完全弾塑性型の応力－ひずみ関係よりなる角形鋼管柱の終局耐力評価について

ULTIMATE STRENGTH OF SQUARE STEEL TUBULAR BEAM-COLUMNS
WITH ELASTIC-PERFECTLY PLASTIC MATERIALS

津田 恵 吾*, 城 戸 将 江**

Keigo TSUDA and Masae KIDO

The objective of this study is to examine the strength formulas of square steel tubular beam-columns on the basis of the strength formulas specified by the “Recommendation for Limit State Design of Steel Structures”. The strengths of square steel tubular beam-columns are obtained by the analytical work, where the axial load ratio, slenderness ratio and moment gradient ratio are selected as a numeric parameter. The stress-strain relation is assumed to be elastic-perfectly plastic. Relations between analytical maximum strengths and the strengths calculated by using the AIJ LSD guide are presented and the validity of the strength formulas is investigated.

Keywords : Square steel tubular column, Strength formula, Axial load ratio, Slenderness ratio, Moment amplification factor

角形鋼管柱, 耐力式, 軸力比, 細長比, 曲げモーメント拡大係数

1. 序

鋼構造柱材の設計に関して鋼構造設計規準¹⁾, 鋼構造限界状態設計指針²⁾ (以下「LSD 指針」と略す), 鋼構造塑性設計指針³⁾ に設計式が, また鋼構造座屈設計指針⁴⁾, 鋼構造建築物における構造設計の考え方と枠組⁵⁾, 鋼構造物の座屈に関する諸問題 2013⁶⁾に, 設計式の比較やその考えかたが示されている。許容応力度設計法や限界状態設計法など設計法により柱材の設計式は異なるが, 設計法にかかわらず柱材の挙動・耐力に影響を及ぼす要因は, 鋼材の材料特性, 初期不整, 部材の特性, 支持条件, 応力状態・変形状態など⁴⁾ 数多く, 設計式は経験式とならざるを得ない部分もある。

鋼柱の挙動・耐力には構面内不安定や局部座屈, 曲げねじれ座屈が影響する。構面内不安定には柱材の軸力比, 細長比, 材端曲げモーメント比が, 局部座屈には幅厚比・径厚比が関係する。曲げねじれ座屈はH形鋼など薄肉開断面材を柱に用いた場合に考慮の必要がある。

柱材の実験も数多く行われ, 変形能力評価式も提案されている状況にある⁴⁾。最近では高強度鋼の開発も行われ^{7)~10)}, また建築空間の多様性から細長い柱が使われる場合もあるが, 鋼柱の耐力に関しては過去に坂本順博士らの一連の研究^{11), 12)}があるものの, 最近では鋼柱の耐力を取り上げた研究は数少ない^{13), 14), 15)}。上記のように鋼柱の設計式は多数あるものの, 高強度材料や細長い柱を含めた鋼柱の検討が必ずしも充分になされている状況にはない。

本論文では, わが国の建築鉄骨構造の柱材としてよく用いられる角形鋼管柱を対象とし, 曲げモーメント比, 軸力比, 細長比を解析変数とした軸力と曲げモーメントを受ける柱の構面内挙動解析を行うことにより, LSD 指針に示されている終局限界状態設計における柱材の設計式を元に終局耐力評価法の検討を行う。LSD 指針の設計式を元とした理由は, 最新の設計式を提示しており, 精緻な構成をしているためである。圧縮材において, アメリカやヨーロッパでは鋼管の製法により座屈強度曲線を変えた Multiple Column Curve も提示されている¹⁶⁾。柱材では鋼管の製法の違いにかかわらず同一の設計式を与えているが, 鋼管の製法の違いにより終局耐力に違いが生じることが推察できる。本論文では基礎的な検討を行うため完全弾塑性型の応力－ひずみ関係を仮定して計算を行う。なお, 終局耐力に主眼を置き, 耐力とともに重要な変形能力については今後の課題とする。

2. LSD 指針の柱材に対する規定

本章では LSD 指針の柱材の規定に対して, その概略を示す。

2.1 軸力比と細長比の制限

LSD 指針では, 柱を区分 C-I から区分 C-III の 3 種類に, 軸力比 n_y と曲げ座屈細長比 λ_c (以下, 細長比と略す), 骨組内の柱の曲げ面内細長比 ρ_c , 骨組内の柱の曲げ座屈限界耐力 P_N で表現される領域により分けている。軸力比 n_y と細長比 λ_c はそれぞれ式(1)~(2)で定義さ

* 北九州市立大学国際環境工学部 教授・工博
** 北九州市立大学国際環境工学部 准教授・工博

Prof., Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr.Eng.
Assoc. Prof., Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr.Eng.

表 1 角形鋼管柱の区分と軸力比, 細長比の制限

柱の区分	軸力比	軸力比と細長比
C-I	$n_y \leq 0.75$	$n_y \cdot \lambda_c^2 \leq 0.25$
塑性ヒンジを 形成するC-I		$-0.5 < M_2/M_1 \leq 1.0$ のとき $n_y \cdot \lambda_c^2 \leq 0.10(1+\kappa)$
		$-1.0 \leq M_2/M_1 \leq -0.5$ のとき $n_y \cdot \lambda_c^2 \leq 0.05$
C-II, C-III	$N/N_c \leq 1.0$	-

図 1 「0.1 領域」の境界の λ_c - n_y 関係

図 2 解析モデル

れる。

$$n_y = N/N_y \quad (N: \text{軸方向力}, N_y: \text{降伏軸力}) \quad (1)$$

$$\lambda_c = \sqrt{N_y/N_e} \quad (N_e = \pi^2 EI/l_c^2) \quad (2)$$

式(2)の E はヤング係数, I は断面 2 次モーメント, l_c は材の節点間長さである。

柱区分と, 軸力比と細長比の制限を表 1 に示す。表中の κ は材端曲げモーメント比(以下「曲げモーメント比」と略す)で, 式(3)で定義される。式(3)右辺の M_1, M_2 はそれぞれ端モーメントのうち大きい方と小さい方であり, κ は複曲率曲げのときを正とする。また, 表中の λ_c は骨組内の柱の曲げ面内細長比である。柱の曲げ面内の弾性曲げ座屈耐力 N_e とすると, $\lambda_c = \sqrt{N_y/N_e}$ として算定できる。

$$\kappa = M_2/M_1 \quad (3)$$

なお, LSD 指針 3.4.2 項に, 細長比 λ_c は 2.0 以下とする規定がある。

表 1 の塑性ヒンジを形成する C-I 区分の式(4), (5)の軸力比と細長比の制限を満足する領域を式(4)右辺にある 0.10 に基づいて「0.1 領域」と呼ぶことにする。

$$\begin{aligned} -0.5 < M_2/M_1 \leq 1.0 \text{ のとき} \\ n_y \cdot \lambda_c^2 \leq 0.10(1+M_2/M_1) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} -1 \leq M_2/M_1 \leq -0.5 \text{ のとき} \\ n_y \cdot \lambda_c^2 \leq 0.05 \end{aligned} \quad (5)$$

図 1 に, 「0.1 領域」の境界をあらわす軸力比 n_y と細長比 λ_c の関係を曲げモーメント比 $\kappa = -0.5, 0$ (片曲げ), 1 (逆対称曲げ) の場合について示す。

2.2 柱材の設計式

終局限界状態設計での区分 C-I に属する角形鋼管柱の曲げ圧縮限界耐力は, 下式となる。

$$\frac{N}{\phi_c N_c} + 0.85\phi \frac{M}{\phi_p M_p} \leq 1.0 \quad (6)$$

上式の ϕ は下式である。

$$n_y \cdot \lambda_c^2 \leq 0.25(1+\kappa) \text{ のとき} \quad \phi = 1.0 \quad (7)$$

$$n_y \cdot \lambda_c^2 > 0.25(1+\kappa) \text{ のとき} \quad \phi = \frac{1-0.5(1+\kappa) \cdot \sqrt{N/N_e}}{1-N/N_e} \quad (8)$$

ここに, N : 軸方向力, M : 曲げモーメント, N_c : 曲げ座屈限界耐力, M_p : 全塑性モーメント, ϕ_c : 圧縮耐力に関わる耐力係数, ϕ_p : 全塑性耐力に関わる耐力係数, κ : 材端曲げモーメント比, である。

LSD 指針の旧版¹⁷⁾では, 式(6)が式(9)となっており, 式(10)の規定がある。式(6)および式(9)の左辺第 1 項の分母の軸力の項が, それぞれ N_c, N_y と異なっている。

$$\frac{N}{\phi_c N_y} + 0.85\phi \frac{M}{\phi_p M_p} \leq 1.0 \quad (9)$$

$$\frac{N}{\phi_c N_{cx}} \leq 1.0, \quad \frac{N}{\phi_c N_{cy}} \leq 1.0 \quad (10)$$

塑性ヒンジを形成する C-I 柱の曲げ圧縮限界耐力は全塑性限界耐力に等しいものとし下式としている。

$$\frac{N}{\phi_p N_y} \leq 0.15 \text{ のとき} \quad \frac{M}{\phi_p M_p} \leq 1.0 \quad (11)$$

$$\frac{N}{\phi_p N_y} > 0.15 \text{ のとき} \quad \frac{N}{\phi_p N_y} + 0.85 \frac{M}{\phi_p M_p} \leq 1.0 \quad (12)$$

2.3 本論文で検討する点

本論文では, 区分 C-I の柱でさらに, 式(4), (5)の軸力比, 細長比の制限を満足する柱が式(11), (12)で与えられる全塑性耐力を発揮できるか, 式(4)および(5)を満足しない C-I 柱が式(6)あるいは式(9)で与えられる耐力を発揮できるか検討する。また, 式(7), (8)で与えられる ϕ の妥当性, 発揮できる断面耐力について検討を行う。

3. 解析

3.1 問題の設定

図 2 に示す材長 l_c で一定な圧縮力 N と端部に単調に増加する曲げモーメント M_1 と M_2 ($=\kappa M_1, |\kappa| \leq 1$) を受ける角形鋼管柱を解析モデルとする。解析により 1) 曲げモーメント M_1 と M_1 の作用点の回転角 θ_1 の関係, 2) 部材に生じる最大曲げモーメント M_m と回転角 θ_1 の関係, 3) モーメント拡大係数 a_m ($=M_m/M_1$) と回転角 θ_1 の関係を求め, 2.3 節で記述した点の検討を行う (注 1) 参照)。

3.2 解析の仮定と解析手法

解析仮定として, 1) 平面保持, 2) 微小変形, 3) 完全弾塑性型の応力-ひずみ関係をもつ非線形弾性体(ひずみの戻りは考慮しない), を仮定した。解析仮定より曲げモーメント(M)-曲率(ϕ)関係を算定し, 3.1 で示した境界値問題を初期値問題に変換して解析を行う射的法的により曲げモーメント-回転角関係を算定した(文献 18 および付録 1 参照)。

本論では柱の弾塑性挙動を論ずるにもっとも基礎となる完全弾塑性型の応力-ひずみ関係を仮定し, 初期不整や残留応力は考慮していない。この応力-ひずみ関係では断面の最大曲げ耐力は軸力を考慮した全塑性モーメント M_{pc} となり, ひずみ硬化現象による M_{pc} 以

図3 解析を行った軸力と細長比
(曲げモーメント比 $\kappa=0$ の場合)

図4 曲げモーメントー曲率
関係

表2 断面の諸量

幅 (せい) B (mm)	板厚 t (mm)	断面積 A (cm^2)	断面2次モーメント I (cm^4)	断面係数 Z (cm^3)
250	12	114.2	10810	865
断面2次半径 i (mm)	降伏応力度 σ_y (N/mm^2)	降伏軸力 N_y (kN)	降伏モーメント M_y (kNm)	全塑性モーメント M_p (kNm)
97.29	325	3712	281.1	331.6

上の曲げ強度は期待できず、また残留応力による剛性低下も考慮できない。熱間成形角形鋼管では上記の仮定はそれほど問題とはならないと推察されるが、冷間成形角形鋼管の挙動を評価するには問題があり、今後、設定する応力ーひずみ関係を変更し検討を行う必要がある。

3.3 解析変数

解析変数は、材端曲げモーメント比 κ を主な変数に取り、 $\kappa=-1.0, -0.5, 0, 0.5, 1.0$ を選んだ。軸力比 n_y 、細長比 λ_c については、塑性ヒンジを形成する条件の式(4)や、軸力による二次モーメントの影響を考慮した補正係数 ϕ (耐力時のモーメント拡大係数 a_m と同じ意味を持つ)を算定するときの式(7)や(8)の範囲を規定する式に鑑み、式(13)右辺の α の値を変数にとった。

$$n_y \cdot \lambda_c^2 = \alpha(1 + \kappa) \quad (13)$$

α の値は、 $\alpha=0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4$ とし、さらに計算が可能な場合は0.1を増分として0.5, 0.6, 0.7等の値を選び、軸力比 n_y を表1に示す軸力比制限($n_y \leq 0.75$)を勘案し、0.05程度 ~ 0.8 とし、式(13)より軸力比 n_y および α に対応する細長比 λ_c を算定した。この細長比 λ_c の値が2.0を超える場合は、 $\lambda_c=2.0$ としたときの軸力比 n_y でも計算を行った。

図3に $\kappa=0$ (片曲げ)の場合で解析した細長比 λ_c と軸力比 n_y の組合せを示している。また、実線と黒丸印(●)あるいは黒四角印(■)はそれぞれ、「0.1領域」および「0.25領域」(式(13)で $\alpha=0.25$ を境界としたときの原点を含む領域であり、式(7)より分かるように0.25領域では軸力による二次モーメントの影響を考慮しなくて良い)の境界を示している。なお図中の $n_y \cdot \lambda_c^2=1$ で示した太線上の点は図2で示す柱が圧縮力だけを受ける場合のオイラー荷重($\pi^2 EI/L_c^2$)となる時の細長比 λ_c と軸力比 n_y の組合せを表している。また、図中のLSDで示す太線はLSD指針が規定する曲げ座屈限界耐力 N_c と細長比 λ_c の関係を示している。

図5 $M_1/M_{pc} - \theta_1/\theta_{pc}$ 関係

解析で用いる断面は正方形角形鋼管 $\square-250 \times 12$ とし、降伏応力度 σ_y は 325 N/mm^2 とした。なお、実際に使用されると考えられる幅厚比15 $\sim$ 50の範囲では全塑性に関する曲げモーメントー軸力相関関係はほぼ一致し、曲げ耐力に関しては幅厚比の影響は小さいと考えられる。また、LSD指針にしたがえば、本断面の局部座屈限界耐力は全塑性限界耐力に一致し、柱材の耐力に関しては曲げ圧縮限界耐力を考えればよい。

表2に全塑性モーメント M_p 等、基本的な量を示す。また、軸力比 n_y が0.1 $\sim$ 0.8の場合の、曲げモーメント(M)ー曲率(ϕ)関係を図4に示す。曲げモーメントは降伏モーメント M_y 、曲率は降伏曲率 ϕ_y ($=2\sigma_y/(E \cdot B)$)で無次元化している。

4. 解析結果と考察

4.1 曲げモーメントー材端回転角関係

図5に全塑性モーメント M_{pc} で無次元化した曲げモーメント M_1/M_{pc} と、 M_{pc} となる時の弾性回転角 θ_{pc} で無次元化した回転角 θ_1/θ_{pc} の関係を例示する(付録2参照)。各図は曲げモーメント比 κ ($=-1, 0, 1$)と領域を表す α の値(0.1, 0.25)を一定とし、原則として

軸力比 n_y が 0.1, 0.25, 0.5, 0.75 の場合を示している (図 5(c-2) は、細長比 λ_c の値が 2.0 となる $n_y=0.125$ の場合を示した)。また等曲げ ($\kappa=-1$) の場合は、式(5)の右辺の値 0.05 は式(4)で $M_2/M_1 (= \kappa) = -0.5$ の時なので、 $\kappa=-0.5$ の場合の $\alpha=0.1$ と 0.25 の場合と同じ $N/N_e (= n_y \cdot \lambda_c^2)$ の値 0.05 および 0.125 とした。図中では解析で最大耐力が算定できたものに対しては最大耐力点に黒丸印 (●) を、圧縮あるいは引張で降伏した点をそれぞれ黒三角印 (▼: 傍の数値は軸力比 n_y の値)、白丸印 (○) で示している (注 2 参照)。図中の括弧内の数値は曲げ座屈細長比 λ_c と細長比 $\lambda (=l_c/i)$ である。

各図より軸力比 n_y が大きくなるにつれて最大耐力は小さくなることが観察される。この理由は (弾性時では α の値が同じであれば、モーメント拡大係数 ϕ の値は同じであるものの) 軸力比が大きい方が早く圧縮側フランジが塑性化することによること、曲げ耐力に大きな影響を及ぼすフランジのうち、引張側フランジが塑性化しないこともあることによると考えられる (図 5 では、図 5 (b-1), (c-1) の軸力比 $n_y=0.5$ を除いた、 $n_y=0.5, 0.75$ の場合には引張側フランジが降伏せずに最大耐力となっている)。

4.2 LSD 指針の柱の設計式の検討

4.2.1 塑性ヒンジを形成する柱

塑性ヒンジを形成する柱は、区分 C-I の柱の条件に加えて、式(4)、(5)の軸力比と細長比の制限を満たす必要がある。この時、曲げ圧縮限界耐力 (端モーメント M_1) は全塑性限界耐力に等しいものとし、LSD 指針では、式(11)、(12)を与えている。

本論文では、全塑性耐力にかかわる耐力係数 ϕ を 1 として、式(11)、(12)より得た式(14)、(15)の曲げモーメント M_{pcDSN} と解析を行って得られた最大端モーメント M_{1max} の比較を行う。

$$\frac{N}{N_y} \leq 0.15 \text{ のとき } M_{pcDSN} = M_p \quad (14)$$

$$\frac{N}{N_y} > 0.15 \text{ のとき } M_{pcDSN} = \frac{1}{0.85} \left(1 - \frac{N}{N_y} \right) M_p \quad (15)$$

図 6 に $M_{1max}/M_p - n_y$ 関係を、図 7 に $n_y - M_{1max}/M_{pcDSN}$ 関係を示す。式(14)、(15)で得られる耐力と比較すべきは、式(4)、(5)の制限を満たす必要があるため、 $\kappa > -0.5$ で α の値は 0.1 以下、 $\kappa \leq -0.5$ で $N/N_e=0.05$ 以下 ($\kappa=-1$ の時)、 $\alpha=0.1$ 以下 ($\kappa=-0.5$ の時) が対象となるが、図 6、7 では算定を行ったすべての場合についての結果を示している。図 6 中には、式(14)、(15)であらわせる 2 本の直線となる耐力を ABC の直線で示している。また、「FP」で示す曲線は、降伏応力度 σ_y で断面が全塑性状態になる時の耐力を示している (付録 2 の式(A-2)および式(A-4)で算定した)。図 7 では $M_{1max}/M_{pcDSN}=1$ の直線と、 M_{pc}/M_{pcDSN} の曲線も示している。なお、柱の曲げモーメント-軸力関係は、細長比を一定として描くことが多い。参考のため、図 6、7 では例として細長比 $\lambda_c=1$ となる点を結んだ線を太破線で示している。

図 6 および 7 より、式(4)、(5)を満足する「0.1 領域」で、かつ曲げモーメント比 $\kappa \geq -0.5$ かつ軸力比 $n_y \geq 0.2$ であれば式(15)で安全側に耐力を評価できることがわかる。「0.1 領域」を満足しなくても、 $n_y \geq 0.2$ であれば、 $\kappa=-0.5 \sim 0.5$ のとき $\alpha \leq 0.2$ 、 $\kappa=1$ の時は $\alpha \leq 0.3$ の範囲で M_{pcDSN} はほぼ安全側に耐力 M_{1max} を評価している。 $\kappa=-1$ の等曲げの場合は、 $N/N_e=0.025$ の場合でも、式(14)、(15)の耐力を期待できない。

図 6 $M_{1max}/M_p - n_y$ 関係

図 7 設計式の検討(式(14), (15))

軸力比 $n_y < 0.2$ では κ の値にかかわらず常に $M_{1\max}/M_{pcDSN} < 1$ となるが、これは曲げモーメント-曲率関係の算定に完全弾塑性型の応力-ひずみ関係を仮定していることより、 $M_{1\max} \leq M_{pc}$ であること、また式(14)では $0 < n_y \leq 0.15$ の範囲で、 $M_{pcDSN} > M_{pc}$ となることによる (FP による耐力と式(14)の耐力は $n_y = 0.15$ の点で一番大きな違いを生じ、 $M_{pc}/M_{pcDSN} \approx 0.97$ となる)。図 8 には $\alpha = 0.1$ と 0.2 の時 ($\kappa = -1$ の時は、それぞれ N/N_e が $0.05, 0.1$) の $M_{1\max}/M_{pcDSN}$ の最小値、最大値および $n_y = 0.2$ の時の値を曲げモーメント比 κ との関係で示している ($n_y = 0.2$ の点より $M_{1\max}/M_{pcDSN}$ の値が大きい部分は $n_y \geq 0.2$ である)。図 6 と 7 に関して記述したように、曲げモーメント比 $\kappa \geq -0.5$ かつ軸力比 $n_y \geq 0.2$ であれば、 $\alpha \leq 0.2$ の範囲で M_{pcDSN} はほぼ安全側に耐力 $M_{1\max}$ を評価できる。

図 9 に $M_{1\max}/M_{pc} - n_y$ 関係、図 10 に $M_{\max}/M_{pc} - n_y$ 関係を示す。図 10 の $M_{\max}$ は $M_{1\max}$ となった時の材全域における最大曲げモーメントである。図中には M_{pcDSN}/M_{pc} の曲線と $M_{1\max}/M_{pc} = 0.95$ と $M_{\max}/M_{pc} = 0.95$ の直線も示している。図 9, 10 より「0.1 領域」で $\kappa \geq 0$ であれば、 $M_{1\max}, M_{\max}$ は全塑性モーメント M_{pc} の 95% の耐力を発揮できる。

4.2.2 区分 C-I の柱

本論文では、圧縮耐力に関わる耐力係数 ϕ_c 、全塑性耐力に関わる耐力係数 ϕ_b を 1 とし、式(6)より得た下式の曲げモーメント M_{1DSN} と解析を行って得られた最大端モーメント $M_{1\max}$ の比較を行う。

$${}_2M_{1DSN} = \frac{M_p}{0.85\phi} \left(1 - \frac{N}{N_e} \right) \quad (16)$$

また、旧版¹⁷⁾の設計式(9)より得た下式の曲げモーメント ${}_3M_{1DSN}$ と最大端モーメント $M_{1\max}$ の比較を行う。なお、式(17)で算定される ${}_3M_{1DSN}$ は、 $\phi = 1$ の時、式(15)で算定される耐力 ${}_1M_{pcDSN}$ と同じ値となる。

$${}_3M_{1DSN} = \frac{M_p}{0.85\phi} \left(1 - \frac{N}{N_y} \right) \quad (17)$$

図 11, 12 にそれぞれ式(16), (17)で算定した耐力 ${}_2M_{1DSN}, {}_3M_{1DSN}$ と $M_{1\max}$ の比較を示す。式(16), (17)で得られる耐力と比較すべきは、 $\kappa > -0.5$ で α の値は 0.1 を超えるもの、 $\kappa \leq -0.5$ で $N/N_e = 0.05$ を超えるもの ($\kappa = -1$ の時)、 $\alpha = 0.1$ を超えるもの ($\kappa = -0.5$ の時) が対象となる。しかし、図 11, 12 では参考のため、算定を行ったすべての場合についての結果を示している。

図 11 より α ($\kappa = -1$ の場合は N/N_e) が大きくなるほど、軸力比が 0.2 程度以上であれば軸力比が大きくなるほど、 $M_{1\max}/{}_2M_{1DSN}$ の値は大きくなるのが分かる。曲げモーメント比 $\kappa \geq -0.5$ かつ $n_y \geq 0.2$ であれば、 ${}_2M_{1DSN}$ は安全側 (小さめ) に耐力 $M_{1\max}$ を評価する。軸力比 n_y の小さい領域では危険側 (大きく目) の評価をする場合もあるが、曲げモーメント比 $\kappa \geq -0.5$ であれば、 $M_{1\max}/{}_2M_{1DSN}$ の値の最小値は 0.9 程度である。しかし、たとえば片曲げ ($\kappa = 0$) で $\alpha = 0.15, n_y = 0.65$ では $M_{1\max}/{}_2M_{1DSN}$ の値は 1.56 (図 11(c) の P 点)、 α と n_y が同じ条件で、 κ の値が大きくなるとその値は 1.98 ($\kappa = 0.5$, 図 11(d) の P 点)、2.58 ($\kappa = 1$) とさらに大きくなり、かなり安全側の評価をする場合もある。このことは曲げモーメント比 κ が大きくなると、 α の値を一定としているため細長比 λ_c が大きくなり式(16)中の曲げ座屈耐力 N_e が小さくなること、また軸力比 $n_y = 0.65$ と大きいことにより、 ${}_2M_{1DSN}$ の値がかなり小さくなるためである。

図 8 $M_{1\max}/M_{pcDSN} - \kappa$ 関係

(a) $\kappa = -1$

(a) $\kappa = -1$

(b) $\kappa = 0$

(b) $\kappa = 0$

(c) $\kappa = 1$

(c) $\kappa = 1$

図 9 $M_{1\max}/M_{pc} - n_y$ 関係

図 10 $M_{\max}/M_{pc} - n_y$ 関係

曲げモーメント比 $\kappa = 0.5$ の図 11(d), $\kappa = 1$ の図(e)では、図中に太線で示す α の値が 0.3 の場合、 α の値が 0.2, 0.15 より $M_{1\max}/{}_2M_{1DSN}$ の値が小さくなる部分がある。この理由は、式(7), (8)でモーメント拡大係数 ϕ を算定するが、 $\alpha \leq 0.25$ では $\phi = 1$ であるが、 $\alpha = 0.3$ において、 $\phi < 1$ となるためである。4.2.3 項で考察を行う。

図 12 より、式(17)で算定した耐力に関しては、 $M_{1\max}/{}_3M_{1DSN}$ の値の最大値は 1.2 より小さく、その変動幅も式(16)で算定した耐力比 $M_{1\max}/{}_2M_{1DSN}$ の変動ほど大きくなく、良く耐力を評価していると言え

(a) $\kappa=-1$

(b) $\kappa=-0.5$

(c) $\kappa=0$

(d) $\kappa=0.5$

(e) $\kappa=1$

(f) $\kappa=1$

図 11 設計式(16)の検討

る。軸力比が小さい範囲で $M_{1\max}/M_{1DSN}$ の値が 1 を下回る一つの理由は、式(17)では式(14)の条件を考慮していないことによる。すなわち、たとえば $\varphi=1$ の時には、図 6(a)中に示す BD で示す耐力を与えているためである。軸力比 $n_y=0$ で $\varphi=1$ とすると、式(17)は式(18)となり、全塑性モーメント M_p より 1.18 倍大きな値を与える。

$$M_{1DSN} = \frac{M_p}{0.85\varphi} \left(1 - \frac{N}{N_e}\right) = \frac{M_p}{0.85} = 1.18M_p \quad (18)$$

式(16)についても、式(14)を考慮していないので、曲げ座屈限界耐力 N_e が降伏軸力 N_y に近いときは同様である。

図 12 (d), (e)では $\alpha=0.25$ と 0.3 で $M_{1\max}/M_{1DSN}$ の値に大きな差が出ている。この理由は、図 11(d), (e)に関して記述したのと同様、 $\alpha=0.25$ では式(7)が適用され $\varphi=1$ となり、 0.3 では式(8)が適用され $\varphi<1$ となるためである。4.2.3 項で考察を行う。

4.2.3 モーメント拡大係数（軸力による二次モーメントの影響を考慮した補正係数）

図 13 に $M_1/M_{pc}-\theta/\theta_{pc}$ 関係、 $M_m/M_{pc}-\theta/\theta_{pc}$ 関係に加えてモーメント拡大係数 $a_m-\theta/\theta_{pc}$ 関係を例示する。 M_m は材全体における最大曲げモーメントである。図中、各荷重ステップで曲げモーメントが最大となる断面において、 ∇ 、 $\circ$ 印でそれぞれ圧縮降伏、引張降伏、 $\bullet$ 印で最大耐力となった点を示している。モーメント拡大係数は、下式の a_m 、 a_m 、 a_m の 3 つを示している。

$$a_m = \frac{M_m}{M_1} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} n_y \cdot \lambda_c^2 \leq 0.25(1+\kappa) \text{ の時} \\ a_m (\equiv \varphi) = 1 \\ n_y \cdot \lambda_c^2 > 0.25(1+\kappa) \text{ の時} \\ a_m (\equiv \varphi) = \frac{1-0.5(1+\kappa) \cdot \sqrt{N/N_e}}{1-N/N_e} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \kappa \geq -\cos\left(\pi\sqrt{N/N_e}\right) \text{ のとき} \\ a_m = 1 \\ \kappa < -\cos\left(\pi\sqrt{N/N_e}\right) \text{ のとき} \\ a_m = \frac{\sqrt{1+\kappa^2+2\kappa\cos\left(\pi\sqrt{N/N_e}\right)}}{\sin\left(\pi\sqrt{N/N_e}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式(19)の a_m は解析によるものであり、式(20)の a_m は式(7)、(8)の φ に等しく LSD 指針の規定、式(21)の a_m は弾性解析によるモーメント拡大係数である。式(20)の a_m は非弾性状態での最大耐力時のモーメント拡大係数として提案されたものであり、非弾性状態では曲げ剛性が小さくなるため $a_m > a_m$ の関係があるべきである（のちの議論でそうでない場合があることを示す）。

図 13(a)~(c)は片曲げ ($\kappa=0$)、軸力比 $n_y=0.5$ でそれぞれ、 $\alpha=0.1$ 、 0.25 、 0.5 の場合であり、 0.1 、 0.25 の場合は $a_m=a_m=1$ である。図(a)より $\alpha=0.1$ の場合は最大耐力到達時近傍より a_m が大きくなっている。図(b)の $\alpha=0.25$ の場合は、圧縮降伏開始時より a_m が大きくなっている。図(c)の $\alpha=0.5$ の場合は弾性域では、 $a_m=a_m=1.26$ であるが、圧

図 12 設計式(17)の検討

図 13 荷重－変形関係とモーメント拡大係数

縮降伏開始近傍より a_m の値が大きくなっている．最大耐力点での a_m は a_{am} より大きくなっている．また，図(b)，(c)の場合には，最大耐力時の M_m ，すなわち M_{max} も全塑性曲げモーメント M_{pc} に到達していない．

図(d)は逆対称曲げ ($\kappa=1$) の場合で， $\alpha=0.4$ ，軸力比 $n_y=0.8$ と細長比，軸力比とも大きい，最大耐力時まで a_m は 1 である．すなわち材端が最大曲げモーメントとなる．この場合も，全塑性モーメント M_{pc} に達していないが，材端が塑性化して剛性が低下し，いわば降伏した部分を削除した弾性域よりなる変断面材となった材の座屈荷重と圧縮力 N の値が等しくなったためと考えられる．図(d)の部材・荷重条件より $n_y \cdot \lambda_c^2 = 0.8$ ， $0.25(1+\kappa) = 0.5$ で式(20)の下式が適用範囲となるが，式(20)の下式を算定すると $a_{am} = 0.53$ となり，最大耐力まで $a_m = a_{am} = 1$ とは大きな違いがある．

図 14 に式(20)の下式より算定した $a_{am} - n_y \cdot \lambda_c^2$ 関係を実線で示す．図中の黒丸 (●) 印の A～D 点は式(20)において $a_{am} = 1$ とする最大の $n_y \cdot \lambda_c^2$ の値 $0.25(1+\kappa)$ の点を示している．図より実線であらわす曲線で，白丸 (○) で示す式(20)下式で $a_{am} = 1$ として求めた点と整合していない．式(20)の下式では， $a_{am} \geq 1$ の条件が必要である．したがって，鋼構造限界状態設計指針の式(8)の ϕ は $\phi \geq 1$ の条件を付ける必要がある．

図 13(d) の a_{am} は図 14 の口印で示す P 点に対応する．また，図 11 (d)，(e)，図 12 (d)，(e) の $\alpha=0.3$ の a_{am} は図 14 の口印で示す Q 点，R 点に対応し，どちらも $a_{am} < 1$ の値を用いていることにより， $a_{am} > 1$ の $\alpha=0.25$ から $a_{am} < 1$ となる $\alpha=0.3$ への変化に対応する α の値を一定とした曲線間の関係が大きく変化する．すなわち，図 11 では， α が 0.05 から 0.25 までは， α の値が増加すると単調に $M_{1max}/2M_{1DSN}$ の値が大きくなるのに対して， $\alpha=0.25$ の線と $\alpha=0.3$ の線は交差し， α

図 14 モーメント拡大係数 a_m (ϕ)

図 15 モーメント拡大係数 a_m, a_{am}, e_{am}

図 16 モーメント拡大係数の検討

$=0.05$ から 0.25 までの傾向と異なる．また図 12 では， $a_{am} > 1$ となる $\alpha=0.25$ と $a_{am} < 1$ となる $\alpha=0.3$ の間で ($a=0.05$ から 0.25 の間の 0.05 間隔での動きと異なり) $M_{1max}/3M_{1DSN}$ の値が大きく変化している．

図 15 には，モーメント拡大係数 a_m, a_{am}, e_{am} と $n_y \cdot \lambda_c^2$ の関係を

示す。以下の図では a_m は最大耐力 ($M_{1\max}$) 時の a_m である。 a_m は●あるいは○印、 ${}_da_m$ 、 ${}_ea_m$ はそれぞれ実線、点線で示している。図より解析により得られた a_m は ${}_da_m$ 、 ${}_ea_m$ と比較的良く対応しているが、 ${}_ea_m$ より必ず大きく、 ${}_da_m$ よりほとんどのものが大きい ($\kappa = -0.5$ の一部で $a_m < {}_da_m$ の場合がある)。また、非弾性域まで考慮した近似式による実線で示す ${}_da_m$ より点線で示す線形弾性体として算定した ${}_ea_m$ の方が大きくなっている領域もある。特に等曲げ ($\kappa = -1$) の時は全域で、 ${}_da_m < {}_ea_m$ となっている。

図 16(a), (b)にはそれぞれ、 $a_m/{}_da_m$ 、 $a_m/{}_ea_m$ と $n_y \cdot \lambda_c^2$ の関係を示している。曲げモーメント比 $\kappa = -1, -0.5, 0, 0.5$ に対して、それぞれ●, +, □, ×印で示している。また、各曲げモーメント比で $a_m/{}_da_m$ 、 $a_m/{}_ea_m$ が最大となるものとその値を矢印と数値で示している。 $a_m/{}_da_m$ の値の最大値は曲げモーメント比 κ により変化するが 1.08 ~ 1.19、 $a_m/{}_ea_m$ の値の最大値は 1.07 ~ 1.12 となり、 ${}_ea_m$ の方が ${}_da_m$ より、よく a_m を評価できている。

5. 結

角形鋼管柱の終局耐力評価法を検討するため、一定軸力と曲げモーメントが作用する角形鋼管柱の解析を、応力-ひずみ関係を完全弾塑性型とし、軸力比、細長比、曲げモーメント比を解析変数として行った。得られた知見は下記のとおりである。

- 1) LSD 指針の塑性ヒンジを形成するための条件式(4), (5)を満足する式(13)で定義した α が $\alpha \leq 0.1$ となる「0.1 領域」では、曲げモーメント比 $\kappa \geq -0.5$ かつ軸力比 $n_y \geq 0.2$ であれば式(15)の ${}_1M_{pcDSN}$ で安全側に耐力 $M_{1\max}$ を評価できる (図 6~8)。「0.1 領域」を満足しなくても、 $n_y \geq 0.2$ であれば、 $\kappa = -0.5 \sim 0.5$ のとき $\alpha \leq 0.2$ 、 $\kappa = 1$ の時は $\alpha \leq 0.3$ の範囲で ${}_1M_{pcDSN}$ はほぼ安全側に耐力 $M_{1\max}$ を評価している。
- 2) 「0.1 領域」を外れる領域では、曲げモーメント比 $\kappa \geq -0.5$ かつ $n_y \geq 0.2$ であれば、現行 LSD 指針の式(6)に対応する式(16)で評価した ${}_2M_{1DSN}$ は安全側 (小さめ) に耐力 $M_{1\max}$ を評価する (図 11)。式(13)の α と軸力比 n_y が大きくなるにつれて、 $M_{1\max}/{}_2M_{1DSN}$ の値は大きくなる傾向にある。
- 3) 「0.1 領域」を外れる領域で、LSD 指針の旧版の式(9)に対応する式 (17) で評価した ${}_3M_{1DSN}$ は、 $M_{1\max}/{}_3M_{1DSN}$ の値の最大値は 1.2 より小さく、その変動幅も耐力比 $M_{1\max}/{}_2M_{1DSN}$ の変動ほど大きくなく良く耐力を評価しているが、 α が大きくなると危険側の評価をする場合がある。
- 4) 解析による最大耐力時のモーメント拡大係数 a_m は鋼構造限界状態設計指針の規定している式(20)の φ ($\equiv {}_da_m$) や弾性解析による式(21)の ${}_ea_m$ と比較的良く対応している (図 15)。しかし、 a_m は ${}_da_m$ よりほとんどのものが大きく、計算した範囲では、 $a_m/{}_da_m$ の値の最大値は曲げモーメント比 κ により変化するが 1.08 ~ 1.19 である (図 16(a))。 ${}_ea_m$ の方が ${}_da_m$ より良く a_m を評価している。また、線形弾性体として算定した ${}_ea_m$ より非弾性域まで考慮した近似式による ${}_da_m$ の方が小さくなっている領域もある (図 15)。
- 5) 鋼構造限界状態設計指針の式(8)の φ は $\varphi \geq 1$ の条件を付ける必要がある (図 14 参照)。

本論文では、完全弾塑性型の応力-ひずみ関係を仮定して計算を行ったが、残留応力の存在は最大耐力を低下させ、またひずみ硬化

現象は最大耐力を増加させる場合もある。これらの影響は冷間成形角形鋼管では影響が大きいと考えられる。

また、CFT 柱の設計は座屈長さと断面せいの比 l_k/D の値が 4, 12 を特性点として短柱、中柱、長柱として設計式を組立てているが、LSD 指針と同様な構成がより合理的であると考えられる。今後、設定する応力-ひずみ関係を変更し、また柱材の初期不整、残留応力が耐力に及ぼす影響や、モーメント拡大係数を検討し、柱材の設計式としてより適切なものを提示する予定である。

謝辞

本研究は、科学研究費補助金・基盤研究 (B) (課題番号 26289193, 研究代表者: 津田恵吾) の一部として実施した。本研究の一部は福山夕梨奈君 (元北九州市立大学 4 年生) の卒業研究として行なわれた。また、図 15 における ${}_ea_m > {}_da_m$ の存在は京都大学名誉教授・井上一朗先生のご指摘によるものである。ほかにも柱材の設計式に関して有益なご教授を頂いています。ここに深く感謝します。

参考文献

- 1) 日本建築学会: 鋼構造設計規準—許容応力度設計法—, 2005.9
- 2) 日本建築学会: 鋼構造限界状態設計指針・同解説, 2010.2
- 3) 日本建築学会: 鋼構造塑性設計指針, 2010.2
- 4) 日本建築学会: 鋼構造座屈設計指針, 2009.11
- 5) 日本建築学会: 鋼構造建築物における構造設計の考え方と枠組, 1999.9
- 6) 日本建築学会: 鋼構造物の座屈に関する諸問題 2013, 第 6 章, 2013.6
- 7) 難波隆行, 村上行夫, 藤澤一善, 一戸康生: 建築構造用高強度 800N/mm² 級鋼部材の力学性能, その 1 短柱圧縮試験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 C-1, pp.551-552, 2008.9
- 8) 村上行夫, 難波隆行, 藤澤一善, 一戸康生: 建築構造用高強度 800N/mm² 級鋼部材の力学性能, その 2 圧縮曲げ実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 C-1, pp.553-554, 2008.9
- 9) 福田浩司, 寺沢太沖, 一戸康生, 藤澤一善, : 建築構造用高強度 800N/mm² 級鋼部材の力学性能, その 3 はりの横座屈実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 C-1, pp.555-556, 2008.9
- 10) 塩飽豊明, 吉田謙, 崎山哲雄, 福田多一郎: 建築構造用高強度 800N/mm² 級鋼の機械的性質, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 C-1, pp.613-614, 2008.9
- 11) 坂本 順, 宮村篤典, 渡辺雅生: 鋼構造圧縮材の塑性耐力式に関する考察, その 1, 日本建築学会論文報告集, 第 149 号, pp.9-15, 1968.7
- 12) 坂本 順, 宮村篤典, 渡辺雅生: 鋼構造圧縮材の塑性耐力式に関する考察, その 2, 日本建築学会論文報告集, 第 152 号, pp.1-6, 1968.10
- 13) 津田恵吾, 松井千秋: 一定軸力下で水平力を受ける角形鋼管柱の耐力, 日本建築学会構造系論文集, 第 512 号, pp.149-156, 1998.10
- 14) 津田恵吾, 城戸將江, 河野昭彦: 建築構造用高強度鋼材 H-SA700 を用いた柱材の設計式, 日本建築学会構造系論文集, 第 76 巻, 第 670 号, pp.2163-2171, 2011.12
- 15) 小竹知哉, 吹田啓一郎, 佐藤篤司: 軸力と曲げを受ける部材の弾性限耐力式に対する有限要素解析を用いた検証, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 C-1, pp.919-920, 2010.7
- 16) Ronald D. Ziemian : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 6th Edition, 2010.2
- 17) 日本建築学会: 鋼構造限界状態設計指針・同解説, 1998.10
- 18) W. F. Chen and T. Atsuta : Theory of Beam-Columns, Vol.1 In-plane behavior and design, McGraw-Hill, 1977.5
- 19) 土木学会: 座屈設計ガイドライン 改訂第 2 版 [2005 年版], 2005.10

注

注 1) モーメント拡大係数

本論文では文献 6 にしたがって「モーメント拡大係数」と呼ぶ。文献 19 では、「モーメント増幅係数」と呼んでいる。

注2) 最大耐力

最大耐力が算定できなかったものは、片曲げ ($\kappa=0$) や逆対称曲げ ($\kappa=1$) で α の値と軸力比 n_y が小さい場合で、計算を行った最終ステップでその荷重 M_1 の値は全塑性モーメントにほぼ達している。

付録1 射的法

釣合い微分方程式は、図2に示す柱の下端を原点に、材長方向に x 軸をとると下式となる。下式で $M(x)$ および $v(x)$ は、それぞれ x 点での曲げモーメント、たわみである。

$$M''(x) - Nv'(x) = 0 \quad (\text{A-1})$$

式(A-1)を下記のように数値的に解いた。

材長を n 区分し、境界値問題を初期値問題に変換して、荷重 M_1 - 変形 θ_1 関係を算定する。 M_1 の作用点を節点番号0とし、以下、分割した材の節点に連番を設ける。他端 κM_1 の作用点の節点番号は n となる。計算手順は下記のようになる。i) M_1 が作用する材端の回転角 θ_0 を与える。ii) M_1 として M_{1a} を仮定する。横力 Q を $Q = M_{1a}(1+\kappa)/l_c$ で算定する。iii) あらかじめ計算した曲げモーメント M - 曲率 ϕ 関係より、 M_{1a} に対応する曲率 ϕ_0 を求める。iv) 1点のたわみ $v_{(1)}$ を次式で求める。 $v_{(1)} = \theta_0 \Delta x + \phi_0 (\Delta x)^2/2$ 、v) 01 区間での変形後の釣合式より1点の曲げモーメントを算定し、対応する曲率 ϕ_1 を求める。また1点のたわみ角 θ_1 を $\theta_1 = \theta_0 + \phi_0 \Delta x$ として求める。vi) 以下同様に2点のたわみを $v_{(2)} = v_{(1)} + \theta_1 \Delta x + \phi_1 (\Delta x)^2/2$ と算定し、同様な算定を繰り返して、他端 n 点のたわみ $v_{(n)}$ を算定する。このたわみが0となるように、0点のモーメント M_{1a} を試行錯誤的に算定する。材端の回転角 θ_0 を順次大きくし、上記手続きを繰り返すことにより、 $M_1 - \theta_1$ 関係が算定できる。

付録2 全塑性モーメント M_{pc} と M_{pe} となる時の弾性回転角 θ_{pe}

軸力比 n_y 、角形鋼管の幅 B 、板厚 t 、軸力のない場合の全塑性モーメント M_p とすると、断面重心から塑性中立軸までの距離 x_n および軸力の影響を考慮した全塑性モーメント M_{pc} は下式で計算できる (付図1参照)。

$$0 < \frac{x_n}{B} \leq \frac{1}{2} - \frac{t}{B} \quad \text{のとき (中立軸がウェブ内)}$$

付図1 中立軸位置と応力分布

$$\frac{x_n}{B} = \frac{n_y}{4 \cdot \frac{t}{B}} \cdot \left\{ 1 - \left(1 - 2 \frac{t}{B} \right)^2 \right\} \quad (\text{B-1})$$

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = 4 \cdot \frac{\frac{t}{B} \left(1 - \frac{t}{B} \right) + 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{B} - \frac{x_n}{B} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{B} + \frac{x_n}{B} \right) \frac{t}{B}}{1 - \left(1 - 2 \frac{t}{B} \right)^3} \quad (\text{B-2})$$

$$\frac{1}{2} - \frac{t}{B} < \frac{x_n}{B} \leq \frac{1}{2} \quad \text{のとき (中立軸がフランジ内)}$$

$$\frac{x_n}{B} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 - \left(1 - 2 \frac{t}{B} \right)^2 \right\} n_y + \frac{1}{2} \left(1 - 2 \frac{t}{B} \right)^2 \quad (\text{B-3})$$

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = \frac{1 - 4 \left(\frac{x_n}{B} \right)^2}{1 - \left(1 - 2 \frac{t}{B} \right)^3} \quad (\text{B-4})$$

また、 M_1 と θ_1 の線形弾性時の関係は下式で得られる。

$$M_1 = \frac{n_y \cdot N_y \cdot l_c}{1 + \kappa - \frac{\kappa + \cos(\pi \sqrt{n_y} \cdot \lambda_c)}{\sin(\pi \sqrt{n_y} \cdot \lambda_c)} \cdot \pi \sqrt{n_y} \cdot \lambda_c} \cdot \theta_1 \quad (\text{B-5})$$

したがって、 M_{pc} となる時の弾性回転角 θ_{pe} は下式となる。

$$\theta_{pe} = \frac{1 + \kappa - \frac{\kappa + \cos(\pi \sqrt{n_y} \cdot \lambda_c)}{\sin(\pi \sqrt{n_y} \cdot \lambda_c)} \cdot \pi \sqrt{n_y} \cdot \lambda_c}{n_y \cdot N_y \cdot l_c} \cdot M_{pc} \quad (\text{B-6})$$

ULTIMATE STRENGTH OF SQUARE STEEL TUBULAR BEAM-COLUMNS WITH ELASTIC-PERFECTLY PLASTIC MATERIALS

Keigo TSUDA * and *Masae KIDO* **

* Prof., Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr.Eng.

** Assoc. Prof., Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr.Eng.

1. Introduction

The objective of this study is to examine the strength formulas of beam-columns on the basis of the strength formulas specified by the “Recommendation for Limit State Design of Steel Structures”. The strengths of square steel tubular beam-columns are obtained by the analytical work, where the axial load ratio, slenderness ratio and moment gradient ratio are selected as a numeric parameter. Relations between analytical maximum strengths and the strengths calculated by using the AIJ LSD guide are presented and the validity of the strength formulas is investigated. Moreover, the moment amplification factor specified by the guide is examined.

2. Specification of “Recommendation for LSD of Steel Structures”

In the specification of “Recommendation for LSD of Steel Structures”, beam-columns are categorized from C-I to C-III, complying with a Table 1. Beam-columns forming a plastic hinge have to satisfy the Equations (4) and (5), and strength formulas are Equations (11) and (12). Strength formula of another beam-columns belonging in the C-I category is Equation (6).

3. Analytical work

Analytical model is shown in Figure 2, and square steel tubular beam-columns are subjected to constant vertical load N and monotonic increasing moment M_1 and κM_1 . The stress-strain relation is assumed to be elastic-perfectly plastic. As the analytical parameter, the axial load ratio, slenderness ratio and moment gradient ratio are selected. The strengths of square steel tubular beam-columns are obtained by the shooting method.

4. Results and Discussion

Moment M_1 -slope θ_1 relations are shown in Figure 5. It has been shown that the maximum strengths decrease as the axial load ratio and/or the value of α increases. In Figures 6 and 7, analytical strengths are compared with those of calculated by the Equations (14) and (15). Analytical strengths of beam-columns can attain the strengths calculated by the formulas, when the moment ratio $\kappa \geq -0.5$ and axial load ratio $n_y \geq 0.2$. As to the beam-columns without the range restraint by the Eq. (4) and (5), strengths obtained by the Eq. (16) estimate the analytical strengths conservatively, especially when the value α and n_y become large as shown in Figure 11. The moment amplification factors calculated by Eq. (20) and (21) correspond fairly well to analytical one (see Figure 15).

5. Conclusions

The conclusions derived from the analytical work are as follows:

- 1) Analytical strengths of beam-columns within the range restraint by the Eq. (4) and (5) can attain the strengths calculated by the Eq. (14) and (15), when the moment ratio $\kappa \geq -0.5$ and axial load ratio $n_y \geq 0.2$. Moreover, when the value of α defined by Eq. (13) is less or equal 0.2, $\kappa \geq -0.5$ and axial load ratio $n_y \geq 0.2$, strengths obtained by the Eq. (14) and (15) estimate almost conservatively analytical strengths.
- 2) In case of without the range restraint by the Eq. (4) and (5), strengths obtained by the Eq. (16) estimate the analytical strengths conservatively, especially when the value α and n_y become large.
- 3) Strengths calculated by Eq. (17) estimate the analytical strength fairly well, though when the value of α is large, it cannot estimate the strength conservatively.
- 4) As to the moment amplification factor, the both values calculated by Eqs. (20) and (21) correspond fairly well to analytical ones.
- 5) Equation (8) needs the restraint of $\phi \geq 1$.

(2015年5月9日原稿受理, 2015年9月14日採用決定)