地震観測波形とシミュレーション波形の適合度評価

Frequency domain error の改良と V & V への適用

THE GOODNESS-OF-FIT BETWEEN OBSERVED AND SIMULATED WAVES

Modification of the frequency domain error and application to verification and validation

鈴木文乃^{*1}, 加藤研一^{*2}, 渡辺哲史^{*3}

Fumino SUZUKI, Kenichi KATO and Tetsushi WATANABE

Verification and validation (VV) are important in seismic wave simulations. To objectively perform VV, indexes to quantitatively evaluate the goodness-of-fit (GOF) between observed and simulated waves is needed. In this study, we proposed GOF indexes considering both amplitude and phase of waveforms. The indexes were originally derived from the frequency domain error (FDE) proposed by Dragovich and Lepage (2009). We modified FDE to expand finite frequency bands. We also newly proposed GOF of envelope of waveform based on the similar concept of FDE. We applied the proposed indexes to VV of benchmark tests and strong motion simulations.

Keywords : Goodness-of-fit, Frequency domain error, Ground motion simulations, Waveform, Verification & Validation

GOF, 適合度評価, FDE, 地震動シミュレーション, 波形, 検証と妥当性確認

1. はじめに

地震動シミュレーションには、意図した条件で正しく計算がなされているかを検証する Verification と、観測記録との比較により物理モデルの妥当性を確認する Validation の 2 つの意味がある。ベンチマークテスト等による計算コードの確認^{例えば 1), 2), 3)}は前者に、断層モデル等による観測記録のシミュレーション^{例えば 4), 5)}は後者に相当する。一般にシミュレーション結果の Verification や Validation の判断は、計算者の主観による場合が多い。それを客観的に行うためには、適合度 GOF (Goodness of Fit) を定量的に評価する指標が必要となる。

GOF 指標は、評価対象に応じて多様な指標が提案されている。既往研究における GOF 指標の特徴を Table 1 に示す。Anderson (2004)⁶⁾は、PGA などの波形の最大値や応答スペクトル、フーリエ振幅スペクトルなど 10 項目を対象に GOF 指標を提案しており、その値に応じて poor, fair, good, excellent のランクを設定している。Bielak *et al.* (2010)⁷⁾は、有限差分法と有限要素法による地震動シミュレーションに対して、Anderson⁶⁾の 10 項目を用いて手法間の Verification を多面的に行っている。Olsen and Mayhew (2010)⁹⁾の指標は、評価対象は Anderson⁶⁾と概ね同じだが、誤差が小さい場合の感度が Anderson⁶⁾より高い関数形であり、5 段階のランクが設定されている。Dhakal and Yamanaka (2012)¹¹⁾は、3次元地盤モデルを用いた地震動シミュレーションと観測記録に対して、Olsen and Mayhew⁹⁾の指標を用いて Validation を行い、地盤モデルの妥当性を検討している。Dreger *et al.* (2015)¹²⁾は、応答スペクトル (RotD50 PSA) を評価する指標 CGOF (combined goodness-of-fit) を提案している。各周期での適合度と周期帯域での平均的な適合度の両者を考慮する指標であり、値に応じて

Within Threshold、Potential Issues、Problematic のランクを設定している。CGOF は Southern California Earthquake Center の広帯域地震動評価プログラム (SCEC BBP^{例えば 13)}) において、複数の評価者による多数の地震動評価結果の Validation に用いる指標の一つである。

上述の 3 つの既往研究^{6), 9), 12)}における GOF 指標は、いずれも最大値、フーリエ振幅や応答スペクトルなど、主に地震動の振幅を測る指標である。振幅だけではなく、位相も評価する指標として次の 2 つが挙げられる。1 つ目として、Kristeková *et al.* (2006, 2009)^{15), 16)}は、連続ウェーブレット変換の振幅と位相を用いた GOF 指標 time-frequency (TF) misfit を提案している。TF misfit は時間-周波数領域における適合度を評価し、Anderson⁶⁾と同じ poor~excellent のランクが設定されている。Bielak *et al.* (2010)⁷⁾は、TF misfit による評価も行っており、時間-周波数領域のどこで誤差が生じているかを検討している。Nakamura *et al.* (2012)¹⁷⁾も、3次元地下構造モデルによる地震動シミュレーションにおいて、地下構造モデルの感度解析で時間-周波数領域に変動が生じる部分を TF misfit により評価している。このように、TF misfit は時間-周波数領域の詳細な誤差を評価することができるため、シミュレーション同士の GOF 評価に適していると考えられる。2 つ目として、Dragovich and Lepage (2009)¹⁸⁾は、観測波形と計算波形の複素平面上の距離により評価する指標 FDE (the frequency domain error) を提案している。Kristeková *et al.*^{15), 16)}の TF misfit は振幅と位相それぞれで指標が作られており、両者は結びつけられていないのに対し、FDE は複素平面上の距離を用いることでフーリエ振幅とフーリエ位相の両者を考慮して評価することができる。加えて同文献では、複素平面上の距離である誤差を位相の誤差と振幅の誤差

^{*1} 株式会社小堀鐸二研究所 修士(工学)^{*2} 株式会社小堀鐸二研究所 統括部長・博士(工学)^{*3} 株式会社小堀鐸二研究所 次長・博士(工学)

Kobori Research Complex Inc., M.Eng.

Senior General Manager, Kobori Research Complex Inc., Dr.Eng.

Assist. General Manager, Kobori Research Complex Inc., Dr.Eng.

Table1 GOF index of previous studies

	Target	Ranking	Application example	Phase GOF
Anderson (2004) ⁶⁾	arias duration, energy duration, arias intensity, energy integral, PGA, PGV, PGD, response spectra, Fourier spectra and cross-correlation	0-4 : poor fit 4-6 : fair fit 6-8 : good fit 8-10 : excellent fit	Bielak <i>et al.</i> (2010) ⁷⁾ Chaljub <i>et al.</i> (2010) ⁸⁾	×
Olsen and Mayhew (2010) ⁹⁾	PGA, PGV, PGD, response spectra, Fourier spectra, energy duration, cumulative energy and cross-correlation	0-35 : too bad 35-45 : poor fit 45-65 : fair fit 65-80 : very good fit 80-100 : excellent fit	Ramirez-Guzman <i>et al.</i> (2012) ¹⁰⁾ Dhakal and Yamanaka (2012) ¹¹⁾	×
Dreger <i>et al.</i> (2015) ¹²⁾	response spectra (RotD50 PSAs)	0-0.35 : Within Threshold 0.35-0.7 : Potential Issues 0.7- ∞ : Problematic	Goulet <i>et al.</i> (2015) ¹³⁾ Melgar <i>et al.</i> (2016) ¹⁴⁾	×
Kristeková <i>et al.</i> (2006, 2009) ^{15), 16)}	Time-frequency amplitude and phase by Wavelet transform	0-4 : poor fit 4-6 : fair fit 6-8 : good fit 8-10 : excellent fit	Bielak <i>et al.</i> (2010) ⁷⁾ Chaljub <i>et al.</i> (2010) ⁸⁾ Nakamura <i>et al.</i> (2012) ¹⁷⁾	○
Dragovich and Lepage (2009) ¹⁸⁾	Distance on the complex plane of measurement and calculation	—	Lepage <i>et al.</i> (2010) ¹⁹⁾ Rodrigues <i>et al.</i> (2012) ²⁰⁾	○

に分離し、それぞれを評価する指標も示している。ただし、位相と振幅の誤差については1つの周波数のみの評価指標であり、幅を持った周波数帯域の指標も必要である。また、FDEはランクが設定されていない。Lepage *et al.* (2010)¹⁹⁾は、鉄筋コンクリート造の建築物を対象に、測定データの波形との適合度が最も高くなる解析モデルのパラメータをFDEにより評価している。FDEは建築物への適用例が多く、地震動への適用例は少ない。

本研究では、上述の指標のうち波形の振幅と位相の両者を考慮できるDragovich and Lepage¹⁸⁾のFDEに着目し、指標の改良と高度化を行う。はじめに、既往の指標では後述するように適切に評価できない場合があったため、その改良指標を提案する。また、既往の振幅と位相の評価指標は1つの周波数のみに対する指標であるため、幅を持った周波数帯域に対する指標を提案する。これらの指標に対し、Anderson⁶⁾等と同様に値に応じた4段階のランク[Excellent, Good, Fair, Poor]を設定する。これらの提案した指標が適切に適合度を評価することができるかを、位相と振幅に誤差を与えた簡易な模擬波形を用いて検証する。さらに、位相差分と波形の包絡形の関係を利用して、FDEを応用した波形の包絡形の評価方法を提案する。最後に、強震動予測手法に関するベンチマークテストの計算波形同士のVerificationおよび地震動シミュレーションの観測記録とのValidationに提案指標を用いた例を示し、適合度の定量的な評価指標としての有用性を確認する。

2. 適合度評価指標の定式化と判定基準

2.1 定式化

Dragovich and Lepage (2009)¹⁸⁾のFDEの概念図をFig.1に示す。FDEは、2つの波形、例えば観測波形 X_m と計算波形 X_c のフーリエ変換に対して、その複素平面上の距離を誤差として評価する指標である。FDEは、 k 次の周波数 f_k における、 X_m 、 X_c のフーリエ振幅 A_{m_k} 、 A_{c_k} と誤差ベクトルの振幅 A_{e_k} を用いて次式で定義される。

$$FDE = \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} A_{e_k}}{\sum_{k=k_1}^{k_2} (A_{m_k} + A_{c_k})} = \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} \sqrt{(R_{m_k} - R_{c_k})^2 + (I_{m_k} - I_{c_k})^2}}{\sum_{k=k_1}^{k_2} (\sqrt{R_{m_k}^2 + I_{m_k}^2} + \sqrt{R_{c_k}^2 + I_{c_k}^2})} \quad (1)$$

$$= \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} \sqrt{(A_{m_k} - A_{c_k} \cos \theta_k)^2 + (A_{c_k} \sin \theta_k)^2}}{\sum_{k=k_1}^{k_2} (A_{m_k} + A_{c_k})}$$

Fig.1 Concept of FDE¹⁸⁾

A_{e_k} は X_m 、 X_c の f_k における複素フーリエ係数 (R_{m_k}, I_{m_k}) 、 (R_{c_k}, I_{c_k}) の複素平面上の距離であり、 θ_k は次式に表されるフーリエ位相 θ_{m_k} と θ_{c_k} の差である。

$$\theta_k = \theta_{c_k} - \theta_{m_k} \quad (2)$$

FDEは誤差がない場合に0、誤差が最大の場合に1となる。分子が A_{e_k} の $f_{k_1} \sim f_{k_2}$ の総和、分母が $A_{m_k} + A_{c_k}$ の $f_{k_1} \sim f_{k_2}$ の総和となっているため、 $f_{k_1} \sim f_{k_2}$ の中で振幅の大きな周波数の誤差に大きな重みがかかる指標となっている。

1つの f_k における誤差 ε_{T_k} はFDEから Σ を除いた次式で定義される。

$$\varepsilon_{T_k} = \frac{A_{e_k}}{A_{m_k} + A_{c_k}} = \frac{\sqrt{(A_{m_k} - A_{c_k} \cos \theta_k)^2 + (A_{c_k} \sin \theta_k)^2}}{A_{m_k} + A_{c_k}} \quad (3)$$

位相誤差 ε_{θ_k} は式(3)に $A_{c_k} - A_{m_k} = 0 \Leftrightarrow A_{c_k} = A_{m_k}$ を代入した

$$\varepsilon_{\theta_k} = \frac{\sqrt{A_{m_k}^2 (1 - \cos \theta_k)^2 + A_{m_k}^2 (\sin \theta_k)^2}}{2A_{m_k}} = \frac{\sqrt{1 - \cos \theta_k}}{2} = \left| \sin \frac{\theta_k}{2} \right| \quad (4)$$

で定義され、式(4)は $\theta_k = 0^\circ$ で $\varepsilon_{\theta_k} = 0$ 、 $|\theta_k| = 180^\circ$ で $\varepsilon_{\theta_k} = 1$ となる。

Dragovich and Lepage¹⁸⁾は式(1)～式(4)の他に、振幅誤差（ここでは ε_{A0_k} とする）を次式のように ε_{θ_k} との和が ε_{T_k} となるよう定義している。

$$\varepsilon_{T_k} = \varepsilon_{\theta_k} + \varepsilon_{A0_k} \quad (5)$$

従って ε_{A0_k} は次式となる。

$$\varepsilon_{A0_k} = \varepsilon_{T_k} - \varepsilon_{\theta_k} \quad (6)$$

式(6)の ε_{A0_k} では、振幅誤差の評価は A_{m_k} と A_{c_k} の値よりも ε_{θ_k} の値に大きく左右され、振幅誤差が適切に評価できないという問題点がある。極端な例を挙げると、Fig.2のように $\theta_k = 180^\circ$ の場合、 $A_{m_k} \neq A_{c_k}$ としても、 $\varepsilon_{A0_k} = 0$ で振幅の誤差はないという評価になり、矛盾が生じる。そこで、このような矛盾が生じない振幅誤差の改良指標 ε_{A_k} を

新たに定義する。 ε_{A_k} は、 $\theta_k = 0$ を式(3)に代入した次式とする。

$$\varepsilon_{A_k} = \frac{\sqrt{(A_{m_k} - A_{c_k})^2 + (A_{c_k} \cdot 0)^2}}{A_{m_k} + A_{c_k}} = \frac{|A_{m_k} - A_{c_k}|}{A_{m_k} + A_{c_k}}. \quad (7)$$

式(7)の ε_{A_k} は位相の影響を受けず、 $A_{c_k}/A_{m_k} = 1$ で $\varepsilon_{A_k} = 0$ 、 $A_{c_k}/A_{m_k} = 0, \pm\infty$ で $\varepsilon_{A_k} = 1$ となり、振幅の誤差を適切に評価できる。式(4)と式(7)を用いて式(3)を整理すると、 ε_{T_k} 、 ε_{θ_k} 、 ε_{A_k} の関係は次式となる。

$$\varepsilon_{T_k} = \sqrt{\varepsilon_{A_k}^2 - \varepsilon_{A_k}^2 \varepsilon_{\theta_k}^2 + \varepsilon_{\theta_k}^2}. \quad (8)$$

単純な正弦波により振幅誤差 ε_{A_k} を検証する。Table2に示すように、Measuredの正弦波に対して、振幅や位相を変えた①～④のCalculatedの正弦波の誤差 ε_T 、 ε_θ 、 ε_A 、 ε_{A0} を評価する。①、②のように振幅と位相のどちらかに誤差がある場合は、誤差のある方は ε_T と同じ値、ない方は0となる。この場合は $\varepsilon_A = \varepsilon_{A0}$ であり、両者とも適切な評価ができる。一方、③のように位相は②、振幅は①と同じ誤差の場合、 ε_θ は②と同じ値だが、 ε_{A0} は①と異なる値となる。また、④のように位相差が 180° の場合は、前述のように、振幅に誤差があっても $\varepsilon_{A0} = 0$ で、誤差はないという評価になる。それに対し ε_A は③、④ともに①と等しくなり、適切に誤差を評価できている。

Dragovich and Lepage¹⁸⁾は位相と振幅について1つの f_k での誤差の指標は示しているが、式(1)のFDEのような $f_{k1} \sim f_{k2}$ の周波数帯域における誤差の指標は示していない。そこで、ここでは $f_{k1} \sim f_{k2}$ についての位相と振幅の誤差評価指標 FDE_θ と FDE_A を定義する。式(1)を整理すると次式となる。

$$FDE = \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} \sqrt{(A_{m_k} - A_{c_k})^2 - (A_{m_k} - A_{c_k})^2 \left(\sin \frac{\theta_k}{2}\right)^2 + (A_{m_k} + A_{c_k})^2 \left(\sin \frac{\theta_k}{2}\right)^2}}{\sum_{k=k_1}^{k_2} (A_{m_k} + A_{c_k})}. \quad (9)$$

位相誤差 FDE_θ は、式(4)の ε_{θ_k} の定義と同様に、式(9)に $A_{c_k} - A_{m_k} = 0$ を代入した次式とする。

$$FDE_\theta = \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} (A_{m_k} + A_{c_k}) \left| \sin \frac{\theta_k}{2} \right|}{\sum_{k=k_1}^{k_2} (A_{m_k} + A_{c_k})}. \quad (10)$$

振幅誤差 FDE_A は、式(7)の ε_{A_k} の定義と同様に、式(9)に $\theta_k = 0$ を代入した次式とする。

$$FDE_A = \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} |A_{m_k} - A_{c_k}|}{\sum_{k=k_1}^{k_2} (A_{m_k} + A_{c_k})}. \quad (11)$$

FDE_θ は $f_{k1} \sim f_{k2}$ の全周波数において $\theta_k = 0^\circ$ の場合に0、 $|\theta_k| = 180^\circ$ の場合に1となる。 FDE_A は $f_{k1} \sim f_{k2}$ の全周波数において $A_{c_k}/A_{m_k} = 1$ の場合に0、 $A_{c_k}/A_{m_k} = 0$ または $\pm\infty$ の場合に1となる。 FDE_θ と FDE_A はいずれも $f_{k1} \sim f_{k2}$ の中で振幅の大きな周波数の誤差に大きな重みがかかる指標となっている。

2.2 適合度の判定基準

前節で定義した誤差の評価指標の値と適合度およびランクの関係を設定する。設定においては、振幅の適合度が既往研究の指標と概ね対応するよう関数形を決める。

位相と振幅の適合度を各々 GOF_{θ_k} と GOF_{A_k} とし、 ε_{θ_k} と ε_{A_k} との関係はAnderson⁶⁾やKristeková et al.¹⁶⁾を参照して次式とする。

$$\begin{aligned} GOF_{\theta_k} &= 10 \exp(-a \varepsilon_{\theta_k}^b) \\ GOF_{A_k} &= 10 \exp(-a \varepsilon_{A_k}^b) \\ a &> 0, \quad b > 0. \end{aligned} \quad (12)$$

a と b は正の実数とし、振幅の適合度 GOF_{A_k} と振幅比 A_{c_k}/A_{m_k} との関係が既往研究におけるこれらの関係と概ね同じとなるように、ここでは $a = 8$ 、 $b = 2$ とする。 ε_{θ_k} と ε_{A_k} は0～1の値をとるため、 GOF_{θ_k} 、 GOF_{A_k} は0.003～10の値を取り、値が高いほど適合度が高いことを示

Fig.2 Schematic figure of Dragovich and Lepage¹⁸⁾'s amplitude index

Table2 Evaluated value of ε_T , ε_θ , ε_A , and ε_{A0} , for sine waves with different amplitude and phase

	A_c/A_m	$\theta_m - \theta_c$ (deg.)	Waveform	ε_T	ε_θ	ε_A	ε_{A0}
①	0.50	0		0.33	0.00	0.33	0.33
②	1.00	45		0.38	0.38	0.00	0.00
③	0.50	45		0.49	0.38	0.33	0.11
④	0.50	180		1.00	1.00	0.33	0.00

す。 A_{c_k}/A_{m_k} と GOF_{A_k} および $\theta_{c_k} - \theta_{m_k}$ と GOF_{θ_k} の関係について、Table1に列挙した既往指標との比較をFig.3に示す。なお、Dreger et al.¹²⁾のCGOFは小さいほど適合度が高い指標であるため、10(1-CGOF)とした値を示している。Olsen and Mayhew⁹⁾はGOFの値が0～100であるため1/10の値を示している。Anderson⁶⁾とKristeková et al.¹⁶⁾のランクを図中に、Olsen and Mayhew⁹⁾とDreger et al.¹²⁾のランクをそれぞれ図の横に併記する。Fig.3(a)の振幅に関する比較から、本研究の A_{c_k}/A_{m_k} と適合度の関係が既往指標と概ね対応していることが確認できる。Fig.3(b)の位相に関しては、本研究はKristeková et al.¹⁶⁾と比べて小さい位相差で適合度の感度が高い。位相と振幅の両者を考慮した総合的な波形の適合度 GOF_{T_k} は次のように決める。まず、 ε_{T_k} と GOF_{θ_k} 、 GOF_{A_k} の関係は、式(12)を ε_{θ_k} 、 ε_{A_k} について整理し、式(8)に代入した次式となる。

$$\varepsilon_{T_k} = \sqrt{\left\{ -\frac{\ln(GOF_{A_k}/10)}{a} \right\}^{\frac{2}{b}} - \left\{ -\frac{\ln(GOF_{A_k}/10)}{a} \right\}^{\frac{2}{b}} \left\{ -\frac{\ln(GOF_{\theta_k}/10)}{a} \right\}^{\frac{2}{b}} + \left\{ -\frac{\ln(GOF_{\theta_k}/10)}{a} \right\}^{\frac{2}{b}}}. \quad (13)$$

ここで、位相と振幅の適合度が等しく a の値となるときの、 GOF_{T_k} も a の値となる（例えば $GOF_{A_k} = GOF_{\theta_k} = 0.5$ のとき $GOF_{T_k} = 0.5$ となる）ように設定する。そこで、式(13)を

$$GOF_{T_k} = GOF_{\theta_k}, \quad GOF_{T_k} = GOF_{A_k} \quad (14)$$

で置き換えると次式となる。

$$\varepsilon_{T_k} = \sqrt{\left\{ -\frac{\ln(GOF_{T_k}/10)}{a} \right\}^{\frac{2}{b}} - \left\{ -\frac{\ln(GOF_{T_k}/10)}{a} \right\}^{\frac{4}{b}} + \left\{ -\frac{\ln(GOF_{T_k}/10)}{a} \right\}^{\frac{2}{b}}}. \quad (15)$$

これを GOF_{T_k} について整理した次式を波形の適合度 GOF_{T_k} とする。

Fig.3 Comparison of GOF indexes

$$GOF_{T_k} = 10 \exp \left\{ -a \left(1 - \sqrt{1 - \varepsilon_{T_k}^2} \right)^{b/2} \right\}. \quad (16)$$

Table3に式(12)で定義した GOF_{θ_k} 、 GOF_{A_k} と式(16)で定義した GOF_{T_k} の関係を示す。Table4に適合度の高い順に設定した4段階のランク [Excellent, Good, Fair, Poor] とGOFの関係を示す。ランクの決め方はAnderson⁶⁾、Kristeková *et al.*¹⁶⁾と同じとし、4未満をPoor、4以上6未満をFair、6以上8未満をGood、8以上をExcellentとする。

幅を持った周波数帯域の指標である FDE 、 FDE_{θ} 、 FDE_A の判定基準 GOF_T 、 GOF_{θ} 、 GOF_A は、式(12)と式(16)の GOF_{T_k} 、 GOF_{θ_k} 、 GOF_{A_k} の ε_{T_k} 、 ε_{θ_k} 、 ε_{A_k} を FDE 、 FDE_{θ} 、 FDE_A に置き換えて求める。

2.3 模擬波形による指標の検証

2.1、2.2節で定義した GOF_T 、 GOF_{θ} 、 GOF_A が、誤差を与えた波形を適切に評価できるか検証する。検証には複数の周波数($f=0.1, 0.2, 0.5, 1.0$ Hz)の正弦波を合成した波形を用いる。正解とする波形をXm1、それに対し異なる誤差を与えた波形をそれぞれXc1a、Xc1bとする。それらの各周波数の振幅と位相角をTable5に、波形をFig.4に示す。

Xm1に対するXc1a、Xc1bの適合度の評価として、Fig.5に $f=0.1, 0.2, 0.5, 1.0$ Hzにおける GOF_{T_k} 、 GOF_{θ_k} 、 GOF_{A_k} を、Fig.6に $f=0.1 \sim 1.0$ Hzの GOF_T 、 GOF_{θ} 、 GOF_A を示す。Xc1aの $f=0.2, 1.0$ Hz、Xc1bの $f=0.1, 0.5$ Hzにおいては、両者ともXm1に対する振幅比が $A_{c_i}/A_{m_i} = 3$ 、位相差が $\theta_{c_i} - \theta_{m_i} = 60^\circ$ と等しいため、Xc1aとXc1bのFig.5の GOF_{T_k} 、 GOF_{θ_k} 、 GOF_{A_k} は等しくなる。一方、Fig.6の GOF_T 、 GOF_{θ} 、 GOF_A は振幅の大きな周波数の誤差に大きな重みがかかる指標である。Xm1の $f = 0.2$ 、

Table3 Matrix of GOF_{θ_k} , GOF_{A_k} and GOF_{T_k}

GOF_{T_k} (Total)		GOF_{A_k} (Amplitude)										
		10.0	9.0	8.0	7.0	6.0	5.0	4.0	3.0	2.0	1.0	0.003
GOF_{θ_k} (Phase)	10.0	10.0	9.5	8.9	8.3	7.7	7.0	6.2	5.3	4.3	2.9	0.003
	9.0	9.5	9.0	8.5	7.9	7.3	6.7	5.9	5.1	4.1	2.7	0.003
	8.0	8.9	8.5	8.0	7.5	6.9	6.3	5.6	4.8	3.9	2.6	0.003
	7.0	8.3	7.9	7.5	7.0	6.5	5.9	5.3	4.5	3.6	2.5	0.003
	6.0	7.7	7.3	6.9	6.5	6.0	5.5	4.9	4.2	3.4	2.3	0.003
	5.0	7.0	6.7	6.3	5.9	5.5	5.0	4.5	3.9	3.1	2.1	0.003
	4.0	6.2	5.9	5.6	5.3	4.9	4.5	4.0	3.5	2.8	1.9	0.003
	3.0	5.3	5.1	4.8	4.5	4.2	3.9	3.5	3.0	2.4	1.7	0.003
	2.0	4.3	4.1	3.9	3.6	3.4	3.1	2.8	2.4	2.0	1.4	0.003
	1.0	2.9	2.7	2.6	2.5	2.3	2.1	1.9	1.7	1.4	1.0	0.003
	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003

Table4 Rank of GOF_{θ_k} , GOF_{A_k} and GOF_{T_k}

Rank	GOF_{T_k} , GOF_{θ_k} , GOF_{A_k}
Excellent	10
	9
	8
Good	7
	6
	5
Fair	4
	3
	2
	1
Poor	0

Table5 Amplitude and phase at each frequency of Xm1, Xc1a and Xc1b (synthesized sine waves)

freq(Hz)	Amplitude				Phase(deg.)			
	0.1	0.2	0.5	1	0.1	0.2	0.5	1
Xm1	1	0.1	1	0.1	0	0	0	0
Xc1a	1	0.3	1	0.3	0	60	0	60
Xc1b	3	0.1	3	0.1	60	0	60	0

Fig.4 Waveform of Xm1, Xc1a and Xc1b

1.0Hzの振幅は $f=0.1, 0.5$ Hzの1/10倍であるため、Xm1に対する GOF_T 、 GOF_{θ} 、 GOF_A は、Xc1aの方がXc1bより大きくなる。Fig.4の波形からもXc1aの方がXc1bよりXm1に近いことが確認できる。よって、各周波数の GOF_{T_k} 、 GOF_{θ_k} 、 GOF_{A_k} が等しい値であっても、周波数間の相対的な振幅の違いによって、波形の誤差 GOF_T 、 GOF_{θ} 、 GOF_A は異なる。Table4に従いXc1aとXc1bのランクを判定すると、Xc1aは GOF_T 、 GOF_{θ} 、 GOF_A のいずれもExcellent、Xc1bは GOF_T 、 GOF_{θ} 、 GOF_A のいづ

Fig.5 $GOF_{T_k}, GOF_{\theta_k}, GOF_{A_k}$ (each frequency: $f=0.1, 0.2, 0.5, 1.0$ Hz)

Fig.6 $GOF_T, GOF_{\theta}, GOF_A$ (frequency band: $f=0.1$ to 1.0 Hz)

れもFairとなる。

なお、Anderson⁶⁾により適合度を評価すると、フーリエ振幅はXc1a、Xc1bともに5.1でFair、波形の最大振幅はXc1aが9.4でExcellent、Xc1bが0.4でFairとなる。Anderson⁶⁾の指標には周波数間の振幅の大小は影響しないため、フーリエ振幅のみの評価では波形の見た目の適合度とは一致せず、最大振幅の評価と併せて判断が必要となる。

3. 位相差分を用いた波形の包絡形の適合度評価

3.1 定式化

2章では波形のフーリエ振幅とフーリエ位相に基づき誤差を評価する FDE 、 FDE_{θ} 、 FDE_A を示した。一方、地震動の観測波形と計算波形の適合度評価では包絡形に着目することも多い。詳細な位相角は一致していなくても、波形の包絡形が一致していれば観測記録の再現性は高いと評価する場合もある。そこで本章では、 FDE を応用して波形の包絡形の誤差を評価する方法を提案する。

波形の包絡形の適合度評価には位相差分と包絡形の関係を用いる。位相差分とは、隣り合う周波数におけるフーリエ位相の差分である。位相差分と包絡形の関係については、大崎ほか(1978)²¹⁾が位相差分の頻度分布と地震波の包絡形が類似していることを示している。また、位相差分を周波数刻みで除した値である群遅延時間（和泉・勝倉、1983²²⁾）について、Katukura *et al.* (1978)²³⁾は、群遅延時間が成分波の時間軸上の重心位置を表しており、群遅延時間をフーリエ振幅で重み付けした平均値と分散が元の波形の包絡形の重心と時間軸上の広がりを表すことを示している。位相差分が時間軸上の重心となることについては、山根・長橋(2002)²⁴⁾がうなりの概念を用いることにより、理論的に示している。

ここでは山根・長橋²⁴⁾の定式化を参照し、フーリエ位相で表される波形のフーリエ級数の式を、位相差分で表される式に変換する。時刻歴波形 $x(t)$ はフーリエ級数に展開すると次式で表される。

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \cos(\omega_k t + \theta_k). \quad (17)$$

ここに、 A_k と θ_k は k 次の角周波数 ω_k におけるフーリエ振幅とフーリエ位相である。山根・長橋²⁴⁾は、式(17)の任意の隣り合う成分波を重ね合わせた合成波（以降、合成波という）を用いて、位相差分の持つ物理的意味を考察している。その際、位相差分に着目していることからフーリエ振幅は1.0と仮定している。本研究では、合成波の位

相だけではなく振幅も評価対象とするため、フーリエ振幅を1.0とせずに定式化する。隣り合う周波数の差 $\Delta\omega$ と、位相差分 $\Delta\theta_k$ を、

$$\Delta\omega_k = \omega_{k+1} - \omega_k \quad (k = \dots -1, 0, 1, 2, \dots) \quad (18)$$

$$\Delta\theta_k = \theta_{k+1} - \theta_k \quad (k = \dots -1, 0, 1, 2, \dots) \quad (19)$$

（ただし、 $\Delta\theta_k$ は区間 $[0, -2\pi]$ の値とする）とすると、式(17)は合成波を用いて次式で表される。

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \{A_k \cos(\omega_k t + \theta_k) + A_{k+1} \cos(\omega_{k+1} t + \theta_{k+1})\} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{A_k}{2} \cos\left\{\left(\frac{\omega_k + \omega_{k+1}}{2} - \frac{\Delta\omega_k}{2}\right)t + \frac{\theta_k + \theta_{k+1}}{2} - \frac{\Delta\theta_k}{2}\right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{A_{k+1}}{2} \cos\left\{\left(\frac{\omega_k + \omega_{k+1}}{2} + \frac{\Delta\omega_k}{2}\right)t + \frac{\theta_k + \theta_{k+1}}{2} + \frac{\Delta\theta_k}{2}\right\} \right] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{A_k + A_{k+1}}{2} \cos\left(\frac{\Delta\omega_k}{2}t + \frac{\Delta\theta_k}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_k + \omega_{k+1}}{2}t + \frac{\theta_k + \theta_{k+1}}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{A_k - A_{k+1}}{2} \sin\left(\frac{\Delta\omega_k}{2}t + \frac{\Delta\theta_k}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_k + \omega_{k+1}}{2}t + \frac{\theta_k + \theta_{k+1}}{2}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

式(20) $\{\}$ 内の第1項と第2項は、各項の第3因子で表される角周波数 $(\omega_k + \omega_{k+1})/2$ で単振動する波形に、振幅 $(A_k + A_{k+1})/2$ または $(A_k - A_{k+1})/2$ に対し、 $\Delta\omega_k/2$ で振動する、位相角 $\Delta\theta_k/2$ の包絡関数を乗じたうなり波形となる。 $\Delta\omega_k$ と波形の全長 T_d の関係は、

$$\Delta\omega_k = 2\pi/T_d \quad (21)$$

であるため、包絡関数の周期は $2T_d$ となる。式(21)右辺は次数 k に依存しないため、第1項、第2項の包絡関数は k に寄らず全て周期 $2T_d$ となる。以降、 $\Delta\omega_k = \Delta\omega$ とする。式(20) $\{\}$ 内の第1項は、うなりの振幅が最大となる時間軸上での腹の位置を $\bar{t}$ とすると、

$$\bar{t}/T_d = -\Delta\theta_k/2\pi \quad (22)$$

となる。全長 T_d を 2π に対応させると腹の位置 $\bar{t}$ は $-\Delta\theta_k$ に対応する²⁴⁾。

式(17)のフーリエ級数が式(20)の合成波で表される関係の概念図をFig.7に示す。単振動する波の足し合わせで表されるフーリエ級数(Fig.7左)は、隣り合う周波数の成分波を $1/2$ ずつ合成した波の足し合わせで表され、その合成波はうなり波形となる(Fig.7右)。式(20)において、 $\{\}$ 内の第1項が支配的な場合、すなわち $A_k + A_{k+1}$ が $A_k - A_{k+1}$ に対して十分大きい場合、合成波の包絡形は第1項の包絡関数(Fig.7の灰色線)とほぼ一致する。一般的に $A_k + A_{k+1}$ は $A_k - A_{k+1}$ に対して十分大きいと考えられるため、本研究では式(20)を $\{\}$ 内の第1項のみで近似した次式で表す。

$$x(t) \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{A_k + A_{k+1}}{2} \cos\left(\frac{\Delta\omega_k}{2}t + \frac{\Delta\theta_k}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_k + \omega_{k+1}}{2}t + \frac{\theta_k + \theta_{k+1}}{2}\right). \quad (23)$$

2章では、誤差評価において波形のフーリエ振幅 A_k とフーリエ位相 θ_k を用いた。本章では、これに代わって次式で表す式(23)の包絡関数の振幅 $\overline{A_k}$ と位相 $\overline{\Delta\theta_k}$ を用いる。

$$\overline{A_k} = (A_k + A_{k+1})/2 \quad (k = \dots -1, 0, 1, 2, \dots) \quad (24)$$

$$\overline{\Delta\theta_k} = \Delta\theta_k/2 \quad (k = \dots -1, 0, 1, 2, \dots). \quad (25)$$

観測波形と計算波形の k 次の包絡関数の振幅を $\overline{A_{m_k}}$ と $\overline{A_{c_k}}$ 、包絡関数の位相を $\overline{\Delta\theta_{m_k}}$ と $\overline{\Delta\theta_{c_k}}$ とする。これらを式(1)、式(10)、式(11)のフーリエ振幅 A_{m_k} と A_{c_k} 、フーリエ位相 θ_{m_k} と θ_{c_k} と置き換えた以下の式を、包絡形の誤差を評価する指標 $E \cdot FDE$ 、 $E \cdot FDE_{\theta}$ 、 $E \cdot FDE_A$ とする。

$$E \cdot FDE = \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} \sqrt{\{\overline{A_{m_k}} - \overline{A_{c_k}} \cos(\overline{\Delta\theta_{c_k}} - \overline{\Delta\theta_{m_k}})\}^2 + \{\overline{A_{c_k}} \sin(\overline{\Delta\theta_{c_k}} - \overline{\Delta\theta_{m_k}})\}^2}}{\sum_{k=k_1}^{k_2} (\overline{A_{m_k}} + \overline{A_{c_k}})} \quad (26)$$

$$E-FDE_{\theta} = \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} (\overline{A_{m_k}} + \overline{A_{c_k}}) \left| \sin \frac{\Delta\theta_{c_k} - \Delta\theta_{m_k}}{2} \right|}{\sum_{k=k_1}^{k_2} (\overline{A_{m_k}} + \overline{A_{c_k}})} \quad (27)$$

$$E-FDE_A = \frac{\sum_{k=k_1}^{k_2} |\overline{A_{m_k}} - \overline{A_{c_k}}|}{\sum_{k=k_1}^{k_2} (\overline{A_{m_k}} + \overline{A_{c_k}})} \quad (28)$$

包絡関数は $\overline{\Delta\theta_{m_k}}$ と $\overline{\Delta\theta_{c_k}}$ が 180° ずれている場合、すなわち T_d ずれている場合に最も誤差が大きいという評価となる。

$E-FDE$ 、 $E-FDE_{\theta}$ 、 $E-FDE_A$ の適合度 $E-GOF_T$ 、 $E-GOF_{\theta}$ 、 $E-GOF_A$ については、それぞれ式(16)の GOF_{T_k} 、式(12)の GOF_{θ_k} 、 GOF_{A_k} の ε_{T_k} 、 ε_{θ_k} 、 ε_{A_k} を $E-FDE$ 、 $E-FDE_{\theta}$ 、 $E-FDE_A$ に置き換えて求める。

ここで、位相差分 $\Delta\theta_k$ を算出する際の留意点を示す。波形データのフーリエ変換においては、高速フーリエ変換を用いるために、波形データに後続の0を付加する場合が多い。式(22)で示したように、 $-\Delta\theta_k$ と 2π の比はうなりの最大振幅の時間 $\bar{t}$ と波形の全長 T_d の比に等しいため、後続の0を付加した場合は付加しない場合に対して $-\Delta\theta_k$ が小さく求められる。従って、適合度評価において、観測波形と計算波形に同様に後続の0を付加した場合は、付加しない場合に対して $|\Delta\theta_{c_k} - \Delta\theta_{m_k}|$ は小さくなり、適合度が高いという評価になってしまう。このようなデータ処理の過程によって適合度の評価結果が変わることを回避するため、評価においては次式の補正を行った $\Delta\theta_k$ を用いることとする。

$$\Delta\theta_k = \Delta\theta_{0k} \times \frac{T_{d0}}{T_d} \quad (k = \dots -1, 0, 1, 2, \dots) \quad (29)$$

ここに、 $\Delta\theta_{0k}$ と T_{d0} は後続の0を付加した際の波形の位相差分と波形の全長である。

3.2 波形指標と包絡形指標の違い

模擬波形を用いて、2章で示した波形を評価する指標と本章で示した包絡形を評価する指標の違いを示す。模擬波形は、2.3節と同様に、Table6に示す振幅と位相を持つ複数の周波数の正弦波を合成したXm2とXc2を用いる。波形をFig.8に示す。Xm2とXc2は振幅がほぼ同じで、逆位相の波であるが、包絡形はほぼ一致している。

Xm2とXc2の適合度をFig.9に示す。Fig.9(a)は2章で示した波形指標による評価である。 GOF_A は約10、 GOF_{θ} と GOF_T は約0であるため、振幅の適合度はExcellentと高いが、位相の適合度が低く、波形全体の適合度も低いPoorの評価となる。一方、Fig.9(b)は本章で示した包絡形指標による評価である。 $E-GOF_A$ は GOF_A と同様に約10となり、振幅の適合度はExcellentである。包絡関数の位相を評価する $E-GOF_{\theta}$ は約10でExcellentとなり、その結果 $E-GOF_T$ も約10でExcellentとなる。このように本章で示した指標を用いることで、包絡形の観点から見た波形の適合度を評価することができる。

4. 適合度評価指標の適用

4.1 強震動予測手法に関するベンチマークテスト

2章、3章で定義した指標について、適合度評価への適用例を示す。本節では、強震動予測手法に関するベンチマークテストにおけるVerificationに用いる例として、吉村ほか(2013)²⁵⁾の計算結果の適合度を評価する。ベンチマークテストのような計算波形同士の適合度は、波形の振幅や位相の僅かな違いを評価できるよう、フーリエ振幅とフーリエ位相を評価する GOF_T 、 GOF_{θ} 、 GOF_A を用いる。

吉村ほか²⁵⁾は、関東平野の3次元地盤モデルを用いた数値解析手法による地震動シミュレーションに関して、複数のベンチマークテ

Fig.7 Concept of Equations (17) and (20). Fourier series (left) Synthesis of adjacent component waves (right)

Table6 Amplitude and phase of Xm2 and Xc2

freq(Hz)	2	2.1	2.2	2.3
Amp.				
Xm2	0.7	1.2	1.3	0.9
Xc2	0.8	1.2	1.3	0.7
Phase (deg.)				
Xm2	-60	-150	120	30
Xc2	120	30	-60	-150

Fig.8 Waveforms of Xm2 and Xc2

(a) $GOF_T, GOF_{\theta}, GOF_A$ (b) $E-GOF_T, E-GOF_{\theta}, E-GOF_A$
Fig.9 GOF of Xc2 and Xc2 (f=2.0~2.3Hz)

ストを実施している。このうち N51 モデルと N54 モデルを対象とする。N51 は 1990 年神奈川県西部の地震(Mj5.1)を点震源により評価したケースである。N54 は N51 で参加者により異なっていた 3 次元差分法の格子間隔や地盤物性値などの計算条件を可能な限り統一して再計算したケースである。吉村ほか²⁵⁾は、N54 で参加者の計算波形の適合度が向上することを波形の比較により示している。

ベンチマークテストには 7 つのチームが参加しているが、ここではそのうち N54 で再計算を行った Citak・松島・Graves と川辺の 2 チームの計算波形について、永野の計算波形との適合度を評価する。計算波形のうち、SMK (寒川)の Y (EW)成分の速度波形を対象とする。N51 と N54 の Citak らと川辺の永野との比較について、速度波形、フーリエ振幅とフーリエ位相の比較を Fig.10 に示す。永野の結果は N51 と N54 で同じである。計算結果は有効振動数である 0.33Hz から直線で落ち始め 0.4Hz で 0 となるスロープを持つローパスフィルターがかけられている。0~0.4Hz においての、永野に対する Citak らと川辺の N51 と N54 の適合度を Table7 に示す。N51 の GOF_{θ} 、 GOF_A 、 GOF_T は Citak らが全て Fair、川辺が全て Poor であるのに対

し、N54 は両者とも全て Excellent となっており、波形の適合度が振幅、位相ともに N51 から向上していることを示している。Fig.10(b) のフーリエ振幅とフーリエ位相からも、比較的振幅の大きな 0.3Hz 前後において、永野との適合度が N51 では悪いが、N54 では良いことが確認できる。本指標は、前述したように振幅の大きな周波数での誤差に大きな重みがかかるため、N51 と N54 のような違いは反映されやすい。

吉村ほか²⁵⁾では、適合度が波形の見た目から定性的に述べられている。このような定性的な評価に加えて、本研究で提案した指標を用いて適合度を定量的に示すことで、ベンチマークテストに対してより客観的な判断をすることができる。

4.2 地震動シミュレーションと観測記録

本節では、地震動シミュレーションの物理モデルの妥当性を確認する Validation に用いる例として、元木ほか(2015)⁹⁾による 2004 年留萌支庁南部の地震(Mj6.1)の地震動シミュレーションと観測記録の適合度を評価する。3 章で述べたように、地震動シミュレーションと観測記録の適合度は波形の包絡形に着目すること多いため、適合度評価には包絡関数の振幅と位相を評価する $E-GOF$ 、 $E-GOF_\theta$ 、 $E-GOF_A$ を用いる。

元木ほか⁹⁾は波数積分法や三次元有限差分法により 2004 年留萌支庁南部の地震の震源近傍の地震動をシミュレーションしている。ここでは強震動生成域(SMGA)の大きさを調整し、地盤の不均質性(相関距離 $a=5$ km)を考慮した、HKD020 (K-net 港町)と RMIH04 (KiK-net 小平東、地中観測点)のシミュレーション結果と観測記録の適合度を評価する。HKD020 と RMIH04 の速度波形、フーリエ振幅、フーリエ位相の観測記録とシミュレーションの比較を Fig.11 に示す。元木ほか⁹⁾では HKD020 で 0.1~3.0Hz、RMIH04 で 0.1~5.0Hz のバンドパスフィルターをかけた波形を用いて検討していることから、本評価は HKD020 に合わせて 0.1~3.0Hz を対象とする。また、観測記録とシミュレーションの包絡関数の振幅(式(24))と位相(式(25))を Fig.12 に示す。観測記録とシミュレーション結果を目視により比較すると、震源に近く、破壊伝播の Forward 側に位置する HKD020 のシミュレーションは、観測記録の波形に見られる 5 秒付近のパルスを再現している。水平成分の観測記録の包絡関数の振幅に見られる 0.5Hz 付近のピークや、0.1~3Hz において概ね-45°

Table7 Comparison GOF for N51 and N54

	N51		N54		
	Citak et al.	Kawabe	Citak et al.	Kawabe	
Phase GOF_θ	4.62	1.59	8.94	9.30	EXCEL.
Amp. GOF_A	5.75	3.91	9.44	9.50	GOOD
Total GOF_T	5.31	2.01	9.05	9.26	FAIR
					POOR

となっている位相を再現している。特に水平動は上下動よりも再現性が良い。破壊伝播の Backward 側に位置する RMIH04 のシミュレーションは、観測記録の波形の EW 成分に見られる 10 秒付近のパルスは再現されているが、他の成分の再現性は HKD020 より低いと思われる。包絡関数の振幅は観測記録の 1Hz 付近のピークの再現性が低く過小評価気味となっており、位相も HKD020 ほど合っていない。

HKD020 と RMIH04 の観測記録に対するシミュレーションの適合度を Table8 に示す。HKD020 の $E-GOF_T$ は、NS が Good、EW が Excellent、UD が Fair であり、水平動は観測記録との適合度が高い。特に位相の $E-GOF_\theta$ が Excellent で高い適合度を示しており、速度波形のパルスの再現性の良さと整合する。 $E-GOF_A$ は 3 成分とも Good であり、振幅も再現性が良い。RMIH04 の $E-GOF_T$ は、NS が Fair、EW が Fair、UD が Poor である。水平動が上下動よりも適合度が高い点は HKD020 と同じである。EW の $E-GOF_\theta$ は Good と他よりも良い評価であり、速度波形のパルスの再現性の良さと整合する。 $E-GOF_A$ は Fair または Poor であり、観測記録の再現性が低い。HKD020 と RMIH04 は、前者の方が後者よりも 1~2 ランク適合度が高く観測記録の再現性が良いと評価できる。震源近傍に位置する HKD020 は、地震波の散乱の影響をほとんど受けないため、SMGA を適切に調整すればシミュレーションが可能と元木ほか⁹⁾は指摘している。

このように、波形の比較による定性的な評価と $E-GOF$ 、 $E-GOF_\theta$ 、 $E-GOF_A$ を用いた定量的な評価は対応しており、指標を用いることでより定量的に観測記録との適合度を判断することができる。

5. まとめ

本研究では、波形の振幅と位相の両者を考慮できる FDE¹⁸⁾につい

Fig.11 Comparison of observed and simulated velocity waveforms (band pass filtered 1 to 3 Hz). Target event is the 2004 Rumoi earthquake simulation by Motoki *et al.* (2015)⁵⁾.

Fig.12 Envelope function amplitude $\bar{A}_k$ (top, equation (24)) and phase $\bar{\Delta\theta}_k$ (bottom, equation (25)).

Table8 Comparison GOF for HKD020 and RMIH04

	HKD020			RMIH04			EXCEL.
	NS	EW	UD	NS	EW	UD	
Phase E-GOF _θ	8.81	9.72	7.07	4.95	6.96	3.67	GOOD
Amp. E-GOF _A	7.79	7.60	6.13	4.99	3.35	2.73	FAIR
Total E-GOF _T	7.88	8.49	5.99	4.22	4.05	2.59	POOR

て改良と高度化を行い、適合度評価に適用した。以下に得られた結果をまとめる。

- 1) 既往指標のうち、振幅の指標は位相の誤差の影響を受けて適切に誤差を評価できない場合があるため、そのような影響を受けない改良指標を提案した。
- 2) 既往の位相と振幅の評価指標は1つの周波数のみに対する指標であるため、幅を持った周波数帯域に対する位相と振幅の指標 FDE_θ と FDE_A を提案した。 FDE_θ と FDE_A は評価する周波数帯域の中で振幅の大きな周波数の誤差に重みがかかる指標である。
- 3) これらの指標に対し、Anderson⁹⁾等の既往の指標と振幅に関する評価が概ね同じとなるよう4段階のランク [Excellent, Good, Fair, Poor] を設定した。これらの提案した指標が適切に適合度を評価することができるかを、位相と振幅に誤差を与えた簡易な模擬波形を用いて検証した。
- 4) 位相差分と波形の包絡形の関係を利用して、FDEを応用した波形の包絡形の評価法を提案した。包絡形の評価には隣り合う周波数の成分波の合成波の包絡関数を用い、その振幅と位相を評価することとした。
- 5) 2章で提案した波形の適合度評価指標を、吉村ほか²⁵⁾の強震動予測手法に関するベンチマークテストのVerificationに用い、計算波形同士の適合度を評価した。評価結果は吉村ほか²⁵⁾で述べら

れている定性的な評価と一致しており、それらを定量的に評価できる指標であることを示した。

- 6) 3章で提案した包絡形の適合度評価指標を、元木ほか⁹⁾の地震動シミュレーションのValidationに用い、計算波形と観測記録の適合度を評価した。評価結果は波形の比較による定性的な評価と一致しており、それらを定量的に評価できる指標であることを示した。

なお、複数の観測点を対象とする地震動シミュレーションにおいて本指標により面的に観測記録との適合度を評価することも可能である。多くの地点でEXCELENTやGOODとなった場合は、震源モデルや地下構造モデルなど解析全体の妥当性を示すことができる。POORの地点がある場合は、それが広域で生じているか局所的かに応じて、次のステップにおける震源モデルや特定の地域の地下構造モデルの修正の判断に役立てることができる。

謝辞

防災科学技術研究所による強震観測網 K-NET と KiK-net のデータを利用しました。工学院大学久田研究室 HP より強震動予測手法に関するベンチマークテストのデータを利用しました。2 名の査読者の方々から貴重なご意見を頂きました。ここに記して感謝致します。

参考文献

- 1) Hisada, Y., M. Nagano, A. Nozu, and K. Miyakoshi: Benchmark tests for strong ground motion prediction methods: Case for theoretical methods (Part 1), *AII Journal of Technology and Design*, Vol. 17, No.35, pp. 43-48, 2011.2 (in Japanese) 久田嘉章, 永野正行, 野津厚, 宮腰研: 強震動予測手法に関するベンチマークテスト: 理論的手法の場合(その 1), 日本建築学会技術報告集, 第 17 巻, 第 35 号, pp. 43-48, 2011.2
- 2) Kato, K., Y. Hisada, H. Kawabe, S. Ohno, A. Nozu, A. Nobata, A. Morikawa, and Y. Yamamoto: Benchmark tests for strong ground motion prediction methods: Case

- for stochastic Green's function method (Part 1), *AII Journal of Technology and Design*, Vol. 17, No.35, pp. 49-54, 2011.2 (in Japanese)
- 加藤研一, 久田嘉章, 川辺秀憲, 大野晋, 野津厚, 野畑有秀, 森川淳, 山本優: 強震動予測手法に関するベンチマークテスト: 統計的グリーン関数法の場合(その1), 日本建築学会技術報告集, 第17巻, 第35号, pp. 49-54, 2011.2
- 3) Yoshimura, C., M. Nagano, Y. Hisada, S. Aoi, T. Hayakawa, S. O. Citak, S. Matsushima, and Y. Onishi: Benchmark tests for strong ground motion prediction methods: case for numerical methods (part 1), *AII Journal of Technology and Design*, Vol. 17, No.35, pp. 67-72, 2011.2 (in Japanese)
- 吉村智昭, 永野正行, 久田嘉章, 青井真, 早川崇, S. O. Citak, 松島信一, 大西良広: 強震動予測手法に関するベンチマークテスト: 数値解析手法の場合(その1), 日本建築学会技術報告集, 第17巻, 第35号, pp. 67-72, 2011.2
- 4) Kato, K., Y. Hisada, S. Manabe, A. Nozu, A. Nobata, A. Morikawa, S. Ohno, and Y. Yamamoto: Benchmark tests for the Stochastic Green's Function Method based on strong ground motions observed at the 2004 Kii-hanto-nanto-oki earthquake (M_{JMA}7.1), *Journal of JAEE (Special Issue)*, Vol. 16, No.3, pp.234-244, 2016.1 (in Japanese)
- 加藤研一, 久田嘉章, 眞鍋俊平, 野津厚, 野畑有秀, 森川淳, 大野晋, 山本優: 2004 年紀伊半島南東沖の地震(M_{JMA}7.1)の強震波形に基づく統計的グリーン関数法のベンチマークテスト, 日本地震工学会論文集, 第16巻, 第3号(特集号), pp.234-244, 2016.1
- 5) Motoki, K., K. Kato, and A. Okazaki: Characteristics of strong motions near the source region of the 2004 Rumoi earthquake, *Journal of JAEE (Special Issue)*, Vol. 15, No.7, pp.72-89, 2015.9 (in Japanese)
- 元木健太郎, 加藤研一, 岡崎敦: 2004 年留萌支庁南部の地震の震源近傍における地震動シミュレーション, 日本地震工学会論文集, 第15巻, 第7号(特集号), pp. 72-89, 2015.9
- 6) Anderson, J.G.: Quantitative measure of the goodness-of-fit of synthetic seismograms, in *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver*, B.C., Canada, Paper No. 243, 2004.8
- 7) Bielak, J., R. W. Graves, K. B. Olsen, R. Taborda, L. Ramirez-Guzman, S. M. Day, G. P. Ely, D. Roten, T. H. Jordan, P. J. Maechling, J. Urbanic, Y. Cui, and G. Juve: The ShakeOut earthquake scenario: Verification of three simulation sets, *Geophys. J. Int.*, 180, pp. 375-404, 2010.1
- 8) Chaljub, E., P. Moczo, S. Tsuno, P.-Y. Bard, J. Kristek, M. Käser, M. Stupazzini, and M. Kristeková: Quantitative comparison of four numerical predictions of 3D ground motion in the Grenoble valley, France, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, Vol. 100, No. 4, pp. 1427-1455, 2010.8
- 9) Olsen, K. B. and J. E. Mayhew: Goodness-of-fit criteria for broadband synthetic seismograms, with application to the 2008 Mw 5.4 Chino Hills, California, earthquake, *Seismol. Res. Lett.*, Vol. 81, No. 5, pp. 715-723, 2010.9
- 10) Ramírez-Guzmán, L., O. S. Boyd, S. Hartzell, and R. A. Williams: Seismic velocity model of the central United States (Version 1): Description and simulation of the 18 April 2008 Mt. Carmel, Illinois, earthquake, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, Vol. 102, No. 6, pp. 2622-2645, 2012.12
- 11) Dhakal, Y. P. and H. Yamanaka: 3-D Finite Difference Simulation of Long-Period Ground Motions for the Performance Analysis of two Subsurface Velocity Models of the Kanto Basin Using Moderate Magnitude Earthquakes, *Joint Conf. Proceedings: 9th Intl. Conf. on Urban Earthq. Engg. & 4th Asia Conf. on Earthq. Engg.*, March 6-8, Tokyo, Japan, paper ID 01-230, pp. 373-382, 2012.3
- 12) Dreger, D. S., G. C. Beroza, S. M. Day, C. A. Goulet, T. H. Jordan, P. A. Spudich, and J. P. Stewart: Validation of the SCEC broadband platform V14.3 simulation methods using pseudospectral acceleration data, *Seismol. Res. Lett.*, Vol. 86, No. 1, pp. 39-47, 2015.1
- 13) Goulet, C. A., N. A. Abrahamson, P. G. Somerville, and K. E. Wooddell: The SCEC Broadband Platform Validation Exercise: Methodology for Code Validation in the Context of Seismic-Hazard Analyses, *Seismol. Res. Lett.*, Vol.86, No.1, pp. 17-26, 2015.1
- 14) Melgar, D., R. J. LeVeque, D. S. Dreger, and R. M. Allen: Kinematic rupture scenarios and synthetic displacement data: An example application to the Cascadia subduction zone, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, Vol. 121, No. 9, pp. 6658-6674, 2016.8
- 15) Kristeková, M., J. Kristek, P. Moczo, and S. M. Day: Misfit criteria for quantitative comparison of seismograms, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 96, No. 5, pp. 1836-1850, 2006.10
- 16) Kristeková, M., J. Kristek, and P. Moczo: Time-frequency misfit and goodness-of-fit criteria for quantitative comparison of time signals, *Geophys. J. Int.*, Vol. 178, pp. 813-825, 2009.3
- 17) Nakamura, T., H. Takenaka, T. Okamoto, and Y. Kaneda: FDM simulation of seismic wave propagation for an aftershock of the 2009 Suruga Bay earthquake: Effects of ocean-bottom topography and seawater layer, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 102, No. 6, pp. 2420-2435, 2012.12
- 18) Dragovich, J. J. and A. Lepage: FDE index for goodness-of-fit between measured and calculated response signals, *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, Vol. 38, pp. 1751-1758, 2009.9
- 19) Lepage, A., M. W. Hopper, S. A. Delgado, and J. J. Dragovich: Best-fit models for nonlinear seismic response of reinforced concrete frames, *Engineering Structures*, Vol. 32, pp. 2931-2939, 2010.6
- 20) Rodrigues, H., H. Varum, A. Arêde, and A. Costa: Comparative efficiency analysis of different nonlinear modeling strategies to simulate the biaxial response of RC columns, *Earthq. Eng. & Eng. Vib.*, Vol. 11, No. 4, pp. 553-566, 2012.12
- 21) Ohsaki, Y., R. Iwasaki, I. Ohkawa, and T. Masao: A study on phase characteristics of earthquake motions and its applications, *Proc. of 5th Japan Earthq. Engr. Symp.*, pp. 201-207, 1978. (in Japanese)
- 大崎順彦, 岩崎良二, 大川 出, 政尾亨: 地震波の位相特性とその応用に関する研究, 第5回日本地震工学シンポジウム講演集, pp. 201-207, 1978.
- 22) Izumi, M., and H. Katsukura: A fundamental study on extraction of phase-information in earthquake motions, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, No.327, pp. 20-26, 1983.5 (in Japanese)
- 和泉正哲, 勝倉裕: 地震動の位相情報に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第327号, pp. 20-26, 1983.5
- 23) Katsukura, H., T. Watanabe, and M. Izumi: A study on the phase properties of seismic waves, *Proc. of 5th Japan Earthq. Engr. Symp.*, pp. 209-216, 1978.
- 24) Yamane, T. and S. Nagahashi: A study on a generation of simulated earthquake ground motion considering phase difference characteristics: Part 1 Theoretical background of the relationship between phase difference distribution and envelope characteristics, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, No.553, pp. 49-56, 2002.3 (in Japanese)
- 山根尚志, 長橋純男: 位相差分特性を考慮した設計用模擬地震動作成に関する研究 その1 位相差分分布と地震動経時特性の関係に関する理論的背景, 日本建築学会構造系論文集, 第553号, pp. 49-56, 2002.3
- 25) Yoshimura, C., M. Nagano, Y. Hisada, S. Aoi, A. Iwaki, T. Hayakawa, S. O. Citak, S. Matsushima, and H. Kawabe: Benchmark tests for strong ground motion prediction methods: case for numerical methods (part 3), *AII Journal of Technology and Design*, Vol. 19, No. 41, pp. 65-70, 2013.2 (in Japanese)
- 吉村智昭, 永野正行, 久田嘉章, 青井真, 岩城麻子, 早川崇, S. O. Citak, 松島信一, 川辺秀憲: 強震動予測手法に関するベンチマークテスト: 数値解析手法の場合(その3), 日本建築学会技術報告集, 第19巻, 第41号, pp. 65-70, 2013.2

THE GOODNESS-OF-FIT BETWEEN OBSERVED AND SIMULATED WAVES

Modification of the frequency domain error and application to verification and validation

Fumino SUZUKI^{*1}, *Kenichi KATO*^{*2} and *Tetsushi WATANABE*^{*3}

^{*1} Kobori Research Complex Inc., M.Eng.

^{*2} Senior General Manager, Kobori Research Complex Inc., Dr.Eng.

^{*3} Assist. General Manager, Kobori Research Complex Inc., Dr.Eng.

Verification and validation (V & V) are important the simulation of seismic waves. To objectively perform the V & V, indexes to quantitatively evaluate the goodness of fit (GOF) between observed and simulated waves is needed. In this study, we proposed indexes of GOF considering both the amplitude and the phase of the waveform.

The main points of this paper are summarized as follows.

- 1) The indexes are originally derived from the frequency domain error (FDE) proposed by Dragovich and Lepage (2009)¹⁸⁾. We modified the FDE to expand finite frequency bands.
- 2) We also newly propose the GOF of envelope of waveform based on the similar concept of FDE.
- 3) The indexes were correlate to four ranks from Excellent, Good, Fair, and Poor. These ranks are almost corresponding to the previous studies (Anderson (2004)⁶⁾ etc.). We check the effectiveness of these indexes and their ranks by artificially generated waves.
- 4) We apply the proposed indexes to V & V of benchmark tests for strong ground motion prediction methods (Yoshimura *et al.*, 2013²⁵⁾), and strong motion simulations of the 2004 Rumoi earthquake (Motoki *et al.*, 2015⁵⁾). We conclude that the indexes can quantitatively judge the GOF between observed and simulated waves.

(2018年5月9日原稿受理, 2018年6月19日採用決定)