セメントペーストのレオロジー定数測定と
マーカー粒子粘塑性有限要素法によるセメントペーストフロー解析RHEOLOGICAL CONSTANTS MEASUREMENT OF CEMENT PASTE AND CEMENT PASTE FLOW
ANALYSIS BY MARKER PARTICLE VISCO-PLASTIC FINITE ELEMENT METHOD山田 義智^{*1}, 東舟道 裕亮^{*2}, 上原 義己^{*3}, 崎原 康平^{*4}
*Yoshitomo YAMADA, Yusuke HIGASHIFUNAMICHI, Yoshiki UEHARA
and Kohei SAKIHARA*

In this study, the flow curve of cement paste was obtained by using a rotational viscometer for the purpose of expressing the flow characteristics of cement paste. The rheological constant was obtained by approximating this flow curve by Bingham model. Using the obtained rheological constants as input values, the cement paste flow test results were analytically reproduced by the proposed marker particle viscoplastic finite element method.

The results obtained by the analysis agreed well with the experimental results. Therefore, it was found that the marker particle visco-plastic finite element method and the rheological constants obtained by the experiment are effective.

Keywords : Cement paste, Flow curve, Rheological constants, Marker particle visco-plastic finite element method

セメントペースト, 流動曲線, レオロジー定数, マーカー粒子粘塑性有限要素法

1. はじめに

セメントペースト（以後、ペーストと略す）、モルタル、コンクリートなどのセメント系材料の流動解析を行う際には、その材料の流動特性を表すレオロジー定数が必要である。これらセメント系材料のレオロジー定数の測定方法としては、回転翼型粘度計¹⁾、球引上げ粘度計²⁾、回転粘度計³⁾、せん断ボックス試験⁴⁾、傾斜フロー試験⁵⁾、J型フロー試験⁶⁾など多くの試験方法が試されている。しかし、その一方で、試験装置毎に測定されるレオロジー定数の値が異なることも報告されている⁷⁾。この理由は、各試験装置の特性に起因する試料の流動抵抗性を見掛けのレオロジー定数としている場合や、コンクリート中の骨材の影響なども一因として考えられる。さらに、セメント系材料には非ニュートン性、流動履歴依存性の一種であるチクソトロピー性やダイラタンシー性があるとされており^{8),9)}、これらの特性を意識して測定結果を処理してレオロジー定数を求めないと、セメント系材料の流動特性を正確に表すことのできるレオロジー定数とはならない。

そこで、本研究では、レオロジー試験に、回転粘度計の中で最も高精度測定に適していると言われる¹⁰⁾外円筒回転式の共軸二重円

筒回転粘度計（以後、回転粘度計と略す）を用いた。試験試料は、骨材の影響がなく、回転粘度計の二重円筒の内外径比を小さくできるペースト試料を用いた。ペーストのレオロジー定数は、測定したせん断ひずみ速度とせん断応力の関係（以後、流動曲線と称す）より決定した。なお、流動曲線は、複数のせん断ひずみ速度を負荷している時間（以後、ずり時間と称す）毎に求め、ペーストが有する流動履歴依存性を考慮している。また、本研究では、ペーストのフロー試験を行い、その流動特性を観察した。

さらに、本研究では、セメント系材料を念頭に、粘塑性流体の非ビンガム性、チクソトロピー性を含む流動履歴依存性、および圧力依存性を考慮した流動構成式を超過応力理論より導いた。この流動構成式にて、ペーストのレオロジー試験で得られた流動曲線の考察を行う。そして、ペーストフロー試験を対象に、軸対称問題として粘塑性流体の運動方程式と連続の式を導き、これらを考慮したマーカー粒子粘塑性有限要素法を提案した。このマーカー粒子粘塑性有限要素法と、回転粘度計で測定したペーストのレオロジー定数を用いて、フロー試験で得られる経過時間に伴うペーストの広がり（以後、広がり曲線と称す）を再現して実測結果と比較することで、測

^{*1} 琉球大学工学部工学科 教授・博士(工学)

^{*2} 琉球大学工学部工学科 技術職員・修士(工学)

^{*3} 岐阜工業高等専門学校建築学科 助教・修士(工学)

^{*4} 琉球大学工学部工学科 助教・博士(工学)

Prof., School of Eng., Faculty of Eng., University of the Ryukyus, Dr.Eng.

Technical Staff, Dept. of Eng., Faculty of Eng., University of the Ryukyus, M.Eng.

Assist. Prof., Dept. of Architecture, National Institute of Technology, Gifu College, M.Eng.

Assist. Prof., School of Eng., Faculty of Eng., University of the Ryukyus, Dr.Eng.

定したレオロジー定数とマーカー粒子粘塑性有限要素法の有効性についても検討した。

なお、本研究と同様に粘塑性有限要素法にて流動解析を行う方法は、すでに森ら¹¹⁾や渡辺ら¹²⁾によって提案されている。これらの解析法と本解析方法の違いは、ビンガムモデルにすることで生じる非線形剛性方程式を直接反復法で解くことであり(4.2(2)参照)、それによって解析精度を上げることが期待できる。

2. 使用材料と調合およびレオロジー試験とフロー試験の概要

2. 1 使用材料と調合

本研究で用いたペースト試料は、文献 13)と同じであり、後述するフロー試験結果とレオロジー試験の結果の一部も同じである。

使用したセメントは、普通ポルトランドセメントおよび中庸熱ポルトランドセメントの2種類であり、練混ぜ水は上水道水を用いた。なお、文献 13)において、ポリカルボン酸エーテル系化合物の高性能 AE 減水剤を用いたペーストは、降伏値がマイナス値となる場合がほとんどであり、回転粘度計の円筒界面でペーストの滑りが生じていると考えられた。そこで、本研究では、ペーストの粘りが増加し円筒界面で滑り難く、正確なレオロジー測定が可能な増粘剤一液型高性能 AE 減水剤(SP-SDC)を使用した試料について検討した。

Table1 にペースト作製に使用した材料の種類と物性を示し、ペースト調合を Table2 に示す。セメントの使用量は 1000g で統一し、水量を変えて水セメント比(W/C)を 35%と 40%の2種類とした。また、SP-SDC の使用量は、0.7%、1.0% (セメント質量比)の2パターンとした。

なお、W/C の範囲と SP-SDC の使用量は、レオロジー試験中に材料分離を起こさず、また、用いた回転粘度計の回転速度 60rpm 以上でもせん断応力が測定できるように、予備実験を行い設定した。

ペーストは、セメントに注水して2分間練混ぜ、混和剤の効果発現を待って5分間静置した後に再び20分間練混ぜてから、直ちにフロー試験とレオロジー試験に供した。なお、ペーストの練混ぜにはホバートミキサを用いた。

Table1 Materials used in cement paste

Material	Symbol	Type / Properties
Water	W	Tap water
Cement	N	Ordinary Portland cement
		Density : 3.16 (g/cm ³)
	M	Specific surface area : 3430 (cm ² /g)
		Moderate heat Portland cement
		Density : 3.21 (g/cm ³)
Chemical admixtures	SP-SDC	Specific surface area : 3560 (cm ² /g)
		thickener one-component type
		high performance AE water reducing agent

Table2 Mixture proportions

Sample name	Types of cement	W/C (%)	SP-SDC Admixture (C×%)	Density of paste (g/cm ³)
N35SP-SDC0.7	Ordinary portland cement (N)	35	0.7	2.03
N35SP-SDC1.0		35	1.0	2.03
N40SP-SDC0.7		40	0.7	1.95
N40SP-SDC1.0	Moderately heat portland cement (M)	40	1.0	1.95
M35SP-SDC0.7		35	0.7	2.04
M35SP-SDC1.0		35	1.0	2.04
M40SP-SDC0.7		40	0.7	1.97
M40SP-SDC1.0		40	1.0	1.97

2. 2 フロー試験の概要

フロー試験は JIS R5201 セメントの物理試験方法で規定するフロー試験用のフローコーンにて、800×800mm の鋼製フロー板上で無振動にて行った。フロー板上にはペーストの広がり量を計測するために目盛りを書き込み、フローコーン上部に設置したビデオカメラによって、コーン引き上げ直後からペーストの広がりを測定した。ペーストの広がり量は、0~2秒の間は0.5秒刻み、2~5秒の間は1.0秒刻み、5秒以降は5.0秒刻みで流動停止時刻を含めて測定した。流動停止は目視にて判断した。なお、フロー値は、ペーストの広がり量の最大直径とその直角となる方向の直径との平均値とした。フロー試験は各試料で2回ずつ行い、測定結果はその平均を用いた。

2. 3 レオロジー試験の概要

レオロジー試験は各試料で3回ずつ行った。測定装置は、回転粘度計を使用した。回転粘度計の外円筒と内円筒のサイズはそれぞれφ70×120mm、φ65×35mmであり、内円筒と外円筒のギャップを2.5mmと狭くした。試験は5組の回転速度(5,10,20,40,60rpmもしくは5,10,20,60,100rpm)を一定として300秒間与え続け、2秒間隔でせん断応力を測定した。ここで、せん断ひずみ速度を負荷している時間がずり時間である。

Fig.1(a)には上記の測定法で求めた5組の回転速度毎のずり時間とせん断応力の関係(以後、応力緩和曲線と称す)の概略図を示す。この Fig.1(a)を用いて、任意のずり時間に対応したせん断ひずみ速度とせん断応力の関係をプロットすることで、ずり時間に対応した流動曲線を描くことが出来る¹⁴⁾(Fig.1(b)参照)。ここで、せん断ひずみ速度は各回転速度から、Table3 に示すような関係で変換した。この変換に用いる数式や内円筒底面のトルクへの影響の補正方法等のレオロジー試験の詳細は文献 15)を参照されたい。また、レオロジー定数(降伏値、塑性粘度等)は、Fig.1(b)に示す流動曲線を開数近似して求めた。

ペーストのような懸濁液では、ずり時間によりレオロジー特性が変化するチクソトロピー性を有する場合がある。そこで、本研究では、以下のずり時間①~④の各条件で流動曲線を描き、ずり時間に応じたレオロジー定数を求めた。

(a) Stress relaxation curves

(b) flow curves

Fig.1 Conversion from Stress relaxation curves to flow curves

Table3 Conversion from rotational speed to shear strain rate

Rotational speed (rpm)	Shear strain rate (1/s)
5	7.6
10	15.2
20	30.4
40	60.8
60	91.2
100	152.0

ずり時間①：ずり時間 2 秒

ずり時間②：ずり時間 2 秒と各試料のフロー停止時間と同じずり時間との中間時間

ずり時間③：各試料のフロー停止時間と同じずり時間

ずり時間④：ずり時間 300 秒

ここで、ずり時間①の 2 秒後は、本実験で用いた回転粘度計で試料の流れが層流と見なせてせん断応力とせん断ひずみ速度が測定できると判断される最初の測定時間であり、得られた流動曲線とレオロジー定数はペースト流動初期の状態を表す値として採用した。また、ずり時間②で得られる流動曲線とレオロジー定数は、ペーストの流動初期とフロー停止時の中間的な特性値として採用した。さらに、ずり時間③で得られる流動曲線とレオロジー定数は、フロー停止時間に相当する流動後期を表すものとして採用し、ずり時間④のずり時間 300 秒で得られる流動曲線とレオロジー定数は、ペースト流動の定常状態を表すものとして採用した。これらのずり時間①～④で求めた流動曲線およびレオロジー定数の詳細については、3.2 節にて示す。

3. フロー試験結果とレオロジー試験結果について

3. 1 各試料のフロー特性

ペーストの広がり L は、ビデオ画像を基に経過時間毎に計測して求めた。一例として Fig.2 に N35SP-SDC0.7 試料の計測結果を示す。Fig.2 中のペーストの広がり L と経過時間 t の関係が広がり曲線である。ここで、ペーストの広がり L は、広がり最大直径とその直角な方向の直径との平均値とした。最大のペーストの広がり L の値がフロー値 S_f であり、その最大値に達するのに要した時間がフロー停止時間 t_s である。

本研究では、上記の広がり曲線、フロー値 S_f 、フロー停止時間 t_s をスランブフロー試験で得られる流動特性とする。Table4 には各試料のフロー値 S_f とフロー停止時間 t_s を纏めて示す。

Fig.2 Flow Spread curve

Table4 Characteristic value of paste flow

Sample name	Flow value S_f (mm)	Flow stopped time t_s (sec)
N35SP-SDC0.7	277	21.02
N35SP-SDC1.0	267	18.67
N40SP-SDC0.7	273	15.75
N40SP-SDC1.0	285	18.89
M35SP-SDC0.7	241	9.96
M35SP-SDC1.0	248	12.82
M40SP-SDC0.7	290	16.41
M40SP-SDC1.0	304	16.22

3. 2 各試料のレオロジー定数

ここでは、2.3 節にて示す手法にて流動曲線とレオロジー定数を求めた。Fig.3 に今回の試料の中で水セメント比が低く混和剤が少ない M35SP-SDC0.7 試料 (Fig.3(a)) と、水セメント比が高く混和剤が多い M40SP-SDC1.0 試料 (Fig.3(b)) の第一回目のレオロジー試験で得られた流動曲線を代表として示す。Fig.3(a),(b)中の 4 つの流動曲線は、2.3 節で示したずり時間①～④に各々対応するものである。Fig.3(a),(b)からずり時間に伴い、同じせん断ひずみ速度でもせん断応力が低下するチクソトロピー性が確認できる。

非ビンガム性は、ずり時間①において、M40SP-SDC1.0 試料ともう 1 ケース (M40SP-SDC0.7 試料) で軟化型の非ビンガム性が認められたが、ビンガム近似による決定係数 R^2 は全て 0.91 以上であり、本研究で用いた試料の流動曲線はビンガムモデルで表せると判断した。このビンガム近似により、ずり時間①～④毎に降伏値と塑性粘度を全試料で求めた。なお、降伏値は、Fig.3 のせん断応力軸の切片の値であり、塑性粘度は各直線の勾配である。

Fig.3 Bingham approximation of flow curves

全試料の 3 回分の降伏値と塑性粘度をずり時間①～④毎にまとめて Table5 に示す。Table5 に示す降伏値と塑性粘度の下側には、対応する 3 回分の平均値 (Table6 参照) からの誤差率 ($|各測定値 - 平均値| / 平均値$ の百分率) を求め []内に示す。なお、降伏値および塑性粘度の平均誤差率は、降伏値で 8.3%、塑性粘度で 5.1%であった。

Fig.4 にずり時間①のレオロジー定数を基準として、ずり時間②、③および④のレオロジー定数との相関関係を示す。Fig.4 中の実線はずり時間①と各ずり時間との関係を表した近似直線であり、直線の傾きが 1.0 に近いほど、各ずり時間のレオロジー定数はずり時間①に近い値となる。また、Fig.4 中の点線は、上下 95%予測区間を表している。Fig.4(c)に示すように、ずり時間①とずり時間④の降伏値の相関は若干低い、それ以外のずり時間②、③のレオロジー定数には高い相関が認められる (Fig.4(a),(b),(d),(e),(f)参照)。

ずり時間①と比べて、ずり時間②、③の降伏値の低下は約 2%程度と小さいが (Fig.4(a),(b)参照)、ずり時間④では降伏値が約 37%低下している (Fig.4(c)参照)。一方、塑性粘度はずり時間①を基準として、②、③、④の順で、約 78%、約 69%、そして約 43%と次第に小さくなっている (Fig.4 (d),(e),(f)参照)。

ずり時間が 300 秒のずり時間④においては、他のずり時間よりもレオロジー定数の低下が大きい。これはペーストのチクソトロピー性が原因とも考えられるが、長時間せん断ひずみ速度を与え続けることによる水とセメントの分離による影響の可能性も考えられる。

Table5 List of rheological constants of each sample

Sample name	Times	Shear time ①		Shear time ②		Shear time ③		Shear time ④	
		η (Pa·s)	τ_y (Pa)	η (Pa·s)	τ_y (Pa)	η (Pa·s)	τ_y (Pa)	η (Pa·s)	τ_y (Pa)
N35 SP-SDC0.7	1st	1.90 [6.4]	13.46 [18.0]	1.55 [8.6]	12.97 [23.6]	1.38 [8.0]	14.43 [20.0]	0.85 [3.5]	12.83 [13.3]
	2nd	1.63 [9.1]	19.63 [19.5]	1.31 [8.6]	18.65 [9.9]	1.16 [9.0]	19.51 [8.1]	0.74 [10.6]	15.43 [4.3]
	3rd	1.84 [2.7]	16.18 [1.5]	1.43 [0.0]	19.31 [13.7]	1.29 [1.1]	20.19 [11.9]	0.88 [7.1]	16.12 [9.0]
N35 SP-SDC1.0	1st	2.12 [6.7]	23.98 [21.1]	1.64 [6.2]	24.09 [15.8]	1.45 [6.9]	23.98 [13.6]	0.87 [15.0]	16.17 [2.9]
	2nd	2.08 [4.4]	18.55 [6.3]	1.59 [2.9]	19.99 [3.9]	1.39 [2.6]	20.24 [4.1]	0.83 [8.7]	14.11 [10.3]
	3rd	1.77 [11.1]	16.87 [14.8]	1.40 [9.1]	18.34 [11.9]	1.23 [9.4]	19.11 [9.5]	0.58 [23.7]	16.88 [7.4]
N40 SP-SDC0.7	1st	0.99 [7.3]	16.25 [25.8]	0.82 [7.8]	16.68 [24.5]	0.73 [7.8]	16.39 [20.3]	0.50 [5.0]	8.11 [11.6]
	2nd	1.05 [1.2]	13.06 [1.1]	0.87 [1.7]	13.57 [1.3]	0.77 [2.2]	14.12 [3.6]	0.56 [6.6]	6.54 [10.0]
	3rd	1.16 [8.5]	9.44 [26.9]	0.97 [9.6]	9.93 [25.8]	0.87 [10.0]	10.37 [23.9]	0.51 [1.6]	7.15 [1.6]
N40 SP-SDC1.0	1st	1.00 [4.0]	18.00 [11.2]	0.76 [3.2]	16.13 [0.7]	0.68 [2.0]	16.22 [0.1]	0.42 [0.5]	9.13 [5.5]
	2nd	1.06 [1.5]	16.44 [1.6]	0.79 [0.3]	16.95 [5.8]	0.69 [0.0]	16.69 [3.0]	0.45 [8.6]	8.65 [10.5]
	3rd	1.07 [2.5]	14.11 [12.8]	0.82 [3.5]	14.97 [6.5]	0.71 [2.0]	15.70 [3.1]	0.38 [8.1]	11.20 [16.0]
M35 SP-SDC0.7	1st	1.47 [1.2]	24.99 [5.5]	1.21 [0.1]	26.12 [2.2]	1.08 [0.1]	27.17 [2.4]	0.59 [3.4]	19.52 [6.0]
	2nd	1.48 [1.8]	25.70 [2.8]	1.21 [0.1]	25.93 [2.9]	1.08 [0.1]	27.26 [2.1]	0.55 [8.6]	22.62 [8.9]
	3rd	1.41 [3.1]	28.63 [8.3]	1.21 [0.1]	28.09 [5.1]	1.08 [0.1]	29.07 [4.5]	0.68 [12.0]	20.17 [2.9]
M35 SP-SDC1.0	1st	1.53 [1.0]	25.83 [1.0]	1.10 [1.5]	24.21 [0.5]	0.98 [0.7]	21.94 [1.4]	0.62 [13.8]	12.02 [8.1]
	2nd	1.51 [2.8]	27.96 [9.3]	1.12 [0.5]	24.92 [3.5]	0.99 [0.5]	23.30 [4.8]	0.78 [9.3]	12.23 [10.0]
	3rd	1.61 [3.8]	22.94 [10.3]	1.13 [1.0]	23.12 [0.2]	0.99 [0.2]	21.49 [3.4]	0.75 [4.6]	9.11 [18.1]
M40 SP-SDC0.7	1st	0.59 [3.7]	17.47 [1.3]	0.42 [7.1]	16.76 [4.6]	0.39 [7.9]	16.25 [5.9]	0.28 [5.9]	9.51 [5.1]
	2nd	0.64 [5.4]	16.92 [1.9]	0.50 [10.1]	14.99 [6.4]	0.47 [11.7]	14.12 [8.0]	0.32 [5.1]	9.45 [4.5]
	3rd	0.60 [1.7]	17.36 [0.6]	0.44 [3.0]	16.31 [1.8]	0.41 [3.9]	15.66 [2.0]	0.30 [0.8]	8.17 [9.6]
M40 SP-SDC1.0	1st	0.56 [5.2]	15.49 [7.5]	0.41 [5.5]	13.81 [8.2]	0.38 [6.1]	13.18 [9.9]	0.26 [2.1]	7.16 [5.4]
	2nd	0.57 [3.3]	15.00 [4.0]	0.42 [3.7]	13.18 [3.3]	0.39 [3.7]	12.36 [3.1]	0.24 [4.7]	7.15 [5.3]
	3rd	0.64 [8.5]	12.76 [11.5]	0.47 [9.2]	11.30 [11.5]	0.45 [9.8]	10.43 [13.0]	0.26 [2.6]	6.06 [10.8]

*[: error rate(%)

Fig.4 Comparison of rheological constants of shear time ① with rheological constants of shear time ②, ③ and ④

4. 流動構成式と運動方程式およびマーカー粒子粘塑性有限要素法

ここでは、超過応力理論を用いてペーストの流動構成式を導くとともに、得られた流動構成式を用いて、3.2 節で得た流動曲線およびレオロジー定数の変化を考察する。さらに、ペーストフロー試験を対象として軸対称問題の運動方程式を導き、連続の式を満足して運動方程式を解くマーカー粒子粘塑性有限要素法についても記す。

4. 1 粘塑性流体の流動構成式の導出と流動曲線の考察

(1) 流動構成式の導出

対象とする粘塑性流体の流動特性は、非ビンガム性を有し、過去に経験した流動履歴により変化するものとする¹⁶⁾。また、降伏値は圧力依存性があるものとする¹⁷⁾。さらに、塑性ひずみ速度は、超過応力そのものに比例する王・井上らが提案する超過応力モデル¹⁸⁾に従うとすると、粘塑性ポテンシャル Q による流れ則である次式より、粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ が求められる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \gamma \langle \phi(F^n) \rangle \frac{\partial Q}{\partial \tau_{ij}} \quad (1)$$

ここで、 γ は実験定数、 F は降伏関数、関数 ϕ は後に示すように非ビンガム性を表す為に降伏関数 F のべき乗(べき乗数は n)として導入している。また、 τ_{ij} は応力を表し、 $\langle \phi(F^n) \rangle$ は以下に示す様に粘塑性流体の流動状態により、以下のように表される。

$$\langle \phi(F^n) \rangle = \begin{cases} 0 & (F \leq 0 : \text{不動状態}) \\ F^n & (F > 0 : \text{流動状態}) \end{cases} \quad (2)$$

降伏関数 F は、圧力依存のある以下の Drucker-Prager の降伏関数を採用する。

$$F = aJ_1 + \sqrt{J_2} - \tau_y \quad (3)$$

ここで、 J_1 は応力の第一不変量であり、 J_2 は偏差応力 τ'_{ij} の第二不変量で $J_2' = \frac{1}{2} \tau'_{ij} \tau'_{ij}$ ある。また、 a は0以上の定数である。

関連流れ則を適用して粘塑性ポテンシャル Q を Drucker-Prager の降伏関数とすると、体積膨張ひずみ速度が生じ、流動中に体積が増加することになる¹⁷⁾。しかし、今回行った回転粘度計の測定においては、粘塑性流体は非圧縮として扱っていることや、対象としたペーストは流動中に明瞭な体積増加は認められないことから、本研究においては、粘塑性流体は非圧縮性で降伏条件が応力の第一不変量に依存しない Mises の降伏関数を粘塑性ポテンシャル $Q (= \sqrt{J_2} - \tau_y)$ とする非関連流れ則を適用した。従って、式(1), (2), (3)より流動状態における粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ は以下のように表せる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \gamma (aJ_1 + \sqrt{J_2} - \tau_y)^n \frac{\partial (\sqrt{J_2} - \tau_y)}{\partial \tau_{ij}} \quad (4)$$

ここで、 $\tau_y^p = -aJ_1 + \tau_y$ とし、 τ_y^p を圧力により変化する降伏値として式(4)に導入し、実験定数の γ を塑性粘度 η の逆数として式(4)をさらに展開すると以下のように表せる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \frac{1}{2\eta} (\sqrt{J_2} - \tau_y^p)^n \frac{\tau'_{ij}}{\sqrt{J_2}} \quad (5)$$

粘塑性流体の履歴依存を考慮するため、金属材料の履歴依存性であるバウシニング効果を表すのに用いられる背応力 α_{ij} を用いる¹⁶⁾。ここで、偏差応力 τ'_{ij} から背応力 α_{ij} の偏差成分 α'_{ij} を減じた新たな偏差応力 $s'_{ij} (= \tau'_{ij} - \alpha'_{ij})$ を導入すると新たな偏差応力の第二不変量は $S_2' = \frac{1}{2} s'_{ij} s'_{ij}$ となる。式(5)の偏差応力の第二不変量 J_2 と偏差応力 τ'_{ij} を各々 S_2' と s'_{ij} に置き換えると次式となる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \frac{1}{2\eta} (\sqrt{S_2'} - \tau_y^p)^n \frac{s'_{ij}}{\sqrt{S_2'}} \quad (6)$$

ここで、式(6)を変形して新たな偏差応力 s'_{ij} を粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ で表すと以下の式となる。

$$s'_{ij} = \tau'_{ij} - \alpha'_{ij} = \frac{(2\eta \sqrt{J_2'})^{\frac{1}{n}} + \tau_y^p}{\sqrt{J_2'}} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \quad (7)$$

ここで、 $J_2' = \frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$ で粘塑性ひずみ速度の第二不変量である。

上式は流動状態の粘塑性流体の偏差応力 τ'_{ij} と粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^{vp}_{ij}$ の関係を表している。これを応力 τ_{ij} と粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^{vp}_{ij}$ の関係とすると次式となり、これが本研究で提案する粘塑性流体の流動構成式となる。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + \alpha_{ij} + \frac{(2\eta\sqrt{J_2})^{\frac{1}{n}} + \tau_y^p}{\sqrt{J_2}} \dot{\epsilon}^{vp}_{ij} \quad (8)$$

ここで、 P は静水圧、 δ_{ij} はクロネッカーデルタである。

(2) 導出した流動構成式による流動曲線の考察

ここでは、前項にて導出した粘塑性流体の流動構成式を用いて、3.2節で得られた流動曲線を考察する。

式(8)をせん断応力 τ_{xy} とせん断粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^{vp}_{xy}$ の関係とすると次式となる。

$$\tau_{xy} = (2\eta\dot{\epsilon}^{vp}_{xy})^{\frac{1}{n}} + \tau_y^p + \alpha_{xy} \quad (9)$$

式(9)において、 τ_{xy} は回転粘度計で測定されるせん断応力 τ であり、 $2\dot{\epsilon}^{vp}_{xy}$ はせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ であることから、回転粘度計で測定されるせん断応力 τ とせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ の関係は次式となる。

$$\tau = (\eta\dot{\gamma})^{\frac{1}{n}} + \tau_y^p + \alpha_{xy} \quad (10)$$

式(10)のべき乗数 n は流動曲線の非ビンガム性を決定づけるものであり、Fig.5に示すように $n=1$ の場合はビンガムモデルとなる。一方、 $0 < n < 1$ の場合は硬化型の非ビンガムモデルとなり、 $n > 1$ の場合は軟化型の非ビンガムモデルとなる。

Fig.6は、3.2節でも示したM35 SP-SDC0.7試料の流動曲線である。Fig.6より、ずり時間①～④で流動曲線は $n=1$ として、非線形性のないビンガムモデルで近似できる。なお、3.2節で記したように、今回使用したペースト試料は、全試料とも全てのずり時間下で、 $n=1$ のビンガムモデルで流動曲線が近似できる。

式(10)において、背応力 α_{xy} は流体が経験した履歴により非ビンガムモデルに付加される応力である。Fig.6の破線矢印が背応力 α_{xy} による応力変化を表している。ここで、背応力 α_{xy} はずり時間が増えるるとせん断応力が低下する方向に働き、チクソトロピー性を示している。また、その低下率はせん断ひずみ速度の大きさにも依存していることがわかる。

様々な調合によるペースト試料では、セメントの凝集の影響¹⁵⁾や、コンクリート温度等によってもべき乗数 n が変化することも考えられる。また、背応力 α_{xy} もずり時間とせん断ひずみ速度のみならず、流動が停止している時間に生じる回復効果等も考えられる¹⁵⁾。従って、べき乗数 n と背応力 α_{xy} に関する詳細な考察及び定式化については、今後の検討課題としたい。

Fig.5 Various flow curves

Fig.6 Description of back stress using flow curves

なお、圧力により変化する降伏値 τ_y^p については、今回用いた回転粘度計の測定では、圧力依存性を考慮した測定は行っていない。よって、本研究では $a=0$ とし圧力の影響は考慮せず、 $\tau_y^p = \tau_y$ とした。

(3) 流動解析に用いる流動構成式について

前項で得られた結果より、本研究で行うペーストの流動解析に用いる流動構成式では、べき乗数 $n=1$ のビンガムモデルとし、降伏値には圧力依存性を考慮しない。また、背応力 α_{xy} は定式化できていないので、各ずり時間で得られた降伏値と塑性粘度を用いることで、間接的にチクソトロピー性を考慮した解析を行うこととし、構成式より省く。以上を考慮すると、式(8)の流動構成式は以下のように表せる。

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}}\right) \dot{\epsilon}^{vp}_{ij} \quad (11)$$

ここで、 $\Pi = 2\dot{\epsilon}^{vp}_{ij}\dot{\epsilon}^{vp}_{ij}$ である。

ところで、理想的なビンガムモデルはせん断ひずみ速度が0の場合、せん断応力が降伏値以下で不定となり解析が行えない。そこで、本解析で用いる構成式は、降伏前の流動基準 Π_c 以下における流体(ペースト)は、非常に高い粘性とする bi-viscosity モデルを適用した^{16),17),19)}。このモデルによる構成式は次式のように記される。

$$\begin{cases} \text{降伏後: } \tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}}\right) \dot{\epsilon}^{vp}_{ij}, & \Pi \geq \Pi_c \\ \text{降伏前: } \tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi_c}}\right) \dot{\epsilon}^{vp}_{ij}, & \Pi < \Pi_c \end{cases} \quad (12)$$

本解析では流動基準 Π_c を $0.01(1/\text{sec}^2)$ と $0.001(1/\text{sec}^2)$ の小さい値で設定し、全要素の $\Pi = 2\dot{\epsilon}^{vp}_{ij}\dot{\epsilon}^{vp}_{ij}$ の値が Π_c 値より小さくなると流動停止と判断した。なお、流動基準 Π_c の設定値の差による影響は、次章で検討する。

4. 2 運動方程式と連続の式およびマーカー粒子粘塑性有限要素法について

(1) 運動方程式と連続の式

本研究では、フロー試験を解析対象としている。そこで、円周方向 θ の速度成分を0とした軸対称問題を想定すると、運動方程式は式(13)のように記される。また、本研究ではペーストが非圧縮性を有すると仮定するので、式(14)の連続の式を満足する必要がある。

$$\begin{cases} \frac{Du}{Dt} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr}}{r} \right) + F_z \\ \frac{Dv}{Dt} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} \right) + F_r \end{cases} \quad (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \quad (14)$$

ここで、 ρ は粘塑性流体密度 (kg/m^3)、 u は円柱軸方向 z の流速(m/s)、 v は半径方向 r の流速(m/s)である。また、 τ_{ij} は応力成分、 F は体積力成分である。

(2) マーカー粒子粘塑性有限要素法による運動方程式の離散化

本研究で用いるペースト試料は降伏値と塑性粘度から決まる見掛けの粘度が大きいため、式(13)の実質微分項の移流加速度項が省略できると判断し、ストークス近似と同様に時間加速度項のみを考慮した。式(13)の右辺を有限要素法により離散化し、左辺の加速度項(線形部分)を線形加速度法で離散化すると次式となる¹⁹⁾。

$$\left[\frac{2}{\Delta t} [C] + [K] \right] \{u\}^{t+\Delta t} = [C] \left(\frac{2}{\Delta t} \{u\}^t + \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} \right\}^t \right) + \{F\} \quad (15)$$

ここで、 $[C]$ は質量マトリックス、 $[K]$ は粘塑性マトリックス、 $\{u\}$ は節点速度ベクトル、 $\{F\}$ は体積力ベクトル、 t と Δt は時間および時間

刻みである。

本解析は、粘塑性マトリックスの導出の際にペナルティ関数法を用いて式(14)の非圧縮性を満足させている。また、質量マトリックスは集中化質量マトリックスとしている。

用いた要素は4節点アイソパラメトリック要素であり、体積一定条件に拘束されて要素が変形できなくなるロッキング現象を防ぐため、要素剛性マトリックスを体積成分と偏差成分に分解し、体積成分にのみ1点積分を適用し、偏差成分には完全積分を適用する選択低減積分²⁰⁾とした。また、ビンガムモデルに起因する非線形剛性方程式の解法としては直接反復法²⁰⁾を用いた。直接反復法の収束条件は、式(16)を満たす時に収束と判断した。

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (u_i - u_i^0)^2}{\sum_{i=1}^n u_i^2}} < 0.01 \quad (16)$$

ここで、 n は全節点の速度成分数、 u_i^0 は一つ前の計算時点の節点速度、 u_i は現計算時点の節点速度である。

(3) マーカー粒子移動方法および要素分割と境界条件

本解析では、MAC法^{21),22)}と同様にバックグラウンドに設定している要素にマーカー粒子が1個でも存在する場合には、要素がフレッシュコンクリートであるとしてその物性を考慮する。一方、マーカー粒子が存在しない場合は、空気部分としてその物性を考慮した。

マーカー粒子の移動法は、まず要素内に存在する各マーカー粒子の位置を考慮して式(17)で各マーカー粒子の速度を求める。そして、次にこの速度に計算時の時間刻みを乗じて移動距離を計算してマーカー粒子を移動させる¹⁹⁾。

$$u_r = \sum_{i=1}^4 N_i u_{ri}, \quad u_z = \sum_{i=1}^4 N_i u_{zi} \quad (17)$$

ここで、 u_r および u_z は要素内における任意マーカー粒子の半径方向と円柱軸方向の粒子速度であり、 N_i は要素の形状関数である。また、下添え字 i はマーカーの存在する要素の4つの節点を表す。 u_{ri} 、 u_{zi} はそれぞれの節点における半径方向と円柱軸方向の節点速度である。

解析に用いた要素分割の概略をFig.7に示す。Fig.7は左端境界を軸とする軸対称モデルである。

解析にあたり、要素数420要素、節点数464節点、マーカー粒子数は3000個とした場合と、要素数・節点数・マーカー粒子数をそれより増やした(要素数672、節点数726節点、マーカー粒子数4000個)場合について、比較を行ったところ、ほぼ同じフロー曲線を描きフロー値の差も1%未満の差であった。そこで、計算負荷の観点から以後の解析では、要素数420要素、節点数464節点、マーカー粒子数3000個とした条件で解析を行う。

Fig.7 Axisymmetric element division model of marker particle visco-plastic finite element method

なお、解析で用いた境界条件は、底面および右端境界については固着条件とし、軸対称軸側や上面においてはすべり自由条件として解析を行った。

5. マーカー粒子粘塑性有限要素法による広がり曲線の再現

ここでは、まず、流動基準 Π_c の設定値の違いがマーカー粒子粘塑性有限要素法の広がり曲線の解析結果に与える影響について考察する。次に、レオロジー定数が広がり曲線に与える影響について、広がり曲線の解析結果を定性的に考察する。

最後に、3.2節で求めた各試料のずり時間毎のレオロジー定数の平均値(Table6参照)をマーカー粒子粘塑性有限要素法の入力値として解析的に広がり曲線を再現する。そして、実測した広がり曲線と比較することで、解析法の適用性を検討するとともに、得られたレオロジー定数の有効性を確認する。

5. 1 流動基準 Π_c とレオロジー定数の広がり曲線への影響

Fig.8には、塑性粘度 $\eta=1.0(\text{Pa} \cdot \text{sec})$ 、降伏値 $\tau_y=10.0(\text{Pa})$ を一定とし、流動基準 $\Pi_c=0.01(1/\text{sec}^2)$ (Fig.8(a))と $\Pi_c=0.001(1/\text{sec}^2)$ (Fig.8(b))にてペーストの広がり曲線をそれぞれ描いた。Fig.8より、流動基準 $\Pi_c=0.001(1/\text{sec}^2)$ の場合(Fig.8(b))は、広がり曲線の勾配が緩やかとなってからも流動し続けるため、流動停止時間が長くなる。一方、流動基準 $\Pi_c=0.01(1/\text{sec}^2)$ の場合(Fig.8(a))は、広がり曲線の勾配が緩やかになると比較的短時間で流動停止となっている。これは、流動基準 Π_c を小さくすると、低せん断ひずみ速度領域にある要素が流動停止と判定されないため、低速で流れ続けるためである。なお、Fig.8(a)は流動停止までFig.8(b)とほぼ同じ広がり曲線を描き、両者のフロー値の差は約7mmと小さいものであった。

流動基準 Π_c の値の決定方法について、現時点では合理的な決定方法はなく、実際のフロー停止時間との比較で決定する方法が考えられる。なお、以降の解析における流動基準 Π_c の値は、よりビンガムモデルに近い、流動基準 $\Pi_c=0.001(1/\text{sec}^2)$ を採用することにした。

Fig.8 Difference in spread curves due to different flow limit Π_c

Fig.9(a)には降伏値 $\tau_y=10.0(\text{Pa})$ を一定とし、塑性粘度 η を0.5, 2.0($\text{Pa} \cdot \text{sec}$)と変えた場合の広がり曲線をそれぞれ示す。また、Fig.9(b)には、塑性粘度 $\eta=1.0(\text{Pa} \cdot \text{sec})$ と一定とし、降伏値 τ_y を5.0, 10.0(Pa)と変化させた場合の広がり曲線をそれぞれ示す。

Fig.9(c)およびFig.9(d)は、Fig.9(a)とFig.9(b)の流動初期(0.5secまで)の広がり曲線を拡大したものである。実際のフロー試験によるペーストの広がり、単純なCouette流れではないので、ビンガムモデルによる単純なせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ では具体的な計算をすることはできないが、定性的なペーストの広がりの特徴を推定することは可能である。以下では、ビンガムモデルによるせん断ひずみ速度式を用いて塑性粘度の違いや降伏値の違いによる広がり曲線の変化

を定性的に検討する。

式(10)において、ビンガムモデルで降伏値に圧力依存性を考えず、履歴依存性を考慮しなければ、せん断ひずみ速度式は次式となる。

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau - \tau_y}{\eta} \quad (18)$$

ペーストフロー試験で、フローが広がった流動後期で流体のせん断応力 τ が低下して降伏値 τ_y に近づくと、式(18)において、せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ は0に近づき、それに関連する広がり曲線の勾配は緩やかになると考えられ、実際に Fig.9(a), (b)からも流動の後期には広がり曲線の勾配が緩やかになっていることがわかる。一方、式(18)において、フロー試験の流動初期で流体のせん断応力 τ が降伏値 τ_y よりも十分大きい状態では、塑性粘度 η が高いとせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ が小さくなる。このことは、塑性粘度が異なる条件で、流動初期(0.5sec まで)の広がり曲線を表した Fig.9(c)において、塑性粘度 η が高いとせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ に関連するペーストの広がり速度が低下していることから確認できる (Fig.9(c)中の点線参照)。

式(18)において、降伏値 τ_y が高い場合は、ペーストの広がりが進み流体のせん断応力 τ が低下すると、降伏値 τ_y が低い場合よりも短時間でせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ は0に近づくため、広がり曲線の勾配も早い段階で緩やかになると考えられる。Fig.9 (b)にはその傾向が表れている。また、流動初期で流体のせん断応力 τ が降伏値 τ_y よりも十分大きい場合、降伏値が異なっても塑性粘度が同じ場合は、式(18)よりせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ への影響は小さいと考えられる。このことは、Fig. 9(d)で、広がり速度が等しいことで確認できる。

小門ら²⁾のフレッシュコンクリートのフロー試験結果でも、フロー値は降伏値と関連し、流動初期の広がり速度 (500 mmフロー到達時間) は塑性粘度と関連している。Fig.9 で示すマーカー粒子粘塑性有限要素法によるペーストフロー解析でも、フロー値は降伏値と関係し、塑性粘度は流動初期のペーストの広がり速度と関連しており、小門らの結果と同様な傾向となっている。

以上より、提案するマーカー粒子粘塑性有限要素法は、ビンガム流体で仮定したペーストのフロー挙動を表せることが定性的に確認された。次項では、回転粘度計で測定したレオロジー定数を用いて、マーカー粒子粘塑性有限要素法によりペーストの広がり曲線を再現し、実測した広がり曲線と比較することで、マーカー粒子粘塑性有限要素法による解析結果を定量的に考察する。

Fig.9 Difference in spread curves due to rheological constants

5. 2 広がり曲線の実測結果と解析結果の比較検討

各試料のレオロジー定数の平均値をずり時間毎に Table6 に纏める。これらのレオロジー定数を入力値としてマーカー粒子粘塑性有限要素法にて広がり曲線を解析的に求めた。

全試料の解析結果を実測値と比較して Fig.10 に示す。Fig.10 中の各線種はずり時間毎の広がり曲線の解析結果であり、黒丸は実測した広がり曲線である。また、Fig.10の各図中には、流動初期部分の拡大図を併せて示す。

Table 6 List of average rheological constants of each sample

Sample name	Shear time ①		Shear time ②		Shear time ③		Shear time ④	
	η (Pa·s)	τ_y (Pa)	η (Pa·s)	τ_y (Pa)	η (Pa·s)	τ_y (Pa)	η (Pa·s)	τ_y (Pa)
N35SP-SDC0.7	1.79	16.42	1.43	16.98	1.28	18.04	0.83	14.79
N35SP-SDC1.0	1.99	19.80	1.54	20.80	1.35	21.11	0.76	15.72
N40SP-SDC0.7	1.07	12.92	0.89	13.39	0.79	13.63	0.52	7.27
N40SP-SDC1.0	1.04	16.18	0.79	16.02	0.69	16.21	0.42	9.66
M35SP-SDC0.7	1.45	26.44	1.21	26.71	1.08	27.83	0.61	20.77
M35SP-SDC1.0	1.55	25.57	1.11	24.08	0.99	22.25	0.72	11.12
M40SP-SDC0.7	0.61	17.25	0.45	16.02	0.42	15.34	0.30	9.04
M40SP-SDC1.0	0.59	14.42	0.43	12.76	0.41	11.99	0.25	6.79

Fig.10 Comparison between paste spread curves by marker particle visco-plastic finite element method and spread curves by actual measurement

Table6 より、各試料でずり時間①～③の降伏値はほぼ等しく、ずり時間④のみが小さくなっている。その結果、フロー停止時間までの範囲での降伏値の測定結果（ずり時間①～③）であれば、解析結果は実測のフロー値を表すことができる。しかし、300secのずり時間で定常状態としたずり時間④の降伏値は低く、フロー値を過大に評価する傾向にある（Fig.10 参照）。従ってずり時間④の降伏値は、フロー試験を再現するための値として、過少であると評価される。

塑性粘度は、各試料ともずり時間の増加とともに次第に小さくなっており、特にずり時間④の塑性粘度は小さい。その結果、ずり時間④の場合が他のずり時間と比べて流動初期の広がり速度が大きい傾向にある。

流動開始後の 0.5sec 時にペーストの広がり L が 200mm を超えない塑性粘度が高い試料（Fig.10(a)～(f)）では、流動初期 2sec までのペーストの広がり、解析結果が実測結果よりも大きい傾向にある。これは、塑性粘度が高い分、解析では考慮されていないフローコーンへのペーストのへばり付きの影響で、実測結果は広がり速度が遅いことも考えられる。特に、M35SP-SDC1.0 試料（Fig.10(f)）は、他の解析結果に比べて実測結果との差が大きい結果となった。この原因として、レオロジー試験やフロー試験の測定誤差も一因として考えられるが、明確な理由は不明である。

なお、ずり時間①、②および③で流動初期の広がり速度を比べると、塑性粘度がわずかに高いずり時間①の広がり速度が若干小さいが、ほとんど差がない結果となった。

一方、塑性粘度が低い M40SP-SDC0.7 試料（Fig.10(g)）と M40SP-SDC1.0 試料（Fig.10(h)）では、流動開始後の 0.5sec 時にペーストの広がり L が 200mm を超え、流動初期 2sec までのペーストの広がり、実測結果が解析結果よりも大きくなった。塑性粘度の小さいこれらの試料は、フローコーンへのへばり付きの影響も小さく、3.2 節で記したように、流動初期（ずり時間①）の流動曲線が軟化型の非ビンガム性の傾向を示しており、ビンガム近似では、フロー開始直後の速いせん断ひずみ速度領域の塑性粘度を過大に評価している可能性も考えられる。

フロー停止時間については、降伏値や塑性粘度により異なるが、マーカー粒子粘塑性有限要素法による解析結果が実測結果より長くなる傾向がある。しかし、実測のフロー停止は目視にて判断していることを考慮すると、フロー停止時間に大きなずれはない。よって、流動基準 $\Pi_c = 0.001(1/\text{sec}^2)$ の採用は適当であると判断される。

以上の結果より、フロー停止時間までのずり時間の範囲（ずり時間①～③）で測定されたレオロジー定数を用いれば、提案するマーカー粒子粘塑性有限要素法により広がり曲線がほぼ再現できる。

今後は、より精度を高くし、汎用性も高めるため、流動解析手法に非ビンガム性と流動履歴依存性を考慮することが課題である。

6. まとめ

本研究で得られた知見を以下にまとめる。

- (1) 回転粘度計を用い、各試料のずり時間毎に流動曲線を求めた。得られた流動曲線は、一部の試料の流動初期（ずり時間①）において、軟化型の非ビンガム性も認められたが、それらも含めて全ての流動曲線はビンガムモデルで近似できた。
- (2) 各ずり時間（ずり時間①はずり時間 2 秒、ずり時間②はずり

時間 2 秒と各試料のフロー停止時間と同じずり時間との中間時間、ずり時間③は各試料のフロー停止時間と同じずり時間、ずり時間④はずり時間 300 秒）の流動曲線のビンガム近似より、レオロジー定数である降伏値と塑性粘度を各々求めた。これらのレオロジー定数には、ずり時間とともに低下するチクソトロピー性が認められた。ずり時間 300sec の定常状態（ずり時間④）では、流動初期（ずり時間①）と比べてレオロジー定数の低下率が大きく、チクソトロピー性の影響のみならず、ペースト中のセメントと水の分離の影響も示唆される。

- (3) 超過応力理論を用いて、非ビンガム性、流動履歴依存性および降伏値の圧力依存性を考慮した流動構成式を導出した。さらに、この構成式を用いてずり時間毎に異なる流動曲線を表せることを示した。
- (4) マーカー粒子粘塑性有限要素法を用い、フロー底面を固着条件として、流動限界 Π_c およびレオロジー定数がペーストの広がり曲線に及ぼす影響を検討した。その結果、流動限界 Π_c が小さいほど、フロー停止時間が長くなる。また、レオロジー定数の降伏値はフロー値に関係し、塑性粘度は流動初期のペーストの広がり速度に関係するという既往の研究と同じ結果が確認された。
- (5) 各ずり時間のレオロジー定数の平均値を入力値として、マーカー粒子粘塑性有限要素法によりフロー底面を固着条件としてペーストフロー試験結果の再現を試みた。その結果、フロー停止時間までのずり時間の範囲（ずり時間①～③）で求めた降伏値であれば、フロー値が表せることがわかった。
- (6) フロー停止時間までのずり時間の範囲（ずり時間①～③）で求めた塑性粘度であれば、流動初期の広がり速度がほぼ表せる。ただし、塑性粘度の高い試料では、流動初期の広がり、解析結果が実測値よりも大きい。これは、フローコーンへのペーストのへばり付きの影響が考えられる。一方、塑性粘度の低い試料では、流動初期の広がり、実測結果が解析結果よりも大きい。この理由は、流動初期（ずり時間①）の流動曲線に軟化型の非ビンガム性も認められ、ビンガム近似では、フロー開始直後の速いせん断ひずみ速度領域の塑性粘度を過大に評価している可能性も考えられる。
- (7) フロー停止時間は、降伏値や塑性粘度により異なるが、マーカー粒子粘塑性有限要素法による解析結果が実測結果より長い傾向がある。しかし、実測のフロー停止時間が目視の判断であることを考慮すると、フロー停止時間に大きなずれはない。よって、今回採用した流動基準 $\Pi_c = 0.001$ は適当である。
- (8) フロー停止時間までのずり時間の範囲（ずり時間①～③）で測定されたレオロジー定数を用いれば、マーカー粒子粘塑性有限要素法によりペーストの広がり曲線がほぼ再現できる。

謝辞

本研究の一部は、平成 29 年度科学研究費補助金（基盤研究(B)一般、課題番号：17H03344、研究代表者：山田義智）による助成を受けた。ここに記して感謝の意を表す。

参考文献

- 1) Wami, H., Kasai, Y., Yanagita, K. and Kameda, Y.: A Study on Flow properties of High-Strength Concrete Using Two-Point Method, Concrete Research and Technology, Vol. 1, No. 1, pp. 134-141, 1990. 1 (in Japanese)
和美広喜, 笠井浩, 柳田克己, 亀田泰弘: 回転翼型粘度計による高強度コンクリートの流動特性値測定方法に関する実験的研究, コンクリート工学論文集, Vol. 1, No. 1, pp. 134-141, 1990. 1
- 2) Kokado, T., Miyagawa, T.: Study on a Method of Obtaining Rheological Coefficients of High-Flow Concrete from Slump Flow Test, Journal of Japan Society of Civil Engineers, Vol. 45, No. 634, pp. 113-129, 1999. 11 (in Japanese)
小門武, 宮川豊章: スランプフロー試験による高流動コンクリートのレオロジー定数評価法に関する研究, 土木学会論文集, Vol. 45, No. 634, pp. 113-129, 1999. 11
- 3) Murata, J., Kikukawa, H.: A Proposal on the Method for the Estimation of Rheological Quantities of Fresh Concrete, Journal of Japan Society of Civil Engineers, No. 284, pp. 117-126, 1979. 4 (in Japanese)
村田二郎, 菊川浩治: まだ固まらないコンクリートのレオロジー定数測定法に関する一提案, 土木学会論文報告集, No. 284, pp. 117-126, 1979. 4
- 4) Li, Z., Ohkubo, T. and Tanigawa, Y.: Flow Performance of High-Fluidity Concrete, Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE, Vol. 16, Issue 6, pp. 588-596, 2004. 12
- 5) Sasakura, H., Masuda, Y., and Lee, Y.: Study of the Influence of the Mix Design of Fresh Concrete to the Rheology Index by Using the Inclined Flow Test Apparatus, AIJ Journal of Technology and Design, Vol. 19, No. 42, pp. 387-392, 2013. 6 (in Japanese)
笹倉博行, 樹田佳寛, 李榮蘭: フレッシュコンクリートの傾斜フロー試験器によるレオロジー定数に及ぼす調合の影響, 日本建築学会技術報告集, Vol. 19, No. 42, pp. 387-392, 2013. 6
- 6) Yamamoto, Y., Homma, A., and Kitsutaka, Y.: Study on The Testing Method of the Rheological Characteristic of High-Fluidity Concrete, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 489, pp. 9-16, 1996. 11 (in Japanese)
山本康弘, 本間礼人, 橘高義典: 高流動コンクリートの流動特性の試験方法 (J型フロー試験) に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No. 489, pp. 9-16, 1996. 11
- 7) Consistency Evaluation Index Subcommittee: Present State and Problem of Technology Concerning Consistency Evaluation of Fresh Concrete (II), Concrete Engineering Series 54, Japan Society of Civil Engineers, pp.82-95, 2003.7(in Japanese)
コンシステンシー評価指標小委員会: フレッシュコンクリートのコンシステンシー評価に関する技術の現状と課題 (II), コンクリート技術シリーズ 54, 土木学会, pp. 82-95, 2003. 7
- 8) Nicolas Roussel: Steady and Transient Flow Behavior of Fresh Cement Pastes, Cement and Concrete Research 35, pp.1656-1664, 2005
- 9) Li, Z.: Rheological Model and Rheometer of Fresh Concrete, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 80, No. 710, pp. 527-537, 2015. 4 (in Japanese)
李柱国: フレッシュコンクリートのレオロジーモデルおよび試験方法に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 80, No. 710, pp. 527-537, 2015. 4
- 10) Nashima, T., Fujita, Y.: Accurate Viscosity Measurement by Rotational Viscometer, Netsu Bussei, Vol. 23 No. 3, pp. 148-153, 2009 (in Japanese)
菜嶋健司, 藤田佳孝: 回転粘度計による高精度粘度測定, 熱物性, Vol. 23 No. 3, pp. 148-153, 2009
- 11) Mori, H., Tanigawa, Y.: Simulation of Flow Behavior of Fresh Concrete by Visco-plastic Finite Element Analysis, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 374, pp. 1-9, 1987. 4 (in Japanese)
森博嗣, 谷川恭雄: 粘塑性有限要素法によるフレッシュコンクリートの流動解析, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 374, pp. 1-9, 1987. 4
- 12) Watanabe, K., Teranishi, K., Mori, H., Tanigawa, Y.: Flow Simulation of Fresh Concrete in Form and Pipe, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 451, pp. 1-7, 1993. 9 (in Japanese)
渡辺健治, 寺西浩司, 森博嗣, 谷川恭雄: 型枠内およびパイプ内におけるフレッシュコンクリートの流動シミュレーション, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 451, pp. 1-7, 1993. 9
- 13) Higashifunamichi, Y., Yamada, Y., Uehara, Y., and Sakihara, K.: Study on flow characteristics and rheological constants of cement paste, Proceedings of the Japan Concrete Institute, Vol. 39, No. 1, pp. 1153-1158, 2017. 6 (in Japanese)
東舟道裕亮, 山田義智, 上原義己, 崎原康平: セメントペーストのフロー特性とレオロジー定数に関する研究, コンクリート工学年次論文集, Vol. 39, No. 1, pp. 1153-1158, 2017. 6
- 14) Kinjo, K., Yamada, Y., and Tomiyama, J.: Study on the Rheology Characteristics of Cement Paste, Proceedings of the Japan Concrete Institute, Vol. 29, No. 2, pp. 131-136, 1998. 6 (in Japanese)
金城賢作, 山田義智, 富山潤: セメントペーストのレオロジー特性に関する研究, コンクリート工学年次論文集, vol. 29, No. 2, pp. 131-136, 1998. 6
- 15) Iha, S., Akamine, S., and Yamada, Y.: Basic Study of the Viscosity Equation of Cement Paste in Consideration of Flocculation State, Cement Science and Concrete Technology, Vol. 66, pp. 645-652. 2012 (in Japanese)
伊波咲子, 赤嶺糸織, 山田義智: 凝集状態を考慮したセメントペーストの粘度式に関する基礎的研究, セメント・コンクリート論文集, Vol. 66, pp. 645-652. 2012
- 16) Yamada, y., Tomiyama, j.: Study on Constitutive Equation of Visco-plastic Fluid Considering Hysteresis Phenomenon, Proceedings of the Japan Concrete Institute, vol. 25, No. 1, pp. 899-904, 2003. 6 (in Japanese)
山田義智, 富山潤: 履歴現象を考慮した粘塑性流体の構成式に関する研究, コンクリート工学年次論文集, Vol. 25, No. 1, pp. 899-904, 2003. 6
- 17) Yamada, y., Tomiyama, j., and Iraha, S.: Study on Flow Analysis of Fresh Concrete Considering Pressure Dependence, Proceedings of the Japan Concrete Institute, Vol. 26, No. 1, pp. 1155-1160, 2004. 6 (in Japanese)
山田義智, 富山潤, 伊良波繁雄: 圧力依存性を考慮したフレッシュコンクリートの流動解析に関する研究, コンクリート工学年次論文集, Vol. 26, No. 1, pp. 1155-1160, 2004. 6
- 18) Wang, Z., Inoue, T.: Constitutive Equation of Visco-plastic Body Considering Melting and Analysis of Welding Process, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 50, No. 459, pp. 1900-1908, 1984 (in Japanese)
王志剛, 井上達雄: 溶融を考慮した粘塑性体の構成式とそれを用いた溶接過程の解析, 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 50, No. 459, pp. 1900-1908, 1984
- 19) Yamada, Y., Akamine, S., Iha, S., and Urano, S.: Basic Study on Estimation of the Rheological Constants of Fresh Concrete, Cement Science and Concrete Technology, Vol. 66, pp. 661-668, 2012 (in Japanese)
山田義智, 赤嶺糸織, 伊波咲子, 浦野真次: フレッシュコンクリートのレオロジー定数推定に関する基礎的研究, セメント・コンクリート論文集, Vol. 66, pp. 661-668, 2012
- 20) Aoki, I., Kozima, Y., Komori, K., Yoshida, K.: Fundamentals of Plastic Dynamics, Sangyotosyo Co., Ltd, p. 198, p. 194, 2012. 4 (in Japanese)
青木勇, 小島之夫, 小森和武, 吉田一也: 塑性力学の基礎, 第6刷, 産業図書株式会社, p. 198, p. 194, 2012. 4
- 21) Yamada, Y., Oshito, T., and Masuda, Y.: Application of M.A.C Method to Flow Analysis of Fresh Concrete, Proceedings of the Japan Concrete Institute Vol. 20, No. 1, pp. 131-136, 1998. 6 (in Japanese)
山田義智, 大城武, 樹田佳寛: フレッシュコンクリート流動解析へのMAC法の適用, コンクリート工学年次論文集, Vol.20, No.1, pp. 131-136, 1998. 6
- 22) Kokado, T., Hosoda, T., and Miyagawa, T.: Study on a Method of Obtaining Rheological Coefficients of High-Flow Concrete with Numerical Analysis, Journal of Japan Society of Civil Engineers, Vol. 47, No. 648, pp. 109-125, 2000. 5 (in Japanese)
小門武, 細田尚, 宮川豊章: 数値流体解析による高流動コンクリートのレオロジー定数評価法に関する研究, 土木学会論文集, Vol. 47, No. 648, pp. 109-125, 2000. 5

RHEOLOGICAL CONSTANTS MEASUREMENT OF CEMENT PASTE AND CEMENT PASTE FLOW ANALYSIS BY MARKER PARTICLE VISCO-PLASTIC FINITE ELEMENT METHOD

Yoshitomo YAMADA ^{*1}, *Yusuke HIGASHIFUNAMICHI* ^{*2}, *Yoshiki UEHARA* ^{*3}
and Kohei SAKIHARA ^{*4}

^{*1} Prof., School of Eng., Faculty of Eng., University of the Ryukyus, Dr.Eng.

^{*2} Technical Staff, Dept. of Eng., Faculty of Eng., University of the Ryukyus, M.Eng.

^{*3} Assist. Prof., Dept. of Architecture, National Institute of Technology, Gifu College, M.Eng.

^{*4} Assist. Prof., School of Eng., Faculty of Eng., University of the Ryukyus, Dr.Eng.

In order to conduct flow analysis of cement paste, mortar and concrete, it is important to obtain rheological constants representing the flow characteristics of the material. In this study, we measured cement paste's rheological constants by using rotational viscometer. Here, it was measured in consideration of flow history on cement paste. Furthermore, in this study, we derived the flow constitutive equation of the cement paste and proposed a marker particle visco-plastic finite element method. Using this marker particle visco-plastic finite element method, simulation of flow test of cement paste was attempted.

The results obtained from the experimental study and analytical study of this research can be summarized as follows.

Using a rotational viscometer, the flow curve of cement paste was measured for various shear conditions. It was confirmed that the flow curves of all cement paste samples can be approximated by the Bingham model under all shear conditions. And the obtained flow curve was approximated by the Bingham model, and the rheological constants (yield value and plastic viscosity) of the paste sample was determined. Thixotropy was confirmed in the flow characteristics of the cement paste sample from the obtained flow curves and rheological constants.

The cement paste was regarded as a visco-plastic fluid and derived the flow constitutive equation of visco-plastic fluid using overstress theory. The obtained flow constitutive equation considers non-Bingham characteristic, flow history, and pressure dependency of yield value. It was confirmed that the flow curves of cement pastes differing depending on shear conditions can be expressed by the proposed flow constitutive equation.

Marker particle visco-plastic finite element method was used to analyze the flow test of cement pastes. The results obtained by the analysis agreed well with the experimental results. Therefore, the marker particle visco-plastic finite element method and the rheological constants are effective.

(2018年7月9日原稿受理, 2018年11月2日採用決定)