板の弾性座屈解析では、比較的精度が高くかつパラメータを簡便に取り扱える手法であるエネルギー法を用いて補剛平板の座屈耐力を導出する。まずエネルギー法による補剛平板の座屈解析を行う上で、図1に解析モデルを示す。本論文で仮定する応力関数を以下の式(2.1)、(2.2)に示し、座屈耐力の導出に用いる記号およびパラメータを表1に示す。

$$\sigma(x, y) = \sigma_w \left(1 - \frac{\beta}{a} x \right) \left(1 - \frac{2}{d} y \right) \quad (2.1)$$

$$\tau(x, y) = \bar{\tau} \left[1 - \frac{1}{6\eta} + \frac{y}{\eta d^2} (d - y) \right] \cong \bar{\tau} \quad (2.2)$$

ここで、補剛平板に作用するせん断応力度分布にはフランジの影響を考慮している。本来であればせん断応力度は断面内に放物線分布を仮定するべきであるが、本論文では計算の煩雑さを避けるため均等分布を仮定している。この仮定の妥当性は付録1にて検討しており、せん断応力度分布を均等分布としても十分高い精度の解が得られる。

また、本論文における補剛平板の変位関数を式(2.3)に示す。

$$w(x, y) = \sum_m \sum_n a_{mn} u_m v_n \quad (2.3)$$

既往の文献において補剛平板の境界条件は単純支持条件として検討されている場合が大半である。しかし、鋼構造部材として用いられるH形断面梁を考慮すると、曲げ応力度が最大となる一端は柱等に剛結されている場合が多い。また、プレートガーダーのように縦スチフナと組み合わせた補剛形式をとる場合も見られる。さらにH形断面部材構成要素の連成座屈を考慮した既往の研究^{18), 19)}ではウェブ局部座屈が先行する場合についてウェブのフランジ接合線は固定支持条件に限りなく等しくなるという知見が示されている。以上を踏まえ、本論文では補剛平板の境界条件を周辺単純支持と周辺固定支持の2条件について検討することとし、表2に示す面外変位関数を用いて解析を行う。

本論文で考慮するスチフナ剛性は曲げ剛性 EI_i 、ねじり剛性 GJ 、曲げねじり剛性 EC_w である。これらはウェブの曲げ剛性に対して無次元化された剛比を用いることで取り扱いが容易となり、以下の式

図1 補剛平板の座屈解析モデル

表1 記号とパラメータ

a : 補剛長さ	E : ヤング係数 205000 [N/mm ²]
d : ウェブ幅	G : せん断弾性係数
t_w : ウェブ厚	$A_w = dt_w$: ウェブ断面積
b_f : フランジ幅	$A_f = b_f t_f$: フランジ断面積
t_f : フランジ厚	$A_s = b_s t_s$: スチフナ断面積
b_s : スチフナ幅	$I_i = b_s^3 t_s / 3$: スチフナ断面二次モーメント
t_s : スチフナ厚	$J = b_s t_s^3 / 3$: スチフナねじり定数
$\nu = 0.3$: ポアソン比	$C_w = (b_s t_s)^3 / 144$: スチフナ曲げねじり定数
$w(x, y)$: 面外変位関数	$D_w = \frac{Et_w^3}{12(1-\nu^2)}$: ウェブ曲げ剛性
$\sigma(x, y)$: 曲げ応力度関数	$\tau(x, y)$: せん断応力度関数
σ_w : 最大曲げ応力度	$\bar{\tau}$: 平均せん断応力度
$\sigma_{cr} = K_{cw} \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t_w}{d} \right)^2$: 曲げ座屈応力度	
$\tau_{cr} = K_{tw} \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t_w}{d} \right)^2$: せん断座屈応力度	
K_{cw} : 曲げ座屈係数	$K_{tw} = \frac{\eta \beta}{\lambda_w} \cdot K_{cw}$: せん断座屈係数
K_{w0} : ウェブせん断座屈係数	$ig K_{tw}$: せん断座屈係数*
β : 曲げ応力勾配	$\lambda_w = \frac{a}{d}$: 辺長比 $\eta = \frac{1}{6} + \frac{A_f}{A_w}$: せん断曲げ比
$\delta = \frac{A_s}{A_w}$: 断面積比	$T = \frac{t_s}{t_w}$: 板厚比 ξ : スチフナ深さ
γ : 曲げ剛比	γ_T : ねじり剛比 γ_w : 曲げねじり剛比

※各スチフナ剛性を無視して得られた値を意味する

表2 補剛平板の面外変位関数

四辺単純支持	四辺固定支持
$u_m = \sin \frac{m\pi x}{a}, v_n = \sin \frac{n\pi y}{d}$	$u_m = \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a}, v_n = \sin \frac{\pi y}{d} \sin \frac{n\pi y}{d}$

(2.4)~(2.6)のように表すことができる^{2), 3)}。

$$\gamma = \frac{EI_i}{D_w d} = 4(1-\nu^2) \frac{b_s^3 t_s}{dt_w^3} = 4(1-\nu^2) \frac{\delta^3}{T^2} \left(\frac{d}{t_w} \right)^2 \quad (2.4)$$

$$\gamma_T = \frac{GJ}{D_w d} = 2(1-\nu) \frac{b_s t_s^3}{dt_w^3} = 2(1-\nu) \delta T^2 \quad (2.5)$$

$$\gamma_w = \frac{EC_w}{D_w d^3} = \frac{1-\nu^2}{12} \left(\frac{b_s t_s}{dt_w} \right)^3 = \frac{1-\nu^2}{12} \delta^3 \quad (2.6)$$

式(2.4)~(2.6)はスチフナをウェブの片側に配置した場合について示している。現実的なウェブのスチフナ補剛ではバランスを考慮して

ウェブの両側にスチフナを配置する補剛形式も見られる。しかし、スチフナを両側に配置した場合と片側に配置した場合を比較すると、スチフナ全断面積が一定の場合、片側配置の方が高い剛比を得ることができる。そのため本論文ではスチフナを片側に配置した場合のみを検討対象としている。本論文では補剛平板の座屈耐力導出に用いるエネルギー及び仕事を以下の式(2.7)～(2.12)のように考慮する。

$$\Delta U_w = \frac{D_w}{2} \iint_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad \dots\dots(2.7)$$

$$\Delta U_i = \frac{1}{2} \gamma D_w d \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2_{y=\xi d} dx \quad \dots\dots(2.8)$$

$$\Delta U_i = \frac{1}{2} \gamma_T D_w d \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2_{y=\xi d} dx + \frac{1}{2} \gamma_w D_w d^3 \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right)^2_{y=\xi d} dx \quad \dots\dots(2.9)$$

$$\Delta T_b = \frac{t_w}{2} \iint_0^a \sigma(x, y) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad \dots\dots(2.10)$$

$$\Delta T_s = -t_w \iint_0^a \tau(x, y) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) dx dy \quad \dots\dots(2.11)$$

$$\Delta T_i = \frac{1}{2} \int_0^a A_s \sigma(x, \xi d) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2_{y=\xi d} dx \quad \dots\dots(2.12)$$

ここで、 ΔU_w ：平板の曲げによるひずみエネルギー、 ΔU_i ：スチフナの曲げによるひずみエネルギー、 ΔU_i ：スチフナのねじりによるひずみエネルギーであり、 ΔT_b ：曲げ応力度が平板にした仕事、 ΔT_s ：せん断応力度が平板にした仕事、 ΔT_i ：曲げ応力度がスチフナにした仕事である。なお、本論文が扱うように、 $\xi=0.5$ でスチフナがウェブの中央に位置する補剛平板においては、スチフナが直応力を負担しないため、曲げ応力度がスチフナにした仕事 ΔT_i は零である。以上より、トータルポテンシャルエネルギーの停留原理から以下の座屈条件式が得られる。

$$\frac{\partial(U_w + U_i + U_i)}{\partial a_{mn}} = \frac{\partial(T_b + T_s + T_i)}{\partial a_{mn}} \quad \dots\dots(2.13)$$

式(2.13)は助変数 a_{mn} に関する連立一次方程式となり、一般化固有値問題として求められた最小固有値が座屈係数 K_{sw} となる。また、こ

のときの固有ベクトルを式(2.3)に代入することで座屈モードが得られる。本来であれば補剛平板の座屈耐力に関する考察は座屈応力度 σ_{crw} 、 τ_{crw} を用いるべきであるが、本論文では座屈応力度から幅厚比の影響を排除した座屈係数 K_{sw} を用いて種々の検討を行う。

2.2 解析に用いるパラメータの範囲

本節では解析を行う上で検討するパラメータの範囲について考察する。まず、昭和55年建設省告示第1791号において、曲げを受ける柱または梁の局部座屈に対する補剛長さは、端部から材長の1/10または梁せいの2倍以上の長さとして定められている。これを踏まえ、本論文では検討する辺長比 λ_w 及び曲げ応力勾配 β の範囲を以下とすれば十分対応するものと判断した。

$$1.0 \leq \lambda_w \leq 3.0 \quad \dots\dots(2.14)$$

$$0.0 \leq \beta \leq 1.0 \quad \dots\dots(2.15)$$

また本論文では、表1に示すように曲げとせん断の応力比に関する重要なパラメータの一つとしてせん断曲げ比 η を考慮している。せん断曲げ比 η は小さな値では曲げの影響が大きく、大きな値ではせん断の影響が大きくなることを意味している。この値は文献[10]にて詳細に検討されており、現実的なH形断面梁に対する η の範囲が示されている。これを踏まえ、本論文ではせん断曲げ比 η を以下の範囲にて検討している。

$$0.5 \leq \eta \leq 2.5 \quad \dots\dots(2.16)$$

さらに、本論文ではウェブの断面積に対する全スチフナ断面積の比である断面積比 δ を考慮する。断面積比 δ は式(2.4)～(2.6)の全スチフナ剛性に関係する因子であり、補剛平板の座屈係数を導出する重要な因子である。本論文では既往の研究^{2, 3)}で検討されている断面積比の範囲及び経済的なスチフナの断面算定を考慮し $\delta \leq 0.3$ の範囲にて検討する。以上の範囲において、本論文では曲げせん断力を受ける補剛平板の座屈解析を行い得られた結果を用いて考察を進める。

3. 曲げせん断力を受ける補剛平板の弾性座屈性状

3.1 スチフナ剛性が座屈耐力に及ぼす影響

本節では曲げとせん断の複合荷重を受ける補剛平板の弾性座屈性状を検討する上で、各スチフナ剛性が補剛平板の弾性座屈耐力に及

図2 既往研究との比較

図3 耐力上昇率と断面積比の関係

図4 座屈耐力の低下率

図5 ねじり剛性と耐力上昇率の関係

図6 座屈波形 \$\beta = 0.5, \eta = 2.0, \delta = 0.2, \gamma_T = 4.0\$

ばす影響について考察する。また、補剛平板の弾性座屈耐力を決定づける重要なパラメータに関しても併せて考察を進める。

まず、図2では本論文の補剛平板の座屈解析の妥当性を検討するために座屈係数 K_{nv} と辺長比 λ_w の関係を示す。ここでは一例として、スチフナが平板の圧縮縁から1/4の深さに位置し、純曲げ応力を受ける補剛平板の座屈係数を断面積比0.1の場合にて示している。本論文の座屈解析結果を実線にて示しており、既往の研究^{2), 3)}で得られた結果をプロットにて示している。ただし、既往の研究ではスチフナのねじり剛性を無視して解を導出しているため、本論文の座屈解析では式(2.9)で表されるエネルギーを除外して得られた結果を示している。スチフナのねじり剛性を無視した補剛平板の座屈解析では、様々な断面積比 δ と曲げ剛比 γ について解を導出することができる。そのため様々な曲げ剛比にて得られた結果を図中に示している。ただし、現実的なスチフナ形状を想定する上では曲げ剛比が零をとることは皆無であるため、本論文では曲げ剛比が零の場合を点線にて示している。いずれの曲げ剛比においても、本論文の座屈解析結果は既往の研究結果^{2), 3)}と十分対応していることが確認できる。

曲げせん断力を受ける補剛平板の弾性座屈解析で得られる座屈係数は図1に示したような曲げ応力度 σ_w に対するものである。しかし、曲げとせん断の相互効果を考慮する場合、曲げ座屈係数 K_{nv} を表1中の式のようにせん断座屈係数 K_{nw} に変換して取り扱う方が明快であると考えられる¹⁰⁾。そのため本論文では表1中に示すように曲げ座屈係数 K_{nv} をせん断座屈係数 K_{nw} に変換して考察を進める。図3に耐力上昇率 K_{nv}/K_{nv0} と断面積比 δ の関係を示す。本論文における耐力上昇率とは補剛平板の座屈係数 K_{nv} を平板のみの座屈係数 K_{nv0} で基準化した値である。図より、断面積比が増加すると耐力上昇率は上昇し、やがて一定値に収束していく。これは式(2.4)～(2.6)で示した全スチフナ剛性に断面積比が関係し、断面積比の増加が全スチフナ剛性の増加を意味するためであると考えられる。この傾向はあらゆる曲げ応力勾配において同様であり、曲げ応力勾配が小さくなるほど耐力上昇率の収束は早くなる。特に断面積比0.2において十分高い耐力上昇率が得られており、文献21)にて示された知見と同等の結果が得られている。一方、点線で示した周辺固定支持条件の解析結果においても単純支持条件の場合と同様の傾向であると言える。しかし、固定支持条件と単純支持条件を比較すると、曲げ応力

勾配が等しい値において固定支持条件の方が耐力上昇率の収束が早くなっている。これはウェブに対するフランジの拘束効果や縦スチフナと組み合わせた補剛形式を用いる場合、固定支持条件の方がより経済的なスチフナ断面算定が可能となることを意味している。

次に、各スチフナ剛性が補剛平板の弾性座屈耐力に及ぼす影響を明らかにするために、全スチフナ剛性を考慮して得られた補剛平板の座屈係数 K_{nv} に対する各スチフナ剛性を除外して得られた補剛平板の座屈係数 $ig K_{nv}$ の比を座屈耐力の低下率として扱う。その上で図4に座屈耐力の低下率 $ig K_{nv}/K_{nv}$ と断面積比 δ の関係を示す。図4では一例として辺長比1.0、曲げ応力勾配1.0、せん断曲げ比2.0の場合を示す。まず曲げねじり剛比 γ_w を除外して得られた座屈耐力の低下率を見ると補剛平板の座屈耐力はほとんど変化していない。これはスチフナが中実矩形断面の場合では曲げねじり剛性が非常に小さいためであり、本論文のような補剛形式においては曲げねじり剛比 γ_w が補剛平板の座屈耐力に及ぼす影響は無視できると言える。これに対し、曲げ剛比 γ を除外して得られた座屈耐力の低下率は大きく減少している。また、ねじり剛比 γ_T を除外して得られた座屈耐力の低下率も同様に減少する傾向であるが、曲げ剛比の場合と比べてその度合いは小さい。また本論文の検討範囲においてはいずれも曲げ剛比 γ を除外して得られた座屈耐力の低下率が最大であり、ねじり剛比 γ_T を除外して得られた座屈耐力の低下率が最大となることはなかった。またこの傾向は境界条件によらず、周辺固定支持された場合においても同様である。

従来の補剛平板の座屈解析^{1)～5)}では、一般的にスチフナのねじり剛性は考慮されず、曲げ剛性のみが考慮されてきた。スチフナのねじり剛性が補剛平板の座屈耐力に及ぼす影響に関しては既にいくつかの考察が知られているが^{12), 13)}、いずれも特定の例を示すにとどまっている。図5では曲げせん断力を受ける補剛平板の座屈耐力、座屈性状にスチフナのねじり剛性が及ぼす影響について考察する。式(2.5)のようにねじり剛比は断面積比 δ と板厚比 T に依存する。そのため、スチフナのねじり剛性の影響を考察するためには断面積比 δ 及び板厚比 T の2つのパラメータを用いて考察するべきである。しかし、これら2つのパラメータを用いると本論文の補剛平板座屈解析で取り扱うパラメータの煩雑さが増してしまう。曲げ剛比 γ が補剛平板の座屈耐力に大きな影響を及ぼすことや、既往の研究のよ

図 7 耐力上昇率と曲げ剛比の関係

図 8 座屈波形

うに断面積比 δ と曲げ剛比 γ で示した数多くの座屈解析結果との関係性を考慮すると、本論文では曲げ剛比とねじり剛比の比 γ_T/γ に着目することでスチフナのねじり剛性の影響を考察することができると判断した。ここで、 γ_T/γ を簡便な形で記すと以下となる。

$$\frac{\gamma_T}{\gamma} = \frac{1}{2(1+\nu)} \cdot \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2 \quad (3.1)$$

式(3.1)はスチフナの幅厚比に関するパラメータである。これはスチフナ形状が変化することでスチフナのねじり剛性と曲げ剛性が同時に変化するためである。 γ_T/γ を大きくするとスチフナのねじり剛比は増加する一方、曲げ剛比は減少する。また、 γ_T/γ を小さくするとねじり剛比は減少する一方、曲げ剛比は増加する。図5は耐力上昇率 K_{nw}/K_{nw0} と γ_T/γ の関係を示している。図は断面積比0.2の場合において様々な曲げ応力勾配にて示しており、線種で境界条件を区別している。図より、 γ_T/γ が微小な範囲ではどの曲げ応力勾配においてもねじり剛比を増加させることで耐力上昇率は増加していく。また曲げ応力勾配が大きな場合では、その後ねじり剛比を増加させても耐力上昇率の増加は見られず、むしろ減少していくことが確認できる。これはせん断の影響が大きな平板の補剛にスチフナのねじり剛性よりも曲げ剛性を高める必要があることを意味している。この傾向は曲げ応力勾配が大きいほど明確であり、境界条件で比較すると周辺単純支持の方が顕著である。一方、曲げ応力勾配が小さい場合を見ると、 γ_T/γ の値によらず耐力上昇率は概ね一定値である。以上より、スチフナのねじり剛性を増加させても補剛平板の座屈耐力は大きく向上するものではなく、せん断の影響が大きい場合ではむしろ低下するものと言える。

また、図6には一例として、ねじり剛性が大きなスチフナを有する補剛平板の座屈波形を示す。線種にてスチフナのねじり剛比 γ_T 及び曲げねじり剛比 γ_w の考慮を区別しており、補剛平板の中央切断面及び補剛平板の断面図を併せて示している。ただし、本論文の座屈解析より得られる補剛平板の座屈波形は、スチフナの厚さによる影響が考慮されておらず、スチフナの全剛性が接合線に作用するものとして解を導出している。まず補剛平板の座屈波形を見ると、スチフナのねじり剛性の有無に関わらず補剛平板の座屈モードに大き

図 9 ねじり剛性と座屈波形の関係

な変化は見られない。辺長比が大きく純曲げ応力を受ける場合においては波数の変化が見られる場合も存在するが、本論文のその他検討範囲においては著しい座屈モードの変化は見受けられない。ただし、中央切断面を見ると、スチフナのねじり剛性は接合線のたわみ角拘束に寄与しており、 γ_T 及び γ_w を無視した場合と比較するとスチフナ接合線のたわみ角が大きく拘束されている。

このようにスチフナのねじり剛性が補剛平板の座屈耐力及び座屈モードに大きな影響を及ぼさないことを踏まえ、本論文では補剛平板の座屈耐力を決定する因子として曲げ剛比 γ に主眼を置き、曲げ剛比 γ が補剛平板の弾性座屈性状に及ぼす影響について考察する。図7では曲げ剛比 γ を横軸にとり、耐力上昇率 K_{nw}/K_{nw0} を縦軸に示している。ここでは断面積比0.2の場合において、ねじり剛比 γ_T 及び曲げねじり剛比 γ_w を除外して得られた解析結果を実線にて示しており、破線にてそれらを考慮した結果を示している。まず、 γ_T 及び γ_w を無視した結果を見ると、曲げ剛比が増加するにつれて耐力上昇率も増加し、一定値に収束する。この傾向は曲げ応力勾配によらず、曲げ応力勾配が小さいほど耐力上昇率の収束は早くなる。曲げ剛比の増加はスチフナの曲げ抵抗が増加することを意味しているため、スチフナのある位置における平板の面外変形が抑制されることになる。そのため十分な曲げ剛比を有する場合ではスチフナ接合線

が節線となることが考えられる。これは図8の座屈波形を考察することで非常に明瞭となる。図8は図7(a)中に○で示されている(i), (ii)での座屈波形を示している。十分大きな曲げ剛比を確保している座屈モード(i)を見るとスチフナの接合線が節線となっていることが分かる。そのためスチフナにて仕切られた一方の平板のみに座屈波形が発生している。これに対し、耐力上昇率が十分に収束していない曲げ剛比の座屈モード(ii)では、スチフナの曲げ抵抗が小さいため座屈波形が補剛平板全体に及んでいる。

次に図7における γ_T 及び γ_w を考慮した破線を見ると、 γ_T 及び γ_w を無視した場合と同様、曲げ剛比の増加に対して耐力上昇率が増加する傾向が見られる。また耐力上昇率は γ_T 及び γ_w を無視した結果よりも向上している。しかし、耐力上昇率が十分に増加した後も曲げ剛比を増加させると、耐力上昇率に多少の低下が見られる。これはスチフナ接合線が節線となるような座屈モードに対して、曲げ剛比は2次的な因子となり、補剛平板の座屈耐力を支配するのはスチフナのねじり剛性となるからである。ここで、図9に図7(b)中○の位置(i), (ii)での座屈波形を示す。(i), (ii)はいずれも耐力上昇率が十分に収束している曲げ剛比の値における座屈波形を示している。この時スチフナの接合線は節線となっており、十分な曲げ剛比を確保していることが分かる。これに対し中央断面図を比較すると、破線で示す(ii) $\gamma=160$ の方が接合線のたわみ角拘束が小さくなっていることが確認できる。これは(ii)の方が(i)の場合よりもねじり剛性が小さいためであり、曲げ剛比の増加に伴う耐力上昇率の低下はスチフナのねじり剛性が関係していることが明らかである。

したがって、曲げ剛比はある値以上としておけば補剛平板の座屈耐力にほとんど影響を与えないと言える。ただし、スチフナのねじり剛性を考慮して得られた結果では、必要以上に曲げ剛比を増加させると相対的なねじり剛性の減少に伴い座屈耐力が低下する。一方、スチフナのねじり剛性を無視して得られた解析結果は、ねじり剛性を考慮した場合と比較して座屈耐力の差が小さく適度に安全側な値が得られるため考察が容易であると言える。以上より、以降ではスチフナのねじり剛性を除外して得られた結果を用いて考察を進める。

3.2 応力状態が座屈耐力に及ぼす影響

補剛平板に曲げせん断力が作用する場合、曲げ応力度とせん断応力度は独立に作用しない。文献10)では、曲げとせん断を分離して

導出した座屈耐力評価手法が平板の座屈耐力を精確に表現することが不可能であることを指摘している。本論文で対象とする補剛平板においても曲げとせん断の相互効果を精確に考慮し曲げ応力勾配が及ぼす影響について考察することは、補剛平板座屈解析の実用的価値が高まるものと考えられる。本節では曲げとせん断の相互効果が補剛平板の座屈耐力に及ぼす影響について考察する。

鋼構造設計規準⁹⁾には、曲げとせん断が作用する周辺単純支持平板の座屈耐力評価式が示されている。補剛平板においても同様の手法により以下の座屈耐力評価式を用いて考察を進める。

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 = 1 \quad (3.2)$$

ここで、 σ_{cr} ：純曲げ応力を受ける補剛平板の座屈時最大曲げ応力度、 σ ：座屈時最大曲げ応力度、 τ_{cr} ：純せん断応力を受ける補剛平板の座屈時せん断応力度、 τ ：座屈時平均せん断応力度である。ただし、式(3.2)は等曲げ及びせん断を受ける場合の座屈耐力を評価するものであり、曲げ応力勾配が生じる場合においても同様に適用可能であるとは限らない。そこで図10では本論文の座屈解析結果と式(3.2)を比較し、曲げとせん断の相互効果が補剛平板の座屈耐力におよぼす影響を考察する。図中に式(3.2)を点線で、本論文の座屈解析結果をプロットにて示し、せん断曲げ比の値にてプロット形状を区別している。いずれの場合においてもプロットは式(3.2)の外側に位置している。これは式(3.2)の曲げとせん断を分離した座屈耐力評価手法では補剛平板の座屈耐力を過小評価していることを意味している。なお本論文で対象とする検討範囲においては断面積比0.2の場合にて最大で3割程度の過小評価となる場合があり、座屈耐力の過小評価が不経済な設計を招く要因となることを踏まえると、式(3.2)のような慣習的に用いられている座屈耐力評価式は適切であるとは言い難い。ただしここでは示していないが、辺長比1.0の場合、せん断曲げ比が大きな値にて若干の過大評価となる場合が見られる。

本論文の座屈解析で得られる座屈係数 $K_{\sigma w}$ は曲げ応力度とせん断応力度の比により変化する。現実的なH形断面を想定した場合、曲げ応力度とせん断応力度の関係は以下のように表すことができる。

$$\tau_{cr} = \frac{\beta}{a} \cdot \frac{Z}{A_w} \cdot \sigma_{cr} = \frac{\eta\beta}{\lambda_w} \sigma_{cr} \quad (3.3)$$

図10 座屈耐力相関関係

図11 耐力上昇率と曲げ応力勾配の関係

図12 座屈波形

式(3.3)から補剛平板に作用する曲げとせん断の応力比には曲げ応力勾配 β 及びせん断曲げ比 η が関係し、これらの値が大きくなるほど連成して生じるせん断力が大きくなる。図 11 では曲げ応力勾配 β と耐力上昇率 K_w/K_{w0} の関係を示す。図は辺長比 2.5、せん断曲げ比 1.0 の場合について示しており、線種にて境界条件を区別している。また曲げ剛比ごとに示すことで曲げ応力勾配と曲げ剛比の関係についても考察する。まず曲げ応力勾配が小さい範囲では、曲げ応力勾配が増加するとともに耐力上昇率も増加している。この傾向はどの曲げ剛比においても同様である。しかし、曲げ応力勾配が大きくなると、曲げ剛比が小さいほど耐力上昇率が向上しにくくなることがわかる。ここで、図 12 に図 11 中○の位置(i), (ii)での座屈波形を示す。(i)では十分な曲げ剛比を有する補剛平板の座屈波形を示しており、スチフナ接合線が節線となる座屈モードが見られる。一方、(ii)では曲げ剛比が小さい場合を示しており、この時の座屈波形はスチフナ接合線とともに補剛平板全体に及んでいる。これより、スチフナ接合線が節線となる座屈モードでは、曲げ応力勾配が大きくなるほど高い補剛効果が得られると言える。

一方、図 13 ではせん断曲げ比 η を横軸にとり、耐力上昇率 K_w/K_{w0} との関係を示す。ここでは辺長比 1.5、曲げ応力勾配 1.0 の場合を示す。図 11 と同様に、解析結果を曲げ剛比ごとに示しており、線種にて境界条件を区別している。図より、せん断曲げ比が増加するにつれて耐力上昇率も増加しており、曲げ剛比が大きいほど高い耐力上昇率が得られる。この傾向は固定支持条件においても同様である。図 14 に一例として、図 13 中○の位置(i), (ii)での座屈波形を示す。(i)は曲げ剛比が大きな値の座屈波形を示しており、(ii)では曲げ剛比が小さな値における座屈波形を示している。(i), (ii)を比較すると、(i)では座屈波形がスチフナにて分断されている。一方、(ii)では座屈波形が補剛平板全体に及んでいる。これよりスチフナ接合線が節線となるような座屈モードが得られる場合では、せん断の影響が大きいほど高い補剛効果が得られると言える。そのため固定支持条件において曲げ剛比がある程度大きくなると耐力上昇率の大きな向上が見られないのはスチフナ接合線が節線となるのに十分な曲げ剛比を確保しているためだと考えられる。以上より、適切な曲げ剛比の値を確保すれば、せん断の影響が大きくなるほど高い補剛効果が得ら

れる。またスチフナ接合線が節線となるために必要な曲げ剛比の値はせん断の影響が大きくなるほど増加する傾向であると言える。なお、スチフナのねじり剛性を考慮しても曲げ応力勾配が補剛平板に及ぼす影響は概ね同様であり、詳細は付録 2 に示す。

4. 曲げせん断力を受ける補剛平板の最適剛比

4.1 現行の最適剛比との比較

前章までの解析結果から、曲げせん断力を受ける補剛平板の弾性座屈耐力の導出に曲げ剛比 γ が重要な因子であることを示した。曲げ剛比はある値以上を確保すれば 2 次的な因子となり、その後はねじり剛性が座屈耐力の大小を支配する。そのため、最適な曲げ剛比の値を評価することは補剛ウェブの実用的な断面算定をする上で非常に重要であると言える。また曲げせん断力を受ける補剛平板の最適剛比が示された文献は著者の知る限り見受けられず、曲げせん断力を受ける補剛平板の最適剛比を簡便な形で評価できれば補剛ウェブの座屈設計に貢献するものと考えられる。本節では曲げせん断力を受ける補剛平板の最適剛比を評価するために、まず最適剛比の考え方について確認し、本論文の座屈解析結果との対応を検討する。

補剛平板の最適剛比の実用的な考え方としては、補剛平板全体の座屈強度とスチフナによって仕切られた平板の座屈強度を等しくおいた場合の曲げ剛比であるとしている^{1)~3), 17)}。この時、平板の座屈強度はスチフナにて仕切られた平板のうち座屈強度が最小となる圧縮側曲げ応力を受ける平板を周辺単純支持平板としてみなした時の座屈強度として導出している。ただし、補剛平板全体の座屈強度はスチフナのねじり剛性を無視して導出された値が用いられている。これまで様々な補剛形式及び応力状態について最適剛比の評価式が提案されており、鋼構造座屈設計指針⁹⁾にまとめられている。ここで一例としてスチフナが中央に位置し、純曲げ応力を受ける補剛平板の最適剛比を以下に示す。

$$\gamma^* = 1.3 \quad (4.1)$$

純曲げ応力を受ける補剛平板の最適剛比は辺長比によらず一定値で示される。図 15 では本論文の座屈解析より得られた最適剛比と式(4.1)との対応を示す。プロットにて示された本論文の座屈解析結果と実線にて示された現行の最適剛比を比較すると、本論文の座屈解

図 13 耐力上昇率とせん断曲げ比の関係

図 14 座屈波形

図 15 現行の最適剛比との対応

析が若干高い値を示している。これは式(4.1)の導出において危険側平板の座屈強度に慣習的な評価式を用いており、本論文よりもスチフナにより分けられた平板の座屈強度を小さく見積もっているためであると考えられる。なお、図中に純曲げ応力を受ける補剛平板に対する危険側平板を斜線にて示す。本論文の解析結果では危険側平板の座屈強度に本論文の座屈解析結果を用いて最適剛比を導出しており、プロットで示した本論文の解析結果を用いる必要があるものとする。いずれにおいても本論文の座屈解析より得られた最適剛比は対応としては十分であると言える。

4.2 最適剛比近似式の導出

前節では、補剛平板の最適剛比について本論文の座屈解析と現行の最適剛比との対応を確認した。本節では、曲げせん断力を受ける補剛平板の最適剛比について検討し、簡便な近似式の導出過程について述べる。

これまで示してきたように補剛平板に作用する曲げとせん断の応力比に関するパラメータとして曲げ応力勾配 β とせん断曲げ比 η がある。本論文のような曲げとせん断が複合的に作用する補剛平板の座屈解析では、補剛平板の最適剛比を曲げとせん断の応力比を用いて評価することができれば簡便な近似式の導出が容易になると考

えられる。そこで図 16(a),17(a)では曲げせん断力を受ける補剛平板の最適剛比を導出するにあたり、曲げ応力勾配とせん断曲げ比の積 $\eta\beta$ を横軸にとり、縦軸に最適剛比を示している。ここでは一例として辺長比 2.0 の場合を示しており、プロット形状にてスチフナねじり剛性の有無を区別している。図より、曲げせん断力を受ける補剛平板の最適剛比 γ^* は曲げ応力勾配 β とせん断曲げ比 η の組合せによらず $\eta\beta$ にて概ね評価することが可能である。最適剛比の簡便な近似式を導出するにあたり、まず $\eta\beta$ が小さい範囲を見ると、最適剛比は概ね同程度の値をとっている。そのため、この範囲においては最適剛比を一定値で評価することが妥当であると考えられる。また、 $\eta\beta$ がある値以上になると直線的に増加することが分かる。本論文ではこの範囲において最適剛比を線形的に近似することで簡便な評価が可能になると判断した。種々の考察より、本論文で得られた最適剛比の評価式を以下に示す。

a) 周辺単純支持

$$\gamma^* = \begin{cases} \kappa[\eta\beta - 0.4(\lambda_w - 1.0)] + 1.4 & \eta\beta > 0.4(\lambda_w - 1.0) \\ 1.4 & \eta\beta \leq 0.4(\lambda_w - 1.0) \end{cases} \quad (4.2)$$

ただし、 $\kappa = 30(\lambda_w - 0.5)$

図 16 周辺単純支持

図 17 周辺固定支持

図 18 効果的なスチフナ形状

b) 周辺固定支持

$$\gamma^* = \begin{cases} \kappa[\eta\beta - 0.4(\lambda_w - 1.0)] + 2.5 & \eta\beta > 0.4(\lambda_w - 1.0) \\ 2.5 & \eta\beta \leq 0.4(\lambda_w - 1.0) \end{cases} \quad \dots(4.3)$$

ただし、 $\kappa = -5\lambda_w^2 + 24\lambda_w - 11$

なお式(4.2)、(4.3)中の係数 κ は最小二乗法を用いて導出したものであり、辺長比による影響も考慮している。図より本論文で検討する辺長比の範囲において式(4.2)、(4.3)が十分な対応を示していることが確認できる。

また図中に示した Δ はスチフナのねじり剛性を考慮して導出した最適剛比である。ここでは一例として断面積比 0.2 の場合について示しており、スチフナのねじり剛性を考慮した場合においても座屈耐力の観点から導出された補剛平板の最適剛比は $\eta\beta$ にて同様に評価することが可能であると考えられる。本論文では式(4.2)、(4.3)と同様の手法により得られた最適剛比評価式を以下に示す。

a) 周辺単純支持

$$\gamma^* = \begin{cases} \kappa[\eta\beta - 0.5(\lambda_w - 1.0)] + 1.4 & \eta\beta > 0.5(\lambda_w - 1.0) \\ 1.4 & \eta\beta \leq 0.5(\lambda_w - 1.0) \end{cases} \quad \dots(4.4)$$

ただし、 $\kappa = 5.2\lambda_w^2 + 14.7\lambda_w - 15.5$

b) 周辺固定支持

$$\gamma^* = \begin{cases} \kappa[\eta\beta - 0.4(\lambda_w - 1.0)] + 1.4 & \eta\beta > 0.4(\lambda_w - 1.0) \\ 1.4 & \eta\beta \leq 0.4(\lambda_w - 1.0) \end{cases} \quad \dots(4.5)$$

ただし、 $\kappa = -2.0\lambda_w^2 + 11.4\lambda_w - 7.6$

図 16(a)、17(a)中に式(4.4)、(4.5)を示しており、式(4.2)、(4.3)と比較すると、いずれにおいても最適剛比の値は小さくなる。これはねじり剛性を考慮した場合、補剛平板全体の座屈強度が上昇するのに対して危険側平板の座屈強度は同じ値を用いているからである。いずれにおいても本論文で検討する辺長比の範囲において式(4.4)、(4.5)は十分な対応であると言える。

ただし、本論文で示した最適剛比はスチフナ接合線が節線となることを保証してはいない。これは図 16(b)、17(b)に示す座屈波形を見ると明らかとなる。図 16(b)、17(b)は図 16(a)、17(a)中に黒塗りで示した点における座屈波形を示している。(i)では本論文で導出した最適剛比式(4.2)、(4.3)を満足する場合の座屈波形を、(ii)では式(4.2)、(4.3)を満足しない場合における座屈波形を示しており、(i)と(ii)を比較すると座屈波形が大きく変化していないことが確認できる。これは本論文で導出した最適剛比はあくまで座屈耐力の観点から導出したものであることを意味している。このため四辺単純支持条件として導出した危険側平板の座屈耐力はスチフナ接合線が節線となるための座屈耐力に対して小さく見積もっている可能性があり、最適剛比を満足してもスチフナ接合線が完全な節線とはならない場合があると考えられる。

4.3 効果的なスチフナ形状

本節では曲げせん断力を受ける補剛平板の効果的なスチフナ形状について前節までの考察結果を踏まえて検討を加える。補剛ウェブのスチフナ設計では最適剛比 γ^* を満足するようにスチフナ形状を選定し、スチフナにて仕切られたパネルの中で最も危険側となるパネルに対して座屈検定を行う。しかし、曲げ剛比はウェブの面外曲げ剛性に対するスチフナの曲げ剛性の比であるため、最適剛比が一

定の場合でも補剛対象とするウェブ形状によって最適剛比を満足するスチフナ形状は変化する。そこで本論文では効果的なスチフナ形状とウェブ形状との関係を考察する上で、曲げ剛比を以下の式に示す形で書き換える。

$$\gamma = 4(1-\nu^2)\delta^2 \frac{b_s}{t_s} \frac{b_w}{t_w} \quad \dots(4.6)$$

式(4.6)より断面積比が一定の場合、ウェブ形状とスチフナ形状の関係が明瞭となることがわかる。図 18 は式(4.2)、(4.3)に示す最適剛比を与えるスチフナ形状とウェブ形状の関係を示している。ここでは十分高い耐力上昇率が得られる断面積比である $\delta=0.2$ の場合について様々な $\eta\beta$ にて示している。補剛対象とする梁断面から算定したせん断曲げ比 η と補剛長さに対応するように算定した曲げ応力勾配 β との積 $\eta\beta$ を算定し、図からウェブ幅厚比に対応するスチフナ幅厚比以上の値を用いることで効果的なスチフナ形状が算定可能となる。図は一例として辺長比 2.0 の場合を示しているが、その他の辺長比においても式(4.2)～(4.5)より得られた最適剛比と式(4.6)を用いることでウェブ形状とスチフナ形状の関係を求めることができる。また、図 1 に示すスチフナが両側に配置されている場合においても同様にウェブとスチフナ形状の関係を導出することができる。ただし、スチフナが両側に配置されている場合では、式(4.6)における係数 4 を 2 に書き換えた形で用いる必要がある。

5. 結

本論文では曲げせん断力を受ける補剛平板の弾性座屈耐力を導出し、補剛平板の弾性座屈性状にスチフナ剛性が及ぼす影響について考察した。また、補剛平板の弾性座屈耐力に外力分布、境界条件が及ぼす影響について考察した。また、補剛平板の座屈耐力を決定づける主因子が曲げ剛比 γ であることを示し、曲げせん断力を受ける補剛平板に最適な曲げ剛性比 γ^* を簡便な形の評価式で提案した。さらに最適剛比を満足するウェブ形状とスチフナ形状との関係について考察を加えた。本論文で得られた知見を以下にまとめて示す。

- 1) 本論文では周辺単純支持に加えこれまで十分に明らかにされていない周辺固定支持の境界条件について扱い、その弾性座屈性状を明らかにした。その上で補剛平板の座屈耐力が十分向上するために必要な断面積比の値は、境界条件で比較した場合、単純支持条件よりも固定支持条件の方が小さく見積もることができる。
- 2) 曲げせん断力を受ける補剛平板の弾性座屈耐力を決定づける主因子は曲げ剛比である。曲げ剛比をある値以上まで増加させることでスチフナ接合線が節線となる座屈モードが得られるが、それ以降では 2 次的なものとなり、ねじり剛性が座屈耐力の大小を左右する。
- 3) スチフナねじり剛性は接合線のたわみ角拘束に寄与するものであるが、中実矩形断面による補剛形式においてはねじり剛性が補剛平板の座屈耐力を大きく向上させるものとは考え難い。
- 4) 曲げせん断力を受ける補剛平板の弾性座屈耐力は曲げとせん断の相互効果を考慮することで効率的なスチフナ形状が算定可能となる。また、スチフナ接合線が節線となるための曲げ剛比はせん断の影響が大きいものほど増加する。
- 5) 実用的な補剛平板の最適剛比は補剛平板全体の座屈耐力とスチ

フナにより分けられた平板の座屈耐力を等しいとしたときの曲げ剛比であり、曲げせん断力を受ける補剛平板においてはせん断曲げ比と曲げ応力勾配の積を用いることで評価が可能である。辺長比を考慮した最適剛比を式(4.2)～(4.5)に示した。

- 6) 補剛スチフナの最適形状は、曲げの影響が大きい断面ではねじり剛性の高いものが、せん断の影響が大きい断面では曲げ剛性の高いものがウェブの補剛に効果的であり、ウェブ幅厚比が大きくなるほど最適剛比を満足するスチフナ幅厚比は小さくなる。

参考文献

- Stephen P. Timoshenko & James M. Gere : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill Book Company, 1963.
- Klöppel E.und Scheer J. : *BEULWERTE ausgesteifter Rechteck platten*, Wilhelm Ernst & Sohn, 1960.
- Klöppel E.und Möller K.H. : *BEULWERTE ausgesteifter Rechteck platten, II Band*, Wilhelm Ernst & Sohn, 1968.
- 望月力男：矩形ウェブ板縦方向スチフナの研究，日本建築学会論文集，第 43 号，pp.25-31，1951.7.
- 望月力男：剪断を受ける矩形ウェブ板縦方向スチフナの実用算定式について，日本建築学会論文報告集，第 75 号，pp.25-30，1962.8.
- 山平喜一郎：エネルギー法による補剛板の座屈解析プログラム，住友重機械技術報，Vol.31, No.91，1983.4.
- R. Narayanan : Plated Structures, Applied Science Publishers, 1983
- 日本建築学会：鋼構造設計規準，2005.5.
- 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，2009.11.
- 五十嵐規矩夫：不均等曲げせん断力を受ける H 形鋼ウェブの座屈耐力評価ー周辺単純支持平板としての弾性座屈耐力評価ー，日本建築学会構造系論文集，第 565 号，pp.135-141，2003.3.
- 五十嵐規矩夫，鈴木琢也：曲げせん断および軸力を受ける平板の弾性座屈耐力評価法，日本建築学会構造系論文集，第 573 号，pp.209-216，2003.11.
- 楠田忠雄：圧縮力を受ける補強板の塑性座屈についてー第 1 報 軸対称型防撓材を有する場合ー，造船協会論文集，第 105 号，pp.137-146，1959.7.
- 楠田忠雄：圧縮力を受ける補強板の塑性座屈についてー第 2 報 非対称型防撓材を有する場合ー，造船協会論文集，第 106 号，pp.171-179，1960.6.
- 宇佐美勉：補剛材つき板の弾性ならびに非弾性圧縮座屈強度，土木学会論文報告集，第 105 号，pp.13-28，1974.8.
- 大村裕，吉浪康行：補剛板の座屈に及ぼす補剛材の偏心とねじれ剛性の影響について，土木学会論文報告集，第 267 号，pp.9-15，1977.11.
- 長谷川彰夫，太田孝二，西野文雄：補剛された板要素の座屈強度に関する 2・3 の考察，土木学会論文報告集，第 232 号，pp.1-15，1974.12.
- 宇佐美勉，福本嘸士：圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の座屈強度と設計，土木学会論文報告集，第 247 号，pp.35-49，1976.3.
- 五十嵐規矩夫，鈴木琢也：逆対称曲げせん断力を受けるウェブ平板の弾性座屈耐力に及ぼす境界条件の影響，日本建築学会構造系論文集，第 571 号，pp.145-152，2003.9.
- 五十嵐規矩夫，王韜：曲げせん断力及び軸力を受ける H 形断面構成要素の弾性座屈耐力算定法，日本建築学会構造系論文集，第 613 号，pp.137-146，2007.3.
- 五十嵐規矩夫，鈴木琢也，王韜：逆対称曲げせん断力および軸力を受け

るウェブ平板の弾性座屈耐力に与えるフランジ捩り剛性の影響，日本建築学会構造系論文集，第 588 号，pp.173-179，2005.2.

- 21) 五十嵐規矩夫，柳下義博：不均等曲げせん断力を受ける中立軸補剛平板の弾性座屈耐力，鋼構造年次論文報告集，pp.353-358，2013.11.

付録 1 補剛平板に作用するせん断応力度分布と解の収束性

節 2.1 で述べたように，本論文では補剛平板に作用するせん断応力度分布を均等分布としている。本来であればせん断応力度分布は断面内に放物線分布を仮定するべきであるが，せん断応力度分布が解に及ぼす影響は小さい。付図 1 はせん断応力度分布の違いによる解析結果の一例を示しており，プロットで示したように均等分布としても得られる解は十分精確であると言える。

変位関数を仮定する際，波数 M, N を任意に定めることができる。波数を少なくすることで解析の計算過程を簡便にすることができ一方，波数が多いほど得られる結果は精解に近づく。付図 2 は波数が解の精度に与える影響を示している。プロット形状で断面積比の値を区別しており，断面積比においても収束の度合いは同様であることがわかる。以上より，本論文では変位関数の波数を $M, N = 20$ として十分妥当な解が求められると判断した。

付録 2 曲げ応力勾配と耐力上昇率の関係にスチフナのねじり剛性が及ぼす影響

節 3.2 ではスチフナのねじり剛性を無視して得られた解析結果を用いて考察を進めた。実際の補剛平板にはスチフナのねじり剛性が影響することを踏まえ，ねじり剛性を考慮した場合における結果を以下の付図 3 に示す。

付図 1 せん断応力度分布の影響

付図 2 解の収束性， $M = N$

(a) 座屈耐力相関関係

(b) 耐力上昇率と曲げ応力勾配の関係

付図 3 曲げ応力勾配と耐力上昇率の関係に及ぼすねじり剛性の影響

ELASTIC BUCKLING CHARACTERISTICS AND OPTIMUM RIGIDITY OF STIFFENED PLATE UNDER BENDING AND SHEAR STRESS

Kikuo IKARASHI and Yoshihiro YANAGISHITA***

* Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

** Graduate Student, Graduate School, Tokyo Institute of Technology

From the economical point of view, H-shaped beams which have end stiffeners have been designed in steel frame structures. In this paper, the authors clarified the elastic buckling strength of stiffened plates under bending and shear stress by theoretical analysis using energy method. As prerequisite for the buckling analysis, stiffener line to the web plate element is supposed in consideration characteristic of flexural and torsional rigidity of stiffener.

First, authors confirmed the effect of torsional rigidity of stiffener to the elastic buckling strength of stiffened plates. At the same time, the effect of bending inclination to the elastic buckling strength is conducted along with consideration of bending and shear interaction and boundary condition of stiffened plates. Furthermore, authors considered the effect of torsional rigidity of stiffener to the buckling strength of stiffened plates. From the result of analysis, we revealed that the flexural rigidity of stiffener is the most important factor to the buckling strength of stiffened plate. Therefore, the approximation for optimum flexural rigidity of stiffener is derived for each boundary condition without torsional rigidity of stiffener. In addition, the relationship between effective stiffener shape and web width-thickness ratio is also investigated.

As a result, the following conclusions are reached.

- 1) The buckling strength of stiffened plate is considerably influenced by cross-sectional area ratio. The effective stiffener shape can be designed at small cross-sectional area ratio value when we consider the effect of constraint by flange and longitudinal stiffener.
- 2) Torsional rigidity of stiffener makes influence to angle deflection with stiffener attaching line. However, the effect of the torsional rigidity of stiffener to the buckling strength is too small and shows a negligible disagreement, regardless of the torsional rigidity of stiffener.
- 3) The ratio of flexural rigidity of stiffener also influences the buckling strength of stiffened plates. The buckling mode of stiffened plate which has high flexural rigidity stiffener is restricted, and the buckling mode has appeared on one side of the web plate separated by the stiffener.
- 4) The effective stiffener shapes can be designed by consideration of bending and shear interaction.
- 5) Optimum rigidity of stiffener under bending and shear stress has been approximated without torsional rigidity of stiffener. However, the stiffener satisfying this approximation cannot change buckling mode of stiffened plate, but the approximation is clarified from the point of buckling strength.
- 6) When the cross-sectional area ratio is greater than 0.2, the effective stiffener shape can be designed. We clarified the relationship between effective stiffener shape and web plate shape for various $\eta\beta$ values.

(2014年8月9日原稿受理, 2014年10月24日採用決定)