せん断変形を有する薄肉開閉断面部材の座屈解析

正 会 員 重 松 恒 美*

正 会 員 大 賀 水 田 生**

正 会 員 原 隆***

1. はじめに

サンドイッチ構造は二枚の薄い表板で軽量の心材をはさんだ複合構造部材であり、軽量で曲げ剛性が大きいなどの有利な断面特性を有している。このような構造形式として、構造用鋼やアルミニウム合金などで成型されたラーメン中空板や円筒コアーをもつ中空板、ハニカムコアーをもつサンドイッチ板などがある。

近年、我が国の産業技術のあらゆる分野で、多機能化、省力化のためのプレハブ化、カプセル化、ユニット化という質的变化が起こりつつある。これに伴い、現場生産から工場生産への移行に対応して、構造部材の分野において複合構造の重要性があらためて認められてきている。特に建築の分野では、このような構造部材を用いた軽量化は現代のすう勢である。

本研究ではこのような複合部材の一分野をなすサンドイッチ構造部材を例えば T 型、U 型に折り曲げて薄肉開断断面部材とし、また箱型に折り曲げ薄肉開閉断断面部材とした軽量で別性の大きい構造形式を検討した。そしてこれらの構造形式を圧縮材として適用することを目的として座屈解析を行った。

圧縮力を受ける薄肉断断面部材では、座屈変形においてそれぞれの板パネル内に曲げ変形とともにせん断変形があらわれる。通常の座屈解析において、せん断変形は無視し得るほど小さいものとして取り扱われている。しかし本研究の対象であるサンドイッチ構造では心材を軽量とするためせん断剛性が低下し、無視できないせん断変形を生じる。したがって本研究では、以後座屈変形においてこのようなせん断変形を考慮した解析を行う。

せん断変形を考慮した板の座屈解析は多くの研究者により行われている^{1)~3)}。また、せん断変形を無視した薄肉断断面部材の座屈問題も多くの研究者により手がけられている。例えば Abent⁹⁾ による長柱の座屈と板パネルの座屈を考慮した解析、Nassar⁴⁾、Klöppel⁵⁾ による隣接し

た板パネルの相互化用を考慮した解析、有限帯板法による解析などがあげられる。しかしながら、せん断変形を有する薄肉開閉断断面部材の座屈解析は著者らが調査した範囲では無いように思われる。

そこで本研究では、伝達マトリクス法を用いて、せん断変形を有する薄肉開閉断断面部材の座屈解析を行った。解析方法は断面の形状により二種類の解析方法を用いた。解析法 (I) は、T 型断面のように分岐があるものを対象として、Klöppel⁵⁾ が補剛板の座屈解析において板パネルのみならず隣接する板パネルの相互作用も考慮し、板パネルの接合部に近似的に単純支持点を設けた手法をせん断変形を有する薄肉断断面部材に適用したものである。また解析法 (II) は、L 型、U 型、閉断断面などの分岐のないものを対象として、Dobovisek⁶⁾ が格間マトリクスと格点マトリクスを用いて折板の応力解析を行った手法をせん断変形を有する薄肉断断面部材に適用したものである。なお、解析法 (I) でも、限られた条件のもとで近似的に分岐のない断面に適用できるが、汎用性を考慮し、分岐のある断面の解析のみに適用する。

解析手順として、一方向に等分布圧縮荷重を受けるせん断変形を有する薄肉断断面部材に対し、心材の異方性を考慮してつりあい条件及び変形条件から状態量ベクトルに関する連立常微分方程式を組み立て、級数展開を行うことにより格間伝達マトリクスを求める。次にせん断変形を有する板パネルの接合点で断面の形状により、解析法 (I)、解析法 (II) を適用してせん断変形を有する薄肉開閉断断面部材の座屈条件式を誘導し、座屈係数を求める。解析に用いるパラメータとして、板のせん断変形量をあらわすせん断剛性比、異方性比、断面の形状比などを用いた。得られた結果から座屈係数と種々のパラメータとの関係を図表化し、また理論の適用性について検討を加えた。

2. 理論解析

本研究の座屈解析は伝達マトリクス法を用い、断面の形状により解析法 (I)、(II) を適用して行われる。

2-1 解析法 (I) による座屈条件式の誘導

解析法 (I) では、板パネルの格間伝達式と断面の分

* 徳山工業高等専門学校 助教授

** 愛媛大学 講師

*** 徳山工業高等専門学校 講師

(昭和 57 年 8 月 9 日原稿受理日、昭和 59 年 2 月 28 日改訂原稿受理日、討論期限昭和 59 年 11 月末日)

Fig. 1 圧縮力を受けるせん断変形を有する薄肉開閉断面

Fig. 2 せん断変形を有する板要素

Fig. 3 せん断変形を有する板要素の断面力

Fig. 4 せん断変形

岐点での支持条件式より座屈条件式を誘導する。Fig. 1 に一方向に等分布圧縮荷重を受け、荷重辺が単純支持された一般的なせん断変形を有する薄肉開閉断面の荷重状態を示す。Fig. 2 に Fig. 1 よりとり出されたせん断変形を有する板パネルを示す。また Fig. 3, Fig. 4 に要素の断面力、変形を示す。Fig. 3 の面外断面力のつりあい式は、

$$\left. \begin{aligned} M'_x + M_{yx} - Q_x &= 0 \\ M'_y + M_{xy} - Q_y &= 0 \\ Q'_x + Q_y - P_{xx} w'' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに M_x, M_{xy}, M_{yx} はモーメント Q_x, Q_y はせん断力、 P_{xx} は圧縮力、 w はたわみである。また $' \equiv \partial/\partial x$, $'' \equiv \partial^2/\partial x^2$

ここで、面外断面力と変形の関係は次式であらわされる。

$$\begin{aligned} M_x &= D(\phi'_x + \nu \phi'_y) \\ M_y &= D(\phi'_y + \nu \phi'_x) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} M_{xy} &= M_{yx} = D(1-\nu)/2(\phi'_x + \phi'_y) \\ Q_x &= S_x \gamma_{xz} \\ Q_y &= S_y \gamma_{yz} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 D, S_x, S_y は曲げ剛性、せん断剛性、 ϕ_x, ϕ_y はせん断変形 γ_{xz}, γ_{yz} とたわみを関係づける変形量 (Fig. 4 参照)、 ν はポアソン比である。さらに、荷重辺が単純支持された場合の変位関数は次式となる (Fig. 2 参照)

$$\left. \begin{aligned} w &= \bar{w} \sin(m\pi x/a) \\ \phi_x &= \bar{\phi}_x \cos(m\pi x/a) \\ \gamma_{yz} &= \bar{\gamma}_{yz} \sin(m\pi x/a) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで $\bar{w}, \bar{\phi}_x, \bar{\gamma}_{yz}$ は y のみの関数であり、他の断面力変形量も同様な表示が行える。式 (1), (2) に式 (3) を代入し、規準化を行えば、次式の連立一階常微分方程式が得られる (文献 11 参照)。

$$\begin{bmatrix} \bar{w} \\ \bar{\phi}_y \\ \bar{\phi}_x \\ \bar{M}_{yx} \\ \bar{M}_y \\ \bar{Q}_y \end{bmatrix}_B = \rho \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \sigma \\ 0 & 0 & \nu & 0 & 1/[\varepsilon(\zeta m)^2] & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2/[\varepsilon(\zeta m)^2(1-\nu)] & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1+\varepsilon(\zeta m)^2(1-\nu^2) & 0 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1-\varepsilon k & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w} \\ \bar{\phi}_y \\ \bar{\phi}_x \\ \bar{M}_{yx} \\ \bar{M}_y \\ \bar{Q}_y \end{bmatrix}_B$$

$${}^* \bar{Z}_B = A_B {}^* \bar{Z} \dots\dots\dots (4)$$

ここで $\rho = m\pi/a$, $\sigma = S_x/S_y$, $\varepsilon = \pi^2 D/(b^2 S_x)$, $\zeta = b/a$, $k = b^2 P_{xx}/(\pi^2 D)$, ${}^* w = P \bar{w}$, ${}^* \phi_y = \bar{\phi}_y$, ${}^* \phi_x = \bar{\phi}_x$, ${}^* \bar{M}_{yx} = (\rho/S_x) \bar{M}_{yx}$, ${}^* \bar{M}_y = (\rho/S_x) \bar{M}_y$, ${}^* \bar{Q}_y = (1/S_x) \bar{Q}_y$
式 (4) よりせん断変形を有する板パネルの面外変形の格間伝達マトリクスは次式で与えられる。

$${}^* \bar{Z}_B = \exp(A_B) {}^* \bar{Z}_{B0} = F_B {}^* \bar{Z}_{B0} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 ${}^* \bar{Z}_{B0}$ は初期状態量ベクトルであり、 F_B は格間伝達マトリクスである。 F_B は無限級数を用いて次式となる。

$$F_B = E + (A_B) + (A_B)^2/2! + (A_B)^3/3! + \dots\dots\dots (6)$$

ここに E は単位マトリクスである。

この格間伝達マトリクス F_B を用い、隣接するせん断変形を有する板パネル相互のつりあい条件および連続条件を考慮し、接合点において近似的にたわみを 0 とすることにより座屈条件式を組み立てる。Fig. 5 (c) に示すせん断変形を有する T 型断面に対して状態量の伝達式は、状態量ベクトル ${}^* \bar{Z}_{Bi}$ 、格間マトリクス F_{Bi} より

Fig. 5 せん断変形を有する薄肉開閉断面

次式となる。

$$\left. \begin{aligned} {}^*\bar{Z}_{B1} &= F_{B1} {}^*\bar{Z}_{B0} \\ {}^*\bar{Z}_{B3} &= F_{B2} {}^*\bar{Z}_{B2} \\ {}^*\bar{Z}_{B5} &= F_{B3} {}^*\bar{Z}_{B4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

また、接合点での条件式は、

$$\left. \begin{aligned} {}^*\bar{w}_1 &= {}^*\bar{w}_2 = {}^*\bar{w}_4 = 0 \\ {}^*\bar{\phi}_{y1} &= {}^*\bar{\phi}_{y2} = {}^*\bar{\phi}_{y4} \\ {}^*\bar{\phi}_{x1} &= {}^*\bar{\phi}_{x2} = {}^*\bar{\phi}_{x4} = 0 \\ {}^*\bar{M}_{yx1} &= {}^*\bar{M}_{yx2} + {}^*\bar{M}_{yx4} \\ {}^*\bar{M}_{y1} &= {}^*\bar{M}_{y2} + {}^*\bar{M}_{y4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

さらに ${}^*\bar{Z}_{B0}$, ${}^*\bar{Z}_{B3}$, ${}^*\bar{Z}_{B5}$ の境界条件を考慮することにより座屈問題に関する齊次の連立方程式が得られる。求まった座屈条件式を Table.1 に示す。

Table.1 セン断変形を有する薄肉 T 型断面の座屈条件式

${}^*\bar{w}_0$	${}^*\bar{\phi}_{y0}$	${}^*\bar{\phi}_{x0}$	${}^*\bar{\phi}_{y1}$	${}^*\bar{M}_{yx1}$	${}^*\bar{M}_{y1}$	${}^*\bar{M}_{yx2}$	${}^*\bar{M}_{y2}$	${}^*\bar{Q}_{y2}$	${}^*\bar{M}_{yx4}$	${}^*\bar{M}_{y4}$	${}^*\bar{Q}_{y4}$
G_{11}	G_{12}	G_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G_{21}	G_{22}	G_{23}	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
G_{41}	G_{42}	G_{43}	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
G_{51}	G_{52}	G_{53}	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	H_{42}	0	0	H_{44}	H_{45}	H_{46}	0	0	0
0	0	0	H_{52}	0	0	H_{54}	H_{55}	H_{56}	0	0	0
0	0	0	H_{62}	0	0	H_{64}	H_{65}	H_{66}	0	0	0
0	0	0	K_{42}	0	0	0	0	0	K_{44}	K_{45}	K_{46}
0	0	0	K_{52}	0	0	0	0	0	K_{54}	K_{55}	K_{56}
0	0	0	K_{62}	0	0	0	0	0	K_{64}	K_{65}	K_{66}
0	0	0	0	1	0	-1	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	-1	0

G_{ij}, H_{ij}, K_{ij} ; Elements of F_{b1}, F_{b2}, F_{b3}

2-2 解析法 (II) による座屈条件式の誘導

解析法 (II) では板パネルの格間伝達式と折板部での格点伝達式を用いて座屈条件式を誘導する。本節では、後述の格点伝達式誘導のため、前節で導びいたせん断変形を有する板パネルの面外変形の伝達式 (5) に加えて面内変形の伝達式を必要とする。以下にその誘導を示す。

Fig. 3 に示す断面力のうち、面内変形に關与する断面力のつりあい式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} N'_x + N_{yx} &= 0 \\ N'_{xy} + N_y &= 0 \\ N_{xy} &= N_{yx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

また、断面力と変位の関係は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= Et/(1-\nu^2)(u' + \nu v') \\ N_y &= Et/(1-\nu^2)(v' + \nu u') \\ N_{yx} &= Et/[2(1+\nu)](u' + v') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 u, v は変位、 $Et/(1-\nu^2)$ はシャイベ剛性である。前節と同様に、載荷辺が単純支持の条件では、 u, v は

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u} \cos(m\pi x/a) \\ v &= \bar{v} \sin(m\pi x/a) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $\bar{u}, \bar{v}$ は y のみの関数である。式 (9), (10) に式 (11) を代入し、規準化を行えば次式となる (文献 7 参照)。

$$\begin{bmatrix} {}^*\bar{u} \\ {}^*\bar{v} \\ {}^*\bar{N}_y \\ {}^*\bar{N}_{yx} \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2(1-\nu) \\ -\nu & 0 & -(1-\nu^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -\nu & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^*\bar{u} \\ {}^*\bar{v} \\ {}^*\bar{N}_y \\ {}^*\bar{N}_{yx} \end{bmatrix} \quad M$$

$${}^*\bar{Z}_M = A_M {}^*\bar{Z}_M \dots\dots\dots (12)$$

ここで ${}^*\bar{u} = -Et/\rho^2 \bar{u}$, ${}^*\bar{v} = Et/\rho^2 \bar{v}$, ${}^*\bar{N}_y = -1/\rho^3 \bar{N}_y$, ${}^*\bar{N}_{yx} = -1/\rho^3 \bar{N}_{yx}$

よって、せん断変形を有する板パネルの面内変位の格間伝達式は次式となる。

$${}^*\bar{Z}_M = \exp(A_M y) {}^*\bar{Z}_{M0} = F_M {}^*\bar{Z}_{M0} \dots\dots\dots (13)$$

ここで F_M が面内変形に關する格間伝達マトリクスであり式 (6) と同様に計算される。

解析法 (II) では面内変形と面外変形の伝達式を連立させて格間伝達式を作成する (文献 6 参照)。

$${}^*\bar{Z} = \begin{pmatrix} {}^*\bar{Z}_B \\ {}^*\bar{Z}_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_B & 0 \\ 0 & F_M \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} {}^*\bar{Z}_{B0} \\ {}^*\bar{Z}_{M0} \end{pmatrix} = F {}^*\bar{Z}_0 \dots\dots\dots (14)$$

ここに

$${}^*\bar{Z} = \{ {}^*\bar{w}, {}^*\bar{\phi}_y, {}^*\bar{\phi}_x, {}^*\bar{M}_{yx}, {}^*\bar{M}_y, {}^*\bar{Q}_y, {}^*\bar{u}, {}^*\bar{v}, {}^*\bar{N}_y, {}^*\bar{N}_{yx} \}^T$$

格点伝達式は Fig. 6 のような折板部の状態量 ${}^*\bar{Z}_R$ のつりあい式より得られる。

$$\begin{bmatrix} {}^*\bar{w} \\ {}^*\bar{\phi}_y \\ {}^*\bar{\phi}_x \\ {}^*\bar{M}_{yx} \\ {}^*\bar{M}_y \\ {}^*\bar{Q}_y \\ {}^*\bar{u} \\ {}^*\bar{v} \\ {}^*\bar{N}_y \\ {}^*\bar{N}_{yx} \end{bmatrix} = H_R \begin{bmatrix} c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^*\bar{w} \\ {}^*\bar{\phi}_y \\ {}^*\bar{\phi}_x \\ {}^*\bar{M}_{yx} \\ {}^*\bar{M}_y \\ {}^*\bar{Q}_y \\ {}^*\bar{u} \\ {}^*\bar{v} \\ {}^*\bar{N}_y \\ {}^*\bar{N}_{yx} \end{bmatrix} \quad H_L$$

$${}^*\bar{Z}_R = P {}^*\bar{Z}_L \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 $S = \sin \theta$, $C = \cos \theta$, H_R , H_L は規準化マトリ

Fig. 6 折板部と状態量

クスであり P が格点マトリクスである。

式 (14), (15) を用いて解析法 (II) における座屈条件式を誘導する。Fig. 5 (a) の U 断面, Fig. 5 (b) の箱型断面に対して状態量ベクトル *Z_i , 格間マトリクス F_i , 格点マトリクス P_i を用いて座屈条件式を求める。

(i) U 断面 (開断面, Fig. 5 (a)) の場合に伝達式は,

$$^*Z_3 = F_3 P_2 F_2 P_1 F_1 ^*Z_0 \dots\dots\dots (16)$$

となり, *Z_3 , *Z_0 の境界条件をもとに座屈条件式が得られる。他の開断面 (L 断面等) についても同様である。

(ii) 箱型断面 (閉断面, Fig. 5 (b)) の場合, 伝達式は

$$^*Z_4 = F_4 P_3 F_3 P_2 F_2 P_1 F_1 ^*Z = T ^*Z \dots\dots\dots (17)$$

となるので $^*Z_4 = ^*Z_0$ であるので座屈条件式は次式となる。

$$\det |T - E| = 0 \dots\dots\dots (18)$$

ここで E は単位マトリクスである。

3. 数値計算

前章に示された解析法 (I), (II) を用いてせん断変形をする薄肉開閉断面の座屈解析を行った。数値計算ではまず, 本解析法 (I), (II) の解析の妥当性について検討した。次にせん断変形を有する薄肉開閉断面について, 種々のパラメータと座屈係数 $k = b^2 P_{xx} / (\pi^2 D)$ の関係求めた。

3-1 解析法 (I), (II) の検討

本節では本解析法 (I), (II) の解の妥当性について述べる。そのために, せん断変形を有する薄肉断面のせん断剛性を無限大 ($S_x \rightarrow \infty$) とし ($\epsilon = \pi^2 D / (b^2 S_x) = 0$), せん断変形を無視して座屈解析を行い従来の解と比較した (文献 8)。数値計算例として, L 型, U 型断面部材を用いた。数値計算結果を等厚 ($\delta = t_1/t = 1.0$) 部材について Fig. 7 に示す。破線は解析法 (I), 実線は解析法 (II) の解を示す。L 断面では板パネル形状比 (a/b) を 2 とし, U 断面では座屈曲線が極小値をとる板パネル形状比を用いた (Fig. 10 参照)。また, U 断面に解析法 (II) を適用する場合に, 板パネル幅比 $\beta = b_1/b$ が 2 以下では座屈曲線に極小値があらわれないので形状比 a/b を 2 とした。Fig. 7 より次のことが述べられる。

(i) L 断面について, 板パネル幅比 $\beta = 0.3$ 以上では解析法 (I), (II) の解は一致しており, $\beta = 0.3$ 以下でも大差はみられない。しかし解析法 (I) の方が若干大きい。

Fig. 7 薄肉開閉断面の座屈係数

(ii) U 断面について, 板パネル幅比 $\beta = 0.3$ 以上では解析法 (I), (II) の解はまったく一致しているが $\beta = 0.3$ 以下では両者はまったく異なる。これは解析法 (I) では折板部を近似に単純支持としているため, 支持条件が実際より剛になったためであると思われる。なお, 解析法 (II) の解は文献 8 の解の一致し, また解析法 (II) の解は有限帯板法の解と一致しているので本解析法の解は妥当である。

したがって解析法 (I), (II) の適用性として

(1) U 型, 箱型断面のように分岐のない断面では解析法 (II) を適用することにより妥当な解が得られる。

(2) T 型断面のような分岐のある断面では, 解析法 (II) は適用できないので, 近似的に解析法 (I) を適用しなければならないが板パネル幅比 β が大きい断面では妥当な解を得ることができる。

3-2 せん断変形を有する薄肉開閉断面の座屈解析

前節の検討結果をもとにせん断変形を有する薄肉開閉断面の座屈解析を行った。本解析に用いたパラメータは板パネル形状比 $a/b = 1/\xi$, 板パネル厚比 $\delta = t_1/t$, 板パネル幅比 $\beta = b_1/b$, 板パネル細長比 $\lambda = b/t$, せん断剛性比 $\epsilon = \pi^2 D / (b^2 S_x)$, 心材の異方性係数 $\sigma = S_x/S_y$ である。なお, 数値計算結果は比較すべき資料がないので, 板パネルのみの座屈係数を求め, Wurmnest³⁾の結果をもとに解の妥当性を検討した。

(1) せん断変形を有する薄肉 T 型断面

解析法 (I) により得られた座屈条件式 (Table. 1) をもとに求められた T 型断面の座屈係数を Fig. 8, Fig. 9 に示す。Fig. 8 は板パネル幅比 β をパラメータとして, 各形状比 a/b に対する座屈係数 $k = b^2 P_{xx} / (\pi^2 D)$ を示す。 $\beta = 0.4$ のとき座屈係数が最大となることわかる。Fig. 9 は形状比 $a/b = 2$ として各パネル幅比 β に対する座屈係数 k を示す。パラメータ ϵ はせん断剛比すなわちせん断変形の影響の大きさを示す。 ϵ が小な

Fig. 8 せん断変形を有する薄肉 T 型断面の座屈係数

Fig. 9 せん断変形を有する薄肉 T 型断面の座屈係数

ほどせん断変形は小さく、 $\epsilon=0$ はせん断変形を無視した座屈係数である。図よりせん断変形が大きいほど座屈係数が低下していることがわかる。またいずれの場合も板パネル幅比 $\beta=0.4$ 近傍で最大の座屈係数を示す。本解析例では異方性の影響はほとんどなく、 $\sigma=S_x/S_y=1.0$ 以外のものは図示していない。

(2) せん断変形を有する薄肉 U 型断面

解析法 (II) により得られた座屈条件式 (16) から求められた U 型断面の座屈係数を Fig. 10, Fig. 11 に示す。Fig. 10 はせん断剛性比 $\epsilon=0.1$ とし、異方性係数 σ の影響を図示している。解析結果よりいずれも $\sigma=S_x/S_y$ が大、すなわち圧縮方向のせん断剛性比 S_x が大きい方が座屈係数が大きくあらわれる。なお $\sigma=1.0$ は等方性心材の座屈係数を示す。Fig. 11 は等方性心材に対して最大の座屈係数を得る板パネル幅比 β で、せん断剛性比を変化させた場合の座屈係数を示す。T 型断面と同様にせん断変形の有無は座屈係数に大きな影響を与える。

(3) せん断変形を有する薄肉箱型断面

解析法 (II) をもとに誘導された座屈条件式 (18) から得られた箱型断面の座屈係数を Fig. 12 に示す。

Fig. 10 せん断変形を有する薄肉 U 型断面の座屈係数

Fig. 11 せん断変形を有する薄肉 U 型断面の座屈係数

Fig. 12 せん断変形を有する箱型断面の座屈係数

Fig. 12 では座屈形状の形態を示すため、板パネル幅比のみを変化させ、他のパラメータは代表値とした。図中の a/b が 0 から横に伸びる直線は板パネルの局部座屈

の座屈係数を示し、右下がりの曲線は断面の全体座屈すなわち全板パネル連成の座屈係数を示す。例えば正方形断面 ($\beta=1.0$) ではその境界となる形状比 a/b は 58 である。

3-3 数値計算結果の検討

本節では前節で行われたせん断変形を有する薄肉開閉断面の座屈解析結果について検討を加える。

まず解析法の適用性について

(i) 解析法 (II) は折板点に何らの仮定も導入しないので、任意の薄肉開閉断面の座屈解析に有効である。しかし、T 型断面のように分岐のある断面には適用できない。

(ii) 解析法 (II) は局部座屈と全体座屈と同様に扱うことができ、その境界も明らかにすることができるので圧縮材の設計資料を得るために非常に有効であると考えられる。

(iii) 解析法 (I) は解析法 (II) の近似解を与え、解析法 (II) の適用できない分岐のある断面の座屈解析に有効である。

また、せん断変形を有する薄肉開閉断面の座屈係数のパラメータ解析について

(i) せん断変形は、座屈係数すなわち座屈耐力に大きな影響を与える。実際、 ε が大きくなれば座屈荷重は低下する。

(ii) 最大の座屈係数を示す板パネル幅比 β が存在する。すなわち T 型断面では $\beta=0.4$ 、U 型、箱型断面では $\beta=0.2$ の近傍である。

(iii) 支持条件の比較的剛な箱型断面では全体座屈と局部座屈の境界が存在し、その境界は形状比 a/b が支配する。

(iv) サンドイッチ構造等にみられる心材の異方性係数は座屈係数に影響し、通常用いられるように圧縮方向に剛な心材を有する部材は耐力の上で有利である。しかし T 型断面のような弱い支持条件では影響が小さい。

4. まとめ

本研究ではせん断変形を有する薄肉開閉断面部材の座屈解析を伝達マトリクス法を用いて行った。解析は一方向に等分布圧縮荷重を受ける T 型断面、U 型断面、箱型断面を対象とした。そしてパラメータ解析により得られた座屈係数を図示した。本解析法 (I), (II) は断面の分岐の有無により使いわけることにより、あらゆる開閉断面、閉断面部材の座屈解析が可能であると思われる。また軸力と曲げが作用した部材でも板パネルを細分することにより解析することができる。本研究で扱ったサンドイッチ構造などのせん断変形を有する薄肉開閉断面部材はこれからの構造部材として期待でき、圧縮材の経済的な設計を可能にできるものと思われる。

最後に、本研究の数値計算は徳山工業高等専門学校電

算室 ACOS-4 によったことを付記する。

記号

x, y, z ; 直交座標

u, v, w ; x, y, z 方向の変位

γ_{xz}, γ_{yz} ; せん断ひずみ

N_x, N_y ; x, y 方向面内軸力

N_{xy}, N_{yx}, Q_x, Q_y ; せん断力

M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx} ; モーメントおよびねじりモーメント

P_{xx} ; 等分布軸圧縮力

$D, Et/(1-\nu^2)$; 曲げ剛性及びシャイペ剛性

S_x, S_y ; せん断剛性

ν ; ポアソン比

$\rho = m\pi/a$

$\sigma = S_x/S_y$; 異方性係数

$\varepsilon = \pi^2 D/(b^2 S_x)$; せん断剛性比

$\beta = b_1/b$; 板パネル幅比

$\delta = t_1/t$; 板パネル厚比

$\lambda = b/t$; 板パネル細長比

$k = b^2 P_{xx}/(\pi^2 D)$; 座屈係数

A_B, A_M ; 係数マトリクス (式 (4), 式 (12))

F_B, F_M, F ; 格間マトリクス (式 (5), 式 (13), 式 (14))

P ; 格点マトリクス (式 (15))

*Z ; 状態量ベクトル

$-$; y, ϕ の関数

* ; 規準化断面量

$' \equiv \partial/\partial x$

$'' \equiv \partial/\partial y$

参考文献

- 1) Plantema, F.F.; Sandwich Construction, John Wiley & Sons, 1966.
- 2) Stamm, K.; Sandwichkonstruktionen, Springer Verlag, 1974.
- 3) Wurmnest, W.; Untersuchung der Stabilität einseitig gedrückter, isotroper, schubweicher Rechteckplatten mit Hilfe von Übertragungsmatrizen, Der Stahlbau, s. 178-186, 6/1971.
- 4) Nassar, G.E.; Das Ausbeulen dünnwandig aussermittiger und geschlossener Profile bei einachsiger aussermittiger Druckbeanspruchung. Dissertation Darmstadt 1962.
- 5) Klöppel, K., Schiedet, E.; Beulwerte der dreiseitig gelenkig gelagerten, am freien Rand versteiften Rechteckplatten mit beliebig verteilter Randspannung, Der Stahlbau, s. 372-379, 12/1968.
- 6) Dobovisek, B.; Berechnung prismatischer Schalen, Bauingenieur, s. 393-400, 11/1972.
- 7) Uhrig, R.; Elastostatik und Elastokinetik in Matrixschreibweise, Springer Verlag, 1973.
- 8) Allen, H.G., Bulson, P.S.; Buckground to Buckling, Mc Graw-Hill, 1980.
- 9) Abent, R.R., Robinson Jr, J.H.; Elastic Stability of Polygon Folded Plate Column, Jour of ASCE ST 5, 5/1976.
- 10) Cheung, Y.K.; Finite Strip Method in Structural Analysis, Pergamon Press 1976.

11) Shigematsu, T., Hara, T. und Ohga, M.;
Untersuchung der Stabilität einseitig gedrückter, Längs-

sauggesteifter, orthotroper Rechteckplatten mit Schub-
verformung, Der Stahlbau 6/1982.

SYNOPSIS

UDC : 624.073 : 624.075.2 : 624.04

BUCKLING ANALYSIS OF THIN WALLED OPENED AND CLOSED CROSS SECTIONAL MEMBERS WITH SHEAR DEFOMATION

by TSUNEMI SHIGEMATSU, MITAO OHGA and TAKASHI
HARA, Members of A. I. J.

We deal with the buckling analysis of shear-elastic thin walled open and closed cross sectional members under a uniform compression in one direction. Transfer Matrices are used for the calculation of the buckling load by T-, U- and boxed cross section with shear deformation. Two methods for derivation of the determinant of stability are introduced by shape of the cross sections. The region between local buckling and overall buckling is verified using the transfer matrices in this investigation. Practical results are given in diagrams.