2層地盤系上の杭のある剛構造物の地動に対する ロッキング応答特性

正会員 山 本 鎮 男*
米 谷 尚 武**

1. ま え が き

地震を対照とした地動に対する基礎杭の応答に関する論文としては、今迄に、J. Penzien¹⁾、岡本²⁾、小坪³⁾、田治見⁴⁾等の論文がある。J. Penzien は完全剛体とみなした基盤上の表層の地震応答を、地盤を弾塑性型剪断多質点系とみなして求めた。更にこの求められた地震動と基礎杭との相間変位の間に弾塑性型復元力が存在するものとして基礎杭の地震応答を求めた。岡本等²⁾、小坪等³⁾、は同系列の論文に分類できる。即ち、完全剛体とみなした表層の地動を、地盤を完全剪断弾性体とみなして求めた。この求められた地動と基礎杭との間に、弾性復元力が存在するものとして、地動に対する応答を求めた。田治見⁴⁾はやはり完全剛体とみなした基盤上の表層の地動を、地盤を三次元弾性体とみなして、厳密な解を求め、杭の変位をフーリエ級数に展開し、両者の境界を考慮して杭の応答を求めた。

本論文は、2層の剪断弾性体とみなして、下層よりの入射波に対する表層部の応答を求め、表層部の地動と杭変位の間に J. Penzien¹⁾ が求めたものと同様な方法によって求めた弾性復元力が存在するものとし、更に、杭面からの波動逸散による近似減衰量⁷⁾を含めめて杭の応答を求めた。

本論文の特長とする所は、地動応答—杭応答—構造物のロッキング応答が、三者同時に求められるように解析したことである。

2. 2層剪断地盤系の地動に対する応答特性

2層系地盤を Fig.-1 のように、剪断弾性体と仮想すれば、波動方程式は次のようになる。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

Fig.-1

境界条件

$$z=0; \quad \tau = G_2 \cdot \frac{\partial u}{\partial z} (z=0) = 0$$

$$z=H; \quad (i) \quad U_2(t, H) = U_1(t, 0)$$

$$(ii) \quad G_2 \frac{\partial}{\partial x} U_2(t, H) = G_1 \frac{\partial}{\partial x} U_1(t, 0) \quad (2)$$

を用いれば、 $z=H$ に於ける入射波 $U_0 \cdot e^{i\omega t}$ と地表の変位 U_s の関係は次式によって得られる⁸⁾。

$$U_0 = \frac{U_s}{2} \left(\cos \frac{\omega H}{V_2} + i \alpha \sin \frac{\omega H}{V_2} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに α は Impedance Ratio で次式で表わされる。

$$\alpha = \frac{\rho_2 V_2}{\rho_1 V_1} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ρ_1, ρ_2 : Mass of Soil per Unit Volume of Upper and Lower Layer ($\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^2$)

V_1, V_2 : Shear Velocity of Upper and Lower Layer (cm/sec)

G, G_2 : Shear Modulus of Upper and Lower Layer (kg/cm^2)

表層部の任意点の振幅は次式によって得られる。

$$U(t, z) = U_0 \frac{2 \cos \frac{\omega}{V_2} z}{\cos \frac{\omega H}{V_2} + i \alpha \sin \frac{\omega H}{V_2}} e^{i\omega t}$$

$$= U_0 \frac{2 \cos \frac{\omega}{V_2} z}{\sqrt{\cos^2 \frac{\omega H}{V_2} + \alpha^2 \sin^2 \frac{\omega H}{V_2}}} e^{i\omega(t-\beta_1)}$$

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{\alpha \sin \frac{\omega H}{V_2}}{\cos \frac{\omega H}{V_2}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

単位境界面入射波 $e^{i\omega t}$ に対する地表面の振幅を、 $H=15M$ 、地盤のヤング係数 $E=600 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\nu=0.45$ を仮想して5種の Impedance Ratio に対して計算した結果を Fig.-2 に示してある。Impedance Ratio α の値が少くなると表層部は大きな共振現象を呈する。

周波数の増加に伴ない、いくつかの共振点が認められる。そして、その共振点での最大の振幅は周波数が高くなっても変らない。現実には地盤の粘性抵抗が作用し、高周波数の範囲では振幅は少さくなってしまふ。これらの共振点のうち、最少のものを地盤の見掛けのヤング係数、表層の厚さ (H) と関連づけると Fig.-3 のように

* 千代田化工建設株式会社 技術総合研究所 STAFF 研究員 工博

** 同研究員

(昭和43年2月7日本稿受理・討論期限昭和43年11月末日)

Fig.-2 Ground Displacement at Surface of Soil against injected Unit Displacement ($e^{i\omega t}$) from Lower Layer ($E=600 \text{ kg/cm}^2$, $H=15 \text{ m}$, $\nu=0.45$)

Fig.-3 First Natural Frequency and Depth of Upper Layer. ($\nu=0.45$)

なる。

3. 地動に対する杭の曲げ応答に関する運動方程式とその解

2層系の下層, $z=H$ に於ける入射波 $U_0 \cdot e^{i\omega t}$ に対する表層の任意点の振幅は式 (5) によって得られる。Fig.-4 を参照して、地動に対する杭の曲げ振動に対する運動方程式は次のように得られる。

$$EI \frac{\partial^4 U_p}{\partial z^4} + \rho A \frac{\partial^2 U_p}{\partial t^2} = -P_m \quad (6)$$

Fig.-4

P_m は地震時の土圧であり次式によって表わされるものとする。

$$P_m = (S_1 + iS_2)(U_p - U) \quad (7)$$

(7) 式を (6) 式に代入すると次式が得られる。

$$EI \frac{\partial^4 U_p}{\partial z^4} + \rho A \frac{\partial^2 U_p}{\partial t^2} + (S_1 + iS_2)U_p = (S_1 + iS_2)U \quad (8)$$

U_0 : Displacement of Injected Ground Motion (cm)

EI : Bending Stiffness of Pile ($\text{kg} \cdot \text{cm}^2$)

ρ : Mass of Pile per Unit Volume ($\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^4$)

A : Sectional Area of Pile (cm^2)

U_p : Displacement of Pile (cm)

U : Displacement of Ground (cm)

S_1 : Horizontal Statical Spring Force on Surface of Pile ($\bar{E}_{sh}$) (kg/cm^2)⁷⁾

S_2 : Dissipative Damping from Surface of Pile (kg/cm^2)⁷⁾

V_1, V_2 : Shear Wave Velocity of Soil (cm/sec)

ρ_1, ρ_2 : Mass of Soil per Unit Volume ($\text{kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^4$)

$$K^4 = \frac{\rho A \omega^2 - S_1 - iS_2}{EI} \quad (9)$$

及び

$$U_p = X \cdot e^{i\omega t} \quad (10)$$

とおけば式 (8) は次のようになる。

$$\{EIX'''' - K^4 X\} e^{i\omega t} = (S_1 + iS_2)U \quad (11)$$

式 (11) の一般解は次のようになる。

$$X = C_1 \cosh KZ + C_2 \sinh KZ + C_3 \cos KZ + C_4 \sin KZ + \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \cos \frac{\omega}{V_2} Z \quad (12)$$

ここで H_1, H_2 は次式によって与えられるものである。

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{2}{EI} \cdot \frac{S_1 \cos \frac{\omega H}{V_2} + S_2 \alpha \sin \frac{\omega H}{V_2}}{\cos^2 \frac{\omega H}{V_2} + \alpha^2 \sin^2 \frac{\omega H}{V_2}} U_0 \\ H_2 &= \frac{2}{EI} \cdot \frac{S_2 \cos \frac{\omega H}{V_2} - S_1 \alpha \sin \frac{\omega H}{V_2}}{\cos^2 \frac{\omega H}{V_2} + \alpha^2 \sin^2 \frac{\omega H}{V_2}} U_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

C_1, C_2, C_3, C_4 は未定係数で境界条件によって決定される。杭の境界条件を次式のようにとれば、

$$\left. \begin{aligned} Z=0 & \left\{ \begin{aligned} U_p &= \bar{x}_b \cdot e^{i\omega t} \\ U_p' &= \theta_b \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right. \\ Z=H & \left\{ \begin{aligned} U_p &= U_0 \frac{2 \cos \frac{\omega H}{V_s}}{\cos \frac{\omega H}{V_2} + i \alpha \sin \frac{\omega H}{V_2}} \\ M &= 0 \end{aligned} \right. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

これより杭の変位応答は次式によって与えられる。

$$U_p = \left[(\cos KZ - \cosh KZ) \frac{D_1}{D} + (\sin KZ - \sinh KZ) \frac{D_2}{D} + \left\{ \bar{x}_b - \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \right\} \times \cosh KZ + \frac{\theta_b}{K} \sinh KZ + \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \cos \frac{\omega}{V_2} Z \right] e^{i\omega t} \dots (15)$$

上式中の D, D_1, D_2 は次式で与えられる。

$$D = K^2 \{ (\cos KH - \cosh KH) (-\sinh KH - \sin KH) - (\sin KH - \sinh KH) \times (-\cosh KH - \cos KH) \} \dots (16)$$

$$D_1 = K^2 \left(U_0 - \bar{x}_b \cosh KH + \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \times \cosh KH - \frac{\theta_b}{K} \sinh KH - \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \times \cos \frac{\omega}{V_2} H \right) \times (-\sinh KH - \sin KH) - \left[-K^2 \left\{ \bar{x}_b - \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \right\} \cosh KH + \frac{\theta_b}{K} \sinh KH \right] + \left(\frac{\omega}{V_2} \right)^2 \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \times \cos \frac{\omega}{V_2} H \Big] \times (\sin KH - \sinh KH) \dots (17)$$

$$D_2 = (\cos KH - \cosh KH) \times \left[-K^2 \left\{ \bar{x}_b - \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \right\} \cosh KH + \frac{\theta_b}{K} \sinh KH \right] + \left(\frac{\omega}{V_2} \right)^2 \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \times \cos \frac{\omega}{V_2} H \Big] - K^2 (-\cosh KH - \cos KH) \times \left\{ U_0 - \bar{x}_b \cosh KH + \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \times \cosh KH - \frac{\theta_b}{K} \sinh KH - \frac{H_1 + iH_2}{\left(\frac{\omega}{V_2}\right)^4 - K^4} \times \cos \frac{\omega}{V_2} H \right\} \dots (18)$$

式 (15) を虚部と実部に整理すれば、杭頭の複素関数は下式のように表現出来る。

$$\left. \begin{aligned} M &= \{ (Q_1 + iQ_2) \bar{x}_b + (Q_3 + iQ_4) \theta_b + (E_1 + iE_2) \} e^{i\omega t} \\ S &= \{ (Q_5 + iQ_6) \bar{x}_b + (Q_7 + iQ_8) \theta_b + (E_3 + iE_4) \} e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

上式は、下記のパラメーターによって得られる。

Table-1

EI : Bending Stiffness of Pile ($\text{kg}\cdot\text{cm}^2$)
$\bar{\rho}$: Mass of Soil per Unit Volume ($\text{kg}\cdot\text{sec}^2/\text{cm}^4$)
V_P : Velocity of Compressive Wave of Soil (cm/sec)
K_b : Proportional Constant ⁷⁾
ω : Circular Frequency (rad/sec)
B : Radius of Pile (cm)
ρ : Mass of Pile per Unit Volume ($\text{kg}\cdot\text{sec}^2/\text{cm}^2$)
$\bar{E}_{sh}$: Statical Horizontal Spring (kg/cm^2) ⁷⁾
α : Impedance Ratio $\frac{\rho_2 V_2}{\rho_1 V_1}$
H : Depth of Surface Layer (cm)
U_0 : Amplitude of Injected Wave (cm)

500 ϕ 中の鉄筋コンクリート杭を対象にして、数値計算に用いられた種々の諸元は下記に示すものである。

Table-2

[Common Data for Soil]	
(1)	Poisson's Ratio of Soil; $\nu=0.45$
(2)	Pseudo-Young's Modulus of Soil; $E=600, 900, 1,200$ (kg/cm^2)
(3)	Mass of Soil; $\bar{\rho}=1.63 \times 10^{-6}$ ($\text{kg}\cdot\text{sec}^2/\text{cm}^4$)
[Common Data for Pile]	
(1)	$2B=50$ (cm)
(2)	$\rho=2.45 \times 10^{-6}$ ($\text{kg}\cdot\text{sec}^2/\text{cm}^4$)
(3)	$E=2.1 \times 10^5$ (kg/cm^2)
(4)	$H=1,500$ (cm)
(5)	$A=10.50 \times 10^2$ (cm^2)
(6)	$I=24.0 \times 10^4$ (cm^4)

先ず、杭頭の曲げモーメントについて述べると、杭頭の曲げ型複素関数のうち、 Q_1, Q_2, E_1, E_2 を各々、 $\omega=0$ の時の Q_1 で除し、無次元化し、 $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \bar{E}_1, \bar{E}_2$ で表わし、 $\alpha=1.0$ の場合について Fig.-5 に示した。本図を見ると、複元力の実部に相当する $\bar{Q}_1$ は、この程度の周波数範囲ではほとんど変化せず、又、虚部に相当する $\bar{Q}_2$ は、わずかに絶対値が増加して居ることが認められる。一方、杭頭より入射される地震力に相当する $\bar{E}_1, \bar{E}_2$ は周波数の増加に伴ない Cosin 又は Sin Curve のように変化し、表層の共振点位置で実部 $\bar{E}_1$ は 0 点を通り、虚部 $\bar{E}_2$ は極大値を取る。周波数が 0 の場合の $\bar{E}_1$ と $\bar{Q}_1$ を比較すると $\bar{E}_1$ が、丁度、 $\bar{Q}_1$ の絶対値で 2 倍になっていることが認められる。これは、構造物が地盤の変位に無関係に原位置に止まって居り（即ち、 $\bar{x}_b=0, \theta_b=0$ ）地盤のみが 2 cm（式 (5) 参照）移動したこと相当し、このことは、 $\theta_b=0$ で構造物を $\bar{x}_b=-2$ cm 静的に移動すること同じである。それ故、 $\theta_b=0$ の条件で、構造物を $\bar{x}_b=1$ cm 静的に移動した場合の復元力 ($\bar{Q}_1$) に対して $\bar{E}_1$ 異符号で、2 倍の曲げモーメントを与えるということが理解される。

又、本図の横軸は、下層よりの入射波の周波数であり、この入射波に対応する応答 ($\bar{E}_1, \bar{E}_2$) が、共振点で、位相が 90° となることから、表層の共振点で実部が 0 とな

Fig. 5 Dimensionless Complex Springiness ($\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \bar{E}_1, \bar{E}_2$) at Top of Reinforced Concrete Pile (500 ϕ) ($E=600 \text{ kg/cm}^2$, $H=15 \text{ m}$, $\nu=0.45$, $\alpha=1.00$)

Fig. 6 Dimensionless Complex Springiness ($\bar{Q}_5, \bar{Q}_6, \bar{E}_3, \bar{E}_4$) at Top of Reinforced Concrete Pile (500 ϕ) ($E=600 \text{ kg/cm}^2$, $H=15 \text{ m}$, $\nu=0.45$, $\alpha=1.00$)

り、虚部が極値を取ることが説明されうる。

同じように、杭頭の複素関数 ($\bar{Q}_5, \bar{Q}_6, \bar{E}_3, \bar{E}_4$) を Fig. 6 に示した。

杭がある為に、構造物に与えられる地震力の増分と復元力は $\bar{x}_b$ が絶対変位であり、 x_b が相対変位であることを考慮して式 (19) に、その関係を代入すれば、次のようにして得られる。即ち

$$\bar{x}_b = x_b + U(t, 0) \quad \dots\dots\dots (20)$$

これを式 (19) に代入すれば

$$M = [(Q_1 + iQ_2)x_b + (Q_3 + iQ_4)\theta_b + \{E_1 + Q_1 \cdot U(t, 0)\} + i\{E_2 + Q_2 \cdot U(t, 0)\}]e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$S = [(Q_5 + iQ_6)x_b + (Q_7 + iQ_8)\theta_b + \{E_3 + Q_5 \cdot U(t, 0)\} + i\{E_4 + Q_6 \cdot U(t, 0)\}]e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (22)$$

上式中 x_b, θ_b のかかっている項は復素復元力であり、構造物の復元力と減衰量の増分を表わす。 x_b, θ_b のかかっていない項は杭から構造物に入射する地震量を示す。

4. 2 層地盤系上の剛構造物の地動に対するロッキング応答特性

下層地盤の入射波 $U(t, H) = U_0 \cdot e^{i\omega t}$ に対する構造物のロッキング振動を Fig. 7 に示すように、重心位置は変化せず、重心に θ なる回転角が生ずるものとする。

$2c$: Height of Structure (cm)

$2b$: Width of Structure of Base (cm)

R : Distance from Center of Gravity of Structure to Rocking Node (cm)

θ : Rotational Angle of Rocking (rad.)

x_{ib}, x_{jb} : Horizontal Displacement at Top of Pile (i and j Point) (cm)

z_{ib}, z_{jb} : Vertical Displacement at Top of Pile (i and j Point) (cm)

X_{ib}, X_{jb} : Complex Spring Force at Top of Pile (Shearing Force) (kg)

Z_{ib}, Z_{jb} : Complex Spring Force at Top of Pile (Axial Force) (kg)

Fig. 7

M_{ib}, M_{jb} : Complex Spring Force at Top of Pile
(Bending Moment) (kg·cm)

$x_{ib}, x_{jb}, z_{ib}, z_{jb}$ は θ と R をもって次のように表現することが出来る。

$$\left. \begin{aligned} x_{ib} &\doteq (R-h)\theta \\ z_{ib} &\doteq -b_i \cdot \theta \\ x_{jb} &\doteq (R-h)\theta \\ z_{jb} &\doteq b_j \theta \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

Fig.-8

Fig.-8 は杭伏図を示し, m, n は杭の数を示す。杭のある構造物の地動に対するロッキング振動の運動方程式は次式のごとくなる。

$$M\ddot{x} + BK_x \cdot x_b - x \{P_t(x_b)\}_{z=0} + PK_{11}(x_b, \theta_b) = F_x \dots (24)$$

$$I_y \cdot \ddot{\theta} + BK_\theta \cdot \theta_b - BK_x \cdot x_b \cdot h - \int_{A_0} z \{P_t(\theta_b)\}_{z=0} + x \{P_t(x_b)\}_{z=0} \cdot h + PK_{55}(\theta_b, z_b) - PK_{11}(x_b, \theta_b) \cdot h = N_y \dots (25)$$

式 (24) は x 軸方向の並進運動の方程式であり, 式 (25) は y 軸の回転運動を表わす方程式である。

M : Mass of Structure (kg·sec²/cm)

I_y : Mass Moment of Inertia at Center of Gravity of Structure (kg·sec²·cm)

BK_x : Horizontal Statical Spring at Base of Structure (kg/cm)^(6,7)

BK_θ : Rotational Statical Spring at Base of Structure (kg·cm/rad)^(6,7)

$x \{P_t(x_b)\}_{z=0}$: Horizontal Wave Stress at Base of Structure (kg)^(6,7)

$\int_{A_0} z \{P_t(\theta_b)\}$: Rotational Wave Stress at Base of Structure^(6,7)

$PK_{11}(x_b, \theta_b)$: Horizontal Complex Spring Force at Top of Pile⁽⁷⁾

$PK_{55}(\theta_b, z_b)$: Rotational Complex Spring Force at Top of Pile⁽⁷⁾

F_x : Horizontal Exciting Force for x Axis at Center of Gravity of Structure (kg)

N_y : Rotational Exciting Moment about y Axis at Center of Gravity of Structure (kg·cm)

杭頭の複素曲げモーメント (M_{ib}, M_{jb}), 剪断力 (X_{ib}, X_{jb}), 軸力 (Z_{ib}, Z_{jb}) は式 (21), 式 (22) より次のようになる。

$$M_{ib} = M_{jb} = [(Q_1 + iQ_2)x_b + (Q_3 + iQ_4)\theta_b]e^{i\omega t} \dots (26)$$

$$X_{ib} = X_{jb} = [(Q_5 + iQ_6)x_b + (Q_7 + iQ_8)\theta_b]e^{i\omega t} \dots (27)$$

これらの値を使用すれば, $PK_{11}(x_b, \theta_b)$, $PK_{55}(x_b, \theta_b)$ は次式のように得られる。

$$PK_{11}(x_b, \theta_b) = n \sum_{i,j} (X_{ib} + X_{jb})$$

$$= T[(Q_5 + iQ_6)x_b + (Q_7 + iQ_8)\theta_b]e^{i\omega t} \quad (28)$$

$$PK_{55}(x_b, \theta_b) = n \sum_{i,j} (Z_{ib} \cdot b_i + Z_{jb} \cdot b_j)$$

$$+ n \sum_{i,j} (M_{ib} + M_{jb}) = 2n \sum_i b_i (g_9 + i g_{10}) z_b + T[(Q_1 + iQ_2)x_b + (Q_3 + iQ_4)\theta_b]e^{i\omega t} \dots (29)$$

T : Total Numbers of Pile

ここで外力は, 次のようになる。

$$F_x = -M \cdot \ddot{U}(t, 0) + S_P \dots (30)$$

$$N_y = S_P \cdot h + M_P \dots (31)$$

$M \cdot \ddot{U}(t, 0)$ は相対加速度で式 (5) を参照して次式で表わされる。

$$-M \cdot \ddot{U}(t, 0) = M \left\{ \frac{2 U_0 \omega^2}{\cos \frac{\omega H}{V_2} + i \alpha \sin \frac{\omega H}{V_2}} \right\} e^{i\omega t} \dots (32)$$

S_P は杭より与えられる剪断型の地震入射量で式 (22) より次のように与えられる。

$$S_P = -T[(E_3 + Q_5 \cdot U(t, 0)) + i(E_4 + Q_6 \cdot U(t, 0))]e^{i\omega t} \dots (33)$$

M_P は杭より与えられる曲げ型, 地震入射量で同様に式 (21) を参照して次式のように与えられる。

$$M_P = T[(E_1 + Q_1 \cdot U(t, 0)) + i(E_2 + Q_2 \cdot U(t, 0))]e^{i\omega t} \dots (34)$$

F_x, N_y を次のように表わし

$$F_x = (F_1 + i F_2)e^{i\omega t} \dots (35)$$

$$N_y = (N_1 + i N_2)e^{i\omega t} \dots (36)$$

文献 7) の (Part 5) の式 (38), (42) にこれを代入すれば, 杭のある構造物のロッキング角度応答, 構造物頂部の相対変位応答は次のように得られる。

F_x によるロッキング角度応答

$$\theta_b = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{\sqrt{(F_{19} - \omega^2 M F_{17})^2 + (F_{20} - \omega^2 M F_{18})^2}} \times e^{i(\omega t - \beta_1 + \gamma_1)}$$

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{F_{20} - \omega^2 M F_{18}}{F_{19} - \omega^2 M F_{17}}$$

$$\gamma_1 = \tan^{-1} \frac{F_2}{F_1}$$

N_y によるロッキング角度応答

$$\theta_N = \frac{\sqrt{N_1^2 + N_2^2}}{\sqrt{(F_{21} - I_y \omega^2)^2 + F_{22}^2}} e^{i(\omega t - \beta_2 + \gamma_2)}$$

$$\beta_2 = \tan^{-1} \frac{F_{22}}{F_{21} - I_y \omega^2}$$

$$\gamma_2 = \tan^{-1} \frac{N_2}{N_1}$$

$$\dots (37)$$

$F_{17} \sim F_{22}$ は文献 7) の Part (5) 参照し $g_1 \sim g_8$ を $Q_1 \sim Q_8$ に変えることによって得られる。

同じように構造物頂部の相対変位の次答は次式のようにして得られる。

F_x による構造物頂部の相対変位応答

$${}_tX_{Fx} = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{\sqrt{(F_{24} - \omega^2 MF_{26})^2 + (F_{25} - \omega^2 MF_{27})^2}} \times e^{i(\omega t - \beta_3 + \gamma_3)}$$

$$\beta_3 = \tan^{-1} \frac{F_{25} - \omega^2 MF_{27}}{F_{24} - \omega^2 MF_{26}}$$

$$\gamma_3 = \tan^{-1} \frac{F_2}{F_1}$$

N_y による構造物頂部の相対変位

$${}_tX_{Ny} = \frac{\sqrt{N_1^2 + N_3^2}}{\sqrt{F_{28}^2 + F_{29}^2}} e^{i(\omega t - \beta_4 + \gamma_4)}$$

$$\beta_4 = \tan^{-1} \frac{F_{29}}{F_{28}} \quad \gamma_4 = \tan^{-1} \frac{N_3}{N_1}$$

.....(38)

構造物頂部の絶対変位変答は

F_x による頂部相対変位を

$${}_tX_{Fx} = (A_1 + iA_2)e^{i\omega t} \quad \text{.....(39)}$$

N_y による頂部相対変位を

$${}_tX_{Ny} = (A_3 + iA_4)e^{i\omega t} \quad \text{.....(40)}$$

地表動を

$$U(t, 0) = (A_5 + iA_6)e^{i\omega t} \quad \text{.....(41)}$$

と置けば、次式のように表わされる。

構造物頂部の絶対変位

$$AB \cdot {}_tX = \sqrt{(A_1 + A_3 + A_5)^2 + (A_2 + A_4 + A_6)^2} \times e^{i(\omega t - \gamma_5)}$$

$$\gamma_5 = \frac{A_2 + A_4 + A_6}{A_1 + A_3 + A_5}$$

.....(42)

$F_{24} \sim F_{29}$ は文献 1) の Part (5) を参照して、 $g_1 \sim g_8$ を $Q_1 \sim Q_8$ に置きかえることによって得られる。

5. 数値計算例

4 項の結果に基づいて数値計算を試みた。数値計算に用いられた種々の諸元は、下記に示すものである。

[Common Data of Soil]

(1) Poisson's Ratio : $\nu = 0.45$

(2) Pseudo-Young's Modulus of Soil : $E = 600, 900, 1200 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$

(3) Density of Soil : $\bar{\rho} = 1.63 \times 10^{-6} \text{ (kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm})$

[Common Data of Soil]

(1) $\bar{K}_h = \bar{K}_v = 1.0, \bar{\bar{K}}_h = 0^{77}$

(2) $\rho = 2.45 \times 10^{-6} \text{ (kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^4\text{)}, (3) 2B = 60 \text{ (cm)}$

(4) $E = 2.1 \times 10^5 \text{ (kg/cm}^2\text{)}, (5) H = 1,500 \text{ (cm)}$

(6) $A = 10.50 \times 10^2 \text{ (cm}^2\text{)}, (7) I = 24.0 \times 10^4 \text{ (cm}^4\text{)}$

[Common Data of Soil]

(1) $K_h = 0.86, K_v = 1.33^{77}, (2) A = 700 \times 10^4 \text{ (cm}^2\text{)}$

(3) $I_A = 23.3 \times 10^{11} \text{ (cm}^4\text{)}$

(4) $I_y = 38.3 \times 10^8 \text{ (kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm)}$

(5) $M = 5,500 \text{ (kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}), (6) T = 136$

(7) $n = 36, (8) b_1 = 300, b_2 = 900 \text{ (cm)}$

(9) $a = 13.1 \times 10^2 \text{ (cm)}, (10) R_{i=0}^{(7)}$

(11) $\theta_{i=0}^{(7)}, (12) c = 1,050 \text{ (cm)}$

(13) $h = 1,050 \text{ (cm)}$

(Bousinesq Pressure Distribution Used for ${}_B K_x, {}_B K_\theta$)

上述のデータは 6 階建、床面積 700 m^2 程度のフレーム変形を起さない剛な鉄筋コンクリート造を想定し、これが 500ϕ 中の鉄筋コンクリート杭で支持されているものと想定している。ここで採用した表層の厚さ H は小堀等⁵⁾の理論と比較して α の小さい値の場合は、本論の適用範囲としては少々すぎるが、一試算として考えていただきたい。まず、杭のない場合の下層よりの単位入射波に対する構造物頂部の絶対変位の周波数応答を計算すると、Fig.-9, Fig.-10, Fig.-11 のようになる。 α の小さい値になると表層部の共振現象が大きく拡大されて来て、それに伴って応答も大きくなることが示される。高週波での共振振幅は、地下逸散減衰の増加に伴って減少している。Fig.-12 は、杭のある構造物と、杭のない構造物の下層よりの単位入射波 ($e^{i\omega t}$) に対する構造物頂部の絶対変位を示したものである。本図は $\alpha = 1$ の場合のものであり、杭のある構造物の共振点が、杭がないものに比較して、高い方に移行して居ることが認められる。この理由は、杭のある構造物の方が当然のことながら復元力が増加して居ることを示すものである。一方、杭のある構造物の方が、杭のないものに比較して、倍程度の応答量の増加を示しており、この理由は、杭を通じて入射される地震量が、復元力の増分よりも大きいことを示している。

Fig.-9 Response of Absolute Displacement at Top of Structure ($AB \cdot {}_tX_{Fx}$) against Injected Unit Displacement ($e^{i\omega t}$) from Lower Layer ($H=15 \text{ m}, \nu=0.45, \alpha=1.00$)

Fig.-10 Response of Absolute Displacement at Top of Structure ($AB_t X_{Fx}$) against Injected Unit Displacement ($e^{i\omega t}$) from Lower Layer ($H=15$ m, $\nu=0.45$, $\alpha=0.25$)

Fig.-11 Response of Absolute Displacement at Top of Structure ($AB_t X_{Fx}$) against Injected Unit Displacement ($e^{i\omega t}$) from Lower Layer ($H=15$ m, $\nu=0.45$, $\alpha=0.5$)

5. むすびと謝辞

2層地盤系上にある杭のある構造物、杭のない構造物の下層よりの入射波に対する応答を計算した。その結果、杭のある構造物の方が杭のない構造物より、大きな応答を与えることを示した。その理由は、杭があるために生ずる復元力の増分よりも、杭を通じて入射される地震量の方が大きいことを示したことになる。この結果より論ずれば、杭のある構造物は、杭のない構造物よりも

Fig.-12 Response of Absolute Displacement at Top of Structure ($AB_t X_{Fx}$) against Injected Unit Displacement ($e^{i\omega t}$) from Lower Layer ($H=15$ m, $\nu=0.45$, $\alpha=10$)

耐震的には不利であることを示すものであり、根入部分の少ない杭のある構造部は、振動的被害を受けやすいことを示すものである。

末尾ながら、始終、御指導、御計議をいただきて居ります早稲田大学、竹内盛雄教授、日本大学、田治見宏教授に心から御礼申し上げます。又図表の作成に協力をいただきました千代田化工建設(K.K.)松永捷一氏に心からお礼申し上げます。

参 考 論 文

- 1) J. Penzien : "Seismic Effect on Structure Supported on Piles Extended through Deep Sensitive Clays", Report of University of California, Berkley, 1964・8
- 2) 岡本舜三, 加藤勝行, 伯野元彦 : "地下構造物に働く地震力に関する研究", 日本土木学会, 第92号, 1963・3
- 3) N. Ogata, S. Kotsubo : "Seismic Force Effect on Pile Foundation", Proc. of Japan Earthquake Engineering Symposium, 1966・10
- 4) H. Tajimi : "Dynamic Analysis of Structure Supported on Deep Foundation" Proc. of Japan Earthquake Engineering Symposium, 1966・10
- 5) T. Kobori, R. Minai & T. Suzuki : "Dynamical Ground Compliance of Rectangular Foundation on An Elastic Stratum" Proc. of Japan Earthquake Engineering Symposium, 1966・10
- 6) 山原 浩 : "弾性地盤上における基礎および構造物の振動", 第6号, 1965・10
- 7) S. Yamamoto : "Rocking Vibration of Structures with Piles" (Part 1~5), Transaction of A.I.J. 1966・7, 1966・11, 1966・12, 1967・1, 1967・2
- 8) 田治見宏 : "建築振動学" コロナ社

ROCKING VIBRATION OF STRUCTURE WITH PILES PLACED ON ELASTIC TWO LAYER SYSTEM AGAINST GROUND MOTION

by Dr. Shizuo YAMAMOTO*, Naotake KOMETANI** Member of A.I.J.

As for the dynamical response of structure with piles, J. Penzien¹⁾, S. Okamoto²⁾, S. Kotsubo³⁾ and H. Tajimi⁴⁾ have published their papers. J. Penzien¹⁾ evaluated the dynamic response of surface layer on rigid base for earthquake, regarding multi-lumped mass system which had springs of bi-lineas type and viscous damping. Then, he obtained the dynamical response of pile, assuming the soil pressure operated on the surface of pile which was the multiplication of the relative displacement and the spring constant between soil and pile. S. Okamoto²⁾ and S. Kotsubo⁴⁾ analyzed the dynamic response of pile, assuming pure elastic stratum on rigid base. H. Tajimi⁴⁾ evaluated the exact solution of the surface layer of elastic stratum on rigid base for ground motion and obtained the response of pile by equating the displacement of pile expanded in Fourier series and of ground motion.

This paper evaluated the response of surface layer for ground motion, assuming the pure elastic shear system of two layers, and the response of pile by considering the dynamic soil pressure. The characteristics of this paper is to evaluate the whole system of the ground motion, the response of pile and structure at the same time. Assuming the soil as the pure elastic shear system of two layers shown in Fig. 1, the wave equation of motion is given by equation (1).

Using the boundary condition shown in equation (2), the correlation between the injected wave $U_0 \cdot e^{i\omega t}$ at $Z=H$ and the displacement of the surface U_s , and the displacement at arbitrary point are obtained by equation (3) and (5) respectively. The displacement of the surface of soil against the injected unit displacement from lower layer is shown in Fig. 2, assuming $H=15$ M, pseudo-Young's modulus of soil $E=600$ kg/cm² and Poisson's ratio $\nu=0.45$. The large resonance phenomena of surface layer is observed for the small impedance ratio.

Several resonance points are observed, according to the increase of frequency. The maximum amplitude at resonance point does not change in this figure. However, the actual displacement will be decreased against high frequency, because of the effect of viscous damping of soil. The first resonance points are shown in Fig. 3 for pseudo-Young's modulus and the depth of surface layer.

Referring to Fig. 4, the equation of bending vibration of pile for ground motion is given by equation (12). P_m in equation (12) is the soil pressure during ground motion and is given by equation (7). Substituting equation (7) into equation (6), equation (8) is obtained. Considering equation (9) and (10), equation (8) becomes as shown by equation (11).

The general solution of equation (11) is given by equation (12), where H_1 and H_2 is given by equation (13).

Determining the constants C_1 thru C_4 under boundary conditions of equation (14), the response of displacement of pile is given by equation (15), where D_1 and D_2 are given equation (16) thru (18).

Arranging equation (15) into real part and imaginary part, the complex functions at the top of pile are given by the form of equation (19), which are introduced by the parameters shown in Table 1.

Numerical calculations for the reinforced concrete pile of diameter of 50 cm are performed by using the parameters shown in Table 2.

As for the bending moment at the top of pile within the complex functions, the non-dimensional functions $\bar{Q}_1$, $\bar{Q}_2$, $\bar{E}_1$ and $\bar{E}_2$ given by dividing Q_1 , Q_2 , E_1 and E_2 by Q_1 for $\omega=0$ are shown in Fig. 5 in

the case of $\alpha=1.0$.

Referring to this figure, it is observed that $\bar{Q}_1$ of the real part of the spring does not change and $\bar{Q}_2$ of the imaginary part of the spring increase a little for the range of the frequency shown in Fig. 5.

On the other hand, the function $\bar{E}_1$ and $\bar{E}_2$ corresponding to the earthquake force injected from the top of the pile change as a cosine or sine curve. $\bar{E}_1$ of the real part crosses zero and $\bar{E}_2$ of the imaginary part shows the maximum value at the resonance of surface layer. Comparing $\bar{E}_1$ and $\bar{Q}_1$ in case of zero frequency, the absolute value of $\bar{E}_1$ is observed to be just twice as much as that of $\bar{Q}_1$. This means that the structure stays at the original position without the correlation of ground displacement and only the ground moves 2 cm. This fact is the same as the structure moves -2 cm statically.

It is understandable from this reason that $\bar{E}_1$ gives the twice as much as the bending moment with opposite sign to the spring force ($\bar{Q}_1$) corresponding to moving the structure 1 cm statically in the condition of $\theta_b=0$.

The abscissa of this figure is the frequency of injected wave from lower layer. In the same way, the complex functions at the top of pile ($\bar{Q}_5, \bar{Q}_6, \bar{E}_3, \bar{E}_4$) are shown in Fig. 6.

Substituting equation (20), the correlation between the absolute displacement ($\bar{x}_b$) and relative displacement (x_b) into equation (19), equation (21) and equation (22) are obtained. In the above equations, the terms for x_b and θ_b are the complex springs which show the increase of the damping and the another terms shows the earthquake force injected from pile to structure.

The rocking vibration of structure with piles for the injected ground motion $U(t, H)=U_0 \cdot e^{i\omega t}$ from lower layer is assumed as shown in Fig. 7, i. e. the vertical displacement of center of gravity of structure is neglected. $x_{ib}, x_{jb}, z_{ib}, z_{jb}$ can be expressed as shown in equation (23) with θ and R .

Fig. 8 is the plan of the arrangement of piles. The equations of motion of rocking vibration of structure with piles are given by equation (24) and (25). The complex bending moment (M_{ib}, M_{jb}), shear force (X_{ib}, X_{jb}) and axial force are given in equation (26) and (27). Using these, ${}_pK_{11}(x_b, \theta_b)$ and ${}_pK_\theta(x_b, \theta)$ are given by equation (28) and (29).

The exciting forces are given by equation (30) and (31), where $M \cdot \ddot{U}(t, 0)$, S_p and M_p is given by equation (32), (33) and (34). Expressing F_x and N_y shown in equation (35) and (36) and referring part 5 of reference 7, the rocking angle and the relative displacement of structure with piles against ground motion are given by equation (37) and (38) respectively.

The absolute displacement at the top of structure is given by equation (42), referring to equation (39), thru (41). The functions F_s are given in part (5) of reference (7).

The numerical calculations are performed by the data shown in Table 3. The above data are for the reinforced concrete building, without flame deformation, of six floors and the floor area of 600 m^2 , which is supported by reinforced concrete piles. The absolute displacements at the top structure without a pile for injected unit displacement are shown in Fig. 9 thru Fig. 11 for $\alpha=1.0, 0.5$ and 0.25 . The absolute displacements at top of structure with piles for injected unit displacement are compared with the results in Fig. 12 for $\alpha=1.0$. It is observed from this figure that the response of structure with piles is twice as much as the results without pile.

TRANSACTIONS OF THE ARCHITECTURAL INSTITUTE OF JAPAN

June 1968

Number 148

SYNOPSIS

U.D.C. 691.32 : 539.3

ON THE RHEOLOGICAL BEHAVIOR OF HARDENED CONCETE (Report No. 4)-A proposition of the New Analysical Method with High Accuracy for the Distribution Function of Laterdation Time and Relaxation Time (See page 1)

By SAKICHI OHGISHI. Prof. of the Nagoya
Institute of Technology, member of A.I.J.

U.D.C. 691.71-422 : 691.32 : 539.61

STUDIES ON BOND STRENGTH OF REINFORCEMENT IN CONCRETE CAST INTO BENTONITE SUSPENSION.

by YASUHIRO YAMAMOTO. Taisai Construction
Co. Ltd. Member of A.I.J.

These experiment have been performed to investigate the bond strength of reinforcement in concrete cast into the bentonite suspensiön and the compressive strenght of that concrete.

In this method, the bentonite suspension is always in jected, as the drilling proceeds, to prevent the wall surface from falling and then concrete is poured into the bentonite suspensiön using tremie pipe.

It is feared that the compreesive strength of concrete and the bond strength of the reinforcement may decrease as the result of the in perfect replacement of bentonite suspension with concrete.

These expreiments were performed to clarify there points and they consisted of the two experments, one of which was the model experiment in the laboratory and the other was the experiment performed at job sites,

The results of the experments show that the compressive strength of the concrete cast into the bentonite suspension about 13% concentration is lower than that of the concrete cast in ordinary way, and in the concrete cast into the bentonite suspension below the value, it does not decrease so much. However, at the top end and the both side ends of the concrete wall cast into the bentonite suspension, consiclerable decrease of the compressive streugth is observed.

As to the bond strength in the concrete cast into the bentonite suspension, it is found to be lower than that of the ordinatry concrete and the following formula for the relation between the concentration of bentonite suspension and the bond strength is suggested.

$$\tau_x = \alpha \cdot \tau_c (1 - \beta X^2)$$

where; X =concentration of bentonite suspension (%)

τ_x =bond strength(kg/cm²) for concrte poured into bentonite suspension with concrete of $\times\%$

τ_c =bond strength(kg/cm²) of ordinary concrete.

α, β =coustants

Further, it is shown that the bond strength of concrete decreases considerably when the bentonte suspension is gelatinized by Ca⁺⁺ ion of the cement. And the bond strength of ths concrete at the top and the both side ends of the wall is also found to decrease.

U.D.C. 624.042.7 : 624.131

ROCKING VIBRATION OF STRUCTURE WITH PILES PLACED ON ELASTIC TWO LAYER SYSTEM AQAINST GROUND MATION(See page 31)

By Dr SHIZUO YAMAMOTO, and NAOTAKO KOMETANI, Chiyoda
Chemical Engineering Construction Co Ltd. members of A.I.J.