圧縮力が作用する冷間成形溝形断面部材の弾性局部座屈耐力と座屈挙動

BUCKLING STRENGTH AND BEHAVIOR OF ELASTIC LOCAL BUCKLING
FOR COLD-FORMED CHANNEL MEMBER UNDER COMPRESSION三井 和也^{*1}, 五十嵐 規矩夫^{*2}

Kazuya MITSUI and Kikuo IKARASHI

This study's purpose is to analyze channel members' local buckling behavior based on the energy method. A mechanical model and displacement functions that simulate the local buckling behavior were proposed. An evaluation formula for the local buckling that directly reflects the channel member's parameters was proposed via the proposed mechanical model. Based on this proposed formula, the relationship between the cross-sectional shape and the buckling strength is investigated. Also, an approximate formula is proposed. The reliability and the effectiveness of the proposed formula and the approximate formula are shown by comparing finite element analysis results.

Keywords: Thin-wall steel structures, Light weight steel, Channel member, Lipped channel member, Local buckling, Energy method

薄肉鋼板構造, 軽量形鋼, 溝形断面部材, リップ付溝形断面部材, 局部座屈, エネルギー法

1. 序

冷間成形された溝形断面部材あるいはリップ付溝形断面部材（以降、冷間成形された両部材を総称して溝形断面部材とする）に代表される一軸対称開断面部材に圧縮力が作用した場合、曲げ座屈のような全体座屈を除けば Fig. 1 に示す局部座屈とゆがみ座屈、あるいはこれら座屈性状が連成した局所系の座屈性状が部材に発現する¹⁾。本論文では Fig. 1(a) のようにウェブとフランジの接合線、フランジとリップの接合線が移動しない状態で変形する座屈性状を局部座屈と、Fig. 1(b) のようにウェブとフランジの接合線が移動せず、フランジとリップの接合線が移動する座屈性状をゆがみ座屈と定義する¹⁾。溝形断面部材の局所系の座屈耐力に関する研究は欧米や豪州といった海外を中心として精力的に行われ、溝形断面部材で発生する局部座屈とゆがみ座屈に対する耐力式が設計指針^{2)・4)}にまとめられている。近年ではゆがみ座屈に関する研究が活発に行われ、Hancock^{5)・9)}や Schafer^{10)・13)}の一連の研究がその代表例である。一方、局部座屈に関する研究は多くない。これは単純支持や固定支持といった簡易な境界条件の板要素で発生する局部座屈の座屈耐力が既知であるため、部材を構成する各板要素の境界条件に応じて局部座屈耐力を算定し、最も座屈耐力の低い板要素により部材耐力を決定する簡易な設計手法^{14), 15)}などが既に確立していることが一つの要因である。しかし、薄板軽量形鋼¹⁶⁾に代表される、部材を薄肉化し高度利用することを目的とした部材に対し、このような簡易な耐力算定手法を適用した場合、局部座屈耐力を精緻に算定することができず、部材の利点が喪失される懸念がある。この問題を解決するべく、隣接する板要素による拘束効果を適切に境界条件に反映させる研究が Schafer¹⁰⁾や小橋

ら^{17)・19)}により行われている。特に小橋らは隣接する板要素による拘束効果を考慮した耐力式を理論的に導出するとともに、工学的な判断に基づいた簡易な弾性局部座屈耐力式を提案している。一方で、溝形断面部材のウェブを例にとると、ウェブの境界条件は隣接する板要素のフランジに加えリップにも影響されるため、隣接する板要素の拘束効果を考慮するだけでなく、部材断面全体で拘束効果を考慮する必要がある。また、溝形断面部材の断面形状に応じ変化する局部座屈耐力と部材全体に生じる座屈性状に対する検討は十分ではない。本論文では弾性座屈耐力を扱うが、弾性解は最大耐力を推定するための指標^{2)・4), 15), 16)}などとして使用されており、最大耐力を決定する座屈性状とその弾性座屈耐力を求めることは重要と考える。

前述のように、薄板部材の従来の座屈耐力算定方法は部材を構成する各板要素の局部座屈耐力を算出し、その耐力を比較することで部材耐力を算出していたが、本論文では部材を構成する各板要素間

Fig. 1 Buckling mode in channel member

^{*1} 東京工業大学環境・社会理工学院建築学系 助教・博士（工学）

^{*2} 東京工業大学環境・社会理工学院建築学系 教授・博士（工学）

Assist. Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.
Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

の拘束効果を考慮した上で、各板要素の局部座屈耐力を比較することなく部材としての局部座屈耐力を算出できる弾性局部座屈耐力式の構築を目的とする。具体的には、隣接する板要素による拘束効果のみならず、部材を構成する各板要素の相互作用による拘束効果を考慮すべく、ウェブ・フランジ・リップの座屈波形を一連の変位関数により表現し、エネルギー法に基づき溝形断面部材の弾性局部座屈耐力式と簡易な近似式を導出する。また、本論文で提案する弾性局部座屈耐力式を用いた数値解析により、溝形断面部材の断面形状と座屈性状の関係性を明らかにする。なお、本論文で対象とする溝形断面部材の断面形状は Fig. 1 に示すように板厚が断面内で一定であり、ウェブやフランジに中間リブが設けられていない、各板要素が直交に接合された溝形断面部材である。冒頭で述べたように溝形断面部材の局所系の座屈性状では、局部座屈とゆがみ座屈、これら座屈性状が連成した座屈性状が部材に発現するが、本論文では局部座屈が単独で発現する場合のみを検討対象とし、他の座屈性状や連成座屈による影響は考慮しない。

2. 圧縮力を受ける冷間成形溝形断面部材の弾性局部座屈耐力

2.1. 解析モデルおよび座屈変位関数

Fig. 2 に本論文で用いる解析モデルを示す。本論文で使用する溝形断面部材の断面形状や応力状態を表現する変数は Table 1 にまとめて示している。冷間成形部材を対象としているため、解析モデルの板厚は断面内で全て一定である。断面四隅の曲げ加工部あるいは溶接部は無視するものとする。両部材端の断面は固定支持である。各板要素の両材端縁は幅方向まわりの回転が許容されている。また、局部座屈時の任意箇所の断面内における座屈変位はウェブとフランジの接合線とフランジとリップの接合線が移動しない状態である。ただし、各板要素は接合線上において直交を保った状態である。これら変形条件を満足させるように変位関数を設定することで、ウェブ・フランジ・リップの座屈波形を連続的に一連の変位関数で表現でき、板要素間の相互作用を耐力式に反映することができる。以下ではウェブ・フランジ・リップの変位関数を設定する。ウェブの断面内変位はフランジとウェブの接合線が移動せず、フランジにより支持辺を補剛された状態であるため、ウェブの接合線は x 軸周りの回転が弾性支持された状態となる。したがって、ウェブの変位関数は以下の関数により近似することができる。

Fig. 2 Local buckling under pure compression and its deflection

$$w(x, y) = \sin \frac{k\pi x}{L} \left[l_a \sin \frac{\pi y}{b_w} + l_b \left(1 + \cos \pi \left(\frac{2y}{b_w} - 1 \right) \right) \right] \quad (1)$$

式 (1) 中の k は材長方向の半波長を 1 単位とする波数であり、 l_a, l_b は未定係数である。式 (1) 中の括弧内第 1 項目は両端単純支持の座屈波形を、第 2 項目は両端固定支持の座屈波形を表現できる関数であり、ウェブの断面内変位はこれら両関数の線形和として表現される²⁰⁾。両フランジの断面内に発生する局部座屈波長の頂点は、フランジ中央からややウェブよりの位置に発生することが文献 1) の実験および数値解析による観察において確認されたことから、本論文では両フランジの変位関数を以下の関数により近似する。

$$f_u(x, z) = \sin \frac{k\pi x}{L} \left(l_c \sin \frac{\pi z}{b_f} + l_d \sin \frac{(b_f - z)^2 \pi}{b_f^2} \right) \quad (2)$$

$$f_l(x, z) = -\sin \frac{k\pi x}{L} \left(l_c \sin \frac{\pi z}{b_f} + l_d \sin \frac{(b_f - z)^2 \pi}{b_f^2} \right) \quad (3)$$

l_c, l_d は未定係数である。式 (2)、式 (3) 中の括弧内第 1 項目はフランジ中央に座屈波長の頂点を発生させる関数であり、第 2 項目はウェブよりに座屈波長の頂点を発生させる関数である。ここで、ウェブとフランジは直交を保持した状態で変形する。この変形条件は式 (4) のように表現できる。

$$\begin{cases} \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=b_w} = \frac{\partial f_u(x, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} \\ \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial f_l(x, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} \end{cases} \quad (4)$$

この条件式から、未定係数 l_a, l_c, l_d には以下の関係式が成立する。

$$l_a = -\frac{b_w}{b_f} (l_c + 2l_d) \quad (5)$$

リップはフランジに対して直交であるため、両フランジに取り付くリップの変位関数は式 (6) および式 (7) のように表現できる。

$$l_u(x, y) = \frac{\partial f_u(x, z)}{\partial z} \Big|_{z=b_f} \cdot y = \frac{\pi}{b_f} \sin \frac{k\pi x}{L} l_c \cdot y \quad (6)$$

$$l_l(x, y) = \frac{\partial f_l(x, z)}{\partial z} \Big|_{z=b_f} \cdot y = -\frac{\pi}{b_f} \sin \frac{k\pi x}{L} l_c \cdot y \quad (7)$$

以降ではエネルギー法により溝形断面部材の弾性局部座屈耐力を求める。まず、設定した変位関数に基づきひずみエネルギー増分を求めるると式 (8) のようになる。 $\Delta U_1, \Delta U_2, \Delta U_3$ はそれぞれウェブ、フランジ、リップの各板要素 1 枚分のひずみエネルギー増分である。なお、両フランジ、両リップの変形は対称であるため、ひずみエネルギー

Table 1 Parameters and symbols

E : Young's modulus [N/mm ²]	λ_w : Web aspect ratio [-] (= L/b_w)
G : Shear modulus [N/mm ²]	D : Flexural rigidity of plate [N·mm]
ν : Poisson's ratio [-]	(= $Et^3/12(1-\nu^2)$)
b_w : Web depth [mm]	A_g : Gross area [mm ²]
b_f : Flange width [mm]	$N_{cr,l}$: Local buckling strength [N]
c : Lip length [mm]	$\sigma_{cr,l}$: Local buckling stress [N/mm ²]
(without lip: substituting 0 into c)	l_{cr} : Critical length which minimizes buckling strength $N_{cr,l}$ [mm]
t : Thickness [mm]	
L : Member length [mm]	l_a, l_b, l_c, l_d : Undeterminant coefficient [-]
k_w : Web buckling coefficient [-]	(= $\sigma_{cr,l} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 E} \frac{b_w^2}{t^2}$)
k_f : Flange buckling coefficient [-]	(= $\sigma_{cr,l} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 E} \frac{b_f^2}{t^2}$)
Model name: C" b_w " = " b_w/t " " b_f/b_w " " c/b_w ", e.g. C150_100_0.50_0.08	

増分はそれぞれ同値となる。

$$\Delta U_1 = \frac{1}{2}D \int_0^L \int_0^{b_w} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dy dx \quad (8.a)$$

$$\Delta U_2 = \frac{1}{2}D \int_0^L \int_0^{b_f} \left[\left(\frac{\partial^2 f_u}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 f_u}{\partial z^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 f_u}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f_u}{\partial z^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 f_u}{\partial x \partial z} \right)^2 \right] dz dx \quad (8.b)$$

$$\Delta U_3 = \frac{1}{2}D \int_0^L \int_0^c \left[\left(\frac{\partial^2 l_u}{\partial x^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 l_u}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dy dx \quad (8.c)$$

溝形断面部材に圧縮力が作用し、部材断面に一樣な圧縮応力が作用すると仮定すると、外力がウェブ、フランジ、リップの1枚あたりの各板要素になす仕事増分 $\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3$ はそれぞれ式(9.a)から式(9.c)のようになる。

$$\Delta T_1 = \frac{1}{2} \sigma_{cr,l} t \int_0^L \int_0^{b_w} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dy dx \quad (9.a)$$

$$\Delta T_2 = \frac{1}{2} \sigma_{cr,l} t \int_0^L \int_0^{b_f} \left(\frac{\partial f_u}{\partial x} \right)^2 dz dx \quad (9.b)$$

$$\Delta T_3 = \frac{1}{2} \sigma_{cr,l} t \int_0^L \int_0^c \left(\frac{\partial l_u}{\partial x} \right)^2 dy dx \quad (9.c)$$

式(5)、式(8)および式(9)より、ひずみエネルギー増分の総和と外力のなす仕事増分の総和が等しいとおき、助変数 l_b, l_c, l_d で偏微分すると座屈条件式(10)を得る。

$$\begin{Bmatrix} m_1 - m_2 \sigma_{cr,l} & m_3 - m_4 \sigma_{cr,l} & m_5 - m_6 \sigma_{cr,l} \\ m_3 - m_4 \sigma_{cr,l} & m_7 - m_8 \sigma_{cr,l} & m_9 - m_{10} \sigma_{cr,l} \\ m_5 - m_6 \sigma_{cr,l} & m_9 - m_{10} \sigma_{cr,l} & m_{11} - m_{12} \sigma_{cr,l} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_b \\ l_c \\ l_d \end{Bmatrix} = 0 \quad (10)$$

式(10)が自明な解以外を持つ、すなわち式(10)左辺の行列式がゼロとなる正の最小実数解の応力度を求めることで、弾性局部座屈耐力 $\sigma_{cr,l}$ を求めることができる。

$$\sigma_{cr,l}(k) = r^{1/3} \left[\cos \left(\frac{\theta_u}{3} + \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\frac{\theta_u}{3} - \frac{4\pi}{3} \right) \right] - \frac{C_2}{3} \quad (11)$$

$$r = \sqrt{(q/2)^2 + |(q/2)^2 + (p/3)^3|} \quad (12)$$

$$\theta_u = \cos^{-1}(-q/2r) \quad (13)$$

$$p = C_1 - C_2^2/3 \quad (14)$$

$$q = C_0 - C_1 C_2/3 + 2C_2^3/27 \quad (15)$$

$$C_n = c_n/c_3 \quad (n = 0, 1, 2) \quad (16)$$

$$c_3 = - \begin{vmatrix} m_2 & m_4 & m_6 \\ m_4 & m_8 & m_{10} \\ m_6 & m_{10} & m_{12} \end{vmatrix} \quad (17.a)$$

$$c_2 = \begin{vmatrix} m_1 & -m_4 & -m_6 \\ m_3 & -m_8 & -m_{10} \\ m_5 & -m_{10} & -m_{12} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -m_2 & m_3 & -m_6 \\ -m_4 & m_7 & -m_{10} \\ -m_6 & m_9 & -m_{12} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -m_2 & -m_4 & m_5 \\ -m_4 & -m_8 & m_9 \\ -m_6 & -m_{10} & m_{11} \end{vmatrix} \quad (17.b)$$

$$c_1 = \begin{vmatrix} m_1 & m_3 & -m_6 \\ m_3 & m_7 & -m_{10} \\ m_5 & m_9 & -m_{12} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -m_2 & m_3 & m_5 \\ -m_4 & m_7 & m_9 \\ -m_6 & m_9 & m_{11} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} m_1 & -m_4 & m_5 \\ m_3 & -m_8 & m_9 \\ m_5 & -m_{10} & m_{11} \end{vmatrix} \quad (17.c)$$

$$c_0 = \begin{vmatrix} m_1 & m_3 & m_5 \\ m_3 & m_7 & m_9 \\ m_5 & m_9 & m_{11} \end{vmatrix} \quad (17.d)$$

式(17)に含まれる $m_1, m_2, \dots, m_{12}$ は式(8)および式(9)を積分計算する

ことで以下のように求めることができる。積分項が無理数となる場合は有効数字5桁までの小数により表記している。

$$m_1 = \frac{\pi D}{4b_w^2} \left[3 \left(\frac{k}{\lambda_w} \right)^2 + 8 + 16 \left(\frac{\lambda_w}{k} \right)^2 \right] \quad (18.a)$$

$$m_2 = \frac{3t}{4} \quad (18.b)$$

$$m_3 = -\frac{4\pi D}{3b_w b_f} \left(\frac{k}{\lambda_w} + \frac{\lambda_w}{k} \right)^2 \quad (18.c)$$

$$m_4 = -\frac{4t b_w}{3\pi b_f} \quad (18.d)$$

$$m_5 = -\frac{8\pi D}{3b_w b_f} \left(\frac{k}{\lambda_w} + \frac{\lambda_w}{k} \right)^2 \quad (18.e)$$

$$m_6 = -\frac{8t b_w}{3\pi b_f} \quad (18.f)$$

$$m_7 = \frac{\pi^2 D}{4b_w b_f} \left\{ \frac{b_w}{b_f} \left(\frac{k}{\lambda_w} + \frac{\lambda_w}{k} \right)^2 + 2 \left(\frac{k b_f}{\lambda_w b_w} + \frac{\lambda_w b_w}{k b_f} \right)^2 + \frac{4c}{3b_f} \left[\left(\frac{k \pi c}{\lambda_w b_w} \right)^2 + 6(1-\nu) \right] \right\} \quad (18.g)$$

$$m_8 = \frac{t b_w^2}{12 b_f^2} \left[3 + 6 \left(\frac{b_f}{b_w} \right)^3 + 4\pi^2 \left(\frac{c}{b_w} \right)^3 \right] \quad (18.h)$$

$$m_9 = \frac{\pi^2 D}{2b_w b_f} \left[\frac{b_w}{b_f} \left(\frac{k}{\lambda_w} + \frac{\lambda_w}{k} \right)^2 + 0.76981 \left(\frac{k b_f}{\lambda_w b_w} + \frac{\lambda_w b_w}{k b_f} \right)^2 \right] \quad (18.i)$$

$$m_{10} = \frac{t b_f}{2b_w} \left[\left(\frac{b_w}{b_f} \right)^3 + 0.76981 \right] \quad (18.j)$$

$$m_{11} = \frac{\pi^2 D}{2b_w b_f} \left\{ 2 \frac{b_w}{b_f} \left(\frac{k}{\lambda_w} + \frac{\lambda_w}{k} \right)^2 + 0.37794 \left[10 \left(\frac{\lambda_w b_w}{k b_f} \right)^2 + 6.766 + 2 \left(\frac{k b_f}{\lambda_w b_w} \right)^2 \right] \right\} \quad (18.k)$$

$$m_{12} = t \left(1 + 0.37794 \frac{b_f}{b_w} \right) \quad (18.l)$$

以上より、本論文で提案する溝形断面部材の局部座屈耐力評価式は式(19)により表現される。なお、リップなしの溝形断面部材を検討する場合は、 $c=0$ として計算すればよい。

$$\sigma_{cr,l} = \min(\sigma_{cr,l})_{Ag} \quad (19)$$

2.2. 溝形断面部材の形状と弾性局部座屈耐力の関係性

本節では2.1節で提案した弾性局部座屈耐力式(19)を用いて、溝形断面部材の断面形状と弾性局部座屈耐力、座屈性状の関係性を明らかにする。断面形状と座屈性状の関係性の検討範囲については、Fig. 3に示す国内で製造される薄板軽量形鋼¹⁶⁾(Fig. 3中のLG)と軽量形鋼²¹⁾(Fig. 3中のLW)の形状比率から、ウェブせいに対するフランジ幅、リップ幅の比率の上限値をそれぞれ $b_f/b_w \leq 1.00, c/b_w \leq 0.25$

Fig. 3 Manufacturing range for channel and lipped channel member

と設定した。これら形状には局部座屈が1次モードとならない場合も含まれるが、本論文では局部座屈により決定される座屈耐力のみを抽出し、他の座屈性状の座屈耐力との大小関係は本論文内では議論しない。

Fig. 4 に提案式 (19) により求めた弾性局部座屈耐力とウェブ辺長比 λ_w の関係を示す。縦軸は提案式 (19) から求めた弾性局部座屈耐力を Table 1 に示すウェブ座屈係数 k_w に変換した結果である。提案式 (19) に基づき座屈半波数 k ごとに弾性局部座屈耐力を計算すると Fig. 4 中の破線が得られる。太実線はあるウェブ辺長比 λ_w においての破線の最小値を結ぶことで描いている。すなわち、太実線は局部座屈の1次モードを与える固有値を意味し、提案式 (19) は局部座屈モードの1次固有値を与えるものである。本節での検討では $b_w = 150$ mm と固定した数値計算を行い、提案式 (19) により求められる太実線のみ抽出し、弾性局部座屈耐力をウェブ座屈係数 k_w に変換した上で、溝形断面部材の断面形状と座屈性状の関係性を考察する。

リップ幅比率 c/b_w が弾性局部座屈耐力に及ぼす影響を Fig. 5 に示す。ここではウェブ幅厚比 b_w/t を 100 と固定し、Fig. 5(a) では $b_f/b_w = 0.50$ 、Fig. 5(b) では $b_f/b_w = 1.00$ とした。図中の点線は圧縮力を受ける四辺単純支持の板要素の座屈係数 $k_w = 4.0$ と四辺固定支持の板要素の座屈係数 $k_w = 6.98$ を示している¹⁵⁾。Fig. 5(a), (b) を比較すると、フランジ幅比率 $b_f/b_w = 1.00$ の方がリップ幅比率の影響を受け、耐力が上昇している。これはフランジ幅比率が大きくなると相対的にフランジの局部座屈が生じやすくなるが、リップ幅比率の増加により、フランジの座屈変形を拘束するため、フランジ幅比率の大きい範囲でリップの拘束効果が現れやすくなることが要因と考えられる。しかし、フランジ幅比率が大きい場合でも、リップ幅比率が局部座屈耐力に与える影響は大きくない。

次にウェブに対するフランジ幅比率 b_f/b_w が弾性局部座屈耐力に及ぼす影響を Fig. 6 により考察する。ここではウェブ幅厚比 b_w/t を 100 と固定し、Fig. 6(a) では $c/b_w = 0.00$ 、Fig. 6(b) では $c/b_w = 0.25$ とした。リップの有無に関わらず、フランジ幅比率の低下に伴いウェブ座屈係数が増加する。これは断面内の板厚が均一であるため、フランジ幅比率が低下すると相対的にフランジの幅厚比が低下し、フランジの局部座屈が抑制され、フランジによるウェブへの拘束効果を高めるためである。同一の座屈半波数で極小値を与えるウェブ辺長比を比較すると、 $b_f/b_w = 1.00$ に比較し $b_f/b_w = 0.25$ の方が短い座屈半波長となっている。すなわち、座屈半波長による判断からもフランジ幅比率の低下に伴い、ウェブの支持条件が四辺単純支持から四辺固定支持条件に近づき、フランジによるウェブへの拘束効果を高めることが確認できる。

最後にウェブ幅厚比 b_w/t が弾性局部座屈耐力に及ぼす影響を Fig. 7 に示す。ここではフランジ幅比率 b_f/b_w を 1.00 と固定し、Fig. 7(a) では $c/b_w = 0.00$ 、Fig. 7(b) では $c/b_w = 0.25$ とした。Fig. 7 に示すようにウェブ幅厚比が変化しても、ウェブ座屈係数は変化しない。これは断面内の板厚が均一であるため、ウェブ幅厚比が変化しても式 (8) のひずみエネルギー増分 $\Delta U_1, \Delta U_2, \Delta U_3$ 、式 (9) の外力による仕事増分 $\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3$ が一定の比率で変化することが要因である。

Fig. 4 から Fig. 7 に示すように、ウェブ辺長比 λ_w が小さい範囲ではウェブ辺長比の増加によりウェブ座屈係数が変動するものの、各座屈半波数 k 毎に得られる最小ウェブ座屈係数は同値であり、 $\lambda_w = 10$ 程度でこの最小値へと収束していく。

本節で得られたウェブ座屈係数 k_w の変化を Fig. 8 にまとめて表記する。ここでは局部座屈耐力が十分に収束した値を抽出するためウェブ辺長比を $\lambda_w = 20$ として計算した。縦横軸をそれぞれリップ幅比率

Fig. 4 Variation of buckling coef. k_w with respect to λ_w

Fig. 6 Variation of buckling coef. k_w with respect to b_f/b_w

Fig. 5 Variation of buckling coef. k_w with respect to c/b_w

Fig. 7 Variation of buckling coef. k_w with respect to b_w/t

Fig. 8 Changing of buckling coef. k_w , k_r with respect to the shape

c/b_w , フランジ幅比率 b_f/b_w として, ウェブ座屈係数の変化を実線の等高線により示している. また, ウェブ座屈係数から変換したフランジ座屈係数 k_r の変化も破線の等高線により併せて示している. Fig. 8 から断面形状の変数の中でウェブ座屈係数に及ぼす影響の大部分がフランジ幅比率 b_f/b_w であり, リップ幅比率 c/b_w の影響は小さいことがわかる. ここで, 溝形断面材の断面形状に依り変化する座屈係数と局部座屈モードの対応を Fig. 9 により確認する. Fig. 9 は Fig. 8 中に示す (a), (b), (c), (d) の位置に対応する 2 半波長分の座屈波形である. ウェブ座屈係数が 6.98 となる (a) ではウェブのみに座屈波形が生じており, ウェブ支持辺に回転が生じていない. 座屈半波長 l_{cr} も $0.68b_w$ となっており, 板要素が固定支持条件で局部座屈する特徴が現れている¹⁵⁾. ウェブ座屈係数が 4.0 となる (d) では, 各板要素に座屈波形が生じている. この時の座屈半波長 l_{cr} は $1.00b_w$ であり, 板要素が単純支持条件で局部座屈する特徴が現れている¹⁵⁾. フランジ幅比率の増加に伴いウェブ座屈係数が 6.98 から 4.0 へと低下し, この時の座屈モードは (b), (c) のように徐々に固定支持条件の座屈モードから単純支持条件の座屈モードへと変化していく.

Fig. 8 の破線で示されるフランジ座屈係数 k_r の変化を確認する. 本論文は一樣圧縮応力・一樣板厚条件下で, フランジ幅はウェブせいより小さい範囲を対象としているため, フランジ幅比率変化に伴うフランジ座屈係数の増減はウェブ座屈係数と逆行し, フランジ幅比率の増加に伴いフランジ座屈係数が増加する. Fig. 8 に示すように Fig. 3 の現実的な溝形断面材の形状では, 溝形断面材に局部座屈が発生した場合でもフランジ座屈係数はほとんど 4.0 以下となる. 現行の薄板軽量形鋼造建築物設計の手引き¹⁶⁾では溝形断面材でゆがみ座屈の発生を抑制し, 局部座屈を発生させるための条件として, フランジ座屈係数が 4.0 となるための必要リップ幅を規定している. フランジ板要素とリップ板要素からなる力学モデルにおいて, リップ幅が小さい場合ではフランジとリップの接合線が移動し, ゆがみ座屈の座屈性状が発現するが, リップ幅を増大させることでゆがみ座屈から局部座屈へと座屈波形を変化させることができる. したがって, フランジ板要素とリップ板要素からなる力学モデルにおいて, フランジ座屈係数が 4.0 となるための必要リップ幅の規定は正しい. 一方で, 溝形断面材はウェブ・フランジ・リップにより構成され, 部材に局部座屈が発生した場合であっても, フランジ座屈係数が 4.0 となる範囲は Fig. 8 に示すように溝形断面材の断面形状が正方形に近い限定的な範囲に限られるため, 部材全体で考えると必要リップ幅の規定は適切でない. 前述のように必要リップ幅規定はゆがみ座屈の抑制であると理解することができるため, ゆがみ座屈耐力と本論文で導出した局部座屈耐力を比較し, ゆがみ座屈耐力が局部

Fig. 9 Local buckling modes shown in Fig. 8 ($c/b_w = 0.10$)

座屈耐力を上回る範囲として必要リップ幅を規定すればよい. なお, フランジ幅に対するリップ幅の比率 c/b_f の影響は Fig. 8 に示す結果に内包されている. 例えば, ウェブせいとフランジ幅を一定としてリップ幅を変化させ, 比率 c/b_f を変化させた場合は Fig. 8 の縦軸方向の, ウェブせいとリップ幅を一定としてフランジ幅を変化させ, 比率 c/b_f を変化させた場合は Fig. 8 の横軸方向の変化と同義となる.

冒頭で述べたように, 本論文では局部座屈現象のみを対象としている. したがって, 構成板要素の幅厚比とリップ幅比率が小さく, フランジ幅比率が大きいような一部範囲ではゆがみ座屈が発生すると考えられるが, 本論文ではゆがみ座屈に関する議論は行わず, ゆがみ座屈の座屈耐力と部材の形状との関係性は別報にて報告する.

3. 溝形断面材の弾性局部座屈耐力の近似評価

2.1 節では材長に応じて変化する弾性局部座屈耐力を算定できる耐力式を提案したが, ウェブ辺長比が 10 程度で一定の値に収束していくことが確認されており, 断面形状に依り変化する弾性局部座屈耐力の収束値によって部材の弾性局部座屈耐力を評価できれば安全側の評価に繋がる. そこで本章では提案式 (19) を簡略化し, 断面形状に依り変化する収束値の弾性局部座屈耐力の近似評価を行う. 2.2 節から, 溝形断面材の弾性局部座屈耐力はウェブ幅厚比 b_w/t の影響を受けず, フランジ幅比率 b_f/b_w とリップ幅比率 c/b_w により影響を受けることが明らかとなっている. この検討結果を利用し, 本論文では溝形断面材の弾性局部座屈耐力式 (19) を式 (20) により近似した.

$$appk_w = \begin{cases} 6\left(\frac{b_f}{b_w}\right)^2 + \frac{c/b_w - 6}{b_w}b_f + 7 & \left(0.0 < \frac{b_f}{b_w} \leq 0.4\right) \\ -4\left(\frac{b_f}{b_w}\right)^2 + \frac{c/b_w + 3}{b_w}b_f + 5 & \left(0.4 < \frac{b_f}{b_w} \leq 1.0\right) \end{cases} \quad (20)$$

近似式 (20) はウェブ座屈係数の表記であるが, 溝形断面材の局部座屈耐力を近似しているため, Table 1 に従い座屈応力度に変換し, 全断面積を乗じることで直接的に溝形断面材の局部座屈耐力を算出することが可能であり, 従来のような他の板要素との座屈耐力の比較は必要としない. ここで, 近似式 (20) と圧縮力を受ける板要素の座屈係数との対応および提案式 (19) との対応を Fig. 10 に示す. 実線が近似式 (20) であり, ○の凡例が提案式 (19) により求めた数値解析解である. 点線は圧縮力を受ける四辺単純支持の板要素の座屈係数 $k_w = 4.0$ と四辺固定支持の板要素の座屈係数 $k_w = 6.98$ である. 破線は小橋ら^{17)・19)}が長方形断面材の力学モデルに基づき導出した弾性局部座屈耐力式をリップ付溝形断面材に対して応用した弾性局部座屈耐力式 (21) である. なお, 式 (21) の数式表現は本論文の記号に

Fig. 10 Web buckling coef. vs flange width ratio

合わせている.

$$k_{w,Kobashi} = 4\gamma + 6.98(1 - \gamma) \quad (21)$$

$$\gamma = \begin{cases} 4.6 \frac{b_f}{b_w} & \left(0.0 < \frac{b_f}{b_w} \leq 0.1\right) \\ 0.4 + 0.6 \frac{b_f}{b_w} & \left(0.1 < \frac{b_f}{b_w} \leq 1.0\right) \end{cases} \quad (22)$$

従来設計法のようにウェブを四辺単純支持と見なした場合、その形状に関わらず座屈係数は4.0となる。一方、Fig. 3に示す現行の製造範囲で多く製造されるような $0.10 \leq b_f/b_w \leq 0.60$ の範囲の座屈係数は5.5～6.5であり、本論文の近似式(20)を使用した場合、座屈耐力が40%～60%ほど大きく算定される。また、式(21)は工学的な判断に基づき長方形断面部材に対する安全側の耐力式を溝形断面部材に適用させた耐力式となっているため、数値解析解を精緻には追従できないが、弾性局部座屈耐力の変化傾向を捉えている。近似式(20)は溝形断面部材の更なる部材の高効率利用を図るべく、小橋らが提案した近似式(21)の精度をさらに向上させたため、式(21)に比較し近似式(20)は座屈耐力を10%程度大きく算定する。ただし、リップ幅比率の影響は小さいため、リップ幅の影響を無視し、 $c=0$ と算定することで、より安全側の弾性局部座屈耐力を求めることも可能である。

最後に、有限要素法による固有値解析結果と提案式(19)と近似式(20)を比較することで、その精度を検証する。ここでは汎用有限要素法解析プログラム MSC. Marc 2019により断面形状を解析パラメータとした固有値解析を行った。Fig. 11に解析モデルの概要を示す。解析モデルは4節点シェル要素により構成されている。ウェブせい方向は20等分割し、この要素サイズと同程度のサイズとなるようにフランジ・リップの幅方向と材長方向の分割数を調整した。解析モデルの両端部は剛体要素を介して断面の図心位置に接合されている。図心位置Aはピン支持、図心位置Bは鉛直ローラー支持であり、両点とも回転は拘束されている。ウェブとフランジの接合線の x 軸方向変位、フランジとリップの接合線の y 軸方向変位は拘束し、局部座屈以外の座屈モードが生じないように境界条件を設定した。外力は鉛直荷重 P をB点に作用させ、固有値が収束するまで解析を行った。材料特性はヤング係数 E を205000 N/mm²、ポアソン比 ν を0.3として設定した。解析変数はウェブせい b_w を150、ウェブ幅厚比 b_w/t を100に固定し、フランジ幅比率 b_f/b_w は0.1～1.0までの範囲で、リップ幅比率 c/b_w は0.0～0.25までの範囲で変化させた。

ウェブ辺長比の変化を伴う弾性局部座屈耐力の評価を提案式(19)に基づき行った結果をFig. 12(a)に例示する。実破線は提案式(19)から求めたウェブ座屈係数であり、○と□の凡例が有限要素法による

Fig. 11 Overview of FEA model

(a) Comparison with eq. 19 (b) Comparison with eq. 19 or eq. 20

Fig. 12 Comparisons between FEM results and eq. 19 or eq. 20

固有値解析結果である。提案式(19)はウェブ辺長比の変化に伴うウェブ座屈係数の変化を追従し、ウェブ座屈係数が収束していく傾向とその収束値を正しく評価できている。Fig. 12(b)はFig. 11に示す解析変数の範囲を対象に、ウェブ辺長比 λ_w を局部座屈耐力が十分に収束する $\lambda_w = 20$ と設定し、提案式(19)、近似式(20)と有限要素法固有値解析の結果を比較した結果である。提案式(19)に対する有限要素法固有値解析結果の平均比率は0.964、変動係数は0.00744、最大誤差は4.49%となり、提案式(19)は溝形断面部材の局部座屈耐力を精度良く評価できる。近似式(20)は提案式(19)に比較し簡便な数式表現であるが、近似式(20)に対する有限要素法固有値解析結果の平均比率は0.976、変動係数は0.0117、最大誤差は5.27%となり、工学的に十分な精度で溝形断面部材の局部座屈耐力を評価可能である。

4. 結

本論文ではエネルギー法に基づき冷間成形溝形断面部材の諸変数が弾性局部座屈耐力に及ぼす影響について考察した。以下に結論をまとめる。

- 1) 部材を構成する各板要素の相互作用による拘束効果を考慮すべく、ウェブ・フランジ・リップの座屈波形を一連の変位関数により表現し、この変位関数を用いたエネルギー法により、溝形断面部材の弾性局部座屈耐力式を提案し、その近似式を導出した。
- 2) フランジ幅比率 b_f/b_w の違いによりリップ幅比率 c/b_w が弾性局部座屈耐力に与える影響が異なる。フランジ幅比率が大きくなると相対的にフランジに局部座屈が生じやすくなるが、リップ幅比率の増加により、フランジの局部座屈を拘束するため、フランジ幅比率の大きい範囲でリップの拘束効果が現れやすい。しかし、リップ幅比率が局部座屈耐力に与える影響は小さい。
- 3) リップの有無に関わらず、断面内の板厚が均一であるためフランジ幅比率 b_f/b_w が低下すると相対的にフランジの幅厚比が低下し、

フランジの局部座屈が抑制され、弾性局部座屈耐力が増加する。

- 4) 現実的な溝形断面部材の形状では、溝形断面部材に局部座屈が発生した場合でもフランジ座屈係数はほとんど 4.0 以下となる。現行の薄板軽量形鋼造建築物設計の手引き¹⁶⁾では溝形断面部材でゆがみ座屈の発生を抑制し、局部座屈を発生させるための条件として、フランジ座屈係数が 4.0 となるための必要リップ幅を規定しているが、板厚が断面内で一定となる冷間成形溝形断面部材の製造範囲内でフランジ座屈係数が 4.0 となる範囲は極めて限定的であるため、必要リップ幅の設定根拠として適切でない。
- 5) 提案式 (19) により求められる弾性局部座屈耐力に対する有限要素法弾性固有値解析結果の平均値は 0.967, 変動係数は 0.00744, 最大誤差は 4.49 % であり、提案式 (19) により溝形断面部材の弾性局部座屈耐力を精度良く得られる。提案式 (19) を簡便な表記とした近似式 (20) によっても、平均値が 0.976, 変動係数は 0.0117, 最大誤差は 5.27 % 程度で弾性局部座屈耐力を評価可能である。

参考文献

- 1) K. Mitsui, A. Watanabe, T. Kobashi, K. Ikarashi: EFFECT OF GEOMETRICAL IMPERFECTION ON ANALYTICAL BUCKLING STRENGTH OF COLD-FORMED LIPPED CHANNEL STEEL MEMBER UNDER COMPRESSION, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 86, No. 779, pp. 157 - 167, 2021. 1 (In Japanese)
- 2) American Iron and Steel Institute (AISI): North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members, 2016
- 3) CEN Brussels : EN 1993-1-1. Eurocode 3 - design of steel structures. Part 1-1, General rules and rules for buildings, 2005. 5
- 4) Australian/New Zealand Standard: Cold-formed Steel Structure, Standards Australia/Standards New Zealand, 1996
- 5) S. C. W. Lau, G. J. Hancock: Distortional Buckling Formulas for Channel Columns, Journal of Structural Engineering, Vol. 113 (5), pp. 1063 - 1078, 1987. 5
- 6) G. J. Hancock: Design for Distortional Buckling of Flexural Members, Thin-Walled Structures, Vol. 27 (1), pp. 3 - 12, 1997. 1
- 7) G. J. Hancock, C. A. Rogers, R. M. Schuster: Comparison of the Distortional Buckling Method for Flexural Members with Tests, Proceeding 13th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, pp. 125 - 138, 1996. 10
- 8) G. J. Hancock, Young B. Kwon, E. Stefan Bernard: Strength Design Curves for Thin-Walled Sections Undergoing Distortional Buckling, Journal of Steel Research, Vol. 31 (2-3), pp. 169 - 186, 1994. 3
- 9) Y. B. Kwon, G. J. Hancock: Strength tests of cold-formed channel sections undergoing local and distortional buckling, Journal of Structural Engineering, Vol. 117 (2), pp. 1786 - 1803, 1992
- 10) B. W. Schafer, T. Peköz: Laterally Braced Cold-Formed Steel Flexural Members with Edge Stiffened Flanges, Journal of Structural Engineering, Vol. 125 (2), pp. 118 - 127, 1999. 2
- 11) B. W. Schafer: Local, Distortional, and Euler Buckling of Thin-Walled Columns, Journal of Structural Engineering, Vol. 128, No. 3, pp. 289 - 299, 2002. 3
- 12) B. W. Schafer: Distortional buckling of cold-formed steel columns: Finel report Sponsored by the American Iron and Steel Institute, 2000. 8
- 13) B. W. Schafer, T. Peköz: Direct Strength Prediction of Cold-Formed Steel Members Using Numerical Elastic Buckling Solutions, Proceeding 14th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, 1998. 10
- 14) F. Bleich: Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill Book Co. Inc., 1952
- 15) AIJ : AIJ Recommendations for Stability Design of Steel Structures, 2018. 2 (In Japanese)
日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，2018. 2
- 16) Guide for Designing Cold-formed Steel Structures 2nd Edition, Gihodo Shuppan Co., Ltd. , 2014 (in Japanese)
薄板軽量形鋼造建築物設計の手引き 第 2 版，技報堂出版，2014
- 17) T. Kobashi, K. Ikarashi, N. Simizu: ELASTIC LOCAL BUCKLING STRENGTH AND MAXIMUM STRENGTH OF COLD FORMED STEEL MEMBERS WITH DIFFERENT PLATE WIDTH ON ADJACENT PLATE ELEMENTS, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 83, No. 749, pp. 1051 - 1061, 2018. 7 (In Japanese)
- 18) T. Kobashi, K. Ikarashi, N. Simizu: ELASTIC LOCAL BUCKLING STRENGTH AND MAXIMUM STRENGTH OF RECTANGULAR SECTION MEMBERS WHICH WERE LOADED COMPRESSION AND BENDING, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 84, No. 755, pp. 97 - 107, 2019. 1 (In Japanese)
- 19) T. Kobashi: DESIGN EQUATIONS FOR ELASTIC LOCAL BUCKLING STRENGTH OF LIPPED-C CHANNEL MEMBERS, 12th Pacific Structural Steel Conference, p. 3-4-1, 2019. 11
- 20) K. Mitsui, R. Kuwada: COUPLED LOCAL BUCKLING STRENGTH OF H-SHAPED MEMBERS UNDER COMPRESSION, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 86, No. 782, pp. 619 - 629, 2021. 4 (In Japanese)
- 21) Japanese Industrial Standards Committee: Light gauge steel sections for general structure, JIS G 3350, 2017 (In Japanese)
日本工業標準調査会：一般構造用軽量形鋼，JIS G 3350, 2017

BUCKLING STRENGTH AND BEHAVIOR OF ELASTIC LOCAL BUCKLING FOR COLD-FORMED CHANNEL MEMBER UNDER COMPRESSION

Kazuya MITSUI^{*1} and *Kikuo IKARASHI*^{*2}

^{*1} Assist. Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

^{*2} Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

Singly-symmetric open sections in pure compression reveals two fundamental buckling modes: distortional and local, except for overall buckling such as bending buckling. Though these buckling modes reveal independently or in combination in channel members, this paper focuses on only independent local buckling. Traditionally, local buckling strength is calculated as a simply supported plate or fixed supported plate because its methodology is easy and plain. However, when such a simple buckling strength calculation method is applied to a member whose purpose is to thin the member and make advanced use, such as light gauge steel member, the local buckling strength must be calculated precisely. There is a concern that the advantages of these members will be lost. Therefore, in this paper, the buckling displacements of the web/flange/lip are expressed by a series of displacement functions. The elastic local buckling evaluation formula, which considers the element interactions, is proposed via the energy method. Also, the relationship between the cross-sectional shape of the channel member and the buckling behavior is clarified. Finally, comparisons between the proposed and conventional formulae are described.

From this research, the following are found.

- 1) To consider the restraint effect due to the element interaction of each plate that constitutes the member, the buckling waveform of the web/flange/lip is expressed by a series of displacement functions. Using this displacement function, the elastic local buckling strength formula for the channel member is proposed by the energy method.
- 2) The lip width ratio's effect on the elastic local buckling strength differs depending on the difference in the flange width ratio b/b_w . When the flange width ratio becomes large, local buckling is relatively likely to occur in the flange; however, as the lip width ratio c/b_w increases, the flange's local buckling is restrained so that the lip restraining effect appears in a range where the flange width ratio is large. However, the effect of the lip width ratio on the local buckling resistance is not large.
- 3) Since the plate thickness in the cross-section is uniform regardless of the presence or absence of lips when the flange width ratio decreases, the flange's width-thickness ratio decreases relatively, and local buckling of the flange is suppressed. As a result, the elastic local buckling strength increases.
- 4) The flange coefficient is almost 4.0 or less in the channel member's realistic shape even when local buckling occurs in the channel member. The current design manual for light gauge steel members stipulates the required lip width for the flange buckling coefficient to satisfy 4.0 to suppress distortion buckling and cause local buckling. However, since the range in which the flange buckling coefficient satisfies 4.0 within the channel member's manufacturing range is limited, it is not appropriate as a basis for setting the required lip width.
- 5) The average value of the finite element elastic eigenvalue analysis results against the elastic local buckling strength obtained from the proposed formula (19) is 0.967, the standard deviation is 0.00744, and the maximum error is 4.49 %. The approximate formula (20) can also obtain reasonably calculated results, which is a simple notation of the proposed formula (19).

(2021 年 4 月 9 日原稿受理, 2021 年 7 月 26 日採用決定)