複合応力を受ける構造用金属材料の弾塑性性状^{注)}

正 会 員 岡 島 達 雄^{*1}
 正 会 員 木 村 衛^{*2}
 正 会 員 鈴 木 敏 郎^{*3}
 正 会 員 岡 田 謙 二^{*4}
 準 会 員 井 崎 征 男^{*5}

第1章 序 論

鉄骨構造物やアルミニウム構造物における内部応力は、通常複合応力状態にあるのが常である。

従って、このような構造物の弾塑性挙動を把握するためには、先ずその構成主材である鋼やアルミニウム、つまり金属材料の弾塑性性状を知る必要がある。

従来、複合応力を受ける薄肉円筒管の実験研究は、数多くなされている。Hohenemser は初期歪を与えた鋼管について、1931年にねじり角を一定に保ちつつ引張を与える実験を行ない¹⁾、1932年に引張歪を一定に保ちつつねじりを与える実験を行なった²⁾。1950年、Morrison, Shepherd³⁾ らはねじりと引張の種々の複合応力の下で、鋼およびアルミニウムの管について行なった実験を報告している。1952年、Phillips⁴⁾ によって、1953年、Sautter, Kochendörfer, Dehlinger⁵⁾ らによって、1956年、Phillips, Kaechele⁶⁾ によってアルミニウム管の引張・ねじりの実験が行なわれた。

本研究は、従来の軟鋼 (SS-41) のみならず高層建築物の自重軽減による経済性が高いと言われる 60 キロ級高張力鋼 (HT-60) や 80 キロ級高張力鋼 (HT-80) および構造用アルミニウム (6061 S-T 6) や鋳造用アルミニウム (AC 4 C-T 6) の複合応力を受ける構造用金属材料の応力-歪曲線を求め、複合応力状態の鉄骨部材やアルミニウム部材の応力解析の一資料を得るために行なったものである。

本内容は、前回設計した装置^{注1)}により、薄肉円筒管の引張・ねじり、および圧縮・ねじり実験を行ない、実験より得られた複合応力下の応力-歪曲線が、単純引張より得られた相当応力-相当塑性歪曲線と Prandtl-Reuss

の方程式から推定した応力-歪曲線に一致することを検証したものである。

記号一覧

$\sigma_x', \sigma_y', \sigma_z'$: 偏差応力 (t/cm²)
 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$: 剪断応力 (t/cm²)
 $d\epsilon_x^p, d\epsilon_y^p, d\epsilon_z^p$: 塑性歪増分
 $d\tau_{xy}^p, d\tau_{yz}^p, d\tau_{zx}^p$: 塑性剪断歪増分
 $d\lambda$: 正值のスカラー比例係数 (cm²/t)
 σ : 相当応力 (t/cm²)
 $d\epsilon^p$: 相当塑性歪増分
 σ_y : 単純引張より求めた降伏点応力または 0.2% 耐力 (t/cm²)
 E : ヤング係数 (t/cm²)
 G : 剪断剛性率 (t/cm²) $E/2(1+\nu)$
 ν : ポアソン比
 τ_y : 単純剪断降伏応力 (t/cm²) $\sigma_y/\sqrt{3}$
 ϵ_y : 単純引張降伏歪 σ_y/E
 τ_y : 単純剪断降伏歪 τ_y/G
 σ^* : 無次元応力 σ_y/σ_y
 ϵ^* : 無次元歪 ϵ/ϵ_y
 τ^* : 無次元剪断応力 τ_{xy}/τ_y
 τ^* : 無次元剪断歪 τ_{xy}/τ_y
 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: 垂直応力 (t/cm²)

第2章 相当応力-相当塑性歪関係と Prandtl-Reuss の方程式

1870年、Saint-Venant⁷⁾ は歪増分の主軸が主応力軸と一致するという仮説を提案した。1871年、Lévy⁸⁾ は歪増分の成分間の比と応力比との一般的関係を初めて提案し、1913年、von Mises⁹⁾ は独立に Lévy と同様な方程式を提案した。しかし、Lévy も von Mises も弾性歪増分を無視した全歪増分を用いているので、厳密には Lévy-Mises の方程式は完全剛塑性体に、また大きな塑性変形が起こり弾性歪が無視できる場合にしか適用できない。1924年、Prandtl¹⁰⁾ は2次元弾塑性問題に対し歪の弾性成分を許すように Lévy-Mises の方程式を拡張し、1930年、Reuss¹¹⁾ はそれを3次元弾塑性問題に

*1 名古屋工業大学助教授、工博

*2 竹中工務店技術研究所研究員

*3 東京工業大学助教授、工博

*4 名古屋工業大学大学院生

*5 名古屋工業大学学生

(昭和50年11月4日本稿受理・討論期限昭和51年5月末日)

注) 本論文内容の一部は文献 13), 14) において発表している。

まで完全に一般化した。Prandtl-Reuss の方程式は塑性歪増分と偏差応力が比例するという次式で与えられる。

$$\frac{d\epsilon_x^p}{\sigma_x'} = \frac{d\epsilon_y^p}{\sigma_y'} = \frac{d\epsilon_z^p}{\sigma_z'} = \frac{d\tau_{yz}^p}{\tau_{yz}} = \frac{d\tau_{zx}^p}{\tau_{zx}} = \frac{d\tau_{xy}^p}{\tau_{xy}} = d\lambda \quad (1)$$

ここで、 $d\lambda$ は正值のスカラー比例係数を表わし、

$$d\lambda = \frac{(d\epsilon_x^p + d\epsilon_y^p + d\epsilon_z^p + 2d\tau_{yz}^p + 2d\tau_{zx}^p + 2d\tau_{xy}^p)^{1/2}}{(\sigma_x'^2 + \sigma_y'^2 + \sigma_z'^2 + 2\tau_{yz}^2 + 2\tau_{zx}^2 + 2\tau_{xy}^2)^{1/2}} = \frac{3}{2} \frac{d\epsilon^p}{\sigma} > 0 \quad (2)$$

となる。 σ は相当応力、 $d\epsilon^p$ は相当塑性歪増分で各々式 (3)、(4) で定義される。但し、von Mises の降伏条件と等方硬化を仮定している。

$$\sigma = \left[\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}{2} + 6\tau_{yz}^2 + 6\tau_{zx}^2 + 6\tau_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

$$d\epsilon^p = \sqrt{\frac{2}{3}} [d\epsilon_x^p + d\epsilon_y^p + d\epsilon_z^p + 2d\tau_{yz}^p + 2d\tau_{zx}^p + 2d\tau_{xy}^p]^{1/2} \quad (4)$$

特に、今回のように、 y 軸方向応力と剪断応力だけの場合 ($\sigma_x = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$)、式 (3)、(4) は次のようになる。

$$\sigma = (\sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (5)$$

$$d\epsilon^p = \sqrt{\frac{2}{3}} [d\epsilon_y^p + 3d\tau_{xy}^p]^{1/2} \quad (6)$$

y 軸方向の単純引張の場合、 $d\epsilon_z^p = d\epsilon_x^p$ となるから式 (5)、(6) は次のように変形される。

$$\sigma = \sigma_y \quad (7)$$

$$d\epsilon^p = \sqrt{\frac{2}{3}} [2d\epsilon_y^p + d\epsilon_y^p]^{1/2} \quad (8)$$

さて、Hill の言うように、歪硬化の程度は、歪径路に無関係で、全塑性仕事のみの関数であるとすれば、

$$\sigma = f\left(\int \sigma d\epsilon^p\right) \quad (9)$$

と表わせる。すなわち、

$$\sigma = H\left(\int d\epsilon^p\right) \quad (10)$$

となる。関数 H は歪径路に無関係であるから、最も簡単な引張試験より求めた関数 H は、他の载荷経路の場合にも適用することができる¹²⁾。

第3章 実験計画

3-1 実験装置 試験体の下端を反力フレームに取りつけられたロードセルに固定し、上端より载荷した。軸力は 100 t ジャッキにより加え、ねじりは一対の連動した 5 t ジャッキにて円板を回転させることにより加えた。また、軸力あるいはねじりの荷重を一定に保つために定荷重装置を用いた。実験装置を Photo. 1 に示す¹⁾。

Photo. 1 Loading Apparatus

3-2 試験体および測定方法 試験体の材質は SS-41, HT-60, HT-80, 6061 S-T 6, AC4 C-T 6 で、形状は Fig. 1 に示すような径厚比 30 の薄肉円筒管である。径厚比は、試験体断面内の剪断応力分布、軸圧縮やねじりによる局部座屈限界および機械加工による表面変質層の厚さ等を考慮して決定した。

試験体は、鋼では Fig. 2 に示すように、SS-41 で厚さ 80 mm, HT-60 で厚さ 90 mm, HT-80 で厚さ 75 mm の厚板より圧延方向に平行に採取したものを、旋盤加工やフライス加工等の機械加工後、焼鈍した。また、

Specimen - A (SS-41, 6061S-T6, AC4C-T6)

Specimen - B (HT-60, HT-80)

Fig. 1 Specimens

Fig. 2 Layout of the Specimens on the Original Plate

Fig. 3 Original Block for the Specimen

アルミニウムでは Fig. 3 に示すように、6061 S-T 6 で外径 69.5 mm, AC 4 C-T 6 で外径 65 mm の棒状材を機械加工して焼鈍した。試験体の物理的性質を Table 1 に示し、化学成分は Table 2 に示す。猶、鋼材の異方性は認められなかった注²⁾。

試験体は同一条件につき SS-41 で 2~3 本、合計 30 本、6061 S-T 6, AC4 C-T 6 は同じく 3 本で、合計 33 本、HT-60, HT-80 は、同じく 3 本、合計 18 ずつである。

試験体中央部に軸歪、剪断歪の測定用として歪ゲージを貼付した。荷重検出は、自製の軸力-トルクロードセルによった。

3-3 載荷経路 縦軸に τ_{xy}/τ_y , 横軸に σ_y/σ_y の関係を Fig. 4 に示すが、Fig. 4 の半円は von Mises の降伏条件を表わしている。

Table 1 Physical Properties of Materials Used

Materials	σ_y (t/cm ²)	E (t/cm ²)	ν	Tensile Strength (t/cm ²)	Elongation (%)
SS-41	2.10	2.10×10^3 *	0.300 *	4.59	38.0
HT-60	4.98 **	2.10×10^3 *	0.300 *	6.28	24.8
HT-80	7.25	2.10×10^3 *	0.300 *	7.96	26.1
6061 S-T6	2.84 **	7.10×10^2	0.329	3.17	15.8
AC 4 C-T6	2.44 **	7.23×10^2	0.344	2.55	5.64

* conventional value

** 0.2% offset yield strength

Table 2 Chemical Composition of Materials Used-Percentage

Materials	C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo	V	Fe	Mg	Ti	Zn	Al
SS-41	0.190	0.260	0.730	0.0190	0.0180	0	0	0	0	0	98.8	0	0	0	0
HT-60	0.130	0.420	1.06	0.0170	0.00700	0	0.120	0.170	0	0.0300	98.0	0	0	0	0
HT-80	0.130	0.230	0.840	0.00400	0.00400	0.260	1.15	0.500	0.400	0.0400	96.4	0	0	0	0
6061 S-T6	0	0.710	0.0100	0	0	0.350	0	0	0	0	0.220	1.13	0.0100	0	97.5
AC 4 C-T6	0	7.15	0.0100	0	0	0.0160	0	0	0	0	0.160	0.330	0.0900	0.0100	92.2

Fig. 4 Loading Paths

実験は Fig. 4 に示すように、SS-41, 6061 S-T 6, AC 4 C-T 6 では ① 単純引張, ② 単純圧縮, ③ 単純ねじり, ④ 引張降伏定荷重プラスねじり, ⑤ 圧縮降伏定荷重プラスねじり, ⑥ ねじり降伏定荷重プラス引張, ⑦ ねじり降伏定荷重プラス圧縮, ⑧ 引張弾性限度内定荷重プラスねじり, ⑨ 圧縮弾性限度内定荷重プラスねじり, ⑩ ねじり弾性限度内定荷重プラス引張, ⑪ ねじり弾性限度内定荷重プラス圧縮の 11 種類, HT-60, HT-80 では上記のうち圧縮系を削除し, ①, ③, ④, ⑥, ⑧, ⑩ の 6 種類の載荷経路について行なった。

複合応力載荷において、軸力またはねじり降伏後、ねじりまたは軸力を加える時点を、SS-41, HT-80 の場合は測定安定性から歪硬化の開始する位置とし、その他の場合は 0.2% 耐力に達した時とした。歪硬化開始点は、定荷重装置による荷重が上降伏点に達した時一度荷重を下げ、再び荷重を上げて塑性流れを起こさせ、その後、歪の増加がなくなった位置とした。

第 4 章 単純引張より得られた相当応力-相当塑性歪曲線

相当応力-相当塑性歪曲線についての実験式がいくつか提案されている。そのうちで、比較的常用されているのは、Ludwik による次式である。

$$\sigma = a + b(\epsilon^p)^c \dots \dots \dots (11)$$

この係数は、SS-41 では JIS 4 号試験片 4 本、HT-60, HT-80 では JIS 4 号試験片 3 本、6061 S-T 6, AC 4 C-T 6 では単純引張試験体 3 本から得られた引張応力-塑性歪曲線より求めた。その結果を Table 3 に示す。これにより Fig. 5 に示すような相当応力-相当塑性歪曲線が得られる。

第 5 章 実験結果および考察

試験体の崩壊状態を Photo. 2 に示す。各材料における試験体の崩壊状態は次のようである。SS-41 では ①,

 Fig. 6 σ^* - ϵ^* , τ^* - $\dot{\gamma}^*$ Relations in Steel

 Fig. 7 $\sigma^*-\epsilon^*$, $\tau^*-\gamma^*$ Relations in Alminum

Photo. 2 Models of Failure

Table 3 Parameters for Equivalent Stress and Equivalent Plastic Strain Curves

	a (t/cm ²)	b (t/cm ²)	c	ϵ_s^p ($\times 10^{-3}$)
SS-41	2.10	1.30	0.273	5.86
HT-60	0	4.70	0.0620	0
HT-80	7.25	7.26	0.00400	0.786
6061S-T 6	0	2.85	0.0150	0
AC 4C-T 6	0	2.09	0.115	0

Fig. 5 Relationship between Equivalent Stress and Equivalent Plastic Strain

⑥ 以外の荷経路で塑性局部座屈を起こした。HT-60, HT-80 では荷経路 ① で破断, 荷経路 ③, ⑥, ⑧, ⑩ で塑性局部座屈を起こした。6061 S-T 6 では荷経路 ①, ④ で破断, 荷経路 ⑤ で塑性局部座屈後破断, その他の荷経路で塑性局部座屈を起こした。AC 4C-T 6 では荷経路 ①, ④ で破断, ①, ②, ④ 以外の荷経路で塑性局部座屈を起こした。猶, 破断や塑性局部座屈を起こさなかったものは, 試験機的能力範囲内において, 一部くびれを生じたものもあるが, いずれも破断には至らなかった。

理論値を導く計算は次のような手順で行なった。

(i) 単純引張実験より (11) 式の形の相当応力-相当塑性歪曲線を求める。

(ii) (i) の相当塑性歪 ϵ^p を 2.0×10^{-3} の間隔で均等に分割する。(i) の相当応力-相当塑性歪曲線から ϵ^p の分割点における σ を求める。

(iii) ϵ^p の分割幅を $d\epsilon^p$ とみなして, σ と $d\epsilon^p$ から (2) 式の $d\lambda$ を求める。

(iv) σ や (5) 式および荷経路から σ_y, τ_{xy} を求める。

(v) (iii), (iv) で得られた $d\lambda, \sigma_y, \tau_{xy}$ を用いて, Prandtl-Reuss の方程式 (1) から $d\epsilon_y^p, d\epsilon_{xy}^p$ を求める。

以上の方法から, いかなる複合応力下の応力-歪曲線をも求めることができる。

このようにして求めた理論値と実験値を Fig. 6, Fig. 7 に示す。単純引張より求めた降伏点応力または 0.2% 耐力 σ_y , Table 1 のヤング係数 E , ポアソン比 ν から

τ_y, ϵ_y, r_y を次のように算出した。

$$\tau_y = \sigma_y / \sqrt{3}, \quad \epsilon_y = \sigma_y / E, \quad r_y = \tau_y / G = 2(1 + \nu) \sigma_y / \sqrt{3} E$$

但し, $G = E/2(1 + \nu)$ である。

$\sigma^*, \epsilon^*, \tau^*, r^*$ は, 各々 $\sigma_y/\sigma_y, \epsilon/\epsilon_y, \tau_{xy}/\tau_y, r_{xy}/r_y$ を表わし, 公称応力, 工学歪を用いる。また, 実線は理論値を示し, ○, △, □ 印は実験値を示す。猶, Fig. 6, Fig. 7 とともに軸力またはねじりの荷重を一定に保った時の応力-塑性歪関係のグラフは省略した。

全般的にいずれの材料も理論値と実験値とは, 各荷経路ともほぼ一致している。各々の比較は次のようになる。

1) Fig. 6 は鋼の理論値と実験値の応力-歪曲線を示す。理論値と実験値は各荷経路とも ϵ^* や r^* が 20 以下の範囲において 10% 以内ではほぼ一致している。真応力を用いれば, ϵ^* や r^* が 20 以上になっても理論値と実験値はさらに近づく。

2) Fig. 7 はアルミニウムの理論値と実験値の応力-歪曲線を示す。理論値と実験値は各荷経路ともほぼ一致している。AC 4C-T 6 の実験値のうちで極端に低いものがあるのは, AC 4C-T 6 が鋳造用アルミニウムであるため, 全断面が均質でなかったものと考えられる。真応力を用いれば, ϵ^* や r^* が 1 以上になっても理論値と実験値はさらに近づく。

第 6 章 結 論

複合応力を受ける構造用金属材料の応力-歪曲線は, 単純引張より得られた相当応力-相当塑性歪曲線と Prandtl-Reuss の方程式から推定した応力-歪曲線にほぼ一致する。その結果, von Mises の降伏条件を用いた Prandtl-Reuss の方程式は, SS-41, HT-60, HT-80, 6061 S-T 6, AC 4C-T 6 においても適用可能であるということがわかった。今回得られた構造用金属材料の弾塑性性状は, 複合応力下の鉄骨部材やアルミニウム部材の応力解析の一資料となり得ると思う。

謝 辞

本研究の遂行にあたり, 御指導を仰いだ名古屋工業大学, 岩下恒雄教授, 福知保長助教授, 滝口克己講師に, 御協力いただいた竹中工務店, 高橋正勝氏, 新日本製鉄, 菅野淳博氏に心からの謝意を表します。

[注]

注 1) 日本建築学会論文報告集, 178 号・昭和 45 年 12 月, 「岡島達雄, 複合応力 (圧縮・ねじり, 引張・ねじり) を受けるコンクリートの破壊条件」における実験装置の項を参照されたい。

注 2) アルミニウム棒状材については, 成型上の困難さのために異方性の検証ができなかった。

参 考 文 献

- 1) Hohenemser, K. : "Fließversuche an Rohren aus Stahl bei kombinierter Zug- und Torsionsbeanspruchung.", Zeits. ang. Math. Mech., Band. 11, 1931
- 2) Hohenemser, K., Prager, W. : "Beitrag zur Mechanik des bildsamen Verhaltens von Flußstahl" Zeits. ang. Math. Mech., Band. 12, 1932
- 3) Morrison, J.L.M., Shepherd, W.M. : "An Experimental Investigation of Plastic Stress-Strain Relations" Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol. 163, 1950
- 4) Phillips, A. : "Combined Tension-Torsion Tests for Aluminum Alloy 2 S-O" J. Appl. Mech., Vol. 19, 1952
- 5) Sautter, W., Kochendörfer, A., Dehlinger, U. : "Über die Gesetzmäßigkeiten der plastischen Verformung von Metallen unter einem mehrachsigen Spannungszustand II. Zug- und Torsionsversuche an Hohlzylindern aus Aluminium" Zeits. Metallk., Jg. 44, 1953
- 6) Phillips, A., Kaechele, L. : "Combined Stress Tests in Plasticity" J. Appl. Mech., Vol. 23, 1956
- 7) Saint-Venant, B. : "Sur l'établissement des équations des mouvements intérieurs opérés dans les corps solides ductiles au delà des limites où l'élasticité pourrait les ramener à leur premier état" Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, Tom. 70, 1870
- 8) Lévy, M. : "Extrait du Mémoire sur les équations générales des mouvements intérieurs des corps solides ductiles au delà des limites où l'élasticité pourrait les ramener à leur premier état" Journ. Math. pures et app. II. Série., Tome. 16, 1871
- 9) von Mises, R. : "Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand" Göttingen Nachrichten, Math-Phys. Klasse., Jg, 1913
- 10) Prandtl, L. : "Spannungsverteilung in plastischen Körpern" Proc. 1st Int. Cong. App. Mech, Delft, 1924
- 11) Reuss, A. : "Berücksichtigung der elastischen Formänderung in der Plastizitätstheorie" Zeits. ang. Math. Mech, Band. 10, 1930
- 12) Hill, R. : "The Mathematical Theory of Plasticity" Oxford Press, 1950
- 13) 岡島達雄, 木村 衛, 高橋正勝, 岡田謙二 : "複合応力を受ける金属材料の弾塑性性状" 日本建築学会 学術講演梗概集 (東北), 昭和 48 年 10 月
- 14) 岡島達雄, 岡田謙二, 井崎征男, 鈴木敏郎, 木村 衛 : "複合応力を受ける 構造用鋼材の弾塑性性状" 日本建築学会 大会学術講演梗概集 (関東), 昭和 50 年 10 月

SYNOPSIS

U.D.C. 691.7 : 539.41

ELASTO-PLASTIC PROPERTIES OF STRUCTURAL METALS UNDER COMBINED STRESSES

by TATSUO OKAJIMA, Associate Prof. Nagoya Inst. of Tech.,
MAMORU KIMURA, Research Engineer Takenaka Tech.
Research Lab., TOSHIRO SUZUKI, Associate Prof. Tokyo Inst.
of Tech., KENJI OKADA, Grad. Student. Nagoya Inst. of
Tech., YUKIO IZAKI, Student. Nagoya Inst. of Tech.,
Members of A.I.J.

Stress and strain of thin-walled tube of structural metals under combined torsion and axial force were obtained experimentally.

Material selected were three types of low carbon steels (SS-41, HT-60 and HT-80) and two types of structural aluminiums (6061 S-T 6 and AC 4 C-T 6).

The results indicate that stress and strain of these materials under combined stresses can be obtained from the equivalent stress and equivalent plastic strain of pure tension and from Prandtl-Reuss' equation.