活動等高線についての基礎研究 — R^* (Ridge) の3次元化 への拡張とその応用手法について—

その1 論理設定段階

正会員 芦 川 智*

1. 序

建築あるいは都市における多様な現象を内包する場を〈現象空間〉とし、現象空間に内包される現象の要素を記述する場合〈位置を保存する図〉を用いる事が行なわれる。その代表例が地図である。活動等高線論 (AC 論) は、この位置を保存する図への図像表現に関する方法的提案をする事を目的とする。この目的に至る為に AC 論の課題は、次の4つに区分される。

- ① AC 論の手法としての性能と構造の問題
- ② 対象としての現象空間から現象要素抽出の問題
- ③ AC 論による現象空間の記述と把握の問題
- ④ AC 論による論理化の問題

AC 論の出発点は、前記4つの課題のうち第1の手法としての性能と構造の問題として始められた。すなわち、表現された幾何学的な図形に対する言語の開発を第1のステップとした。

AC 論の表現手法の中心は等高線図である。この等高線図により表現する為の対象の形態は曲面と考えられる^{注1)}。これを、位置を保存する図の上で考えるなら、任裏の位置に対して、その位置の活動状況を量として示す事を基本においている。もちろん、等高線地形図もそのうちの1つの例と考えられよう。この様な観点から出発して、表現媒体の最も単純な形態としての単一閉曲線図を第1の対象とし、その構造概念として単一閉曲線図の R^* (Ridge) を抽出した。単一閉曲線図形の R^* (Ridge) の抽出と定義とその性状記述を中心とする基礎的概念設定に関しては、活動等高線 (AC) に関する基礎研究—その1 閉曲線図形における構造概念の確立—(藤井明, 日本建築学会論文報告集第267号 (1978)) に示されている。これに対して、当論文は、単一閉曲線の R^* という2次元平面の事象を出発点として、一般の等高線図に示される如くの3次元空間への論理拡張の糸口をつかむ事を目的としたものである。今回は、単一閉曲線図形の R^* から誘導される標準形²⁾の概念をもとに、3次元への拡張を試みるものである。標準形と一般等高線の対

照において、流線を利用するまでの論理設定段階をその1に示し、流線による R^* の3次元化の手法を集落の全体配置に適用し、パターン分析を通じて、その手法の有効性を論ずる段階をその2に示してある。

2. 前 提

R^* (Ridge) は、図形 (単一閉曲線として示される平面図形) の中心概念を、重心等の点的な中心から、線的な中心へ転換し、より良い図形の構造的な把握を可能にする為の媒体として、考えられたものである。その定義を示すと、以下の如くなる。

R^* の定義: 「平面上の閉曲線 C の内部領域, 外部領域に対する平衡発展により得られる平行閉曲線群を

$$\{C'[i]\}, \{C'[e]\}$$

とするとき、この平行閉曲線群の特異点の軌跡を閉曲線 C の R^* という」

この閉曲線図形の R^* は、平面における閉曲線図形と、1対1対応が可能である事が示されている。また、 R^* は図形の内接円の中心の軌跡である事も示されている^{注2)}。閉曲線図形と、閉曲線図形の R^* を定義する為に用意した平行閉曲線群とを、合わせ考えた時に、標準形³⁾の概念が生まれる。もともと、標準形とは、等高線図形の部分としての単一閉曲線が与えられた時、その図形をもとに、他の部分の閉曲線群を予測し、最も標準的な全体としての姿を想定したものである。 R^* を媒介として、閉曲線図形に対応する標準形とは、次の様に考えられる。

「標準形とは、閉曲線に対して、平衡発展として考えられる平行閉曲線群を、そのまま等高線とみなす事により想定される立体図形である」

これは、図に示される如く、点 $P(x, y)$ の標高 H が、点 P から閉曲線への最短距離を $L(x, y)$ とした時に、

$$H(x, y) = k \times m \times L(x, y) + H_0$$

ただし H_0 : 基盤の高さ

m : 点 P が、閉曲線の内部領域の場合 +1,
外部領域の場合 -1

k : 定数

で示されるものである。

この標準形は、閉曲線の形態に即した自然の立体化の

* 東京大学 助手

(昭和53年5月17日日本稿受理・討論期限昭和54年12月末日)

図-1

手法として、次の様に考えて形成される立体としても考えられる。まず、与えられた閉曲線に対して、その形に切り抜かれた板を考え、次に、その板に対して、上から砂を落としてゆく。砂は板上に積るが、ある勾配以上になると砂は板からこぼれ落ちる。板の上全体にまんべんなく砂を積んでゆくと、もうこれ以上砂を積む事ができない状態で達する。この様にして形成される立体は、板の形態に準拠したある種の定常状態を示している。

この立体について考えてみると、その決定因は、板の形と砂の安定勾配の2つである。砂の安定勾配の上限を θ 、板の周縁部 C から $4H$ の高さの点を p （点 p の板上の投影を p' ）とすると、点 p に落下した砂は、周縁部 C 上の点 q に向って転がり落ちるが、その経路は、点 p から周縁部 C への最急勾配路に従う。したがって、

図-2

$$4l = d(p', q)$$

とすると

$$d(p', q) = d(p', C) (=4l)$$

となっている。つまり、点 p' は周縁部 C に対して、距離 $4l$ の点になっているが、 $4H$ の高さにある点全てについて考えると、高さ $4H$ にある点の等高線は、周縁部 C に対する距離 $4l$ の平行閉曲線となり、

$$4H = \tan \theta \cdot 4l$$

の関係が成立しており、前述の標準形との対応が認められよう。

3. 論理設定過程

閉曲線に対応する標準形概念と、流線という地形構造把握手法を用いて、一般等高線図（多重閉曲線図）の構造的把握へせまる一つの道筋が以下に示される。

(1) 等高線図は、平面上の点 (x, y) の標高を H とした時、 $H=f(x, y)$ なる標高関数 $f(R^2 \rightarrow R)$ により、2次元平面 R^2 を、標高を示す実数の集合 R に写像するものである。この標高平面図において、場所に対する一価性と、場所に対する連続性を前提とする。

(2) 一般に、等高線図として示されるものは、広がりをもつ人間活動の場から、ある目的事象に対応した領域を切り取った形で示される場合が多い。すなわち、切り取る為の画面の設定が、重要な要素となる。画面は矩形であったり、行政区域境界という不整形な画面であったりする。この際に問題となるものが、境界条件の設定である。当論理の設定条件として、この画面の境界条件設定に対する制約を除外する事とする。標高関数を、 $H=f(x, y)$ 、画面領域を G とし、基盤高さ H_0 を設定した時に

$$D = \{(x, y) | (x, y) \in R^2, H=f(x, y), H \geq H_0\}$$

図-3

図-4

なる領域 D が、 $D \subset G$ なる限定条件を付加する事によりこの制約を排除する事ができる。等高線図は、標高関数において、 $H \geq H_0$ なる領域 D を対象領域とし、 D 内に描かれる等高線、すなわち

$$C_i = \{(x, y) | (x, y) \in R^2, f(x, y) = H_i, \\ H_i = H_0 + 4H \times i, i=0, n\}$$

なる多重閉曲線群として示されるものである。

(3) 流線の定義：対象領域 D 内の任意の点 $P(x, y)$ を与えた場合、曲面がなめらかであるならば、 $\partial z / \partial x$ 、 $\partial z / \partial y$ が定まり、最急勾配路が決定される。この時、 P から $4R$ の距離への最急勾配路に沿った移動点 $P'(x', y')$ が定まる。 $P'(x', y')$ は以下の条件で決定される。

- i) $\partial z / \partial x = 0, \partial z / \partial y = 0$ の場合、曲面は、 P において水平となり、最急勾配路の端点となるか、あるいは、最急勾配路が無いかのいずれかである。
- ii) $\partial z / \partial x = 0, \partial z / \partial y \neq 0$ の場合
 - ① $\partial z / \partial y > 0$ の時

$$x' = x, y' = y \pm 4R \text{ (符号は上り, 下りを示す)}$$

$$\textcircled{\text{B}} \quad \partial z / \partial y < 0 \text{ の時}$$

$$x' = x, y' = y \mp 4R$$

iii) i), ii) 以外の場合

$$\textcircled{\text{C}} \quad \partial z / \partial x > 0 \text{ の時}$$

$$x' = x \pm 4R / \sqrt{1 + \{(\partial z / \partial y) / (\partial z / \partial x)\}^2}$$

$$y' = y \pm 4R \cdot (\partial z / \partial y) / (\partial z / \partial x) / \sqrt{1 + \{(\partial z / \partial y) / (\partial z / \partial x)\}^2}$$

$$\textcircled{\text{D}} \quad \partial z / \partial x < 0 \text{ の場合}$$

$$x' = x \mp 4R / \sqrt{1 + \{(\partial z / \partial y) / (\partial z / \partial x)\}^2}$$

$$y' = y \mp 4R \cdot (\partial z / \partial y) / (\partial z / \partial x) / \sqrt{1 + \{(\partial z / \partial y) / (\partial z / \partial x)\}^2}$$

上記の如く、隣接点相互の関係が設定された時に、最急勾配路をたどって流線を描く事が可能となる。

任意の点 P を通る流線とは、 P を起点として、最急勾配路をたどって上り、あるいは下り、端点に至る曲線である。ただし、端点とは、勾配の変換点（水平点を含む）あるいは基盤高さの点のいずれかである。一般的に流線は、2つの端点を有する弧状曲線として描く事ができる。

(4) R^f の導入：今、領域 D の内部を対象とし、 C_0 (領域 D の境界) 上の点を P とし、 P を起点として、最急勾配をたどる流線を描く。この時に、(3) で設定した最急勾配の設定が出来ない場合がある。つまり

i) 曲面が水平の場合

ii) 接平面が一意に定まらない場合

である。流線は、起点を出発して登ってゆくが、最急勾配が下る点、すなわち頂点に至った時を流線の端点と考えれば、i) の場合もこの端点に含める事ができよう。この場合、端点上り勾配における端点となりうる点は、曲面の頂点（極大点）、変曲点、水平点のいずれかと考えられる。ii) の場合は、図の如く、2種微係数を有する曲面が接する点（2以上の微係数を有する事も考えられる）である。この場合、次の操作により、流線の一意性が確保できる。すなわち、 P_1 における2種類の接平面に関して、最急勾配点を(3)により算定し、その異なる2点の xy 平面への射影が

a) 2種類の接平面の交わりとして形成される直線の

図—5

xy 平面への射影により相異なる領域に区分けされる場合は、 P_1 より接平面の交線を上へたどる方向をとり

b) 上記交線に関して、2点が同一領域に存在する場合は、流線がたどってきた側の接平面 I に対する接平面 II により算定された最急勾配の方向をとる。

a) の場合は、図—6 に示される如く、稜線を形成している場合であり、b) の場合は、斜面にエッジが作られている場合である。標高函数の一価性と連続性の条件に、なめらかさ（微分係数の連続性）の条件を付加するのなら、このような状況は生起しない。

図—6

さて、以上の様にして描かれる流線は、一般的な形として一方の端点に C_0 (D の境界となる閉曲線) 上の点を、一方の端点として頂点（極大点）あるいは変曲点、水平点をとっている。今、 C_0 の任裏の2点 P_1, P_2 を起点として流線を描いた時、両者の端点（上り勾配における端点）としての頂点 P_t を共有し、しかも P_t へ至る手前 P_r から流線を共有していたとする（図—7 参照）。

図—7

C_0 で囲まれた領域 D を、 $P_1 P_r P_2$ により区分された領域で、 P_t を含まない部分を $\bar{D}_i$ とする。 $\bar{D}_i$ に、流線の端点となる要素が無かった場合、 $\bar{D}_i$ 内の任意の点を起点とした流線は、すべて $P_r P_t$ を共有し、 P_t を端点とする。なぜなら、流線相互は交差する事はないからである（もし交差したとすると、その交差点において2種類の最急勾配路がとれ、最急勾配路の一意性に反するからである）。以上の様に、 $\bar{D}_i$ 内の点を起点とする流線をおおむね描くと図—8 の如くなり、流線相互の共有部分が明確となる。図によれば、流線は、他の流線と共有する部分と、共有しない部分に区分できる事がわか

図-8

図-9

る。図-9の流線共有部分の任意の点 P_s を設定した場合、この点に至る流線で、 $P_s P_t$ のみを流線の共有部分とする流線が、少なくとも本設定可能である事がわかる（図-9で、流線 $P_1 P_s P_t$ 、 $P_2 P_s P_t$ で、 $P_s P_t$ を共有部分とし、 $P_1 P_s$ 、 $P_2 P_s$ は共有部分をもたない）。最急勾配をたどる線である事から、これらの対応関係を示す線としての流線は、相互に交差しないう事が容易に示せる。

今、この流線相互の共有関係を有する点の集合で、しかも、流線相互の対応関係を示す点としての集合を、仮に R^f として置き、今後の略記号として使用する事とする。

(5) 標準形の再考：さて、単一閉曲線図形の構造概念として R^* (Ridge) を導入し、 R^* を媒介として、立体としての標準形が誘導された事は、すでに示されている。 R^* を媒介とした標準形と、 R^f との関係把握し、一般等高線図（多重閉曲線群）構造概念抽出への道筋をたどる前提として、標準形の構造を把握しておく必要がある。

(a) 単一閉曲線図形の中心構造：単一

図-10

閉曲線図を出発点に置き、線的な構造を示すものとして R^* を抽出した。これは、単一閉曲線図形に対する平行閉曲線により定義づけられ、 R^* の存在性と、一裏性が示されている。

(b) 単一閉曲線図形に1対1に対応する構造として

図-11

図-12

一般多重閉曲線図

流線と R^f

R^f

標準形

対応線と R^*

R^*

図-13

示される R^* は、上記図形に対する内接円の中心の軌跡として示される。この内接円の接点と中心を結ぶ線が、 R^* と閉曲線図形との対応関係を示すものとなり、この線分は、円接円の半径である為、対応線の長さは等しく、また、平行閉曲線と常に垂直に交差している。

(c) 平行閉曲線を、与条件としての単一閉曲線を基盤においた時の等高線として見るならば、一つの立体図形として示せる。この立体を単一閉曲線図形に対する標準形と呼ぶ。この標準形は、別な観点から

考えると、単一閉曲線に対応する板の上に、可能な限りの理想砂を乗せた時に生ずる形態に対応づけられる。標準形の特徴的な性質は、斜面が等勾配で構成されている事である（図-11）。

(d) 平面図形における内接円は、標準形においては、円錐形と見る事ができ、頂点は R^* に対応し、 R^* と、基盤となる単一閉曲線との対応線は、円錐斜面の稜に対応し、等勾配斜面の最急勾配に対応している（図-12）。

(6) R^f と標準形

図-14

一般の等高線図（多重閉曲線図）の構造を示す要素として R^f を定義づける為には、 R^f と標準形の R^* との関係把握しなければならない。

(a) 今、基盤 D を統一した 2 種類の等高線図を考える。A の等高線図は、基盤閉曲線 C_0 に対する平行閉曲線で構成されており、基盤に対する標準形として示されている。これに対して、B の等高線図は任意性を有した、多重閉曲線図形として示される。

(b) A の標準形に対しては、基盤の閉曲線図 R^* との対応関係を示す線を描き、B に対しては、 R^f を描く。この際の、対応線と、流線は、共に、立体の斜面の最急勾配をたどる線に対応している。また、基盤としての閉曲線と、立体の稜線の対応関係を示しているという点でも共通の性質を有する事が認識されよう。

(c) R^* と R^f の 2 種類の概念を、もとの等高線にもどして考えてみると次の事が言える。2 種類の等高線を地形に見立てると、この地形に流下する雨水の流れが、 R^* 、 R^f により区分される事になり、 R^* 、 R^f は、地形における「分水界」の性質を有している事が示せる（図—13）。

(7) 一般等高線図（多重閉曲線図）における構造概念としての R^f （流線による Ridge）

単一閉曲線図の構造概念として R^* (Ridge) を導入し、一般等高線図形（多重閉曲線図）の構造概念への拡張を計る為、 R^f を考えてきたが、標準形の性状を媒介に R^f の概念把握がなされ、 R^* との関係が明確にされた。また R^f 、 R^* とともに、地形概念としての分水界との対応づけが可能である事も示されてきたわけである。

以上の過程をもとに、一般等高線図（多重閉曲線図）の構造要素として、 R^f を考察の対象とする事ができる。 R^f は、標準形の R^* を媒介にして導入された構造要素である。単一閉曲線の R^* は、あくまでも平面図形の構造を示すものであり、立体図形としての一般等高線の構造とは、基本的に相違するものである。 R^f が、一般等高線図に於いて、その構造概念としての有効性をもつか否かは、 R^f によって、一般等高線図がどのように記述され、その構造が表現できるか否かにかかっているといえる。この論は、一つの抽出された要素の有効性を問う所に、その主旨があるといえる。

4. ま と め

R^f の抽出過程を、その論理を追って示すと、図—14 に示す如くのプロローに表現できる。

注 1) 位置を保存する図上における活動状況を把握する場合、観測の問題と、観測により得られた測定値をもとに、等高線図化するなわち曲面化の問題の 2 つの課題がある。そして、観測の方法として、位置を保存する図上に格子組みを設定し、その格子点上の測定値を求める事がよく行なわれる。この格子売上の測定値をもとに曲面化を近似的に行なう方法として、3 次の近似曲面による曲面化が現段階では最良の方法と考える。それは、求められた曲面がなめらかな連続曲面（微分可能でしかも、微分傾度の連続性を保証する連続曲面）として示されるからである。これに対して、曲面自体がすでに存在する場合、例えば地形図の如くの時には、その曲面の形態を数量的に把握する手法が考えられねばならない。例えば、自動読み取り手法の如くである。そして、この場合、一般的には曲面が、ほとんど至る所で微分可能（微分不可能な点が、点あるいは線として存在する）の性状へと拡張されなければならないであろう。

注 2) 藤井 明、活動等高線 (AC) に関する研究—その 1、閉曲線図形における構造概念の確立—（日本建築学会論文報告集第 267 号、1978）参照。

SYNOPSIS

U.D.C. 72.013

FUNDAMENTAL STUDY OF ACTIVITY CONTOUR —THE EXTENSION TO THREE DIMENSIONAL SPACE OF R^* (RIDGE) AND APPLICATION METHOD—

Part 1 Logical structure

by SATORU ASHIKAWA, Assistant of Tokyo Univ.,
Member of A.I.J.

This paper is depend upon the fundamental study of "Activity Contour". In this report, " R^f " is defined from the viewpoint of the quality of water flowing on the curved surface of activity contour.

" R^f " is the structural concept of ordinary contour surface. The concept of " R^f " is stand on the concept of " R^* " (Ridge) which is the structural concept of closed curve.

In this report, as part 1, the definition of " R^f " is explained as the extension to three dimensional space of the concept of " R^* ".