長方形板ガラスの変形と応力について

正会員 石 崎 澁 雄*
正会員 堀 江 洋 一**

§1 ま え が き

前回の論文¹⁾では、等分布荷重を設ける正方形板ガラスのたわみと応力について報告したが、実際に使用されている板ガラスは長方形のものが大部分であり、長方形板ガラスの問題を明らかにすることが重要であると思われる。今回の報告は、正方形板ガラスのたわみと応力の計算に用いた方法を拡張し、長方形板ガラスの場合に適用して、実験結果と比較検討したものである。ただし種々の板厚のガラスについて実験を行なうことは、試料の数が多くなって煩雑となるおそれがあったので、板厚はすべて5mmのものを用い、主として長方形板ガラスのたわみや応力に対する辺長比の影響を明らかにすることを目的として実験を行なった。

§2 実 験

実験は昭和45年4月27日から6月13日に至る期間、セントラル硝子松阪工場の動風圧試験装置を用いて実施した。

(1) 実験装置、実験方法、測定方法

実験装置、実験方法、測定方法は前回の論文¹⁾で述べたものと同様である。測定時には圧力を一定にする必要上50 kg/m² ステップで階段状に試験装置チャンパー内部を減圧してゆき、最終的にガラスを破壊に至らしめた。破壊までの平均载荷速度は毎秒約0.5 kg/m²である。

板ガラスの埋込部も前回用いたものと同じで、埋込代は全周15mmとし全周にわたりネオプレンゴムスペーサーを用い、押縁は締め付けをゆるくしガラスは4辺自由支持に近い状態とした。

(2) 測定方法

板ガラスのたわみ、板周辺のすべり（面内方向の移動量）、ガラス面のひずみの測定個所をFig. 1, Fig. 2に示す。

(3) 試料板ガラスの種類

実験に使用した板ガラスの種類は板厚5mmの透明およびブルーの熱線吸収磨板ガラスで、寸法を表-1に示す。

たわみ、すべりおよびひずみ測定には各寸法につき透明板を3枚ずつ、また破壊強度測定用にはブルー板を追

Fig. 1 たわみ測定個所

1. …ガラス中央たわみ
2, 3. …周辺のすべり

Fig. 2 ひずみ測定個所（同一箇所の表裏を測定）

表-1 使用ガラス寸法

ガラス寸法 (mm)	開口部寸法 (mm)	辺 長 比
1030×1030	1000×1000	1.0
1030×1530	1000×1500	1.5
1030×2030	1000×2000	2.0
1030×2530	1000×2500	2.5
1030×3030	1000×3000	3.0

加して一つの寸法について5～6枚ずつとした。

(4) 実験結果

破壊試験の結果および板厚実測値を表-2に示す。

表-2 破壊圧および板厚

寸法 mm	1000 × 1000	板厚 mm	1000 × 1500	板厚 mm	1000 × 2000	板厚 mm	1000 × 2500	板厚 mm	1000 × 3000	板厚 mm
破 壊 圧 kg/m ²	450	5.0	550	5.0	250	5.0	200	5.0	150	5.1
	650	5.1	400	5.0	500	5.0	150	5.1	140	5.1
	400	5.0	430	5.0	360	5.0	110	5.0	100	5.1
	900	5.0	450	5.1	200	5.1	220	5.0	260	5.0
	410	5.0	320	5.1	230	5.1	170	5.0	220	5.0
	600	5.0	290	5.1	350	5.1			220	5.0
平均値	578	5.0	406	5.1	315	5.1	170	5.0	181	5.1

実験によって得られた荷重と板ガラスの中央点のたわみとの関係をFig. 3に示す。荷重と板周辺のすべり、荷重と主要点のひずみとの関係をFig. 4 a, 4 b, およびFig. 5 a～5 eに示す。

§3 実験結果の考察

実験によって得られた主な事実を列挙すると次下のようになる。

(1) 板ガラスの中央点のたわみは荷重に対して非直線的に変化する。

(2) 板ガラス周辺のすべりはあまり大きくはない。

* 京都大学教授 **硝子コンサルタント K.K. 主席技術員
(昭和45年12月24日本稿受理, 討論期限昭和46年10月末日)

Fig. 3 ガラス中央のたわみ実測値

Fig. 4 a 周辺のすべり実測値
(Fig. 1 に示す測定箇所 2 のすべり) Fig. 4 b 周辺のすべり実測値
(Fig. 1 に示す測定箇所 3 のすべり) Fig. 5 a ガラス表面のひずみ
実測値 (100×1,000 mm) Fig. 5 b ガラス表面のひずみ
実測値 (1,000×1,500 mm) Fig. 5 c ガラス表面のひずみ
実測値 (1,000×2,000 mm)

その大きさは荷重にほぼ比例する。

(3) 正方形板ガラスの場合、中央点におけるひずみは、凸側面と凹側面の値が大きく異なる。長方形の場合、長辺方向については正方形の場合と同様に凸側面と凹側面のひずみの値は大きく異なるが、短辺方向については両面のひずみの差が少ない傾向をもつ。

(4) 板ガラスコーナー部 Fig. 2 の⑫あるいは⑮付近のひずみは荷重とともに直線に近い傾向で変化する。正方形の場合にはコーナー部のひずみが中央部よりすべての荷重に対して大きい。辺長比が大きくなるとともにコーナー部のひずみは相対的に小さくなるが、辺長比 1.5 のときコーナー部のひずみが依然として大きく、辺

長比 2 のときには荷重がきわめて大きい場合にのみ優勢である。辺長比 2.5 以上のときはつねに中央部が最大である。ただし中央点とコーナー部とのひずみの上述の関係は本実験、すなわち板厚 5 mm の場合に限ることであり、 $\lambda = \frac{t}{a}$ がもっと大きく平面板としての力が支配的になる場合には中央部のひずみがつねに最大になると思われる。中央部およびコーナー部に働く荷重とひずみの関係についてはすでに三好²⁾等により報告されているが、本実験においても同様な結果が得られた。

上記の結果から長方形板ガラスの場合も正方形板ガラスと同様に、平面板としての力と膜としての力が同時に働いているものと解釈するのが合理的のようと思われる。

Fig. 5 d ガラス表面の
ひずみ実測値
(1,000×2,500 mm)

Fig. 5 e ガラス表面の
ひずみ測定値
(1,000×3,000 mm)

る。

したがって正方形板ガラスの場合と同様な略算法にもとづいてたわみと応力の算定を行なってみることにした。

周辺支持長方形膜が等分布荷重を受ける場合の中央点のたわみ δ_m と応力 σ_m との関係は、正方形の場合と同じ表現

$$\delta_m = C_1 \cdot a \sqrt[3]{\frac{P_m}{E \cdot \lambda}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\sigma_m = C_2 \sqrt[3]{\frac{E}{\lambda^2} P_m^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\lambda = \frac{t}{a} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で表わされる。ここで

a : ガラスの短辺の長さ

b : ガラスの長辺の長さ

t : ガラスの厚さ

E : ヤング係数

P_m : 膜の受ける荷重

(添字 m は膜によることを示す)

C_1, C_2 は膜の辺長比により変わる定数で理論値⁴⁾を表—3に示す。

つぎに周辺自由支持長方形板が等分布荷重を受ける場合の中央点のたわみ δ_b と応力 σ_b の関係は

$$\delta_b = C_3 \frac{(1-\nu^2)}{E \cdot \lambda^3} a \cdot P_b \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\sigma_b = C_4 \frac{P_b}{\lambda^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

で表わされる。ここに

ν : ポアッソン比

表—3 定数 C_1, C_3 の理論値

辺長比 b/a	C_1	C_2	
		C_{2x} 短辺平行	C_{2y} 長辺平行
1.0	0.8	0.258	0.258
1.5	0.95	0.347	0.202
2.0	1.03	0.378	0.164
2.5	1.05	0.397	0.139
3.0	1.07	0.409	0.126

P_b : 平板の受ける荷重

(添字 b は板によることを示す)

C_3, C_4 は板の辺長比により変わる定数で理論値⁴⁾を表—4に示す。ただし C_4 は $\nu=0.25$ として計算したものである。

表 4 定数 C_3, C_4 の理論値

辺長比 b/a	C_3	C_4	
		C_{4x} 短辺平行	C_{4y} 長辺平行
1.0	0.0487	0.276	0.276
1.5	0.0926	0.478	0.277
2.0	0.1216	0.605	0.249
2.5	0.1379	0.674	0.224
3.0	0.1468	0.711	0.208

§4 たわみの計算式

長方形板ガラスの中央点のたわみを正方形板ガラスの場合と同様な考え方で計算することとする。すなわち板ガラスの受ける荷重を P とし、これを P_m と P_b とに分けて、

$$P = P_m + P_b \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\delta_m = \delta_b \quad \dots\dots\dots (7)$$

と仮定すれば、正方形板ガラスの場合と同様に P と P_b の関係

$$P = \frac{1}{E^2 \cdot \lambda^8} \left[\frac{C_3(1-\nu^2)}{C_1} P_b \right]^3 + P_b \quad \dots\dots\dots (8)$$

が得られる。また P と δ の関係は前報の (16) 式とまったく同じ式

$$\frac{P}{E} = \frac{\lambda}{C_1^3} \left(\frac{\delta}{a} \right)^3 + \frac{\lambda^3}{C_3(1-\nu^2)} \left(\frac{\delta}{a} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

になる。

したがって (9) 式から P と δ の関係が求められる。そこでポアッソン比 $\nu=0.25$, ヤング係数 $E=7.5 \times 10^9$ kg/m² として辺長比を 1 から 3 まで変えた場合について実験値 δ と合うように定数 C_1, C_3 を定めてみた。

C_1, C_3 には種々の組合せが考えられるが、最初正方形の場合に行なったのと同様に平板としての定数 C_3 として理論値を採り、実験値に合うように膜としての定数 C_1 を決めた場合、板厚を 5 mm のみに限定すれば、各々の辺長比において荷重の大きな範囲まで実験値ときわめてよく一致させることができた。しかし板厚が厚く

なると一致しない傾向が出てくる。

そこで本文には示していないが比較的厚い板に対して全般的に合うように定数 C_1 および C_3 を決めたものを Fig. 6 および表—5 に示す。

Fig. 6 定数 C_1 , C_2 の実験値

定数 C_1 , C_3 は辺長比が1から2の範囲で大きく変化し、辺長比が2以上になると変化がゆるやかで、かつ辺長比が大きくなるとともに一定値に近づく傾向がある。辺長比3以上になるとほとんど変化しないとみてよい。定数 C_3 については前報で正方形の場合について、0.0487 としたが、今回はこれを丸めて 0.05 とした。定数 C_1 , C_3 を前記表—5 のようにとった場合について板ガラス中央点のたわみの計算値と実験値の比較を Fig. 7 に示す。図から明らかなように、計算値は実験値にほぼ良く一致する。

Fig. 7 たわみの計算値

また、荷重とたわみとの関係式は $\frac{\delta}{a} = X$ とおき、 C_1 および C_3 の値を (9) 式に代入して整理すると表—6 のようになる。

表—6 荷重 P と X との関係実験式

辺長比	$P \sim X$
1.0	$P = 1.45 \times 10^{10} \cdot \lambda \cdot X^3 + 16.0 \times 10^{10} \cdot \lambda^3 \cdot X$
1.5	$P = 0.87 \times 10^{10} \cdot \lambda \cdot X^3 + 7.27 \times 10^{10} \cdot \lambda^3 \cdot X$
2.0	$P = 0.25 \times 10^{10} \cdot \lambda \cdot X^3 + 4.21 \times 10^{10} \cdot \lambda^3 \cdot X$
2.5	$P = 0.18 \times 10^{10} \cdot \lambda \cdot X^3 + 3.81 \times 10^{10} \cdot \lambda^3 \cdot X$
3.0	$P = 0.16 \times 10^{10} \cdot \lambda \cdot X^3 + 3.64 \times 10^{10} \cdot \lambda^3 \cdot X$

荷重 P と P_m および P_b の関係について、(8) 式および (6) 式の組合わせで計算したものを Fig. 8 に示す。

Fig. 8 P と P_m および P_b の関係

5 mm 厚以外のガラスについては実験を済ませていないが、ここに述べたたわみの計算法は他の板厚のものにも適用できるであろうと考えられる。このような方法によって、長方形板ガラスについても、そのたわみを計算できる。従来のような、荷重とたわみとの関係が線型の考え方では、たわみの大きい場合に、実際の値と計算値との間に大きな差があるけれども本文で述べたような方法を用いれば、かなり精度を上げることができる。

辺長比1から1.5の間の実験をしていないため定数 $C_1 \sim C_4$ の値を正確にきめることができなかったため、今後実験が必要である。また、ここで行なった実験では試験体の周辺の条件を1種類に限ったけれども、板ガラスのように板厚に比して面の大きい場合には、ガラス支持体の変形が大きくない限り、たわみに対し周辺条件はあまり影響しないものと思われる。

§5 応力またはひずみの計算法

長方形板ガラスの中央点に生じる応力またはひずみについても正方形の場合と同様な考えかたで計算できる。

ただし長方形であるから中央点の応力あるいはひずみを短辺平行 (x 方向) および長辺平行 (y 方向) に分けて考えなければならない。前節の考え方にしたがって荷重 P と P_m , P と P_b の関係が求まるから定数 C_{2x} , C_{2y} , C_{4x} , C_{4y} を定めれば σ_{mx} , σ_{my} , σ_{bx} , σ_{by} を求め得る。応力が求まればひずみに換算することは容易であ

る。添字 x および y はそれぞれ長方形板の x 方向および y 方向に平行に働らくことを意味する (Fig. 9)。

(1) 荷重より応力、ひずみの計算法

実験では応力でなくひずみを測定しているから、応力をひずみに換算して比較する必要がある。一般に平面内で直交する 2 方向に応力が働らく場合の応力とひずみの関係は

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_y}{E} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_x}{E} \quad \dots\dots\dots (11)$$

である。上記の式に (2) 式および (5) 式より計算した応力を代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{mx} &= (C_{2x} - \nu C_{2y}) \left(\frac{P_m}{E \lambda} \right)^{2/3} \\ \varepsilon_{my} &= (C_{2y} - \nu C_{2x}) \left(\frac{P_m}{E \lambda} \right)^{2/3} \\ \varepsilon_{bx} &= (C_{4x} - \nu C_{4y}) \left(\frac{P_b}{E \lambda^2} \right) \\ \varepsilon_{by} &= (C_{4y} - \nu C_{4x}) \left(\frac{P_b}{E \lambda^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

が得られる。ただし P と P_m 、と P と P_b の関係は前述の (6)、(8) 式に示すとおりである。

板ガラスの中央の凸側のひずみ ε_1 および凹側のひずみ ε_1' は、膜としてのひずみ ε_m と平面板としてのひずみ ε_b の和であると仮定して、 ε_1 、 ε_1' は x 方向、 y 方向別に

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{mx} + \varepsilon_{bx} &= \varepsilon_{1x} \\ \varepsilon_{mx} - \varepsilon_{bx} &= \varepsilon_{1x}' \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{my} + \varepsilon_{by} &= \varepsilon_{1y} \\ \varepsilon_{my} - \varepsilon_{by} &= \varepsilon_{1y}' \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

(符号 ' なしは凸側、' 付きは凹側を示す)

で計算できる。

いま定数 C_{2x} 、 C_{2y} 、 C_{4x} 、 C_{4y} として表—3 および表—4 に示す理論値をそのまま (12)~(14) 式を用いて計算した計果と実測値との比較若干例を Fig. 10 a, Fig. 10 b に示す。ただしたわみに関する定数 C_1 および C_3 は前に求めた表—5 の値を採ったものである。この結果は全般的にはよく一致しているといえない。

そこで実験値と合うように定数 C_{2x} 、 C_{2y} 、 C_{4x} 、 C_{4y} を選定したものを表—7 および Fig. 11 に示した。

またこれらの値によるひずみの計算値と実験値との比較を Fig. 12 a~Fig. 12 e に示した。

今回の実験に関する限り広範囲の荷重に対し計算値と実験値はよく一致する。

実験値に合うように定めた表—7 の定数が板厚 5 mm

Fig.-9

Fig.-10 a ガラス中央のひずみ
(1,000×1,000 mm)

Fig.-10 b ガラス中央のひずみ
(1,000×2,000 mm)

Fig.-11 定数 C_{2x} 、 C_{2y} 、 C_{4x} 、 C_{4y} の実験値

表-7 定数 C_{2x} , C_{2y} , C_{4x} , C_{4y} の実験値

辺長比	C_{2x}	C_{2y}	C_{4x}	C_{4y}
1.0	0.40	0.40	0.20	0.20
1.5	0.20	0.50	0.40	0.21
2.0	0.17	0.58	0.65	0.25
2.5	0.16	0.63	0.95	0.35
3.0	0.15	0.65	1.05	0.40

Fig. 12-a ガラス中央のひずみ
(1,000×1,000 mm) Fig.-12 c ガラス中央のひずみ
(1,000×2,000 mm) Fig.-12 b ガラス中央のひずみ
(1,000×1,500 mm) Fig.-12 d ガラス中央のひずみ
(1,000×2,500 mm) Fig.-12 e ガラス中央のひずみ
(1,000×3,000 mm)

以外の場合にも適用できるかどうかは今後検討する必要がある。

(2) ひずみより応力への換算

ひずみの値が得られた場合、これを応力に換算するには (10), (11) 式によればよい。

すなわち凸側面のひずみ ϵ_{1x} と凹側面のひずみ ϵ_{1x}' より、短辺方向については

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{mx} &= \frac{\epsilon_{1x} + \epsilon_{1x}'}{2} \\ \epsilon_{bx} &= \frac{\epsilon_{1x} - \epsilon_{1x}'}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

長辺方向については

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{my} &= \frac{\epsilon_{1y} + \epsilon_{1y}'}{2} \\ \epsilon_{by} &= \frac{\epsilon_{1y} - \epsilon_{1y}'}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

の式が成り立つ。

またひずみと応力の関係は、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{mx} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{mx} + \nu \varepsilon_{my}) \\ \sigma_{my} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{my} + \nu \varepsilon_{mx}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bx} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{bx} + \nu \varepsilon_{by}) \\ \sigma_{by} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{by} + \nu \varepsilon_{bx}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

である。したがってガラスの両面に働く応力は凸側、凹側についてそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1x} &= \sigma_{mx} + \sigma_{bx} \\ \sigma_{1x'} &= \sigma_{mx} - \sigma_{bx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1y} &= \sigma_{my} + \sigma_{by} \\ \sigma_{1y'} &= \sigma_{my} - \sigma_{by} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

の式が成り立つ。以上の諸式から応力が求められる。

§6 むすび

最近、建築物において大形の板ガラスがますます多く用いられるようになってきたが、風力その他の荷重をガラスが受けたときの、たわみやひずみを求めることは困難であった。本研究は、これを計算によって求められる

ようにするため、若干の実験を行って、新しい計算式を検討したものである。ここに求めた計算法によれば、板ガラスのたわみを相当正確に算出することができると信じる。また板ガラスの中央点に生じるひずみあるいは応力についても上述の方法で計算できると思う。板ガラスに生じる最大応力の問題あるいは板ガラスの強度の問題については今後研究を進めたい。

なお、本研究に際し実験を担当したセントラル硝子株式会社松阪研究室毛利室長、村上主席技術員、大泉室員をはじめとする方々ならびに計算および図面作成を担当した硝子コンサルタント株式会社佐々木社員の御協力を感謝する。

参 考 文 献

- 1) 石崎澁雄，堀江洋一，板ガラスの変形と応力について，日本建築学会論文報告集第 172 号，昭和 45 年 6 月。
- 2) 三好俊二，三浦武広，(第 1 報) 一様圧力を受ける大きいガラス板の応力分布とその測定，旭硝子研究所報告，Vol. 14, 1964。
- 3) たとえば，シャーピュツ著，石崎澁雄訳，軽量構造の力学，p. 38，コロナ社。
- 4) Timoshenko and Woinowsky-Krieger, Theory of Plates and Shells, p. 120, Table 8, 2nd ed, McGraw-Hill.

TRANSACTIONS OF THE ARCHITECTURAL INSTITUTE OF JAPAN

July 1971

Number 185

SYNOPSIS

691.714 : 699.81

STUDIES ON THE STRESS-STRAIN RELATIONSHIP IN TENSION OF STRUCTURAL STEEL AT HIGH TEMPERATURES

by **TAMOTSU HARADA**, Professor, Kanagawa University and
FUKUJIRO FURUMURA, Assistant, Tokyo Institute of
Technology, Members of A.I.J.

In order that the temperature fields calculated with reference to an external thermal effect produced by a fire on a steel or reinforced concrete structure or a structural part may be interpreted in terms of the load-bearing capacity available at different instants throughout the duration of the fire, it is required to possess detailed information which shows how the strength and deformation properties of the structural materials vary with the temperature in the temperature range associated with the fire.

In this paper, the strength and deformation properties of two kinds of mild structural steels under the action of tensile loads in the temperature range 20 to 600°C are shown.

The following test specimens are prepared.

Steel Grade	Test Specimen Mark	Heat Treatment
SS 41	SS 41-A	no heat treatment
SS 41	SS 41-B	normalising, 900°C, 1/2 hour
WEL-TEN 60	WEL-TEN 60-A	no heat treatment
WEL-TEN 60	WEL-TEN 60-B	annealing, 500°C, 1 hour

Fig. 8 to 11 show how the stress-strain diagrams of mild structural steels change with the temperature, and Fig. 12 to 23 illustrate the variations in the tensile strength, in the modulus of elasticity, in the 0.2 per cent yield strength, in the proportional limit, in the elongation, and in the reduction of area, with the temperature.

U.D.C. 691.6 : 539.37/38

THE DISTRIBUTION OF DEFLECTION AND STRESS OF RECTANGULAR FLAT GLASS

by Dr. **HATSUO ISHIZAKI**, Head of the Disaster Prevention
Research Institute and **YOICHI HORIE**, Glass Consultant Co.
Ltd., Members of A.I.J.

By an extended application of the method of calculating the deflection and stress of square flat glass, as shown in the previous paper (1), we obtained the deflection and stress when rectangular flat glass, commonly used in actual buildings, is subjected to a uniformly distributed load. After conducting relevant experiments on rectangular flat glass, we compared and examined the results of such experiments with calculations obtained by the above method.

(1) Transactions of The Architectural Institute of Japan No. 172 June 1970.