振れを伴う構造物の耐震解析

(アナログ・コンピューターによる非定常過渡振動解析・5)

正会員 棚橋 諒* 同
同 南井良一郎*² 同
同 田川健吾*³

小堀 鐸二*¹ 同 金多 潔*²
井上 豊*³ 同 ○竹内吉弘*³

§ 1, まえがき 本報に於ては、前々報で定義した $A, II; B, I$ の場合を取扱ひ、その結果を第 19 図～第 33 図に示す。地動の波形関数、就中波数と、構造物の塑性強度分布関数と弾性域初期剛度分布関数の相対的關係の動的終局耐震設計法え及ぼす影響を明らかにする様、主として前報 A, I と比較、対照して考察する。更に不安定現象について就中、文献 6)・9) で非線型特有の不安定現象として提出された問題を中心に若干の考察を行う。

§ 2, 結果の考察、第 19 図は r_{gda}^{4II} を示すが、第 11 図 r_{gda}^{4I} に比較して、 c が小、且つ $\lambda_G \leq 1,000$ 、特に $\lambda_G = 1,000$ 於て、波数による増巾率の増大は著しく 1.3～2.9 倍に達するが、 $\lambda_G = 1,000$ の時も $c = 0.1 \sim 0.3$ で急激に減少して波数の影響は消える。一方 $\lambda_G \geq 1.721$ では殆んど一致している。中間の λ_G は c が小なところで多少の変動が存在するが、 $c \geq 0.4$ では殆んど一致する。又 A_{II} では λ_G の大なるものが平滑化される。 $\lambda_G = 0.700$ に対して、 $c \geq 1$ で多小増大の傾向はあるが、平衡点の片側への流動は生じていない。概して、 $c \leq 0.5, \lambda_G = 1,000$ 近傍では、弾性域での共振による増大があるが、 c が大きくなると履歴によるエネルギー消失が大で殆んど波数の影響は皆無とみてよい。 A_I, A_{II} で多少差異の生ずるのは、最大値を生じた位置が異なるためではあるが、いずれも対象とした無次元パラメーター c, λ_G の範囲では、外乱の存在する非定常振動中又はその後の極く初期に最大レスポンスを生じている。又この範囲では、弾塑性非定常振動解中、平衡点の一方向への流動に伴う不安定化の現象は見られなかつた。この事は第 11 図、第 19 図にも現れている。第 20 図 r_{da}^{4II} は第 3 図 r_{da}^{4I} に比較して、 $\lambda_G \leq 1.00, \lambda_G \geq 1.721$ で殆んど変化なく、唯 $\lambda_G = 1.389$ に多少の変動を伴う。 $c \geq 0.65$ で $r_{da}^{4II} < r_{da}^{4I}$ であるのは、後者が外乱直後に生じているためである。 $\lambda_G = 3.461, c \geq 0.75$ の r_{da}^{4II} の c に関する不安定化の傾向は、波数の変化に対しては極めて安定であり殆んど同じ形である。第 21 図 r_{db}^{4II} は第 5 図 r_{db}^{4I} より $c \leq 0.8$ で僅かの増減はみられるが、殆んど変化ないとみてよい。大略 $c \leq 0.7$ で弾性挙動する。 c がある程度大となると c をパラメーターとする $r_{da}^{4II}, r_{db}^{4II}$ の λ_G に対する関数関係も r_{da}^{4I}, r_{db}^{4I} と殆んど変化ない。第 22 図

$r_{dc}^{4II} = r_{sda}^{4II}$ 、第 23 図 r_{sda}^{4II} の大略の傾向は $r_{da}^{4II} \approx r_{da}^{4I}$ に殆んど同じであり、弾塑性レスポンスは殆んど a 架構が優勢である事も A, I と同様である。一般に A, I と A, II を比較して、殆んど波数の影響による動的耐震性の尺度の最大レスポンスの変動はないが $c \leq 0.3, \lambda_G 1$ 附近では、一般に $\lambda_G \leq 0.491, c \leq 0.5$ では弾性挙動する事が判るから、当然波数によつて共振現象が表れ増大するが、弾塑性設計の立場で問題外である。 $\lambda_G \geq 1.721$ では殆んど一致するが、 $1.732 \geq \lambda_G \geq 0.700$ で増減がみられる。 $\lambda_G = 1.389$ では、三波の影響はむしろ、 r_d を減少せしめる。 $\lambda_G = 0.700$ に対しては、 c が大なところで第二波目にピークを生ずるため r_d の多少の増加がみられるが、 c, λ_G に対して安定である。第 24 図、第 25 図は $r_{sda}^{BI}, r_{sra}^{BI}$ のスペクトラム表示である。両者共 $A = A(T_G) = C_a$ 条件下でも、 $c \leq 1.25$ で λ_{Gp} が存在する。 λ_{Gp} に於ける r の値は c の増加関数で、 $1.4 < \lambda_{Gp} < 2.2$ も c の増加関数である事が判る。 $A = C_v/T_G, A = C_d/T_{G2}$ でも、同様なスペクトラムが容易に、第 3～10 図の如き基本図から作れるが、この時、 λ_{Gp} は更に c の大なる範囲迄存在し、殆んど λ_{Gp} は左にづれて 1 に近づくとと思われる。又第 24, 25 図を比較すると、 $r_{sra}^{BI}/r_{sda}^{BI}$ は λ_{Gp} の近くでは c 大で 1.3 程度に収るが、 $c \leq 0.75$ では 2 程度になる。第 1, 2 図に夫々対照すると A, I では $c \geq 1.00$ で既にピーク位置が消失するに対し B, I では、 $c = 1.25$ で尚、相当鋭いピークが存在し大略その時の値は A, I より小である。 r_r と r_d の相関は大差ない。架構変位の大きさは、 λ_G の大なところでは、特に c 大な時 B, I が著しく小さいが、 λ_G が小さいところでむしろ B, I が A, I より増大する傾向がある。この事は、 $\kappa_{jisji} = \beta_{ji}$ の均一化を計り、柔架構 a のポテンシャルエネルギーを引き上げた為に来た等価な意味での基本周期の短縮で、ピーク位置が、左に片寄るのが原因である。こゝで、無次元パラメーター c は、定義から判る様に、或る程度の靱性率以上では、静的な意味、即ち $\lim \lambda_G \rightarrow \infty$ での構造物の単位ポテンシャルエネルギー当りの外乱エネルギーを示す。 A, B を比較する場合、 $[\kappa_{ji}]$, c の等しい条件に更に K_0 を等しくとれば、

$$A_0^B = A_c^B = \frac{(\sum_i \kappa_{ji} s_{ji})^A}{(\sum_i \kappa_{ji} s_{ji})^B} A_0^A = \frac{3.60}{2.42} A \quad (2.1)$$

が成立する。従つて、第 24 図等の縦軸を靱性率に取る場合には、 $(2.42/3.60) \times \sqrt{2/5}$ の係数を乗じて考えればよく、遙に r_{da}^{BI} は r_{da}^{AI} より小さくなる。この効果は $c \geq 1,000$ λ_G 大なる程大きくなる。この事は、初期剛性の不均一分布に応じて、塑性降伏強度の分布による一様化を計れば、弾塑性域では大きく振り振動の効果を減少出来る事を意味する。第 26, 27 図は、 $r_{sab}^{BI}, r_{srb}^{BI}$ のスペクトラムである。両図を比較すれば、大略の傾向は同じであるが、 $\lambda_G \geq 1$ で倍率が異なる事が判る。 $\lambda_G \leq 1.00$, 又は $\lambda_G \geq 3.461$ で $r_{srb}^{BI}/r_{sab}^{BI}$ はほぼ 2 程度であるが、 $2.048 \leq \lambda_G \leq 1,000$, $c \geq 0.75$ の λ_G 附近では殆んど 1 に近い。但し両者共 $\lambda_G \geq 1$ から急増の傾向があるが、 $\lambda_G \approx 2.0$ 附近に鋭いピークの存在するのが特徴的である。AI, と比較すれば、前者では $r_{sab}^{BI} < 2.5$, $r_{srb}^{BI} < 4.0$ に収まつたに対し、BI では $r_{sab}^{BI} < 8.0$ $r_{srb}^{BI} < 9.5$ ($c \leq 1.25$) となり $r_{sda}^{BI}, r_{sra}^{BI}$ に近づく傾向にある。靱性率では更に近づく。第 28, 29 図は、 r_{da}^{BI}, r_{db}^{BI} を示す。両者共 $c \leq 0.6$ 迄 $r_{da}^{BI} \leq 2$ である。 $c \geq 0.7$ では、 $r_{db}^{BI} > r_{da}^{BI}$ となる。 $c \leq 0.6$ も $\lambda_G \leq 0.491$ では $r_{db}^{BI} > r_{da}^{BI}$ である。 c が大きい時、 b では $0.700 \leq \lambda_G \leq 1.00$ は極く小さいが、 a では中間である。 $\lambda_G = 3.461$ は両者共、それ程大ではない。但し b では $\lambda_G = 3.461$ は $c \geq 1.1$ で c に関して不安定化の傾向が現れる。AI と比較すれば、 r_{da}^{BI} は r_{da}^{AI} より遥かに小さくなり、AI で安定性の悪い $\lambda_G = 3.461$ の曲線が安定化し、 $\lambda_G \leq 1.00$ で $1/2$ 程度 $\lambda_G \geq 1.00$ では $1/2$ 以下となつてゐる。 r_{db}^{BI} は逆に、 $c \geq 0.6$ $\lambda_G \geq 1.389$ 程度から r_{da}^{BI} に比較して増加の傾向を辿るが、一般に r_{da}^{BI}, r_{db}^{BI} は一様化する。AI では b は a の 3 ~ 6 倍であつたが、BI では $c \leq 0.6$ で大略同程度になる。 c の大きい所でも $r_{db}^{BI} < 2r_{da}^{BI}$ に止まる。第 30, 31 図は $r_{gda}^{BI}, r_{gdb}^{BI}$ を示す。変形の絶対値、及びその比較が可能である。一般に $r_{gda}^{BI} > r_{gdb}^{BI}$ である。 $\lambda_G \geq 1.721$ では共に小で $r_{gda}^{BI} \approx 2r_{gdb}^{BI}$, $\lambda_G \leq 0.491$ では共に大きく、 a は b の 30% 増加、但し $0.700 \leq \lambda_G \leq 1.000$ は a では大きくなるが、 b では小さい。この事は、 T_{y0} は、大略 aT, cT の中間に存在する事に起因する。第 32 図は $r_{sdc}^{BI} = r_{sdb}^{BI}$ を示す。大略不安定化する曲線はなく、 λ_G が 1,000 附近が最大である。 $c \leq 1.25$ で $r_{sdc}^{BI} = r_{sdb}^{BI}$ は 4 以下である。第 7 図の A, I と比較すれば、 $\lambda_G \leq 1$ では殆んど変化ないが $\lambda_G \geq 1.389$ では $c \geq 0.8$ で $r_{sdc}^{BI} = r_{sdb}^{BI} < (1/2)r_{sdc}^{AI} = (1/2)r_{sdb}^{AI}$ となる。特に A では $\lambda_G \geq 3.461$ で a 架構の不安定化に伴つて $r_{sdc}^{AI} = r_{sdb}^{AI}$ も c に関し不安定化するが B ではこの程度の (λ_G, c) では現れない。 c が大なる時 A では r は λ_G の増加関数であつたが、B では $\lambda_G = 1,000$ でピークを有するのが著しい。 $|\theta|_{\max} = r_{sdb}(4/L)$, で最大振りレスポンスの絶対値が求められるが、BI は、AI に比較して c が大なる所で $|\theta|_{\max}^{BI} = (1/2)|\theta|_{\max}^{AI}$ 程度に振り振動を抑制する事が判明する。

§ 3. 動的終局耐震設計法への応用 動的耐震安全性の尺度の無次元最大レスポンスの分布マトリックスの影響は大きく、原則として初期剛性分布マトリックス $[\kappa_{ji}]$, 塑性降伏強度分布マトリックス $[\beta_{ji}]$ その相関マトリックス $[s_{ji}]$ は設計対象と考えるべきであるが、不均一分布マトリックス $[\kappa_{ji}]$ が与えられた時にも、 $[s_{ji}]$ を適当な且妥当なる範囲で選んで $[\beta_{ji}]$ で弾塑性的に復元力及び減衰特性の均一化を計れば、振り振動を大きく制御する事が可能であり、これに依つて、全架構の耐震能力を一様に発揮せしめる事が出来る。又 AI にみられる如き、 $A = A(T_G) = C_a$ 領域の λ_G 大に対するレスポンスの不安定化を防ぐ事が出来、この領域でも弾塑性設計が可能となる。勿論 $A = C_v/T_G$, $A = C_d/T_G^2$ の領域でより有利に弾塑性設計が可能である。即ち、前報に論じた量的設計に於て、設計量 K_0 又は B_0 をすべての ji に関して、動的耐震安全性の尺度が一様化され、

$$r_{ji} \approx r_{jzul}. \quad (3.1)$$

となる様に選び得る経済的な動的終局耐震設計法が、仮え不均一な $[\kappa_{ji}]$ が前提となつても、相関マトリックス $[s_{ji}]$ の設計によつて或る程度可能である。こゝに、

$$[s_{ji}] = [4j_i/d_0] \quad (3.2)$$

であり、この為には構造材料、構造形式の選定、耐震部材の有用な活用を必要とする。然し、現実の構造材料、形式では、 $[s_{ji}]$ は A より寧ろ B の方が近いのではないかと考えられる。

§ 4. 不安定現象の考察 弾塑性非定常振動に関する不安定現象を論ずるには、先づ定義から必要となる。普通対象となる微分方程式に関しては、初期条件、及びパラメーターに関する連続性が成立するものである。独立変数の有限区間が問題となる非定常過程に於ては、連続性に関する数学的な意味での解の安定は保証されていると言える^{17), 18)}。然し乍ら、連続性許りでなく解の或る種の性質に関して、それが保有されるか否かで解の安定性を定義し、これに対して初期条件、又はパラメーターの安定、不安定領域を区分する事が出来る^{18), 19)}。例えば、 $[0, \infty]$ 区間に於ける解の有界性、周期解の存在の前提が可能なのは、解の定常周期性等を対象として定義すれば、これに対応して、初期条件又はパラメーターの安定、不安定領域が定まる。而してこの境界領域を一種の不安定平衡領域と考える事が出来、後者の場合は、こゝでのみ不安定周期解が存在し得る。又この境界領域近傍の解が、対象となる特定の性質のいづれかを取るには、独立変数の無限大区間を考えねばならない¹⁸⁾。斯かる意味では、有限区間の非定常過程を対象とする限り、安定、不安定領域に係らず、解の連続性の成立によつて、初期条件又はパラメーターに関する無限大の急変不安定現象は存在しないのである。然し乍ら工学的な見地からは、有限区間の非定常過程のみを対象とするのでは

充分でなく、例えば有限区間不規則非定常外乱終熄後も $[0, \infty]$ に於て、解の有界性が要求される許りか、安全性を規定する解のある種の性質の、外乱又は設計パラメータによる急変現象は、安全性の見地から必ずしも許容されない。従つて、耐震問題としての弾塑性不規則非定常振動に関する解の安定性の定義も斯かる工学的な見地から考えられねばならない⁹⁾。

扱て文献 6), 9) で提出された $X, (\xi)$ 方向に動的性状の対称な非線型特性を有する構造物の解 $\xi=0$ の安定性の問題は、一般に非定常振動 $\xi=0$ 以外では、 ξ とも連成する他の従属変数 θ をパラメータとした時の無限大周期の定常解 $\xi=0$ の成立、不成立、又は特異点としての性格に応じて安定性を定義した特殊な安定問題であつて、斯かる意味で安定、不安定領域に振動する変数 θ 、又は $\xi=0$ を充分離れた領域に於ける ξ の安定問題をも直接包含するわけではない。一般に周期解の問題として安定、不安定の判定は変分方程式の $[0, \infty]$ に於ける有界性の問題に帰結され、又特異点の問題としては、位相面に於ける Poincaré-Liapounoff の定理が適用出来る⁶⁾。その結果、斯かる不安定現象は、非線型特性の Argument に関する微係数がその符号を変化させるものに特有で、微係数零に対応する Argument を与える θ が $\theta_{crit.}$ である事、従つて、一般に、完全弾塑性を含んで $r_c \geq 0$ なる弾塑性履歴特性では存在しない事が判っている^{6), 9)}。本アナログ・コンピューターによる完全弾塑性系の解析でも見出されなかつた。従つて、本論文では、 $|\theta|_{max} > \theta_{crit.} = \delta_c, \lambda_G > 1$ の領域に於て、 $r_c = K_{c2}/K_{c1}$ を正、負に微小変動させ、 ξ の不安定現象の存在と、他の従属変数 η, θ 又は架構変数、 $\zeta_a, \zeta_b, \zeta_c$ に与える影響を調べる。第 33 図は B, II で $c=1.25, \lambda_G=1.721$ を対象としている。B, I では、 $r_{aa}^{B1}=5.2, r_{ab}^{B1}=8.2, r_{ac}^{B1}=1.9$ ($|\theta|_{max}=1.9\delta_c$) に相当し、 c, λ_G に関する急変現象はない領域である。微小外乱はアナログ・コンピューターの演算要素の設定誤差、又は演算増巾器のドリフトによつて存在する。 $r_c=0$ で少々の $\xi=0$ からの平衡点のずれが見出されるのはこの為である。 $r_c=0.4$ に選ぶと $\xi=0$ は安定化する。逆に $r_c=-0.18$ に選び演算増巾器

のドリフトをゼロバランス装置で逆転すると $\xi=0$ の非定常不安定現象がこれに対応して逆方向に現れる。但し最上段の $x \sim \xi$ のゲインは、次段の $-(1/2)w \sim -(1/2)\theta$ 等のゲインの 10 倍に与えてあり $\max. |x| \doteq (1/2)d_c$ である。図から、この程度の $\xi=0$ からの分離の範囲では、 $|\xi|$ の増大と共に、不安定化も増大する傾向にある事が判るが、一方又外乱の終熄と共に、急速にその位置で安定化すると共に、非定常過程と、それ以後を通じて、他のレスポンス、 $-(1/2)w, u_b, y, u_a$ には $|x|_{max}$ 程度以上の影響を与えない事が判る。 $|r_c| \ll 1$ で、且つ、変位ベクトルの不安定化領域⁹⁾ に這入らぬ限り完全弾塑性の場合と大差ない事は、連続性の保証から明らかである。又 $|r_c| \ll 1$ の時は ξ の増大と共に、 θ が比較的安定ならば、再び安定領域が存在するのではあるが、然し乍ら斯かる不安定現象が、波型関数の問題と関連して、波数の問題、継続時間と共に増大加速される領域のある事も明らかであり、従つて、 $r_c < 0$ は避けるべきであろうと結論される。即ち、 ξ 方向の方程式とその変分方程式は、

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + \left\{ \varphi_c \left(\xi - \frac{1}{2}\theta; r_c, \delta_c \right) + \varphi_c \left(\xi + \frac{1}{2}\theta; r_c, \delta_c \right) \right\} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{d^2\delta\xi}{d\tau^2} + \left\{ \varphi_{c\xi}^{(1)} \left(\xi - \frac{1}{2}\theta, r_c, \delta_c \right) + \varphi_{c\xi}^{(1)} \left(\xi + \frac{1}{2}\theta; r_c, \delta_c \right) \right\} \delta\xi = 0$$

..... (4.2)

で与えられるが、 $r_c < 0$ では、 $\xi=0$ 、即ち (4.1) の $\{ \} = 0$ でも (4.2) の $\{ \} = 2r_c < 0$ の弾塑性分枝の組合せで $\xi=0$ の不安定化を生じ、 ξ が零から増すと (4.1) の $\{ \} < 0$ とする変位ベクトルの不安定領域⁹⁾ (ξ, θ) が存在するからである。尚、不安定現象の問題に関連して、工学的には弾塑性レスポンスの平衡点の一方向への顕著な流れは、波数又は継続時間の問題に関係して、好ましくないが、本論文で扱った範囲では殆んど耐震安全性の動的尺度の最大は一波又は二波目に生じ、流れのある例は極めて少く、特に顕著な流れを示す例がなかつた事は諸図表の示すところでもあつた。第 33 図は BII の場合に、多少の流れが見られる例でもあるが、 $r_c=0.4$ に選んだ時、むしろこの傾向を助長する傾向がある事は注意すべきではある。

第 22 図

第 23 図

第 24 図

第 25 図

第 26 図

第 27 図

第 28 図

第 29 図

第 30 図

第 31 図

第 32 図

第 33 図

- 17) 小堀、南井「地震による構造物の非線型振動について、「その2・構造物力学特性の人為的非線型化過程」, 日本建築学会論文集、第 52 号、昭和 31 年 3 月。
- 18) T. Kobori, R. Minai "On the Stability of Certain Nonlinear Forced Vibrations." Proc. of the Sixth

- J.N.C. for Appl. Mech., 1956.
- 19) 小堀、南井「地震による構造物の非線型振動について (その4 角柱の転倒とロッキング)」 日本建築学会論文報告集、第 54 号、昭和 31 年 9 月。