面外曲げを受ける鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力

ELASTIC BUCKLING STRENGTH OF STEEL SANDWICH PANELS
UNDER OUT-OF-PLANE BENDING

五十嵐 規矩夫*, 稲 葉 澄**

Kikuo IKARASHI and Toru INABA

In a sandwich structure having a thin plate, it is of critical importance to understand the buckling behavior of the surface material. The purpose of this study is to seek to clarify the elastic buckling strength of steel sandwich panels under out-of-plane bending and evaluate it by simple formula. For this purpose, by extending the previous theory for in-plane compression, the authors propose a theory for the elastic buckling strength of steel sandwich panels under out-of-plane bending. Furthermore, the authors analyze effect of material properties of core and skin, shape of steel sandwich panel on elastic buckling strength under out-of-plane bending, and propose simple formula for evaluating it.

Keywords : Steel Sandwich Panels, Elastic Buckling Strength, out-of-plane Bending, Evaluation Formula, Energy Method, F. E. M.

鋼板サンドイッチパネル, 弾性座屈耐力, 面外曲げ, 評価式, エネルギー法, 有限要素法

1. 序

サンドイッチ構造は代表的な複合構造のひとつであり, 素材, 構成を適切に定めることにより, 単一の材料では得られない優れた機能を有することが可能である. 特に薄板鋼材(以下, 表面材)を用いて, 断熱材や防火材(以下, 芯材)を挟み込んだ鋼板サンドイッチパネルは, 軽量ながら大きな曲げ剛性を有しており, 環境要素だけでなく構造的な観点でも非常に合理的な構造体であるといえる. サンドイッチ構造は建築分野においては主に仕上げ材に用いられており, 構造部材としての積極的な適用はなされていないのが現状であるが, 船舶, 航空機などの分野で外殻等に多く実用化されている.

このような薄板構造では, その耐力決定要因の一つとして座屈挙動が問題となりやすく, サンドイッチ構造においても様々な議論がなされている. たとえば Hoff^{ら¹⁾}は, サンドイッチ梁の基礎理論を構築するとともに, サンドイッチ梁の代表的な座屈性状の一つであるリンクリング座屈耐力をエネルギー法により導出している. また, Plantema^{ら²⁾}は, 文献1)とは異なる変形分布を用いて同様にリンクリング座屈耐力を導出している. また, Niu^{ら³⁾}は, 単純圧縮を受けるサンドイッチ梁のリンクリング座屈について, 様々なパラメータをもとに座屈モードや座屈耐力の変化を詳細に考察している. さらに, 著者^{ら^{4), 5), 6)}}は, 建築用外装材に用いられる鋼板サンドイッチパネルについて, 単純圧縮および面内せん断実験を行うことで, この挙動

に関する考察を行っている. また松本^{ら^{7), 8)}}は表面材をFRP, 芯材をALCとしたサンドイッチ構造部材の面外曲げ試験を行うことで接着剤剥離を含めた破壊要因の考察および耐力評価を行っている.

しかしこれらの研究では, 想定している芯材の剛性の範囲が異なっているために各研究成果が独立しており, いかなるサンドイッチパネルに各評価式のいずれを用いるべきか明確に定まっていない. また荷重条件については, 単純圧縮および面内純せん断の知見が得られているが, 鋼板サンドイッチパネルを屋根面や壁面に用いる場合, これら部材には風圧力および重力等により面外曲げが作用することが想定される. よって, 鋼板サンドイッチパネルの一般的な面外曲げ座屈挙動を把握することは, 鋼板サンドイッチパネルの適用範囲を拡大する上で重要であると考えられる.

そこで本研究では, 建築用外装材である鋼板サンドイッチパネルが不均等面外曲げを受ける場合を対象に, 表面材の面外曲げ弾性座屈耐力を十分に把握することを目的とする. まず既往の研究により得られている単純圧縮時の座屈耐力評価式について有限要素法を用いた検討から各評価式を比較し, 本研究の検討範囲に適用するべき適切な評価手法を選定する. また選定した理論を拡張することで, 不均等面外曲げを受ける鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力を導出し, 芯材厚, 材長, 芯材材料特性, 境界条件をパラメータとした解析により弾性座屈耐力を確認する. さらに既往の研究における評価

* 東京工業大学環境・社会理工学院建築学系 准教授・博士(工学)

** 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻 大学院生・修士(工学)
(現 ㈱竹中工務店 技術研究所)

Assoc. Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

Grad. Stud., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, M.Eng.

式をもとに、不均等面外曲げを受ける鋼板サンドイッチパネル弾性座屈耐力評価式を提案する。

2. 単純圧縮を受ける鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力

2.1 解析対象および解析範囲

本研究において対象とする鋼板サンドイッチパネルの数値解析モデルを図1に、本論文で用いる記号の定義を表1に示す。本研究で対象とする鋼板サンドイッチパネルは、同板厚をもつ薄板(上下表面材)にて、軽量な材料(芯材)を挟み込む形で構成される部材であり、表面材厚が芯材厚に対して極めて薄く、材料特性は表面材に対して芯材の剛性が小さいことを前提としている。解析範囲を表2に示す。なお芯材の材料特性については文献9)における材料試験にて整理されている建築外装用鋼板サンドイッチパネルの材料特性をもとに現実的な範囲での芯材材料特性を選定した。

また、本研究では、有限要素法による固有値解析を行っている。解析に際しては汎用有限要素解析プログラム ABAQUS/Standard Ver.6.13を用いており、各要素については表面材をシェル板要素、芯材を連続体ソリッド要素にて構成している。なお端部については両表面材のみに剛体要素を配し、これに分布荷重を与えることで幅方向に一定の荷重条件を再現している。本研究においては、幅方向に変形が均一であることを想定しているため、サンドイッチパネル幅については、十分に大きい幅として、 $b=300[\text{mm}]$ にて解析を行った。

ここで単純圧縮におけるサンドイッチ構造の代表的な座屈モードを図2に示す。座屈モードをおおまかに大別すると、パネル全体にわたり1波の座屈波が生じる全体座屈と、パネルに小さな座屈波が連続してみられるリンクリング座屈の2種類である。図2(a)に示す全体座屈は、芯材厚が薄い場合に生じる座屈モードであり、図2(b)に示すリンクリング座屈は芯材厚が厚い場合に生じる座屈モードである。

2.2 単純圧縮時の既往の弾性座屈耐力評価式

ここで、既往の研究において得られているサンドイッチパネルの各座屈モードに対する弾性座屈耐力理論式を示す。

まず単純圧縮を受けるサンドイッチ部材の全体座屈耐力は、文献2)において表面材が曲げ変形を、芯材がせん断変形を生じるものと仮定してオイラーの座屈応力度を修正することで、式(1)のように導出されている。

$$\sigma_{cr} = \frac{t_c + t_f}{2t_f} \frac{P_e}{b(t_c + t_f) + P_e/G_c} \quad , \quad P_e = \frac{\pi^2 E_f I_b}{l^2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

つぎにリンクリング座屈耐力であるが、これらは文献に依じてさまざまな評価式が提案されている。いずれの文献においても片側の表面材を取り出した上で、表面材および芯材の変形分布を仮定することで古典理論に基づくエネルギー法により導出される。

各文献における変形分布仮定を表3に示す。いずれも表面材の片側を棒とみなし、芯材を弾性床として算出される値であるが、芯材の変形分布仮定が異なるために算出される座屈耐力が異なる。

まず文献10)においては、表面材が芯材によって連続的に弾性支持されており、芯材が均一にある芯材厚（有効芯材厚）まで変形すると仮定した上で、この表面材座屈応力度を表3(a)の式(2)のように導出している。ここで式(2)は有効芯材厚 w と座屈長さ l_k により極小値をとる。よって、十分に芯材厚が厚い場合、座屈応力度は、この極小値 σ_{cr0} に収束するものと考えられる。このとき座屈応力度は式(3)の

図1 鋼板サンドイッチパネル数値解析モデル

表1 記号の定義

b : パネル幅	l : 材長
t_f : 表面材厚	E_f : 表面材ヤング係数
t_c : 芯材厚	E_c : 芯材ヤング係数
G_c : 芯材せん断弾性係数	
I_b : 上下表面材を一体(理想サンドイッチ断面)とした断面二次モーメント	
I_f : 表面材 1 枚単体の断面二次モーメント	β : 曲げ応力勾配
σ_{cr} : 弾性座屈応力度	w : 有効芯材厚
k : 変形減衰率	l_k : 座屈長さ
σ_{cr0} : 芯材厚無限大における弾性座屈応力度	
w_0 : 単純圧縮座屈応力度が極小となるとき有効芯材厚	
k_0 : 単純圧縮座屈応力度が極小となるとき変形減衰率	
l_{k0} : 単純圧縮座屈応力度が極小となるとき座屈長さ	
$T=\sigma_{cr}/\sigma_{cr0}$: 芯材厚による耐力上昇率	
$n_f=k_0 t_c$: 基準化芯材厚	
$C=\sigma_{cr0}/\sqrt[3]{E_f E_c G_c}$: 収束値座屈係数	
$n_l=l/l_{k0}$: 基準化材長	

表2 解析範囲

Name	b [mm]	t_f [mm]	t_c [mm]	l [mm]	E_f [N/mm ²]	E_c [N/mm ²]	G_c [N/mm ²]
4_2	300	0.5	10 ~100	100 ~2000	199000	4.0	2.0
4_4						4.0	4.0
10_5						10.0	5.0
10_10						10.0	10.0
20_10						20.0	10.0
18_18						18.0	18.0
30_15						30.0	15.0
40_16						40.0	16.0

図2 単純圧縮における座屈波形

表 3 各文献における板厚方向変形分布仮定および座屈耐力式

(a) Timoshenko の弾性床理論 ¹⁰⁾	(b) Hoff のリンクリング座屈理論 ¹⁾	(c) Plantema のリンクリング座屈理論 ²⁾
座屈応力度: $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_f t_f}{l_k^2} + \frac{E_c l_k^2}{\pi^2 t_f w} + \frac{G_c w}{t_f}$(2)	座屈応力度: $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_f t_f}{12 l_k^2} + \frac{E_c l_k^2}{\pi^2 t_f w} + \frac{G_c w}{3 t_f}$(6)	座屈応力度: $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_f t_f}{12 l_k^2} + \frac{E_c l_k^2}{2 \pi^2 t_f} + \frac{G_c}{2 k t_f}$(10)
座屈応力度極小値: $\sigma_{cr0} = 1.31 \sqrt{E_f E_c G_c}$(3)	座屈応力度極小値: $\sigma_{cr0} = 0.91 \sqrt{E_f E_c G_c}$(7)	座屈応力度極小値: $\sigma_{cr0} = 0.825 \sqrt{E_f E_c G_c}$(11)
極小有効芯材厚: $w_0 = t_f \sqrt[3]{\frac{E_f E_c}{G_c^2}}$(4)	極小有効芯材厚: $w_0 = 0.91 t_f \sqrt[3]{\frac{E_f E_c}{G_c^2}}$(8)	極小変形減衰率: $k_0 = \frac{1.82}{t_f} \sqrt[3]{\frac{G_c^2}{E_f E_c}}$(12)
極小座屈長さ: $l_{k0} = 3.14 t_f \sqrt[6]{\frac{E_f^2}{E_c G_c}}$(5)	極小座屈長さ: $l_{k0} = 1.65 t_f \sqrt[6]{\frac{E_f^2}{E_c G_c}}$(9)	極小座屈長さ: $l_{k0} = 1.73 t_f \sqrt[6]{\frac{E_f^2}{E_c G_c}}$(13)

ようになる。また、極小を与える有効芯材厚及び座屈長さは式(4),(5)のようになる。

続いて文献1)では、表3(b)のように表面材を連続弾性支持している芯材の変形が、線形に減少することを仮定している。すなわちこの場合には芯材の変形が0となる厚さが有効芯材厚となる。このとき表面材座屈応力度は式(6)のように導出される。これは式(2)と同様に極小値をとり、このときの極小値、極小を与える有効芯材厚、座屈長さがそれぞれ式(7), (8), (9)の様に導出される。

さらに文献2)においては、連続弾性支持床である芯材の厚さを無限大に仮定した上でこの変形分布を指数関数で表現し、芯材の変形減衰率 k を変数として座屈耐力を導出している。このとき表面材座屈応力度は式(10)のように導出される。式(10)についても式(2), (6)と同様に極小値をとり、このときの極小値、極小を与える変形減衰率、座屈長さがそれぞれ式(11), (12), (13)のように導出される。

2.3 有限要素法解析結果による各評価式の比較

前節の評価式により導出される座屈応力度を、有限要素法を用いた座屈固有値解析により得られる解析結果と比較する。図3に横軸を芯材厚、縦軸を応力度として、各材料特性、材長ごとの有限要素法解析結果と全体座屈応力度式(1)およびリンクリング座屈応力度式(3), (7), (11)の値を示す。なお評価式は図中の線で表しており、線種にて評価式(1), (3), (7), (11)をそれぞれ分けて表示している。図から各材長における弾性座屈応力度は、いずれの場合も芯材厚の薄い範囲において全体座屈を生じており、式(1)と良い対応を示すことが確認できる。また芯材厚の厚い範囲においてはリンクリング座屈を生じており、このときの座屈応力度は式(11)と精度よく対応することがわかる。これは、表3の各仮定のうち、(c)の仮定が最もよく芯材の変形を表現しているためと考えられる。なお表3(c)では芯材厚を無限大と仮定しているため、芯材厚による座屈応力度への影響を考慮することができない。これは特に芯材厚が薄い場合に大きく影響を及ぼすことが想定される。ただし本研究の範囲の芯材剛性をもつサンドイッチパネルが純圧縮を受ける場合、芯材厚が薄いサンドイッチパネルは全体座屈によりその耐力が決定されることが多いことが図からも判り、この影響を考慮する必要はないものと考えられる。以上より単純圧縮を受ける鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力は式(1)および式(11)のうち小さい値を用いることで導出することが可能である。

図3 単純圧縮時の有限要素法解析結果および各評価式

なお全体座屈応力度とリンクリング座屈応力度が等しくなる付近の芯材厚においては、連成的な座屈波形が生じ、この座屈耐力がやや低下することに留意する必要がある。

(a) $E_c=4.0[\text{N/mm}^2]$ $G_c=2.0[\text{N/mm}^2]$

(b) $E_c=10.0[\text{N/mm}^2]$ $G_c=10.0[\text{N/mm}^2]$

図4 各荷重条件における弾性座屈応力度分布

3. 面外曲げを受ける鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈性状

3.1 有限要素法解析における面外曲げ弾性座屈性状

続いて荷重条件が面外曲げとなる場合の弾性座屈耐力を確認する。図4に有限要素法により同一形状に単純圧縮，面外均等曲げ，面外一端曲げを作用させた場合の材料特性ごとの表面材座屈応力度および式(11)を示す。なお図中では，プロットの形状にて荷重条件を区別し，評価式を実線で示している。また破線については後述するエネルギー法の解析結果である。図からいずれの荷重条件においても，芯材厚を厚くしていくことで，その座屈応力度が収束する傾向が確認できる。ただし，単純圧縮にて全体座屈を生じる芯材厚の薄い範囲においても，面外曲げの場合では，当然全体座屈を生じておらず，この時の座屈応力度は式(11)よりも大きい値をとることが確認できる。また均等曲げと単純圧縮を比較すると，収束値はいずれもほぼ等しく，式(11)に収束していく傾向が確認できる。ここで均等曲げにおける有限要素法解析での座屈波形を図5(a)に示す。図から，面外均等曲げの場合，圧縮側表面材およびその周辺の芯材には図2(b)に示すリンクン座屈とよく似た波形が生じている。ただし単純圧縮とは異なり，座屈波が圧縮側表面材にのみ大きく生じている。また芯材厚が薄い場合には，引張側にも小さな変形がみられた。これは圧縮側の座屈により芯材が変形することで，引張側の表面材が押し出されて変形したものと考えられる。

一方，面外一端曲げについては座屈応力度が均等曲げの解析結果よりも高い値をとっており，収束値も均等曲げ，単純圧縮および式(11)とは異なっている。またこのときの座屈波は図5(b)に示すように，曲げ応力勾配の影響により端部付近のみに生じている。これより面外せん断曲げ状態におけるパネル表面材は曲げ応力勾配等の影響により座屈応力度が上昇するものと考えられる。

以上より面外曲げを受けるサンドイッチパネルは，リンクン座屈とよく似た座屈を生じるが，曲げ応力勾配および芯材厚の影響により，座屈耐力が変化することがわかる。また表3(c)の仮定により得られる式(11)では，曲げ応力勾配および芯材厚の影響が考慮されていないため，不均等面外曲げを受ける場合のサンドイッチパネルの座屈耐力を正確に評価することはできない。

3.2 エネルギー法による面外曲げ弾性座屈耐力の導出

前節の結果を踏まえて，面外曲げを受ける鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力を詳細に把握するため，芯材特性，芯材厚，材長，曲げ応力勾配の影響を考慮した表面材の弾性座屈耐力を導出する。

$E_c=4.0[\text{N/mm}^2]$ $G_c=2.0[\text{N/mm}^2]$ $L=500[\text{mm}]$ $t_c=45[\text{mm}]$

(a) 均等曲げ，上下表面材両端固定支持

$E_c=4.0[\text{N/mm}^2]$ $G_c=2.0[\text{N/mm}^2]$ $L=500[\text{mm}]$ $t_c=30[\text{mm}]$

(b) せん断曲げ，上下表面材両端固定支持

図5 各荷重条件における座屈波形

図6 面外曲げ解析モデル

ここで，前章の結果から，弾性座屈耐力の導出には，表3(c)の芯材変形分布仮定が適切であることを確認した。ただしこの仮定では，その芯材厚を無限大に仮定しているため，芯材厚の増減による耐力への影響を考慮する事ができない。また曲げ応力勾配が異なる場合，収束値が異なることを確認している。そこで，表3(c)の仮定モデルを不均等面外曲げの荷重条件に拡張することで，エネルギー法により不均等面外曲げ弾性座屈耐力を導出する。

図6に解析モデルを示す。境界条件は，上下表面材両端単純支持，および上下表面材両端固定支持とする。芯材厚方向の変形については，指数関数にて表現し，上下表面材の変形は芯材の上下面の変形に一致するものとする。この仮定により下側表面材の曲げひずみエネルギーを考慮する。これは概念的には図7のように，表面材面外方向に対して芯材と引張側表面材の2段ばねで連続支持された棒とみなすことに相当する。これより，各境界条件に応じた変位関数は上下表面材および芯材をあわせて式(14)のように表すことができる。

$$u = e^{-kz} \sum_n a_n \alpha_n \dots\dots\dots (14)$$

ここで式(14)中の a_n については上下表面材両端の境界条件に応じて，式(15)のように適宜場合分けを行うものとする。

$$\alpha_n = \begin{cases} \sin \frac{n\pi x}{l} & (\text{上下表面材両端単純支持}) \\ \sin \frac{n\pi x}{l} - \sin \frac{n\pi x}{l} & (\text{上下表面材両端固定支持}) \end{cases} \dots\dots\dots(15)$$

また部材に作用する応力度については、曲げ応力勾配 β を用いて表現する。曲げ応力勾配 β は $\beta=0.0$ において均等曲げ、 $\beta=1.0$ で一端曲げ、 $\beta=2.0$ で逆対称曲げとなる。また芯材の剛性が表面材の剛性に対して非常に小さいため、芯材に作用する曲げ応力度およびせん断応力度は無視できるほど小さいものとする。これより作用応力度は表面材に作用する分布軸力のみとなる。

この時上下表面材のひずみエネルギー U_f は式(16)のようになる。

$$U_f = U_{fu} + U_{fd} = \frac{1}{2} E_f I_f \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right]_{z=0}^l + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \bigg|_{z=l_c} dx \dots\dots\dots(16)$$

また、芯材の圧縮変形、および芯材のせん断変形によるひずみエネルギーはそれぞれ式(17)および(18)にて表される。

$$U_e = \frac{1}{2} E_c \int_0^l \int_0^{t_c} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 dx dz \dots\dots\dots(17)$$

$$U_\gamma = G_c \int_0^l \int_0^{t_c} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx dz \dots\dots\dots(18)$$

また、上下表面材の分布軸力による仕事は式(19)のように表される。

$$T_f = T_{fu} + T_{fd} = \frac{1}{2} \sigma_f t_f \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right]_{z=0}^l + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \bigg|_{z=l_c} \dots\dots\dots(19)$$

ここで、式(16)~(19)から、ひずみエネルギー増分の総和と外力のなす仕事の総和が等しいとおき、助変数にて偏微分することで、式(20)を得る。

$$\frac{\partial U_f}{\partial a_n} + \frac{\partial U_e}{\partial a_n} + \frac{\partial U_\gamma}{\partial a_n} = \frac{\partial T_f}{\partial a_n} \dots\dots\dots(20)$$

これは、 a_n に関する連立1次方程式であり、この固有値問題を解くことで、弾性座屈応力度 σ_{cr} を算出することが可能である。なお変数である変形減衰率 k については、座屈固有値を最小とするように決定する必要があるが、直接的に求めることは難しいため逐次計算を行うことによって近似解を算出するものとする。

ここでエネルギー法の妥当性を確認するため、図8に $\beta=0.0, 1.0$ における有限要素法固有値解析での最大波節点における板厚方向変形分布とエネルギー法での変形分布を示す。図から、有限要素法によ

図7 モデル概念図

(a) 均等曲げ

(b) 一端曲げ

図8 有限要素解析とエネルギー法の芯材の板厚方向変形分布

る変形分布はいずれの条件においても曲線的に分布しており、変形を指数関数で表現する表3(c)の仮定にて、その引張側表面材の変形を含めておおむねよく対応しているといえる。

また図4にエネルギー法により算出した各荷重条件における弾性座屈応力度を破線で示している。図から、 $\beta=0.0, 1.0$ における弾性座屈応力度は、有限要素法解析結果とよい対応を示しており、エネルギー法の妥当性が確認できる。なお $\beta=1.0$ の場合については図8の変形図にてやや差が大きい。これは芯材に作用するせん断応力度による仕事および曲げ応力度による仕事を考慮していないために変形の対応に差が生じているものと考えられる。ただし本解析範囲における芯材材料特性では、図4における有限要素法解析結果との対応からみても、無視して差し支えない程度の差であるといえる。なお本解析範囲を超えるような高剛性な芯材では、本研究の解析結果はやや安全側の値を与える可能性がある。

3.3 各パラメータの弾性座屈耐力への影響

エネルギー法を用いて導出された弾性座屈耐力について、図9に $\beta=0.0$ における材長および境界条件を変化させた場合の解析結果をプロットで示す。なお図中の一点鎖線は表3中の式(11)であり、破線は後述する評価式(26)の値である。図から $\beta=0.0$ での座屈応力度は、境界条件および材長の影響をほとんど受けていないことが確認できる。これは均等曲げの場合、材長に対して座屈長さが小さくかつ全長にわたって座屈波が生じるために、境界条件や材長の変化の影響を受けにくくなるものと考えられる。また均等曲げにおける弾性座屈応力度は、前節で記述したように芯材厚の上昇に伴い式(11)の値に収束している。これは芯材厚が十分に厚い場合、圧縮側表面材の荷重条件が表3(c)の図に表される単純圧縮時の表面材荷重条件と同様になるためである。

続いて、 $\beta=1.0$ における材長および境界条件が異なる2条件の解析結果を図10に示す。なお図中の曲線は図9と同様である。図からせん断曲げにおける収束値は $\beta=0.0$ とは異なり、材長および境界条件に応じて変化することがわかる。これは応力勾配に応じて図5(b)のように座屈波が端部に局所的に生じることで、境界条件や材長の影響を顕著に受けるためである。よってせん断曲げの場合においては弾性座屈耐力への影響因子として境界条件、応力状態、材長の影響を考慮しなければならない。

4. 面外曲げを受ける鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力評価

4.1 芯材厚無限大における弾性座屈耐力収束値の評価

前章の結果を踏まえて、面外曲げを受ける鋼板サンドイッチパネ

図9 均等曲げ ($\beta=0.0$) における芯材厚-弾性座屈応力度関係

図10 一端曲げ ($\beta=1.0$) における芯材厚-弾性座屈応力度関係

ルの弾性座屈耐力を評価する。前章の結果から面外曲げを受ける場合についても、芯材厚が厚くなることで座屈応力度が収束する傾向が確認された。また面外均等曲げの場合、この座屈応力度は単純圧縮時のリンクリング座屈応力度式(11)に収束している。そこでまず芯材厚が無限大の場合の座屈応力度収束値 σ_{cr0} を評価することを考える。 σ_{cr0} を式(11)を含む形で式(21)のように定義する。

$$\sigma_{cr0} = C \sqrt{E_f E_c G_c} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、式(21)中の C は表面材両端の境界条件、曲げ応力勾配、材長の影響を含む収束値座屈係数であり、以降ではこの C にて座屈応力度収束値 σ_{cr0} の評価を行うものとする。

まず図11に材長と C の関係の一例を芯材剛性ごとに示す。図から材長が長くなるほど C の値が小さくなる傾向が確認できるが、材長が同一でも、芯材剛性に依じて C の値が異なることがわかる。これは表3中の式(13)に示されるように、表面材座屈波長が芯材剛性によって変化することにより、座屈波長に対する材長の割合に応じて収束値も変化するためと考えられる。ここで図12に $\beta=1.0$ における芯材剛性ごとの圧縮側表面材の変形図を示す。図から芯材剛性が大きい場合は座屈波は局所的に生じ、その波長は短く、芯材剛性が小さい場合は座屈波長が長くなる傾向が確認できる。

以上より材長が同一でも座屈波長の長さによって収束値が異なることが確認された。そこでこの影響を考慮するため、材長を単純圧縮、芯材厚無限大時の座屈長さ l_{k0} にて除した値として、基準化材長 n_L を式(22)のように定義する。

図11 C と材長の関係

図12 圧縮側表面材座屈波形

$$n_L = \frac{l}{l_{k0}} = 0.58 \frac{l}{t_f} \sqrt{\frac{E_c G_c}{E_f^2}} \dots\dots\dots (22)$$

基準化材長の物理的意味合いはパネルが単純圧縮を受ける場合における圧縮側表面材の座屈波数であり、表3中式(13)で示されるように座屈波長が長くなる芯材剛性の小さいパネルでは小さい値を、座屈波長の短くなる芯材剛性の大きいパネルでは大きな値をとる。

図13に横軸を n_L とした収束値座屈係数 C の分布を示す。図から、収束値座屈係数 C は材料特性および形状によらず、境界条件、曲げ応力勾配ごとにまとまっていることが確認できる。さらに図14にて曲げ応力勾配を n_L にて基準化した基準化曲げ勾配と C の関係を示す。図より、収束値座屈係数 C は境界条件ごとに一曲線にまとまってい

図13 基準化材長と収束値座屈係数の関係

ることがわかる。これより式(23)にて C を評価する。

$$C = \begin{cases} 0.825 + 0.57 \left(\frac{\beta}{n_L} \right)^{0.8} & \text{(上下表面材両端単純支持)} \\ 0.825 + 1.50 \left(\frac{\beta}{n_L} \right)^{0.8} & \text{(上下表面材両端固定支持)} \end{cases} \dots\dots\dots(23)$$

式(23)を図13中の線で示している。図よりこの評価式は十分精度よく収束値座屈係数 C を評価できているといえる。

4.2 芯材厚による耐力上昇率

続いて、芯材厚が有限の場合における弾性座屈耐力の評価を行うため、 σ_{cr0} からの芯材厚による耐力上昇率 T を考える。まず図15に σ_{cr0} からの耐力上昇率 T と芯材厚との関係の一例を示す。図から芯材厚の上昇に伴い耐力上昇率 T が1に収束する傾向が確認できるが、各芯材剛性に応じて耐力上昇率の収束の速さが異なることがわかる。これは座屈時の変形減衰率 k が、芯材剛性によって異なるためである。これについては表3中の式(12)をみても変形減衰率 k_0 が材料特性の影響を受けることが確認できる。また図8の変形分布においても材料特性および芯材厚に応じて座屈時のパネル板厚方向の芯材変形分布が異なっていることがわかる。

ここで、図6に示す本研究のエネルギー法では、式(14)の指数関数部 e^{-kz} によってパネル板厚方向の変形分布が表現されている。この指数部の kz を一つの変数 Z と考えれば、芯材方向の変形分布は k の値によらず同一の指数関数 e^{-Z} を用いて表現されることとなる。よって芯材の変形分布をすべて e^{-Z} と置換した際の芯材厚に相当する値を、基準化芯材厚 n_T として式(24)のように定義する。

$$n_T = k_0 t_c = 1.82 \frac{t_c}{t_f} \sqrt{\frac{G_c^2}{E_f E_c}} \dots\dots\dots(24)$$

n_T は芯材厚 t_c に単純圧縮時座屈応力度の極小値を与える変形減衰率 k_0 を乗じた値である。これは物理的には上側表面材の座屈波の振幅に対する下側表面材の変形振幅の減衰率を定義するための値であり、 n_T の値が小さい場合は下側表面材の変形は大きくなり、 n_T の値が大きい場合は下側表面材の変形は小さくなる。

図16に各曲げ応力勾配における芯材厚による耐力上昇率 T について横軸を n_T としてこの傾向を確認する。図から境界条件、材長、曲げ応力勾配が異なる場合においても芯材厚による耐力上昇率 T は同様であることがわかる。よって芯材厚による耐力上昇率 T への影響

図 14 基準化曲げ勾配と C の関係 図 15 芯材厚による耐力上昇率

は収束値に影響を与える材長、境界条件、曲げ応力勾配のパラメータとは独立であるといえる。これより芯材厚による耐力上昇率 T を式(25)のように評価する。

$$T = 1 + 0.60 e^{-2n_T} = 1 + 0.60 e^{-2k_0 t_c} \dots\dots\dots(25)$$

以上より面外曲げを受ける鋼板サンドイッチパネルの座屈耐力は収束値座屈係数 C および収束値からの芯材厚による耐力上昇率 T を用いて式(26)のように表される。

$$\sigma_{cr} = CT \sqrt{E_f E_c G_c} \dots\dots\dots(26)$$

図9, 10に式(26)により得られる弾性座屈耐力曲線を示している。図から式(26)はいずれの条件においても座屈耐力を精度よく評価できていることがわかる。

5. 結

本研究では面外曲げを受ける鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力を各種解析手法により導出し、その傾向を確認するとともにその評価法についても検討した。以下に得られた知見を示す。

- 1) 鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力について、単純圧縮における既往の研究から得られている耐力評価式を整理した。また各評価式と有限要素法固有値解析との比較から最も適切と考えられる仮定条件を選出した。本研究の解析範囲では Plantema の理論が有限要素法解析とよい対応がみられる。
- 2) Plantema の理論を拡張し、面外曲げの荷重条件における鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力を算出した。面外曲げ弾性座屈耐力は芯材厚の厚い範囲では一定値に収束するが、芯材厚の薄い範

(a) $l = 500[\text{mm}]$

(b) $l = 1500[\text{mm}]$

図 16 基準化芯材厚による耐力上昇率の評価

囲では圧縮側表面材が引張側表面材に拘束されることにより、弾性座屈耐力が上昇する。

- 3) 鋼板サンドイッチパネルの弾性座屈耐力は、面外均等曲げの場合、材長、境界条件によらず単純圧縮時の座屈耐力収束値と同一の値に収束する。面外せん断曲げの場合、弾性座屈耐力は面外均等曲げよりも大きく、材長、曲げ応力勾配、境界条件の影響を受けて、収束値が変化する。またこの時の座屈波は端部に近い範囲に局部的に生じる。
- 4) 本研究の解析範囲における面外曲げを受けるサンドイッチパネルの弾性座屈耐力を評価し、既往の式を含む簡便な近似式を提案した。サンドイッチパネルの弾性座屈耐力は、材長、境界条件、曲げ応力勾配によって定められる収束値座屈係数 C と、芯材厚による収束値からの耐力上昇率 T と材料特性項の乗算にて簡易に算出することができる。

謝辞

本研究は科学研究費補助金(26289189)を受けて行ったものであります。また本研究を行うにあたり日鉄住金鋼板株式会社よりご助言を頂きました。付して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) N. J. Hoff, S. E. Mautner : Bending and Buckling of Sandwich beams, Journal of the Aeronautical Sciences Vol15, pp.707-720, 1948
- 2) F. J. Plantema : Sandwich Construction, John Wiley&Sons, 1966
- 3) K. Niu, R. Talreja : Modeling of Wrinkling in Sandwich Panels under Compression, Journal of Engineering Mechanics, pp.875-883, 1999.8
- 4) 五十嵐規矩夫, 野々山昌峰, 藤田正則, 松尾純 : 面内圧縮力を受ける鋼板サンドイッチパネルの座屈挙動, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造III, pp.619-620, 2009.7

- 5) 五十嵐規矩夫, 小坂圭祐 : 面内せん断力を受ける鋼板サンドイッチパネルの座屈耐力と大変形挙動, 構造工学論文集 Vol.58B, pp.405-411, 2012.3
- 6) 五十嵐規矩夫, 宮崎暁, 清水信孝 : 面内せん断力を受ける鋼板サンドイッチパネルの座屈形式, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造III, pp.1151-1152, 2013.8
- 7) 清野岳志, 松本幸大, 山田聖志, 岡日出夫 : FRP/ALC サンドイッチ床版の力学特性に及ぼす接着剤ヤング率の影響, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造III, pp.1083-1084, 2012.9
- 8) 松本幸大, 岡日出夫 : FRP/ALC サンドイッチ床版の曲げ特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造III, pp.1517-1518, 2013.8
- 9) 稲葉澄, 五十嵐規矩夫, 中田安洋 : 鋼板サンドイッチパネル芯材の力学特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造III, pp.1303-1304, 2014.9
- 10) S. P. Timoshenko : Theory of Elastic Stability, 上, 下, 1963
- 11) 林毅 : 軽量構造の理論とその応用, 日本科学技術連盟, 1966
- 12) 林毅 : 複合材料工学, 日科技連出版社, 1971
- 13) H. G. Allen : Analysis and Design of Structural Sandwich Panel, 1969

付録

本研究で対象とするサンドイッチパネルは上下表面材にて芯材を挟み込む形で構成される部材である。ここでこの部材の両端の境界条件には、パネル全体でみたときの単純支持および固定支持に加えて、上下表面材それぞれの端部境界条件として、上下表面材両端単純支持および上下表面材両端固定支持の2種類が存在する。図A1に本研究でのパネル両端境界条件の概念図を示す。

上下表面材両端単純支持とは、パネル両端表面材の芯材に対する回転を許容した図A1(a)のような変形を想定しており、上下表面材両端固定支持とは、パネル両端表面材の芯材に対する回転を許容しない図A1(b)のような変形を想定している。本研究では、パネル全体の両端の境界条件については単純支持を対象とし、表面材のみの端部境界条件として、上下表面材両端単純支持および上下表面材両端固定支持の2種類の境界条件を検討範囲としている。

図A1 鋼板サンドイッチパネル両端の境界条件

ELASTIC BUCKLING STRENGTH OF STEEL SANDWICH PANELS UNDER OUT-OF-PLANE BENDING

Kikuo IKARASHI and Toru INABA***

* Assoc. Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

** Grad. Stud., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, M.Eng.

Sandwich structure is a representative example of composite structures. It is possible to have a sandwich structure with higher rigidity than a single material structure of the same weight. It consists of a thin plate and a lightweight core material, and is widely used in the field of aerospace. In a sandwich structure having a thin plate, it is of critical importance to understand the buckling behavior of the surface material. In several previous studies, the elastic buckling behavior of sandwich structures under in-plane compression have been analyzed. Should such sandwich members be used as roofs or walls, there is a possibility of these being bent in an out-of-plane direction. In this paper, the authors seek to clarify the elastic buckling behavior of steel sandwich panels, used in building exteriors, under out-of-plane bending.

In this paper, the authors have firstly highlighted differences of assumptions made in several previous studies regarding the deformation of the core material. Next, to establish conformity, the theoretical value of elastic buckling strength of the steel sandwich panels under in-plane compression was compared with the value of the numerical analysis (FEM). This revealed that the theoretical evaluation formula was in conformity with elastic buckling strength within the practical range of shapes and material properties of steel sandwich panels. At the same time, using FEM analysis the authors analyzed the difference in buckling behavior between steel sandwich panels under out-of-plane bending and in-plane compression. Furthermore, by extending the previous theory for in-plane compression, the authors have proposed a theory for the elastic buckling strength of steel sandwich panels under out-of-plane bending. Using parametric analysis, the authors have analyzed the effects of material properties of the core and the skin, length of the panels, boundary conditions, core thickness and bending inclination on the elastic buckling strength under out-of-plane bending forces. Considering these effects, the authors have proposed a simple formula for evaluating the elastic buckling strength of steel sandwich panels under out-of-plane bending.

Thereby, the following conclusions have been reached

- 1) Among the theories put forward in several previous studies, Plantema's evaluation formula for the elastic buckling strength of steel sandwich panels under in-plane compression ²⁾ shows good conformity with the result of the FEM analysis and is in practical range of shapes and material properties of steel sandwich panels.
- 2) Elastic buckling strength of steel sandwich panels under out-of-plane bending converges to a constant value as the core thickness increases. However, if core thickness is reduced, the elastic buckling strength is higher than the value at the point of convergence. This is due to the fact that the lower plate restricts the deformation of upper plate. Using Plantema's extended theory it is therefore possible to accurately evaluate elastic buckling strength under out-of-plane bending.
- 3) As core thickness increases, regardless of the boundary conditions and length of panels, the elastic buckling strength of steel sandwich panels under equal bending converges to the value calculated using Plantema's evaluation formula. On the other hand, the convergences in elastic buckling strength under bending-shear are different from this value and change depending on the boundary conditions and length of panels and bending inclination, a buckling wave occurs locally at the panel ends of the steel sandwich.
- 4) The elastic buckling strength of steel sandwich panels under out-of-plane bending forces can be evaluated using a simple formula, consisting of the product of three components($C \times T \times \sqrt[3]{E_f E_c G_c}$), where C denotes the effect of boundary conditions, length of panels, and bending inclination, T denotes the effect of core thickness and $\sqrt[3]{E_f E_c G_c}$ denotes the effect of material properties of the core and the skin.

(2016年10月7日原稿受理, 2016年11月25日採用決定)