有限要素モード重畳法による回転殻の動的非線形解析

[その4・扁平固定球殻の非対称変形動的挫屈解析]

正会員	加	藤	史	郎*
正会員	村	田		賢**
正会員	松	岡		理***

§1 序

同題論文・その2及びその3において、球殻の対称変形動的挫屈解析をすすめてきた。

本論文では、非対称変形を考慮して、動的挫屈の検討を行なう。

非対称変形を考慮した球殻の静的挫屈解析はHuang¹¹⁾の研究に代表されるように、ライズの浅い球殻から比較的ライズの高い球殻の領域に渡って正確になされており、比較的ライズの高い球殻では、支持縁近傍でほとんど変位の生じない境界領域が存在する事も確かめられている。

一方、非対称変形を含めた球殻の動的挫屈解析はきわめて少い。Liepins¹²⁾はシェルパラメータ $\lambda=4, 8$ の浅い周辺ピン支持球殻の解析から、非対称変形が重要な作用を及ぼすことを指摘している。Klosner & Longhitano¹³⁾は等分布ステップ荷重下の周辺固定半球殻の解析から、非対称変形の存在により挫屈荷重は低減されることはないが、球殻頂部付近で大変位が早く誘起されると述べている。Stricklin, Martinez, Tillerson, Hong & Haisler¹⁴⁾はシェルパラメータ $\lambda=6$ の等分布ステップ荷重下の周辺固定球殻の解析から、非対称変形成分の急増する点の荷重を動的挫屈荷重として求め、Zolty の古典挫屈荷重の50%の値を得た。Stricklin & Martinez¹⁵⁾はシェルパラメータ $\lambda=7.5$ の等分布ステップ荷重下の球殻は非対称変形動的挫屈は生じなかったと述べている。

動的荷重下の球殻の挫屈実験は静的なそれに比較して少い。等分布ステップ荷重下のシェルパラメータ $\lambda=5$ の粘弾性球殻の動的挫屈実験が熊井と砂川¹⁶⁾により進められ、数値解との良好な一致が示された。

Lock, Okubo & Whittier¹⁷⁾は等分布ステップ荷重下のシェルパラメータ $\lambda=7.5$ の球殻2体の動的挫屈実験を行ない、1体については荷重作用後非対称変形が生じ、10サイクルほど振動が継続してから挫屈が起り、

Zolty の古典挫屈荷重の36.4%と38.2%との間の挫屈値を得、他の1体は荷重作用後すぐに挫屈を起し、42.6%と43.8%の間の挫屈値を得ている。この2体の結果から $\lambda=7.5$ の球殻では、対称及び非対称変形の動的挫屈荷重は接近していることを予測、かつ、微少な初期不整に対してそれほど敏感でなからうと述べている。

本論文・その4の目的は、(その1)⁸⁾で提案した解析手法を用いて、従来ほとんど解析されていない比較的ライズの浅い球殻の非対称変形動的挫屈解析を試みその結果を Stricklin 他¹⁴⁾による解析結果及び Lock 他¹⁷⁾による実験結果と比較し、その性状について若干の考察を加えることにある。なお解析手法は、(その3)を参照されたい。

§2 ステップ荷重を受ける比較的ライズの浅い周辺固定球殻の非対称変形動的挫屈解析

ステップ荷重を受ける比較的ライズの浅い周辺固定球殻の非対称変形動的挫屈解析はほとんど行なわれておらず、かつ、それに対応する実験は、Lock 他¹⁷⁾及び砂川他¹⁶⁾を除いて、ほとんどない。本節では図1に示す比較的ライズの浅い球殻に、図2,3,4に示すステップ状の等分布及び集中荷重が同時に作用する場合について非対称変形動的挫屈解析を行ない、その性状を調べる。球殻の諸定数は表1に示す。

図1 周辺固定球殻の幾何形状

図3 等分布及び集中ステップ荷重

図2 等分布ステップ荷重

図4 ステップ荷重

* 名古屋大学助手・工博 ** 名古屋大学大学院生
*** 名古屋大学教授・工博
(昭和49年12月16日本稿受理・討論期限昭和51年1月末日)

図 5~7 は $\lambda=6, 7$ 及び 7.5 の解析に用いた変位モード w_i であり、それぞれ法線方向変位は次のように仮定している。前論文・(その 3) の式 (2-11)* に対応し

$$\lambda=5 \quad w = \sum_{i=1}^4 \alpha_i w_i + \sum_{i=5}^7 \alpha_i w_i \cos(i-4)\theta \quad (2-1)$$

$$\lambda=6 \quad w = \sum_{i=1}^4 \alpha_i w_i + \sum_{i=5}^7 \alpha_i w_i \cos(i-4)\theta \quad (2-2)$$

$$\lambda=7 \quad w = \sum_{i=1}^4 \alpha_i w_i + \sum_{i=5}^8 \alpha_i w_i \cos(i-4)\theta \quad (2-3)$$

$$\lambda=7.5 \quad w = \sum_{i=1}^4 \alpha_i w_i + \sum_{i=5}^9 \alpha_i w_i \cos(i-4)\theta \quad (2-4)$$

とした。ここに $w_1 \sim w_4$ は対称変形モード、 $w_5 \sim w_9$ は

表 1 シェルの諸定数

$\varphi_0=10^\circ$, $R=50$ m, $H=0.759$ m, $E=2.1 \times 10^6$ t/m²,
 $\nu=0.3$, $\rho=2.4$ t/m³

λ	5	6	7	7.5
t (m)	0.201	0.1394	0.1025	0.08923

図 5 周辺固定球殻の非対称変形解析に用いた法線方向変位モード w_i

図 6 周辺固定球殻の非対称変形解析に用いた法線方向変位モード w_i

図 7 周辺固定球殻の非対称変形解析に用いた法線方向変位モード w_i

非対称変形モードであり、対応する球殻の線型自由振動モードのうち、周期の長いものから順に選んだ。

$\lambda=5$ については対称及び非対称変形動的挙動の差異がほとんど認められなかったため、以後、説明は省略する。

図 8~11 は荷重 P_{tot}/P_{Cl}^* と最大平均変位 W_{ave}/H との関係を示す。尚、図中の破線は、 $\lambda=5, 6, 7$ については対称変形 6 モード、 $\lambda=7.5$ については対称変形 4 モードを用いた結果である。

等分布荷重のみを受ける $\lambda=6, 7$ 及び 7.5 の球殻では非対称変形の影響により、比較的大きく動的挫屈荷重が低下しているが、集中荷重が $r=0.0476$ 程度の割合で併存すると、対称と非対称変形動的挫屈荷重とはほとんど同一となり、 $P_{tot}/P_{Cl}^* \approx 0.3$ 前後の値となる。この結果から、集中荷重の併存により球殻はほとんど非対

図 8 等分布及び集中ステップ荷重を同時に受ける周辺固定球殻の最大平均変位と荷重の関係 (非対称変形動的解析)

図 9 等分布及び集中ステップ荷重を同時に受ける周辺固定球殻の最大平均変位と荷重の関係 (非対称変形動的解析)

称変形を生ずることなく動的に挫屈し、かつ、初期不整にも敏感でないであろうと考えられる。

図 12 は $\lambda=6$ の場合の α_2 (対称変形モード) と α_6 (周方向フーリエ展開次数 2 の非対称変形モード) との関係を示す。動的挫屈荷重 $P/P_{Cl}=0.50$ よりわずかに高い荷重 $P/P_{Cl}=0.505$ で、 α_6 の周期が α_2 の周期の 2

図 10 等分布及び集中ステップ荷重を同時に受ける周辺固定球殻の最大平均変位と荷重の関係 (非対称変形動的解析)

図 11 等分布及び集中ステップ荷重を同時に受ける周辺固定球殻の最大平均変位と荷重の関係 (非対称変形動的解析)

図 12 α_2 (対称モード) と α_6 (周方向展開次数 2 の非対称モード) の振動関係

図 13 α_6 (周方向展開次数の非対称モード) と荷重の関係

図 14 α_2 (対称モード) と α_6 (周方向展開次数 2 の非対称モード) の振動関係

図 15 α_6 (周方向展開次数 2 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

倍となり、かつ α_6 が急増する傾向を示している。これは α_6 が α_2 により Mathieu 型の主共振により励起されていることを示す。しかし、この励起が生ずるとすぐに大変形が発生し球が反転するわけではなく、しばらくの間、種々の振動が繰返されてから大変形が生じ反転していく。これは $\lambda=7, 7.5$ についても同様であり、 $\lambda=7.5$ については図 23 に示されている。図 13 は荷重が大きくなるにつれ、 α_6 の励起が早く生ずるのを示している。

図 16 α_5 (周方向展開次数 1 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

図 17 α_6 (周方向展開次数 2 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

$\lambda=7$ の場合の α_2 と α_6 の励起状況を示したが図 14, 15 である。 $\lambda=6$ の場合と同様、Mathieu 型の励振関係が生じている。

図 16~18 は $\lambda=6$ について、応答時間 $t < 6.5$ 秒間での非対称モード α_5 , α_6 , α_7 の最大値を荷重を横軸にして描いたものであり、非対称モードの励起される程度を示す。 $r=0$ の等分布荷重の場合 $P_{\text{tot}}/P_{C1} \approx 0.50$ 前後で非対称モードが急増しているのがわかる。しかし、多少の集中荷重の併存が非対称変形の発生を小さくおさえ、ほとんど対称変形のみで球が挫屈してゆく。

図 18 α_7 (周方向展開次数 3 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

図 19 α_5 (周方向展開次数 1 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

図 20 α_6 (周方向展開次数 2 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

図 21 α_7 (周方向展開次数 3 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

図 19~22 は $\lambda=7$ の場合の非対称モードの励起される様子を示す。 $\lambda=6$ と同時の傾向が得られている。

図 23 は $\lambda=7.5$ の球殻が $P/P_{Cl}=0.48$ の等分布荷重を受けた時の α_1 と α_3 , α_2 と α_6 , α_3 と α_7 , α_4 と α_8 , α_7 と α_9 の振動関係を示す。作用する荷重が動的挫屈荷重 $P/P_{Cl}=0.40$ より多少高いため、早く挫屈が生じている。図 23 から、 α_2 と α_6 , α_3 と α_7 , α_4 と α_8 の周期関係がよく判断でき、それぞれ非対称モードの周期が対称モードの周期の約 2 倍となり、Mathieu 型の主共振が生じ、非対称モードの急増現象があらわれている。

図 24 α_5 (周方向展開次数 1 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

図 22 α_8 (周方向展開次数 4 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

図 25 α_6 (周方向展開次数 2 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

図 23 a) α_1 (対称モード) と α_5 (周方向展開次数 1 の非対称モード) の振動関係
b) α_3 (対称モード) と α_6 (周方向展開次数 2 の非対称モード) の振動関係
c) α_3 (対称モード) と α_7 (周方向展開次数 3 の非対称モード) の振動関係
d) α_4 (対称モード) と α_8 (周方向展開次数 4 の非対称モード) の振動関係
e) α_7 (周方向展開次数 3 の非対称モード) と α_9 (周方向展開次数 5 の非対称モード) の振動関係

図 24~28 は $\lambda=7.5$ について $t \leq 6.0$ 秒での非対称モードの最大値を荷重を横軸にして描いたものであり、非対称モードの励起される程度を示す。 $r=0$ の等分布荷重の場合 $P_{\text{tot}}/P_{C1}^* \approx 0.49$ 前後で非対称モードが急増している。しかし集中荷重の併存により非対称モードの発生はきわめて小さくなる。図 29 は球殻が $P/P_{C1} = 0.45$ の等分布荷重を受けて大変形を生じてゆく途中の様子を示す。番号 1, 2, ..., 6 は時間の移行順序を示す。殻の変形性状は、固定辺近傍でわずかに非対称性を生ずるが、全体としてはほとんど対称変形である。

図 26 α_7 (周方向展開次数 3 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

図 27 α_8 (周方向展開次数 4 の非対称モード) の最大値と荷重の関係

§5 等分布ステップ荷重を受ける $\lambda=7.5$ の球殻の解析と実験との比較

$\lambda=7.5$ の球殻について Lock 他¹⁷⁾は 2 体の動的挫屈実験を行ない、1 体については $P/P_{C1} = 0.364 \sim 0.382$ 、他の 1 体については $P/P_{C1} = 0.426 \sim 0.438$ の範囲の荷重で動的挫屈した結果を得ている。低い方の実験値を示した球殻では、荷重作用後非対称成分が生じ、かなりの時間ののち挫屈が起き、高い方の実験値を示した球殻では、荷重作用後すぐに挫屈したと述べている。

本解析結果では $P/P_{C1} = 0.40$ と 2 体の実験値の中間にあり、かつ、荷重が動的挫屈荷重に近いほど、挫屈に要する時間が長い事なども実験の傾向と一致している。

Lock 他の実験では $P/P_{C1} = 0.426 \sim 0.438$ の荷重を受けた球殻では非対称変位はそれほど生じていないと述べられている。 $P/P_{C1} = 0.45$ の本解析では $P/P_{C1} = 0.40$ の場合より非対称変位はかえって大きく励起されており、これは実験の傾向と異っている。しかし、 $P/P_{C1} = 0.45$ の解析で、非対称変位が励起されているものの、図 29 に示されるように、その非対称性はきわめて小さ

図 28 α_9 (周方向展開次数 5 の非対称モード) と荷重の関係

図 29 等分布ステップ荷重を受ける周辺固定球殻の法線方向変位 w の挙動 (非対称変形動的解析)

表 2 集中荷重が併存する時の球殻の非対称変形動的挫屈荷重 P_{tot}/P_{C1}^*

λ		5	6	7	7.5
$r=0$	Stricklin present	0.45	0.50 ⁽¹⁴⁾ 0.50	0.50	0.50 ⁽¹⁵⁾ 0.40
$r=0.0242$	present	0.40	0.45	0.40	0.305
$r=0.0476$	present	0.36	0.34	0.32	0.275

く球全体としてはほとんど対称変形による挫屈と考えられよう。少い実験資料と本解析結果との比較から早急に結論は決められないが、比較的良好な一致が得られたと考えられる。動的挫屈機構解明には、より詳細な実験、解析による研究が必要であろう。

§ 6 結 語

前論文・その 3 の結果も併せて考察してみる。

その 3 では比較的ライズの高い周辺固定球殻の対称変形動的挫屈解析を、等分布及び集中ステップ荷重を受ける場合について行ないその挫屈荷重を求めた。それらの解析結果より次のような性状が明らかにされた。

1. 集中荷重の併存により動的挫屈荷重は著しく低められる。
2. ライズの高いシェルパラメータ $\lambda=14, 16, 18$ の球殻ではシェル頂部に局部挫屈が発生し、それに伴って大変形が生ずる。このことより、ライズの高い球殻の非対称変形動的挫屈でも、シェル頂部の局部挫屈であろうと推察される。
3. 集中荷重が全体の作用荷重に対して $r=0.024$ の割合で含まれている場合、その対称変形動的挫屈荷重

は、従来の等分布荷重を受ける球殻の静的挫屈実験による挫屈荷重の下限とほぼ一致するという興味ある現象がみつけれられた。

一方、本論文・その 4 では、比較的ライズの浅い非対称変形動的挫屈解析が行われ、その挫屈荷重を求めるとともに、次のような性質が明らかにされた。

4. 等分布荷重のみを受ける球殻では、非対称変形が Mathieu 型の共振によって励起され、しかるのち、大変形を起し挫屈する。しかし、励起される非対称変形は対称変形に比較してきわめて小さい。

5. 等分布荷重の他に集中荷重が多少とも併存すると球殻はほとんど非対称変形を生ずることなく、対称変形動的挫屈荷重より比較的小さい荷重で動的に挫屈する。

6. $\lambda=7.5$ のライズの浅い球殻では、Lock 等の実験による動的挫屈荷重 $P/P_{C1}=0.364\sim0.382$ 及び $P/P_{C1}=0.426\sim0.438$ に対して、 $P/P_{C1}=0.40$ の解析値が得られ、よい一致が確認された。

7. 球殻の非対称変形動的挫屈挙動の解明には、更に詳細な実験と解析が必要であることが確認された。

§ 7 謝 辞

本論文の計算にあたって名古屋大学大型計算機センター FACOM 230-60 及び東京大学大型計算機センター HITAC 8800/8700 を利用させて頂きましたので、ここに深謝します。

文 献

文献番号は(その 3)に従う。

SYNOPSIS

U.D.C. 624.074.4

DYNAMIC BUCKLING ANALYSES OF ROTATIONAL SHELLS BY COMBINED FINITE ELEMENT AND MODE SUPERPOSITION METHOD

Part 4 Asymmetric Dynamic Buckling Analyses of Shallow Clamped Shells

Subjected to the Simultaneous Action of Uniform Lateral Pressure

and Concentrated Force on the Apex

(See Transaction of A.I.J. No. 235 Page)

by SHIRO KATO, Research Assistant, Nagoya Univ., and
MASARU MURATA, Graduate Student, Nagoya Univ. and
OSAMU MATSUOKA, Professor, Nagoya Univ.