繰り返し载荷を受ける伝統木造仕口の弾塑性解析

ELASTO-PLASTIC ANALYSIS OF JOINTS IN TRADITIONAL TIMBER FRAMES
SUBJECTED TO CYCLIC LOADING

梼井 健*, 菅沼信明**

Takeshi MASUI and Nobuaki SUGANUMA

We propose an incremental displacement analysis method for joints in traditional timber frames subjected to cyclic loading. We introduce a method of incorporating the constitutive law of Coulomb's friction for the shear spring directly into the stiffness equation. We carried out an incremental displacement analysis based on the proposed method, and performed a simulation of the results of a loading experiment. We compared the experimental and analysis results, and confirmed that the shapes of the hysteresis loops for strength and stiffness were generally consistent. We confirmed the high validity and efficiency of the proposed analysis method.

Keywords : Traditional timber frame, Joint, Compressive strain inclined to grain, Friction, Elasto-plastic analysis, Cyclic loading

伝統木造軸組, 仕口, めり込み, 摩擦, 弾塑性解析, 繰り返し载荷

1. はじめに

伝統木造軸組構法では、水平抵抗の多くを仕口におけるモーメント抵抗が負担している。そのため、伝統木造軸組の水平抵抗性能を把握するためには、仕口の構造特性を適切に評価する必要がある。仕口の構造特性を評価することを目的として、これまで数多くの解析的研究が実施されている。

船坂、西村¹⁾は、仕口部を仮想剛体と仮想ばねで表し、木材の局部変形による剛性変化、木材間の摩擦抵抗、込栓の抵抗を簡易に評価するための力学モデルを提案した。森迫ら²⁾は柱 - 貫仕口部試験体について繰り返し载荷実験を行い、その復元力特性をモデル化した。李ら³⁾は柱と貫の相対回転角に応じためり込み特性に関する実験からめり込み構成則のモデル化を行い、得られた構成則を用いて柱 - 貫接合部の復元力特性を予測する手法を定式化した。

骨組が繰り返し载荷を受ける場合は、木材の接触と離間やめり込みによる木材の塑性変形が累積される。従って、繰り返し载荷時の履歴特性を簡便かつ適切に評価できる仕口のモデル化及び解析法の確立が重要である。錦田ら⁴⁾は、仕口内部のめり込み特性を弾塑性ばねで置換した解析モデルを構築し、木造軸組の繰り返し载荷時の履歴特性を評価した。著者ら⁵⁾は仕口内部の接触面における抵抗要素を、接触面に対して垂直方向はめり込みによる抵抗、平行方向は滑りを伴う摩擦抵抗と滑りを伴わない抵抗に分解して考えた解析モデルを構築し、それに基づく新たな解析法を提案した。めり込みに

よる抵抗については材料試験から得られる材料特性を用いて評価し、平行方向の抵抗については、クーロン摩擦の構成則に基づいたみかけのせん断剛性の概念を導入した。

しかし、この解析法⁵⁾では、みかけのせん断剛性を導出するためには、繰り返し収束計算を必要とした。このため、複雑な仕口形状を取り扱うような場合には接触面の数が多くなり、ばねモデルの数が増加し、繰り返し収束計算回数が増大することとなる。

そこで本論文では、上記の問題を解決するために、文献 5) と同じ解析モデルを用いるが、繰り返し収束計算を必要としない変位増分解析法を提案する。接触面に対して平行方向の抵抗については、クーロン摩擦の構成則を直接剛性方程式に組み込む方法を新たに導入する。また、解析法の妥当性を示すために 2 つの形式の伝統木造仕口を対象とした繰り返し载荷実験のシミュレーションを行う。なお、本論文の一部は既に文献 6) で報告している。

2. クーロン摩擦の構成則を直接剛性方程式に組み込んだ弾塑性解析法

2.1 クーロンスライダー付きばねモデル

文献 5) において導入された解析モデルについて、その概要を以下にまとめる。

仕口にモーメント荷重が作用すると Fig.1(a) に示すように、内部では接触面・非接触面が発生する。文献 5) では仕口内部の接触面に

* 関西大学環境都市工学部建築学科 教授・博士(工学)

** 関西大学大学院理工学研究科 大学院生

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Environmental and Urban Eng., Kansai Univ., Dr.Eng.
Grad. Student, Graduate School of Science and Engineering, Kansai Univ.

おける抵抗要素を、接触面に対して垂直方向と平行方向に分解して考えた。仕口の解析モデルの構築に際して、次の仮定を設けた。

- ・ 主材（梁、柱）同士の接触面の位置は材軸線に関して分けられるものとする。
- ・ むり込み性状は文献 7)のむり込み性状で表される。ほぞや貫及び胴付き接触面におけるむり込みは三角形変位むり込み、込栓及び鼻栓接触面におけるむり込みは等変位むり込みとする。
- ・ 同一樹種の木材同士が接触する面の場合、繊維直交方向のむり込みのみを考慮し、繊維方向のむり込みは考慮しない。
- ・ 込栓、鼻栓のように、剛性が異なる木材が接触する面の場合、剛性が低いほうの木材のむり込みのみを考慮する。
- ・ 接触面に対して平行方向の抵抗は、ほぞや貫及び胴付き接触面のみを考慮し、込栓及び鼻栓接触面は考慮しない。また、ほぞや貫の幅方向における摩擦抵抗は考慮しない。(Fig.1(b))
- ・ むり込みによる抵抗は接触面に設ける弾塑性ばねで表現する。弾塑性ばねは圧縮側のみに作用し引張側には作用しない。
- ・ 仕口内部の初期クリアランスは、むり込みを表現した弾塑性ばねに初期伸びを与えることで表現する。また、楔の打ち込み等による初期応力は、弾塑性ばねに初期縮みとそれに対応する初期ばね力を与えることで表現する。

想定される接触面で発生しうるむり込みによる圧縮応力度分布をFig.2 に示す。ほぞ及び貫接触面における三角形分布応力度及び余長部 ㉒の応力度と、込栓接触面における等分布応力度を想定する。圧縮応力度分布は集中力にそれぞれ置き換えられる。その作用位置は、ほぞ及び貫接触面では余長部を除く加圧面下の三角形分布応力度の合力作用点とし、込栓接触面では等分布応力度の合力作用点とする。合力作用点に弾塑性ばねを配置し、これをむり込みばねと称する。込栓接触面ではむり込みばねを単独で配置する。むり込みばねの伸びは合力作用点でのむり込み量とする。

接触面に対して平行方向の抵抗については、滑りを伴う摩擦抵抗と、滑りを伴わない抵抗に分解してモデル化をする。摩擦抵抗はクーロンスライダー、滑りを伴わない抵抗はせん断弾性ばねで表現し、直列結合する。これをせん断ばねと称する。さらに接触面上に配置してむり込みばねと連結する。Fig.3 に接触面の抵抗要素を表現したばねモデルを示す。以降、これをクーロンスライダー付きばねモデルと称することとする。

2.2 仕口の剛性方程式

仕口形状に応じて、単独で用いるむり込みばねとクーロンスライダー付きばねモデルを適切に配置する。それらを剛棒で連結し、仕口をモデル化する。これを剛体 - ばねモデルと称する。

仕口の剛体 - ばねモデルについて、変位を代表する節点の節点力速度ベクトルを $\dot{\mathbf{p}}$ 、節点変位速度ベクトルを $\dot{\mathbf{u}}$ と表す。ばねの配置点における変位速度ベクトルを $\dot{\mathbf{x}}$ 、ばね力速度ベクトルを $\dot{\mathbf{f}}$ と表す。ここに、(・) は諸状態量の経路パラメータに対する変化率を意味する。

$\dot{\mathbf{x}}$ と $\dot{\mathbf{u}}$ の関係は次式のように表される。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}}, \quad \dot{\mathbf{x}} = \{\dot{x}_{e1} \quad \cdots \quad \dot{x}_{em} \quad \dot{x}_{c1} \quad \cdots \quad \dot{x}_{cn} \quad \dot{x}_{q1} \quad \cdots \quad \dot{x}_{qn}\}^T \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{D}$ は節点とばねモデルの配置点の位置関係より定まる係数行列である。添字の e は単独で用いるむり込みばね、 c はクーロンスライダー付きばねモデルにおけるむり込みばね、 q はせん断ばね

を示す。また、 m は単独で用いるむり込みばねの個数、 n はクーロンスライダー付きばねモデルの個数である。

$\dot{\mathbf{p}}$ と $\dot{\mathbf{f}}$ は反傾則より、次式のように表される。

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{D}^T \dot{\mathbf{f}}, \quad \dot{\mathbf{f}} = \{\dot{f}_{e1} \quad \cdots \quad \dot{f}_{em} \quad \dot{f}_{c1} \quad \cdots \quad \dot{f}_{cn} \quad \dot{f}_{q1} \quad \cdots \quad \dot{f}_{qn}\}^T \quad (2)$$

$\dot{\mathbf{f}}$ と $\dot{\mathbf{x}}$ の関係は、フックの法則より次式のように表される。

$$\dot{\mathbf{f}} = \mathbf{K}\dot{\mathbf{x}} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{e1} & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & \\ & & k_{em} & & & & & \\ & & & k_{c1} & & & & \\ & & & & \ddots & & & \\ & & & & & k_{cn} & & \\ & & & & & & k_{q1} & \\ & & & & & & & \ddots \\ 0 & & & & & & & & k_{qn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Fig.1 Characteristic of compressive strain inclined to the grain

Fig.2 Compressive stress distribution and concentrated forces

Fig.3 Spring model with Coulomb's slider

ここに、 $\mathbf{K}$ はめり込みばね及びせん断ばねの剛性に関する剛性行列である。 k_e は単独で用いるめり込みばねの剛性、 k_c はクーロンスライダー付きばねモデルにおけるめり込みばねの剛性、 k_q はせん断ばねの剛性である。

式(1)～(3)より、仕口の剛体 - ばねモデルにおける速度型の剛性方程式は次式のように表される。

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{D}^T \mathbf{K} \mathbf{D} \dot{\mathbf{u}} \quad (4)$$

2.3 めり込みばねの構成則⁵⁾

めり込みばねの構成則(k_c, k_e)を Fig.4 に示す。めり込みばね特性はスリップバイリニア型とし、ばねの伸び x_c は圧縮を負とする。めり込みばねは圧縮側のみに作用し引張側には作用しない。弾性域、除荷過程をばね状態Ⅰ、塑性域をばね状態Ⅱ、木材の離間過程をばね状態Ⅲとする。第1剛性 k_1 はめり込み理論⁸⁾に基づいて求める。等変位めり込みの場合は等変位めり込み基準式により求める。三角形変位めり込みの場合はモーメント - 変形角関係により求める。第2剛性は第1剛性の α 倍とする。降伏縮みは x_{cy} 、降伏ばね力は f_{cy} 、残留縮みは x_{cr} と表す。ばね状態ごとのめり込みばねのばね力 f_c と伸び x_c の関係式を以下に示す。

- ・ 弾性域、除荷過程 (ばね状態Ⅰ)

$$f_c = k_1(x_c - x_{cr}) \quad (5)$$

- ・ 塑性域 (ばね状態Ⅱ)

$$f_c = \alpha k_1(x_c - x_{cy}) + f_{cy} \quad (6)$$

- ・ 離間過程 (ばね状態Ⅲ)

$$f_c = 0, \quad x_c \geq x_{cr} \quad (7)$$

2.4 せん断ばねの構成則⁵⁾

せん断ばねの構成則を Fig.5 に示す。2.1 節で述べたように、せん断ばねはクーロンスライダーとせん断弾性ばねの直列結合であるから、その構成則はめり込みばねのばね力 f_c が一定のとき完全弾塑性型となる。せん断弾性ばねの剛性を k_s とすると、せん断ばねの剛性 k_q は弾性域では $k_q = k_s$ となる。せん断ばねのばね力 f_q は圧縮を負とし、 $f_c < 0$ のときのみ作用する。摩擦係数を μ とし、せん断ばねのばね力 f_q と伸び x_q の関係式を以下に示す。

$$\dot{f}_q = 0, \quad \begin{cases} \text{if } f_q = -\mu f_c \text{ and } \dot{x}_q \geq 0 \\ \text{if } f_q = \mu f_c \text{ and } \dot{x}_q \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\dot{f}_q = k_s \dot{x}_q, \quad \begin{cases} \text{if } |f_q| < |\mu f_c| \\ \text{if } f_q = -\mu f_c \text{ and } \dot{x}_q < 0 \\ \text{if } f_q = \mu f_c \text{ and } \dot{x}_q > 0 \end{cases} \quad (9)$$

2.5 クーロン摩擦の構成則を直接組み込んだ剛性方程式

仕口が変形すると、めり込みばねのばね力 f_c は変動するため、最大摩擦力 μf_c も変動する。変動する f_c に対しても、せん断ばねはその構成則を満たす必要がある。仕口の変形に伴って、せん断ばねがクーロン摩擦の構成則を満たし続けるならば、せん断ばねのばね力速度に関して、次式が成り立たなければならないこととなる。

$$\dot{f}_q = \mu \dot{f}_c \quad (10)$$

本来、 $\dot{f}_q$ 及び $\dot{f}_c$ は独立した変数であるため、この関係は一般には成立しない。この問題を解決するために文献 5) ではせん断弾性ばねの伸びとクーロンスライダーの滑りを合成したものに関するみかけのせん断剛性の概念を導入した。みかけのせん断剛性の概念図を

Fig.6 に示す。せん断ばねの状態が点 $P(x_q, f_q)$ にあり、 $f_q = \mu f_c$ を満たしている場合を考える。仕口の変形に伴って、せん断ばねがクーロン摩擦の構成則を満たし続けるとき、せん断ばねはせん断弾性ばねが縮む過程 PQ とクーロンスライダーが滑る過程 QR が同時に生じて経路 PR を辿ると仮定し、経路 PR の傾きをみかけのせん断剛性 k_a として定義した。滑りが発生する場合におけるせん断ばねのばね力速度 - 伸び速度関係は次式のように表される。

$$\dot{f}_q = k_a \dot{x}_q \quad (11)$$

$$k_a = \mu \dot{f}_c / \dot{x}_q \quad (12)$$

式(12)からみかけのせん断剛性 k_a はせん断弾性ばねの剛性 k_s に依存しないことが確認できる。

しかし、この解析法⁵⁾では、みかけのせん断剛性を導出するためには、繰り返し収束計算を必要とした。このため、複雑な仕口形状を取り扱うような場合では接触面の数が多くなり、ばねモデルの数が増加し、繰り返し収束計算回数が増大することとなる。

そこで本論文では新たにクーロン摩擦の構成則を直接剛性方程式に組み込む方法を導入する。本来、せん断ばねのばね力速度に関して、式(9)が成立する。しかし、仕口の変形に伴って、せん断ばねがクーロン摩擦の構成則を満たし続ける場合、式(9)は成立せず、式(10)を満たさなければならない。これらの関係から、せん断ばねのばね力速度に関して、次式のように表す。

Fig.4 Constitutive law of compression spring

Fig.5 Constitutive law of shear spring

$$\dot{f}_q = h\mu\dot{f}_c + (1-h)k_s\dot{x}_q \quad (13)$$

ここに、 h はせん断ばねの状態を表す係数であり、せん断ばねがクーロン摩擦の構成則を満たし続ける場合は $h=1$ となり、満たさない場合は $h=0$ をとる。

式(4), (13)より、次式のようにクーロン摩擦の構成則を直接組み込んだ剛性方程式が得られる。

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{D}^T \mathbf{C} \mathbf{K} \mathbf{D} \dot{\mathbf{u}} \quad (14)$$

ここに、 $\mathbf{C}$ はせん断ばねの状態を考慮した係数行列であり、次式のように表される。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_e & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B} & \mathbf{I}_c - \mathbf{H} \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここに、

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} h_1\mu_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & h_n\mu_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & h_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

$\mathbf{I}_e, \mathbf{I}_c$ はそれぞれ m 次、 n 次の単位行列、 $\mathbf{B}$ は h と μ の積からなる n 次の対角行列、 $\mathbf{H}$ は h からなる n 次の対角行列を示す。

式(14)を解くことにより、諸状態の変化率を得ることができる。変位増分解析は、通常の変位増分解析手法のアルゴリズムに基づいて実行する。

変位増分解析の第 N ステップにおける h の設定方法は以下の通りである。まず、すべてのせん断ばねについて、本来満たすべき構成式に対応する $h=0$ を初期値として設定し、剛性方程式を解く。第 N ステップにおけるせん断ばねの状態がクーロン摩擦の構成則を満たしていない場合 ($|f_q^{(N)}| < |\mu f_c^{(N)}|$)、せん断ばねは弾性状態が続くため、 $h=0$ のままとする。せん断ばねの状態がクーロン摩擦の構成則を満たしている場合 ($|f_q^{(N)}| = |\mu f_c^{(N)}|$)、第 $N+1$ ステップのせん断ばねのばね力と最大摩擦力をそれぞれ求める。 $|f_q^{(N+1)}| < |\mu f_c^{(N+1)}|$ と求められた場合、せん断ばねは弾性状態になるものと判定し、 $h=0$ とする。 $|f_q^{(N+1)}| \geq |\mu f_c^{(N+1)}|$ と求められた場合、せん断ばねはクーロン摩擦の構成則を満たし続けるものと判定し、 $h=1$ とし、再び剛性方程式を解く。すべてのせん断ばねについて、そのばねの状態と h の値が整合するまでこの手順を繰り返す。

この方法は繰り返し収束計算を必要としないため、計算回数は大幅に減少することとなる。

式(14)に関して、せん断ばねについて、クーロン摩擦の構成則を満たし続ける場合 ($h=1$) は、剛性方程式の対称性が失われ、不静定次数が減少することとなる。

Fig.1 のように骨組が一方方向载荷を受けたときの仕口を例に挙げる。このときの仕口の剛体 - ばねモデルを Fig.7 に示す。 $e1$ 及び $c1 \sim c2$ はめり込みばね、 $q1 \sim q2$ はせん断ばねを表す。めり込みばね $c1 \sim c2$ は柱と貫の接触面に、 $e1$ は込栓接触面に配置する。 $d1 \sim d5$ はばね配置位置の距離を表す。この剛体 - ばねモデルの変位を代表する節点として点 A, B を設ける。節点 B は込栓の位置である。また、点 A と点 B は剛棒で接続されていることから、2 点の変位は従属関係となり、2 自由度モデルとなる。

この仕口の剛体 - ばねモデルについて、節点力速度ベクトル $\dot{\mathbf{p}}$ と節点変位速度ベクトル $\dot{\mathbf{u}}$ は次式のように表される。

$$\dot{\mathbf{p}} = \{\dot{p}_x \quad \dot{p}_\theta\}^T, \quad \dot{\mathbf{u}} = \{\dot{u} \quad \dot{\theta}\}^T \quad (17)$$

$\dot{\mathbf{x}}$ と $\mathbf{D}$ は次式のように表される。

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{e1} \\ \dot{x}_{c1} \\ \dot{x}_{c2} \\ \dot{x}_{q1} \\ \dot{x}_{q2} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & d_1 \\ -1 & -(d_1 - d_2) \\ 1 & d_1 + d_3 \\ 0 & d_5 \\ 0 & d_4 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$\dot{\mathbf{f}}$ と $\mathbf{K}$ は次式のように表される。

$$\dot{\mathbf{f}} = \begin{Bmatrix} \dot{f}_{e1} \\ \dot{f}_{c1} \\ \dot{f}_{c2} \\ \dot{f}_{q1} \\ \dot{f}_{q2} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{e1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{c1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{q1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{q2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

せん断ばね $q1$ のみクーロン摩擦の構成則を満たし続ける場合を想定すると、式(15)は次式のように表される。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Fig.6 Concept of apparent shear stiffness

Fig.7 Rigid body-spring model of joint

3. 貫込栓打ち仕口の繰り返し载荷実験及び弾塑性解析

本論文で提案した解析法の妥当性を確認するために、Fig.7 のモデルに対応するような仕口として柱と貫から構成される貫込栓打ち形式の仕口（以降、貫込栓打ち仕口と称する）を対象とした繰り返し载荷実験を実施し、実験結果のシミュレーションを行う。

3.1 繰り返し载荷実験

3.1.1 試験体概要

Fig.8 に試験体の詳細を示す。試験体は柱にほぞ穴を設け、そこに貫を差し込み、込栓を打ち込んだ T 字型試験体である。樹種は柱及び貫はスギ、込栓はカンである。2.1 節におけるモデル化の基本仮定に対応するように、仕口の幅方向における摩擦による影響ができるだけ排除できるように作製した。

3.1.2 実験概要

実験概要を Fig.9 に示す。本実験では試験体の柱部分を鉄板及び H 形鋼で挟み込み、反力フレームに設置し、ボルトを用いて固定する。载荷方法について、デジタルジャッキを用いた変位制御の正負交番繰り返し载荷とする。载荷サイクルは反転変形角 $\pm 1/400$, $\pm 1/200(\text{rad})$ をそれぞれ 2 回、 $\pm 1/100$, $\pm 1/75$, $\pm 1/50(\text{rad})$ をそれぞれ 3 回繰り返す。その後 1 回のみ $\pm 1/30(\text{rad})$ で繰り返したのち $0(\text{rad})$ まで除荷する。測定方法について、荷重はロードセルを用いて計測する。変形角はレーザー変位計により計測された水平変位を载荷点から込栓までの距離で除して評価する。

3.1.3 実験結果

実験結果として、復元力特性を Fig.10 に示す。履歴は木造仕口特有のスリップ型を描いた。繰り返し履歴の回数が増えるにつれて、立ち上がり勾配が低下している。これはめり込みによる残留塑性変形が発生し、仕口に緩みが生じたことによるものと考えられる。

3.2 弾塑性解析

3.2.1 解析概要

貫込栓打ち仕口の解析モデルを Fig.11 に示す。これは Fig.7 を左右対称に配置した解析モデルに相当する。図中の数字は節点番号、括弧付き数字は部材番号を表す。節点 1 の水平変位 u_1 を変位制御する変位増分解析を行う。

木材の材料定数を Table 1 に示す。縦圧縮ヤング係数 E_0 は JIS⁹⁾ に基づく縦圧縮試験により得る。横圧縮降伏ひずみ ϵ_{Ly} 及び第 2 剛性に関するパラメータ $\alpha_{\perp}$ は JIS⁹⁾ に基づく部分圧縮試験により得られた荷重 - 変位関係 ($P_L \sim \delta_L$ 関係) をバイリニア近似することによ

Fig.9 Overview of experimental setup (Penetrating tie beam joint with dowel)

Fig.10 Restoring force characteristics (Penetrating tie beam joint with dowel)

Fig.8 Detail of Penetrating tie beam joint with dowel (unit: mm)

Fig.11 Analysis model of penetrating tie beam joint with dowel (unit: mm)

り得る。部分圧縮試験の試験体を Fig.12 に示す。第 1 勾配は次式に示す等変位めり込み基準式⁸⁾に基づく。

$$P_L = \frac{x_p y_p C_x C_y E_{\perp}}{z_0} \delta_L \tag{21}$$

ここに、 x_p は接触面の材軸方向長さ、 y_p は接触面の幅、 z_0 は材厚、 x_1 は余長部の長さ、 C_x は繊維方向の余長部のめりこみに関する係数、 C_y は幅方向の余長部のめりこみに関する係数を示す。試験体寸法は $x_p = x_1 = y_p = z_0 = 30$ (mm) であり、 $C_x = 2.04$ 、 $C_y = 1.0$ となる。第 1 勾配は横圧縮ヤング係数 $E_{\perp} = E_0/50$ を用いた時、良い近似を示した。

めり込みばねについて、第 1 剛性 k_1 は三角形変位めり込みの場合は以下に示すモーメント - 変形角関係式($\Sigma M \sim \theta$ 関係式)⁸⁾に基づいて求める。

$$\Sigma M = \frac{x_p^3 y_p C_y E_{\perp} \theta}{z_0} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{ae x_p} (1 - e^{-ae x_1}) \right] \tag{22}$$

ここに、 a_e は余長部の変形を定める係数を示す。

式(22)は三角形分布応力度の合力によるモーメントと余長部の応力度の合力によるモーメントの和によって構成されている。本論文ではこれら 2 つの合力の和がばね配置位置におけるばね力となるようにばね剛性 k_1 を求める。 k_1 は次式となる。

$$k_1 = \frac{3}{2} \frac{x_p^3 y_p C_y E_{\perp}}{z_0} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{ae x_p} (1 - e^{-ae x_1}) \right] \tag{23}$$

降伏縮み x_{cy} はばね配置位置における材厚と横圧縮降伏ひずみ ϵ_{1y} との積により求める。

せん断弾性ばねの剛性 k_s は材料構成則に基づく定量的な評価が困難なため、めり込みばねの剛性が接触面積に依存することから、文献 5)における提案のように k_s は接触面積 A ($= x_p \times y_p$) に比例すると仮定して、次式で求めることとする。

$$k_s = \beta A \tag{24}$$

β については、文献 5)と同じ値を用いる。また、スギ - スギ間の摩擦係数 μ の値は文献 10)より得た。

a_e について、めり込み理論⁸⁾では $a_e = 1.5/z_0$ としている。この値に基づいて求めためり込みばねのばね定数を用いて予備解析を行ったところ、回転剛性を過大に評価してしまい、復元力が実験結果に対して大きく上回る結果となった。この点は北守ら¹⁴⁾が指摘している所である。北守ら¹⁴⁾は貫接合部の場合には余長部による影響を考慮して $a_e = 5.5/z_0$ を提案している。本章ではこの値を用いることとする。

貫込栓打ち仕口のめり込みばねの力学特性を Table 2、せん断ばねの力学特性を Table 3 にそれぞれ示す。载荷サイクルは反転変形角 $\pm 1/200, \pm 1/100, \pm 1/75, \pm 1/50, \pm 1/30$ (rad)をそれぞれ 1 回繰り返すものとし、解析を行う。

3.2.2 解析結果及び考察

解析結果として、貫込栓打ち仕口の復元力特性を実験結果と合わせて Fig.13 に示す。ただし、実験結果は载荷サイクル $\pm 1/400, \pm 1/200, \pm 1/100, \pm 1/75, \pm 1/50, \pm 1/30$ (rad)におけるそれぞれ 1 回目の履歴ループのみを取り出している。Fig.13 より、実験結果と解析結果は耐力及び剛性を含めた履歴ループの形状がそれぞれ概ね一致している。このことから、本論文で提案した解析法の妥当性が確認できる。また、実験結果では繰り返し履歴の回数が増えるにつ

Table 1 Material properties of wood
(Penetrating tie beam joint with dowel)

E_0 ($\times 10^3$ (N/mm ²))	5.6
$\epsilon_{\perp y}$	0.01
$\alpha_{\perp}$	0.1
β (N/mm ³)	11.4
μ	0.54

Fig.12 Local compression test

Table 2 Mechanical properties of compression springs
(Penetrating tie beam joint with dowel) ($a_e = 5.5/z_0$)

No.	Direction	Coordinates (mm)	k_1 ($\times 10^3$ N/mm)	x_{cy} (mm)
e 1	x	-50.0	1.01	-1.00
e 2	x	-50.0	1.01	-1.00
c 1	x	-16.7	2.17	-1.00
c 2	x	-83.3	2.17	-1.00
c 3	x	-16.7	2.18	-1.00
c 4	x	-83.3	2.18	-1.00

Table 3 Mechanical properties of shear springs
(Penetrating tie beam joint with dowel)

No.	Direction	Coordinates (mm)	k_s ($\times 10^3$ N/mm)	A (mm ²)
q 1	y	-50.0	16.8	1500
q 2	y	-50.0	16.8	1500
q 3	y	50.0	16.8	1500
q 4	y	50.0	16.8	1500

Fig.13 Restoring force characteristics
(Penetrating tie beam joint with dowel)
(experiment vs. analysis)

Fig. 14 Restoring force characteristics
(Penetrating tie beam joint with dowel)
(analysis : $a_e = 1.5/z_0$, $a_e = 5.5/z_0$)

れて立ち上がり勾配が低下しているのに対して、解析結果における剛性の変化は見られなかった。これは1つの接触面をバイリニア型のばねモデル1つで置き換えるという単純なモデル化の方針に由来するものであり、連続的な変化について表現できないためである。

参考として、 $a_e = 1.5/z_0$ とした場合の解析結果と $a_e = 5.5/z_0$ とした場合の解析結果を合わせて Fig.14 に示す。復元力の値などの定量的な評価に関しては剛性に関する適切な評価方法の確立が重要であることが確認できる。

4. 長ぼぞ差し込栓打ち仕口の繰り返し載荷実験及び弾塑性解析

本論文で提案した解析法の妥当性に加えてさらに有効性を確認するために、文献 5) に既に報告されている柱と差鴨居から構成される長ぼぞ差し込栓打ち形式の仕口（以降、長ぼぞ差し込栓打ち仕口と称する）を対象とした繰り返し載荷実験の結果のシミュレーションを行う。

4.1 繰り返し載荷実験⁵⁾

4.1.1 試験体概要

Fig.15 に試験体及び変位の計測位置（ δ は変位計を意味する）を示す。仕口の詳細を Fig.16 に示す。樹種は差鴨居、柱はスギ、込栓、鼻栓、楔はカシである。

4.1.2 実験概要

載荷方法について、変位制御の正負交番載荷とし、載荷はデジタルジャッキが伸びる方向を正とする。載荷サイクルは反転変形角 $\pm 1/600, \pm 1/450, \pm 1/300, \pm 1/200, \pm 1/150, \pm 1/100, \pm 1/75, \pm 1/50$ (rad) で、各サイクルの繰り返し回数は 3 回である。その後 $\pm 1/15$ (rad) で 1 回のみ繰り返し載荷し、最後に正方向のみ $1/10$ (rad) まで載荷したのち 0 (rad) まで除荷する。測定方法について、ロードセルで荷重を、変位計 1,2 で水平変位を、変位計 3,4 で仕口における柱と差鴨居の相対変位を、変位計 5,6 でピン支点の浮き上がりを計測した。変形角を評価する式を以下に示す。

$$\text{変形角} : \gamma = (\delta_1 - \delta_2) / L_{12} - (\delta_5 - \delta_6) / L_{56} \quad (25)$$

δ_i : 変位計 i で測定した変位 L_{ij} : 変位計 i, j の測定位置間隔

Fig. 15 Overview of experimental setup (unit: mm)
(Mortise-tenon joint with dowel)

Fig. 16 Detail of Sashigamoi joint (unit: mm)

Fig. 17 Restoring force characteristic
(Mortise-tenon joint with dowel)

4.1.3 実験結果

載荷実験の結果として、復元力特性を Fig.17 に示す。±1/150(rad) サイクル以下の小変形領域では、2、3 回目の履歴ループは 1 回目の履歴ループと同じ経路を辿り、±1/150(rad)を超える大変形領域では 1 回目の履歴ループにおいて過去に経験した最大変形までの履歴は前サイクルの載荷過程における 2、3 回目の履歴ループと同じ経路を辿った。繰り返し履歴の回数が増えるにつれて、立ち上がり勾配が低下した。これはめり込みによる残留塑性変形によって仕口内部のクリアランスや楔の緩みが生じたことによると考えられる。変形角が大きくなるにつれて、載荷過程の剛性が徐々に低下した。この剛性低下の主要な要因は、ほぞ及び胴付き接触面でのめり込みによる局所的な塑性変形であると考えられる。仕口の変形については、ほぞ及び胴付き接触面でのめり込みと楔の変形を確認したが、鼻栓の曲げ破壊やほぞのせん断破壊等の終局状態には至らなかった。

4.2 弾塑性解析

4.2.1 解析概要

長ほぞ差し込栓打ち仕口の解析モデルを Fig.18 に示す。Fig.18(a) は線材モデル、Fig.18 (b)は差鴨居仕口の剛体 - バネモデルを示す。Fig.18(a)の中の数字は節点番号、括弧付き数字は部材番号を表す。節点 1 の水平変位 u_1 を変位制御する変位増分解析を行う。

木材の材料定数及びばね定数の算出方法は 3.2 節と同様である。木材の材料定数を Table 4 に示す。

縦圧縮ヤング係数に対する横圧縮ヤング係数の比について、めり込み理論⁹⁾では 1/50 としており、この値を用いて、予備解析を行ったところ、復元力は実験結果の 1/2 程度となった。これは Fig.16 に示されるような仕口形状に対して楔等の影響を無視するなど比較的単純なモデル化を行ったことや、仕口の幅方向における摩擦抵抗を無視するなどという基本仮定に基づいていることが要因として考えられる。本章では、これらの影響を縦圧縮ヤング係数に対する横圧縮ヤング係数の比をパラメータとして代表させることとして、この値を 1/25 と仮定して用いることとする。なお、 $a_e = 1.5/z_0$ ⁸⁾とする。

差鴨居仕口のめり込みばねの力学特性を Table 5、せん断ばねの力学特性を Table 6 にそれぞれ示す。載荷サイクルは反転変形角 ±1/150, ±1/50, ±1/15, +1/10(rad)をそれぞれ 1 回繰り返すものとし、解析を行う。

4.2.2 解析結果及び考察

解析結果として、長ほぞ差し込栓打ち仕口の復元力特性を実験結果と合わせて Fig.19 に示す。ただし、実験結果は載荷サイクル±1/150, ±1/50, ±1/15, ±1/10(rad)におけるそれぞれ 1 回目の履歴ループのみを取り出している。Fig.19 より実験結果及び解析結果は耐力及び剛性を含めた履歴ループの形状がそれぞれ概ね一致することとなった。このことから、本論文で提案した解析法の妥当性が確認できる。また、両者の解析を行う上での設定パラメータは同一としており、Fig.19 の解析結果は文献 5)で提案された解析法を用いた解析結果とわずかな誤差が生じるものの、一致する結果が得られた。文献 5)で提案された解析法には収束判定条件が必要となり、せん断ばねのばね力と最大摩擦力の絶対値の差が微小値 Δ 以内となるまで繰り返し収束計算を行っている。その結果、収束計算に由来する程度の誤差が生じることとなる。本論文で提案する解析法ではこの

Fig.18 Analysis model of mortise-tenon joint with dowel

Table 4 Material properties of wood
(Mortise-tenon joint with dowel)

E_0 ($\times 10^3$ (N/mm ²))	7.4
$\epsilon_{\perp y}$	0.01
$\alpha_{\perp}$	0.1
β (N/mm ³)	11.4
μ	0.54

Table 5 Mechanical properties of compression springs
(Mortise-tenon joint with dowel) ($E_{\perp} = E_0/25$)

No.	Direction	Coordinates (mm)	k_1 ($\times 10^3$ N/mm)	x_{cy} (mm)
e 1	x	7.5	1.53	-0.87
e 2	y	10.5	8.88	-0.45
e 3	x	7.5	1.53	-0.87
e 4	y	10.5	6.66	-0.60
e 5	y	10.5	6.66	-0.60
c 1	x	40.0	10.06	-1.89
c 2	x	40.0	10.06	-1.89
c 3	x	-40.0	8.29	-1.89
c 4	x	-40.0	8.29	-1.89
c 5	y	-70.0	22.03	-1.20
c 6	y	70.0	22.03	-1.20

Table 6 Mechanical properties of shear springs
(Mortise-tenon joint with dowel)

No.	Direction	Coordinates (mm)	k_s ($\times 10^3$ N/mm)	A (mm ²)
q 1	y	-84.0	20.52	1800
q 2	y	105.0	20.52	1800
q 3	y	-84.0	20.52	1800
q 4	y	105.0	20.52	1800
q 5	x	60.0	57.46	5040
q 6	x	60.0	57.46	5040

Fig. 19 Restoring force characteristics
(Mortise-tenon joint with dowel)
(experiment vs. analysis)

Fig. 20 Restoring force characteristics
(Mortise-tenon joint with dowel)
(analysis : $E_{\perp} = E_0/50$, $E_{\perp} = E_0/25$)

意味の誤差が生じない。

参考値ではあるが、反転変形角+1/10(rad)における復元力を比較すると、差は 0.5%程度となった。また、計算回数を比較すると約 1/200 と大幅に低減する結果が得られた。従って、本論文で提案した解析法は効率性が高いものであることが確認できた。

参考として、 $E_{\perp} = E_0/25$ とした場合の解析結果と $E_{\perp} = E_0/50$ とした場合の解析結果を合わせて Fig.20 に示す。貫込栓打ち仕口についての考察と同様に、剛性に関する適切な評価方法の確立が重要で

あることが確認できる。

本論文では、めり込み理論⁸⁾に基づいて復元力特性を評価した。ここでは $E_{\perp}/E_0$ と a_e の 2 つをパラメータとして用いており、 $E_{\perp}/E_0 = 1/50$ 、 $a_e = 1.5/z_0$ が基準の値である。

貫込栓打ち仕口では、 $E_{\perp}/E_0 = 1/50$ 、 $a_e = 5.5/z_0$ を用いて解析を行ったところ、復元力特性において解析結果と実験結果は良い対応を示した。この要因としては、モデル化の基本仮定に対応するように仕口の幅方向における摩擦による影響ができるだけ排除できるように試験体を作製したこと、貫込栓打ち仕口は両側三角形変位めり込みの荷重状態であり、片側での三角形変位めり込みによる応力が偶力をなす反対側の三角形変位めり込み部分へと対称に流れることにより、余長部が短くなったこと、その結果、接触面における圧縮応力度分布の重心位置は三角形分布応力度の合力作用位置に近づく、仮定したばね配置位置が良い近似となったこと等が考えられる。

一方、長ほぞ差し込栓打ち仕口では、 $E_{\perp}/E_0 = 1/25$ 、 $a_e = 1.5/z_0$ を用いて解析を行ったところ、復元力特性において解析結果と実験結果は良い対応を示した。この要因としては、複雑な仕口形状に対してその解析モデルは比較的単純なものであったが、実際には楔や襟輪等が影響していたこと、鼻栓や楔等の打ち込みによる初期応力が発生していたこと、仕口の幅方向における摩擦が発生していたこと等が考えられる。

5. まとめ

伝統木造仕口を対象として、繰り返し載荷時の履歴特性を解析的に評価することを目的とし、クーロンスライダ付きばねモデルを用いた新たな変位増分解析法を提案した。本論文で得られた成果は以下のとおりである。

- (1) 仕口内部の接触面において、接触面に対して平行方向の抵抗について、クーロン摩擦の構成則を直接剛性方程式に組み込む方法を導入した。
- (2) 貫込栓打ち仕口及び長ほぞ差し込栓打ち仕口を対象とした繰り返し載荷実験の結果に対して、提案した解析法に基づく変位増分解析を行い、実験結果のシミュレーションをそれぞれ行った。それぞれの実験結果と解析結果は良い対応を示しており、本論文で提案した解析法の妥当性を確認することができた。ただし、復元力の値などの定量的な評価に関してはめり込み剛性の算出方法やばねのモデル化などについて適切な評価方法の確立が重要であって、更なる検討が必要であり、今後の課題である。
- (3) 長ほぞ差し込栓打ち仕口について、本論文で提案した解析法による解析結果は文献 5)で提案された解析法を用いた解析結果とわずかな誤差が生じるものの、一致する結果が得られた。この誤差は文献 5)で提案された解析法における収束判定条件に由来するもので、本論文で提案する解析法ではこの意味の誤差が生じない。また、計算回数は文献 5)で提案された解析法に比べて大幅に低減した。これにより、本論文で提案した解析法は効率性が高いものであることが確認できた。

参考文献

- 1) Funasaka, Y. and Nishimura, T. : A Simplified Mechanical Model Considered Local Deformation in Mortise-tenon Joints, Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan,

- C-1, pp.325-326, 2011.8 (in Japanese)
- 2) Morisako, K., Miyake, Y. and Kitao, S. : Hysteresis Model for Column-Nuki Connection of Traditional Timber Frame Based on Cyclic Loading Tests, Journal of Structural Engineering, Vol.51B, pp.503-512, 2005.3 (in Japanese)
 - 3) Lee, D., Araki, Y., Endo, T., Yoshida, N. and Uetani, K. : Estimation of Semi-Rigid Characteristics for Column-Nuki Joints of Traditional Timber Architecture Based on Local Compression Experiments, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.73, No.631, pp.1577-1584, 2008.9 (in Japanese)
 - 4) Nishikida, K., Yao, S. and Masui, T. : Analysis of Wooden Frame Used Joints Model Considered of Pullout and Compressive Strain Inclined to the Grain, Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, C-1, pp.81-82, 2010.9 (in Japanese)
 - 5) Masui, T., Nishikida, K. and Takagi, T. : Elasto-Plastic Analysis of Mortise-Tenon Joint with Dowel Subjected to Cyclic Loading, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.78, No.686, pp.753-762, 2013.4 (in Japanese)
 - 6) Suganuma, N. and Masui, T. : Elasto-Plastic Analysis Method of Wooden Joint Considering Compressive Strain Inclined to Grain and Friction, Summaries of Technical Papers of Annual Meeting, Architectural Institute of Japan, C-1, pp.287-288, 2016.8 (in Japanese)
 - 7) Inayama, M. : Study on Elastic Deformation Perpendicular to the Grain in Wood, Doctorate Thesis of the University of Tokyo, 1991.12 (in Japanese)
 - 8) Fundamental Theory of Timber Engineering : AIJ, Maruzen Publishing, 2010(in Japanese)
 - 9) Japanese Standards Association : Methods of Test for Woods (JIS Z2101), 2009 (in Japanese)
 - 10) Forestry and Forest Products Research Institute : Mokuzai Kogyo Handbook, Maruzen Publishing, 2004 (in Japanese)
(独)森林総合研究所 : 木材工業ハンドブック, 丸善(株), 2004
 - 11) Kitamori, A., Mori, T., Kataoka, Y. and Komatsu, K. : Effect of Additional Length on Partial Compression Perpendicular to the Grain of Wood, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol.74, No.642, pp.1477-1485, 2009.8 (in Japanese)

ELASTO-PLASTIC ANALYSIS OF JOINTS IN TRADITIONAL TIMBER FRAMES SUBJECTED TO CYCLIC LOADING

Takeshi MASUI and Nobuaki SUGANUMA***

* Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Environmental and Urban Eng., Kansai Univ., Dr.Eng.

** Grad. Student, Graduate School of Science and Engineering, Kansai Univ.

Appropriate evaluation of the structural characteristics of joints is necessary in order to understand their horizontal resistance characteristics of traditional timber frames. For this purpose, it is important to create a simple joint model that takes into account hysteresis when the joint is subjected to cyclic loading, and to establish a suitable analysis method.

We have developed a spring model that considers compressive strain inclined to the grain in addition to the friction characteristics of the wood in a joint, and we have proposed an incremental displacement analysis method based on that model. The model considers resistive components at contact surfaces inside the joint by decomposing them into directions perpendicular and parallel to the contact surface. We represented the resistance perpendicular to the contact surface using compression springs and assumed a slip-bilinear constitutive law. We represented the resistance parallel to the contact surface using shear elastic springs and Coulomb's sliders. When the joint deforms, the spring force due to compressive strain inclined to the grain changes, and so the maximum friction force also changes. The shear springs must also satisfy the constitutive law with respect to the changing spring force due to compressive strain inclined to the grain. In the past, we introduced the concept of an apparent shear stiffness with regard to the shear springs. Using this method, we found that the apparent shear stiffness does not depend on the shear elastic spring stiffness. This method required an iterative calculation in order to derive the apparent shear stiffness. Consequently, there is a problem when dealing with complicated joint shapes in that there is an increase in the number of contact surfaces and spring models, so that the number of iterations required for the calculation to converge also increases.

In the present article, to solve this problem, we introduce a method of incorporating the constitutive law of Coulomb's friction for the shear spring directly into the stiffness equation. Fundamentally, the spring force rate for the shear spring depends on the elastic spring stiffness. If the shear spring continues to satisfy the constitutive law of Coulomb's friction as the joint deforms, the spring force rate for the shear spring must continue to satisfy the maximum friction force. Incorporating these relationships directly into the stiffness equation and solving the equation makes it possible to obtain the rate of change of various state variables. If the shear spring continues to satisfy the constitutive law of Coulomb's friction, the symmetry of the stiffness equation is lost and the degree of indeterminacy decreases.

We conducted a cyclic loading experiment on a joint with a dowel in a construction comprising a column and a penetrating tie beam. The loading method was displacement-controlled repeated and reversed cyclic loading using a digital jack. The experimental results revealed restoring force characteristics, with slip-type hysteresis specific to wooden joints.

We carried out an incremental displacement analysis based on the proposed method, and performed a simulation of the results of a loading experiment on a penetrating tie beam joint with a dowel and a mortise-tenon joint with a dowel. We compared the experimental and analysis results, and confirmed that the shapes of the hysteresis loops for strength and stiffness were generally consistent. When we compared the results of the present analysis with those obtained using the previous analysis method, they were the same. However, the number of calculations was drastically reduced using the proposed analysis method. These findings confirm the high validity and efficiency of the analysis method proposed in this article.

(2017年5月10日原稿受理, 2017年9月11日採用決定)