たれ壁・腰壁付架構の一応力計算法

たれ壁・腰壁付柱の弾性剛性に関する研究 Ⅲ

正 会 員 徳 広 育 夫*
正 会 員 塩 屋 晋 一**

1. 序

はり・柱からなる架構にたれ壁、腰壁が付設されると当然のことながら架構の剛性は増加する。これらの壁が付設された架構の応力計算には、柱の上下端に剛域を考慮したラーメン解法が一般に用いられている。この場合、壁端から剛域までの長さは鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説¹⁾に示されている $D/4$ (D : 柱幅) あるいは構造計算指針²⁾に示されている $D/2$ の値が実際に用いられている。“剛域の長さは曲げモーメント変化によって異なるべきであるがそれでは実用にならないので簡単のため均等曲げモーメントをうけるときの回転角性によって代表させ一定のものとする”³⁾と述べてあるように、この $D/4$ は、はり・柱からなるラーメン材でせん断スパン比がかなり大きく、かつはり厚と柱厚があまり変わらない場合を対象として求められた値である。

またたれ壁、腰壁のような柱厚に比べかなり薄い材が付設された場合の壁上端あるいは壁下端から剛域までの長さに $D/4$ を用いると剛性を高く評価しすぎるのがすでに指摘されている⁴⁾。

著者はこれらの事項を考慮して先に光弾性実験により

- a) 壁厚と柱厚の比が異なる場合
- b) たれ壁腰壁が柱の両側に付く場合と片側に付く場合
- c) せん断スパン比が異なる場合

などの腰壁上端あるいはたれ壁下端から剛域までの長さおよびたれ壁、腰壁が付かない柱（以下独立柱と呼ぶ）に対するせん断力分担割合を定量的に求めた^{5), 6)}がその一例を図一に示す。腰壁に接する部分を含め全長にわたって変形している腰壁付柱のせん断力および柱頭柱脚の相対水平変位と等しい仮想可撓長（材長-変形が生じないと仮定した部分すなわち剛域長）の柱の曲げモーメントおよび反曲点位置は図一(c)のようになり、(b)(c)両者の曲げモーメント分布および材中間での変形は異なったものとなる。

日本建築学会学術講演梗概集（同題名、その1、その2、昭和59年10月）に発表したものに加筆し、まとめたものである。

* 鹿児島大学 教授・工博

** 九州芸術工科大学 助手・工修
(昭和59年12月27日原稿受理)

図一 光弾性実験から求めた水平力分担割合および反曲点位置
(a) (b) と剛域を求めた後の反曲点位置 (c) (文献 6) から一部転載)

“剛域の概念の導入は実用上変形計算には簡便な方法であるが応力計算には必ずしも適していない”ことから本稿は、種々な壁厚、高さのたれ壁、腰壁付柱のせん断力分担割合および反曲点位置に関する光弾性実験に基づいた著者等の資料^{4), 5)}をもとにしたたれ壁、腰壁付架構の一応力計算法を提案しようとするものである。

2. たれ壁、腰壁付柱のせん断力分担割合および反曲点高さ

2.1 形状の等しいたれ壁、腰壁付柱のせん断力分担割合

独立柱の負担せん断力 Q_0 を基準とした時の形状の等しい（厚さ、高さがそれぞれ等しい）たれ壁、腰壁付柱のせん断力分担割合 Q/Q_0 が3次元モデルの光弾性実験により壁厚比 b/t (b : 柱厚, t : 壁厚) および開口高さ比 h_0/h , h_0/D (h_0 : 開口高さ, h : 柱高さ, D : 柱幅) をパラメーターとして両側にたれ壁、腰壁付の場合を図一2 a に、片側にたれ壁、腰壁付の場合を図一2 b のように求められている⁵⁾。図一2 a, 2 b には次の i) ii) iii) の関係がある。

i) 独立柱の負担せん断力 Q_0 に対する両側たれ壁、腰壁付柱の壁高さの増加によるせん断力負担割合の増加量と片側たれ壁、腰壁付柱の壁高さの増加によるせん断力負担割合の増加量の比率は、壁厚と柱厚が等しい場合図一2 c に示すように開口比 h_0/h に関係なく 0.69 である。この値は、光弾性実験で用いたエポキシ樹脂板のポ

図-2a 両側たれ壁・腰壁付柱と独立柱のせん断力分担割合

図-2b 片側たれ壁・腰壁付柱と独立柱のせん断力分担割合

図-2c 壁厚と柱厚が等しい場合の両側たれ壁・腰壁付柱および片側たれ壁・腰壁付柱・それぞれのせん断力負担割合増加率の比 c : (1) 式

アソソ比の影響が、含まれているが文献5) で述べてある様にエポキシ樹脂板のポアソソ比と対象とするコンクリートのポアソソ比の差による剛性の差はわずかである。

$$C = \frac{\left[\frac{Q_{(b/t=1.0)}}{Q_0} - 1.0 \right]_{(b)}}{\left[\frac{Q_{(b/t=1.0)}}{Q_0} - 1.0 \right]_{(a)}} = 0.69 \dots \dots \dots (1)$$

ここで、

[$_{(a)}$] : 両側たれ壁、腰壁付柱の壁高さの増加によるせん断力負担割合増加量

[$_{(b)}$] : 片側たれ壁、腰壁付柱の壁高さの増加によるせん断力負担割合の増加量

ii) 独立柱の負担せん断力 Q_0 に対する柱厚に等しい厚さのたれ壁、腰壁付柱 ($b/t=1.0$) の壁高さの増加によるせん断力負担割合の増加量の比率と柱厚に等しくないたれ壁、腰壁付柱 ($b/t \neq 1.0$) のせん断力負担割合の増加量の比率は、図-3のように b/t の値にのみ影響を受け種々の壁高さに対しては一定値となり、壁高さに関係のない (2a), (2b) 式および図-4 になる。

両側にたれ壁、腰壁付の場合

$$\phi = \frac{\frac{Q_{(b/t)} - 1.0}{Q_0}}{\frac{Q_{(b/t=1.0)} - 1.0}{Q_0}} = e^{-0.68(b/t-1.0)^{1.04}} \dots \dots \dots (2a)$$

図-3 開口比 h_0/h と ϕ の関係

図-4 壁厚比 b/t と ϕ の関係

片側たれ壁、腰壁付の場合

$$\phi = \frac{\frac{Q_{(b/t)} - 1.0}{Q_0}}{\frac{Q_{(b/t=1.0)} - 1.0}{Q_0}} = e^{-0.93(b/t-1.0)^{0.85}} \dots\dots\dots (2b)$$

iii) 開口比 $h_0/h=0.35$ [$h_0/D=2.35$] で柱厚に等しい厚さのたれ壁、腰壁付柱について実験から求めたせん断力分担割合および壁上端あるいは壁下端から剛域までの長さを図—5 (文献5) から一部転載) に示す。剛域までの長さ $0.23D$ は規準¹⁾に示されている剛域までの長さ $0.25D$ とほぼ等しい。ここで独立柱の負担せん断力 Q_0 に対して有効可撓長さを $h_0+2\times 0.25D$ としたときのたれ壁、腰壁付柱の負担せん断力 Q は、曲げせん断を考慮したはりの初等理論により求めると (3) 式となる。

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\left(\frac{h}{D}\right) \left\{ \left(\frac{h}{D}\right)^2 + 2\kappa(1+\nu) \right\}}{\left(\frac{h_0}{D}+0.5\right) \left\{ \left(\frac{h_0}{D}+0.5\right)^2 + 2\kappa(1+\nu) \right\}} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$\kappa=1.2$: 形状係数

$\nu=0.4$: 実験に用いたエポキシ板のポアソン比

種々な開口比 h_0/D に対して (3) 式から求めた結果を図—2a 内に●印で示してある。剛域までの長さ $D/4$ はほぼ壁厚比 $b/t=1.0$ のもとで決められていることから当然のことながら、(3) 式の結果は図—2a 中の

図—5 柱厚に等しいたれ壁・腰壁付柱と独立柱のせん断力負担割合および剛域までの長さ (文献5) から一部転載)

$Q_{(b/t=1.0)}/Q_0$ に近い。したがって独立柱の負担せん断力 Q に対する壁厚と柱厚が等しい場合のたれ壁、腰壁付柱のせん断力負担割合 Q/Q_0 は (3) 式で求めた値を用いることができる。

前述の i) ii) iii) に述べた性質に基づいて、 Q/Q_0 は (4) 式で示すことができる。

$$\frac{Q}{Q_0} = c \cdot \phi \cdot \left(\frac{Q_{(b/t=1.0)}}{Q_0} - 1.0 \right) + 1.0 \dots\dots\dots (4)$$

ここで、

c, ϕ : 柱の両側にたれ壁・腰壁が付く場合

$$c=1.0$$

$$\phi = e^{-0.68(b/t-1.0)^{1.04}}$$

: 柱の片側にたれ壁・腰壁が付く場合

$$c=0.69$$

$$\phi = e^{-0.93(b/t-1.0)^{0.95}}$$

$$\frac{Q_{(b/t=1.0)}}{Q_0}: (3) \text{ 式による}$$

2.2 形状の異なるたれ壁、腰壁付柱の反曲点高さ

一般にたれ壁・腰壁付ラーメンのたれ壁、腰壁の高さや壁厚は異なっており、また腰壁のみ付いたラーメンの場合は、はりの一部分がたれ壁に相当すると考えると壁厚がかなり異なったものとなる。このように形状の異なるたれ壁 (はりも含む)・腰壁が付設する柱の反曲点高さ比 y を求める場合 (図—6a), 独立柱の反曲点高さ比 y_0 (図—6b) に腰壁の影響による反曲点位置の上昇高さ比 y_1 (図—6c), およびたれ壁の影響による反曲点位置の下降高さ比 y_2 (図—6d) を (5) 式のように加算する方法で近似する。

$$y = y_0 + y_1 - y_2 \dots\dots\dots (5)$$

柱上下端の回転が拘束された腰壁付柱の反曲点高さ比 y が図—7a, 7b (文献6) から転載) のように実験的に求められている。同図中の反曲点高さ比 y は腰壁上端を基点として開口高さ h_0 に対する比で示されているが、これを柱の中央点すなわち図—6(b) の反曲点位置 y_0 を基点として (5) 式のように表現しなおすと y_1, y_2 は (6a), (6b) 式のようになる。

柱の両側にたれ壁、腰壁が付いた場合、

図—6 形状の異なるたれ壁・腰壁付柱の反曲点位置の近似計算法

図-7a 様々な壁厚比 b/t に対する両側腰壁付柱の反曲点高さ比 y

図-7b 様々な壁厚比 b/t に対する片側腰壁付柱の反曲点高さ比 y

$$y_1, y_2 = \left[0.5 - \left(0.13 \frac{b}{t} - 0.03 \right) \left(\frac{h_w}{h} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{h_w}{h} \right) + \frac{h_w}{h} - 0.5 \dots \dots \dots (6a)$$

柱の片側にたれ壁、腰壁が付いた場合

$$y_1, y_2 = \left[0.5 - \left(0.15 \frac{b}{t} + 0.05 \right) \left(\frac{h_w}{h} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{h_w}{h} \right) + \frac{h_w}{h} - 0.5 \dots \dots \dots (6b)$$

上式において、 y_1 計算時の t , h_w は腰壁の厚さ t_1 , 高さ h_{w1} を使い、 y_2 計算時の t , h_w はたれ壁の厚さ t_2 ,

高さ h_{w2} を用いる。

2.3 形状の異なるたれ壁、腰壁付柱のせん断力負担割合

形状の異なるたれ壁、腰壁が付設する柱 (図-8a) の負担せん断力を求める場合、前節 (2.2) で求めた反曲点高さ $y \cdot h$ と以下の i) ii) の手順を用いる。

i) 高さ $2y \cdot h$ で腰壁と等しいたれ壁が付設された柱、すなわち中央水平線に対して対称な形状の壁付柱 (図-8b) の同じ高さの独立柱の負担せん断力 Q_{0b} に対するせん断力負担割合 Q_b/Q_{0b} を (4) 式で求める。

ii) 高さ $2(1-y) \cdot h$ でたれ壁と等しい腰壁が付設された柱、すなわち中央水平線に対して対称な形状の壁付柱 (図-8c) の同じ高さの独立柱の負担せん断力 Q_{0c} に対するせん断力負担割合 Q_c/Q_{0c} を (4) 式で求める。

図-8において、水平変位 δ_a , δ_b , δ_c は、はりの初

図-8a 材長 h で形状の異なるたれ壁腰付柱の反曲点位置とせん断力 Q_a

図-8b 材長 $2yh$ で形状の等しいたれ壁・腰壁付柱の独立柱に対するせん断力 Q_b

図-8c 材長 $2(1-y)h$ で形状の等しいたれ壁・腰壁付柱の独立柱に対するせん断力 Q_c

等理論により (7), (8), (9) 式となり, 形状の異なるたれ壁, 腰壁が付設する柱の負担せん断力 Q_a が Q_b , Q_c に等しい場合 ($Q_a = Q_b = Q_c$) (10) 式が成立する。

$$\delta_a = \left(\frac{h^3}{12EI} + \frac{xh}{GA} \right) \cdot Q_{0a} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\delta_b}{2} = \left(\frac{(yh)^3}{3EI} + \frac{xyh}{GA} \right) \cdot Q_{0b} \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\delta_c}{2} = \left[\frac{\{1-(1-y) \cdot h\}^3}{3EI} + \frac{x\{1-(1-y) \cdot h\}}{GA} \right] \cdot Q_{0c} \dots\dots\dots (9)$$

$$\delta_a = \frac{\delta_b + \delta_c}{2} \dots\dots\dots (10)$$

ここで,

$I = bD^3/12$: 断面二次モーメント

$G = E/[2(1+\nu)]$: せん断弾性係数

$A = b \cdot D$: 断面積

$x = 1, 2$: 形状係数

(7)~(10) 式および形状の等しいたれ壁, 腰壁付柱の独立柱に対するせん断力負担割合 Q_b/Q_{0b} , Q_c/Q_{0c} の式から形状の異なるたれ壁, 腰壁付柱の独立柱に対するせん断力負担割合は (11) 式となる。

$$\frac{Q_a}{Q_{0a}} = \frac{1}{\phi_1 / \frac{Q_b}{Q_{0b}} + \phi_2 / \frac{Q_c}{Q_{0c}}} \dots\dots\dots (11)$$

ここで

$$\phi_1 = \frac{4y^3 \cdot \left(\frac{h}{D}\right)^2 + 2.4(1+\nu) \cdot y}{\left(\frac{h}{D}\right)^2 + 2.4(1+\nu)}$$

$$\phi_2 = \frac{4(1-y)^3 \cdot \left(\frac{h}{D}\right)^2 + 2.4(1+\nu) \cdot (1-y)}{\left(\frac{h}{D}\right)^2 + 2.4(1+\nu)}$$

3. たれ壁, 腰壁付架構の応力計算

本計算法は, 従来多く用いられている剛域を仮定した架構の計算法と異なり, 2. で示したようにたれ壁, 腰壁が付かない架構を基準として, たれ壁, 腰壁が付くことによる影響を考慮する方法による。

以下に応力計算の手順を示し, その計算法が実用に供し得ることを確めるため腰壁付 3 層 3 スパンの架構に等分布水平力を加える光弾性実験を行い比較を行った。

3.1 応力計算法

i) はり・柱接合部は剛接点 (剛域を考慮しない) の純ラーメンとして反曲点位置を求める。ただし, はりについてはたれ壁, 腰壁を考慮した断面を用い, その重心線をラーメン線とする (図-9)。

ii) たれ壁, 腰壁付柱の反曲点高さ比 y は, i) で求めた反曲点高さ比を y_0 とし腰壁に関する修正項 y_1 およびたれ壁に関する修正項 y_2 とにより (5) 式で表す。

$$y = y_0 + y_1 - y_2 \dots\dots\dots (5)$$

y_1, y_2 の計算に用いられる (6a) (6b) 式で,

h : 上下壁付はりの重心間距離

h_w : 腰壁 (たれ壁) のはり重心からの高さ

b : 柱厚

t : 腰壁 (たれ壁) の厚さ, ただしたれ壁がない場合ははり幅

iii) 架構のたれ壁, 腰壁付柱の負担せん断力 Q_F と, 壁が付設されてない架構の柱の負担せん断力 Q_{0F} の比は (11) 式で求められる水平力分担割合 Q_a/Q_{0a} に節点の回転を考慮し以下の修正を D 値法¹⁾に従って行う。

$$\frac{Q_F}{Q_{0F}} = \frac{a}{a_0} \frac{Q_a}{Q_{0a}} \dots\dots\dots (12)$$

一般層

$$a, a_0 = \frac{\bar{k}}{2 + \bar{k}}, \quad \bar{k} = \frac{\sum k_b}{2\alpha k_c}$$

最下層

$$a, a_0 = \frac{0.5 + \bar{k}}{2 + \bar{k}}, \quad \bar{k} = \frac{\sum k_b}{\alpha k_c}$$

k_b : a_0 計算時は, たれ壁, 腰壁が付いていないはりの剛比, a 計算時は, たれ壁, 腰壁を考慮したはりの剛比

k_c : たれ壁, 腰壁を考慮しない柱材長 h の剛比

α : a_0 計算時は, $\alpha = 1.0$, a 計算時はたれ壁, 腰壁が付設されることによる剛性増加率で (11) 式の水平力負担割合 Q_a/Q_{0a} を用いる。

iv) はりの曲げモーメントは, 各節点ごとにその上下の柱端から伝わるモーメントを左右のはりの剛比に比例分割して求める。

図-9 形状の異なるたれ壁・腰壁付架構のラーメン線 (鎖線) と反曲点位置

3.2 腰壁付架構の光弾性実験結果と本計算法による結果との比較

一枚のエポキシ樹脂板（厚さ 9 mm）から柱、はり部分を作製し、厚さ 2 mm の腰壁をラーメン内に接着した。

腰壁高さを変化させ、等分布水平力を加え光弾性撮影を行った。実験より得られた等色線写真のうち、腰壁が低い場合と高い場合を写真—1 a, 1 b に示す。

等色線写真より得られた各層の内柱と外柱の水平力分担割合および反曲点高さ比 y を図—10 a, 10 b の実験値の欄（exp.）に示す。ただし、実験では左右の柱の反曲点位置およびせん断力は軸力の影響により差が生じたが、平均値を示してある。同試験体に本計算法を適用した結果は図—10 a, 10 b の計算値の欄（cal.）に示す。

なお 3.1 の i) の純ラーメンの応力計算は、曲げ変形、せん断変形を考慮した（剛域を考慮しない） D 値法により、反曲点高さ比は腰壁が付かないはりの重心線を基準として示してある。実験における加力点は、はりの中心線上で腰壁を考慮した重心線（計算に用いたラーメン

写真—1 腰壁付架構の光弾性実験写真（腰壁が低い場合、壁厚比 $b/t=4.5$ 、暗視野）

写真—2 腰壁付架構の光弾性実験写真（腰壁が高い場合、壁厚比 $b/t=4.5$ 、暗視野）

線）と異なり、厳密な意味での比較とならないが、実験値と計算値の差はわずかである。以上のように 2 種類の腰壁高さ $h_w/h'=0.267, 0.533$ (h_w : 腰壁高さ, h' : はり内のり間距離) の架構の計算結果を示した。さらに腰壁高さの変化による反曲点位置の変化を内柱（柱の両側に腰壁が付設）について図—11 a に、外柱（柱の片側に腰壁が付設）について図—11 b に示した。

また同図内に、はり・柱接合パネル部の回転が拘束された（固定）状態の場合の反曲点位置の変化を Δ 印で示した。腰壁高さが $h_w/h' \geq 0.26$ の場合、腰壁による柱脚回転の拘束が大きく、柱頭・柱脚を固定して計算した結果と差がない。この場合 ($h_w/h'=0.26$) の腰壁付は

図—10 a 低い腰壁付架構の内柱・外柱のせん断力分担割合および反曲点高さ比の実験値と計算値の比較（上段：実験値，下段：計算値，寸法単位：mm）

図—10 b 高い腰壁付架構の内柱・外柱のせん断力分担割合および反曲点高さ比の実験値と計算値の比較（上段：実験値，下段：計算値，寸法単位：mm）

図一11 a 両側に腰壁付柱の腰壁高さの変化による反曲点位置の変化

●実験値, ○3.1の計算法による値
△柱頭・柱脚を固定として計算した値

図一11 b 片側に腰壁付柱の腰壁高さの変化による反曲点位置の変化

●実験値, ○3.1の計算法による値
△柱頭・柱脚を固定として計算した値

りを凸断面, 柱を長方形断面としてそれらの剛性比を求めると5.79となる。

$$\frac{I_b \times h}{I_c \times l} = 5.79 \dots \dots \dots (12)$$

I_b : 腰壁付はりの断面二次モーメント

I_c : 柱の断面二次モーメント

h : 階高, l : スパン

(12) 式がおよそ6以上あるときの腰壁付架構の応力計算は柱・はり接点を固定端として行ってもよいことになる。

4. むすび

たれ壁, 腰壁付架構の応力計算には, 剛域の概念を導入した解析法が一般に用いられている。しかし, 剛域を仮定して求めた応力と実際の応力とは異なることから, 本研究では剛域の概念を導入せず, 既往の光弾性実験資料をもとに応力計算する一方法を提案した。この方法による計算と応力を求める実験(光弾性実験)との対応は

非常に良好であった。

謝 辞

本研究をまとめるにあたり, 鹿児島大学助手・久徳琢磨氏, 同大学院生・松田純治, 古賀 醇の各氏の協力を頂きました。ここに謝意を表します。

引用文献

- 1) 日本建築学会: 鉄筋コンクリート構造計算規準, 同解説, 1982
- 2) 日本建築センター: 構造計算指針, 同解説
- 3) 武藤 清: 耐震設計シリーズI, 耐震設計法, 丸善
- 4) 大久保全陸: 腰壁, たれ壁, そで壁付き鉄筋コンクリート骨組の剛性, 強度および履歴特性に関する研究, 日本建築学会論文報告集, 86号, 昭和46年8月
- 5) 徳広育夫・佐々木昭夫: たれ壁, 腰壁付柱の弾性剛性に関する研究(I) 日本建築学会論文報告集, 第304号, 昭和56年6月
- 6) 徳広育夫・久徳琢磨: たれ壁, 腰壁付柱の弾性剛性に関する研究(II) 日本建築学会論文報告集, 第318号, 昭和57年8月

SYNOPSIS

UDC : 624.075.2 : 69.022.1

A METHOD OF STRESS CALCULATION OF FRAME WITH SPANDREL WALL

—Studies on elastic rigidities of columns with spandrel wall (Ⅲ)—

by Dr. **KUO TOKUHIRO**, Professor of Kagoshima University, and **SHINICHI SHIOYA**, Research assistant of Kyushu Institute of Design, Members of A. I. J.

Up to now, a frame with spandrel wall such as deep beam has been calculated by assuming the rigid zones in columns. But this method is not always accurate in taking account in stresses. Accordingly, in this paper a stress calculation method of frame with spandrel walls without assuming rigid zone is shown, and it is presented that the results by the proposed method fairly agree with the photo-elastic experimental results.