幅厚比の大きいH形断面曲げ材の変形挙動予測に関する研究

POST-BUCKLING MOMENT-ROTATION BEHAVIOR OF THIN-WALLED I-SECTION MEMBERS

與田香二*, 今井克彦**, 黒羽啓明***, 小川厚治****

Koji YODA, Katsuhiko IMAI, Yoshiaki KUROBANE and Koji OGAWA

The use of thin-walled welded I-section members have proved to be a practical solution to achieve the best possible economy in construction of prefabricated large-span low-rise building frames in steel. In the design of such frames against strong earthquake motions, however, it is required to have accurate estimates of those deformation capacities of the members which are governed by local or lateral buckling or by both buckling modes frequently appearing simultaneously.

This paper presents a study for predicting moment-rotation relationships for thin-walled I-section beams and beam-columns after local and/or lateral buckling, when axial loads on these members are relatively low.

Firstly, an analysis based on yield line theory was attempted. The numerical results were compared with experimental results, which demonstrated a good agreement between them. Secondly, simple empirical formulas that were capable of predicting moment degradation curves after the maximum moments were devised and proposed on the basis of a number of numerical analyses performed over the parameter space covered by the database. Finally, a method to distinguish between members failing in a local buckling mode and those failing in a lateral buckling mode was discussed. By applying this method, an empirical formula to predict a boundary of member dimensions between which either of local or lateral buckling became decisive of the rotation capacity of members was proposed.

Keywords : welded I-section steel, bending member, deformation, local buckling, lateral buckling seismic design

1. 序

低層大スパン架構において、部材の断面設計は、鉛直荷重による大きい曲げモーメントによって決定される。このような架構での経済設計上の要点は、部材断面を薄肉化して、曲げに対する効率を高めることである。そのため柱・梁部材として、ランクFD¹⁾に分類される幅厚比の大きい溶接H形鋼が、多く用いられている。

筆者らは、このような架構の耐震設計に関する基礎資料を得ることを目的として、幅厚比の大きい溶接H形鋼部材について、ウェブ、フランジの幅厚比、横補剛間隔、モーメントこう配、および軸力比を変数とする曲げ実験を行った。前報²⁾では、実験の概要および結果を報告した後、その結果に基づいて、終局耐力と変形挙動の評価に関する検討を行った。

しかし、最大耐力以後の劣化曲線のこう配に影響を与える要因、および荷重—変形挙動の予測方法については、検討が不十分であった。また、部材の終局状態において、局部座屈と横座屈のどちらが支配的となるのか、その判別方法についても検討が必要である。

本研究では、まず最大耐力以後の荷重—変形挙動を把握するための解析方法を示し、実験結果との比較によって、その適用性を検討する。次に、実際の部材寸法と荷重条件を考慮した数多くの解析を行い、その結果より、最大耐力以後の劣化こう配に関する予測式を導く。さらに、解析結果および既往の実験結果をもとにして、局部座屈が支配的な部材と横座屈が支配的な部材の判別方法を検討し、二つの座屈領域の境界を表す実験式を提案する。

* 川鉄建材工業(株) 熊本大学 大学院生

** 川鉄建材工業(株) 技術研究所・工博

*** 熊本大学 教授・工博

**** 熊本大学 助教授・工博

Kawatetsu Steel Products Co. Ltd., Graduate Student of Kumamoto Univ.

Technical Research Laboratory of Kawatetsu Steel Products Co. Ltd., Dr. Eng.

Professor of Kumamoto Univ., Dr. Eng.

Associate Professor of Kumamoto Univ., Dr. Eng.

写真-1 横座屈による変形

写真-2 局部座屈による変形

2. 解析

本研究では降伏線理論に基づく解析を行い、最大耐力以後の荷重—変形曲線を求める。降伏線理論はすでに、H形鋼部材の局部座屈後あるいは横座屈後の挙動に関する多くの研究に引用されている^{3)~8)}。以下に示す解析方法では、これらの研究を参考にしている。

2-1 崩壊機構および仮定

前報²⁾では、単純梁に中央集中荷重を加える方法で、曲げ実験を行った。実験中に観測された試験体の変形状況を、写真-1および写真-2に示す。これらは、それぞれ横座屈が支配的な場合と局部座屈が支配的な場合の一例である。以下の記述において、これらを単に横座屈部材および局部座屈部材と呼ぶことにするが、それぞれの座屈による変形挙動は、実験中の観測から次のような性状を示すことが分かっている。

横座屈部材では、圧縮フランジが部材中央の横補剛点（荷重点）を中心とするS字形の横たわみを起こし、最

(a) Web

(b) Compression flange

(c) Lateral deflection of web edge

図-1 横座屈による崩壊機構

大耐力に達する。その後、写真-1に示すように、圧縮フランジの最大横たわみ位置に局部座屈が発生し、それによってさらに耐力が低下する。一方、写真-2に示すような局部座屈部材では、荷重点を間に置く両方の部材のうちの片方に局部座屈が発生し耐力が低下すると、他方には局部座屈は生じず、塑性変形は座屈した方の部材だけに集中する。その後、変形の増大に伴って、次第に構面外変形（前報では、局部座屈後の構面外変形と呼んでいる）が大きくなる。

本解析では、以上のような座屈による変形挙動をもとにして、部材の崩壊機構を仮定した。

図-1および図-2は、それぞれ横座屈部材および局部座屈部材についての崩壊機構である。板要素の変形は、図中の太線部（降伏線）およびハッチング部（塑性化域）に集約され、ほかの部分は剛体である。横座屈部材では、載荷ブロックを中心とする両側の圧縮フランジが、同時に座屈するため、両側にそれぞれ2箇所ずつのフランジ面内の曲げ変形部分（B点、C点）が生じて崩壊機構が形成される。局部座屈部材においては、載荷ブロック

(a) Web

(b) Compression flange

(c) Lateral deflection of web edge

(d) Stain distribution at J-A-M line

図-2 局部座屈による崩壊機構

を間にして片側だけに座屈による崩壊機構が形成され、局部座屈後の構面外変形は、A, B, C, 3箇所でのフランジ面内の曲げ変形によって発生する。図-1中の諸寸法に乘じた ζ , λ , μ , および図-2中の ζ_1 , α , λ , ζ_2 , λ , μ , ν は、後述する崩壊機構の決定に用いるための係数である。同図の崩壊機構において、次のような仮定が成り立つものとする。

①材料は完全剛塑性体であり、von Misesの降伏条件に従う。

②降伏線におけるせん断ひずみは無視できる。

③図中の横線部（引張変形部）、縦線部（圧縮変形部）および斜線部（板要素の曲げを伴う圧縮変形部）では、一軸応力の状態にあり、降伏応力 σ_y の下で塑性化している。斜線部において、破線で示す降伏線は、塑性化域に囲まれているので内部仕事を行わないが、圧縮変形による内部仕事は、降伏線による内部仕事を下回ることはないとする。

④図中の二重線部（フランジとウェブの交線回りの回転を伴う圧縮変形部）では、二軸応力の状態で塑性化している。

⑤③および④の変形部分において、フランジとウェブの交線は、塑性化域に囲まれているので曲げによる内部仕事を行わない。

⑥引張フランジでは構面外変形が生じない。

⑦フランジの板厚は、断面せいに比べて十分小さい。

⑧横座屈部材において、圧縮フランジの荷重点を中心とするS字形の横たわみによって、載荷ブロックにねじれ変形が生じ（写真-1参照）、その周辺の変形も複雑なものとなるが、これらの変形による仕事は、図-1(a)に示す降伏線ADおよび降伏線APの回転による仕事によって置換できるものとする。一方、局部座屈部材においては、座屈した方へのみ変形が集中し、載荷ブロックには変形が生じないので、載荷ブロックは剛体と考える。

⑨板要素の崩壊機構は、図中に ηd や ξb などで示す中立軸の移動によって変化するが、それによるひずみの戻りは考えない。

⑩図-1および図-2のD点を通る断面では、外力（曲げモーメント M_D と軸圧縮力 N ）に対して、図-3(a)に示すような応力分布でつり合っている。

⑪図-1および図-2のC点を通る断面では、板要素の面外変形が生じていないので平面保持の仮定が成り立ち、図-3(b)に示すような応力分布で外力（曲げモーメント M_C と軸圧縮力 N ）とつり合っている。

⑫圧縮フランジの軸力は、図-3(c)に示すように、D点を通る断面とC点の間で直線的に減少している。

⑬圧縮フランジの塑性化域において、フランジの面内曲げ応力は、図-3(d)のような矩形分布とする。したがっ

図-3 応力分布の仮定

て、この部分での軸力を⑩～⑬の方法で求めることにより、中立軸の位置 ξb （図-1および図-2における $\xi_1 b$, $\xi_2 b$, $\xi_0 b$ ）を定めることができる。

2-2 解析の基礎

i) 外力による仕事率

図-1および図-2に示された部材において、塑性回転の中心（D点）には、曲げモーメント M_D と一定軸圧縮力 N が作用しており、これらの外力による仕事率 W は次式で与えられる。

$$W = M_D \cdot \dot{\theta}_D + N(\eta - 0.5)d \cdot \dot{\theta}_D \quad (1)$$

ここに、 $\dot{\theta}_D$: 部材の塑性回転中心における回転角速度、 d : ウェブ幅、 η : ウェブ圧縮縁からの中立軸比。

ii) 降伏線におけるエネルギー散逸率

降伏線に対して垂直方向の応力を σ_1 、平行方向の応力を σ_2 とし、それぞれに対応するひずみ速度を $\dot{\epsilon}_1$ および $\dot{\epsilon}_2$ とすると、降伏条件、塑性流れ則、せん断ひずみ無視の仮定、さらに降伏線が剛体部分に接しているので $\dot{\epsilon}_2 = 0$ の条件より、 σ_1 は次式で表される。

$$\sigma_1 = \pm(2/\sqrt{3}) \cdot \sigma_y$$

ここに、 σ_y : 対象とする板要素の降伏応力度。

材軸に対して角度 ϕ で傾いている降伏線が、材軸方向の平均応力 $n \cdot \sigma_y$ を受けているとすると、降伏線に垂直な応力は、 $n \cdot \sigma_y \cdot \sin^2 \phi$ で表され、降伏線に作用する単位長さ当たりの軸力 N_H は次式となる。

$$N_H = t \cdot n \cdot \sigma_y \cdot \sin^2 \phi$$

ここに、 t : 板要素の厚さ。

板要素断面内の応力を矩形分布として、板要素の圧縮縁からの中立軸比 η_H 、および単位長さ当たりの曲げモーメント M_H を求めると、

$$\eta_H = 0.5 + (\sqrt{3}/4) \cdot n \cdot \sin^2 \phi$$

$$M_H = (2/\sqrt{3}) \cdot \sigma_y \cdot t^2 (1 - \eta_H) \eta_H$$

内力 M_H および N_H による降伏線部分のエネルギー散逸率 D_H は、(1) 式と同様の方法で与えられ、整理すると次式のようになる。

$$D_H = \frac{\sigma_y \cdot t^2}{2\sqrt{3}} \left(1 + \frac{3}{4} \cdot n^2 \cdot \sin^4 \phi \right) l_H \cdot \dot{\rho} \cdots \cdots (2)$$

ここに、 l_H ：降伏線の長さ、 $\dot{\rho}$ ：降伏線の回転角速度。

一方、降伏線の回転による板要素の軸方向縮み Δ_H は、 $(\eta_H - 0.5) t \cdot \rho \cdot \sin \phi$ で表されるので、

$$\Delta_H = (\sqrt{3}/4) \cdot n \cdot \sin^3 \phi \cdot t \cdot \rho \cdots \cdots (3)$$

ここに、 ρ ：降伏線の回転角。

(2)(3) 式に含まれる n は、外力モーメントに合う内部応力から求められるが、それを正確に評価しようとすると解法を複雑にしてしまう。そこで簡単のために、ウェブにおいては、その影響を無視して $n=0$ とし、フランジにおいては、材軸方向の応力が降伏応力にほぼ等しいと考えて $n=1$ とする。

iii) 一軸応力部分のエネルギー散逸率

材軸方向の応力 σ_1 のみによって塑性化している部分では、次式が成り立つ。

$$\sigma_1 = \pm \sigma_y$$

σ_1 に対応するひずみ速度を $\dot{\epsilon}_1$ とすると、この塑性化域におけるエネルギー散逸率 D_A は、 $\sigma_1 \cdot \dot{\epsilon}_1$ を体積全体にわたって積分することで与えられる。

$$D_A = \int_V \sigma_1 \cdot \dot{\epsilon}_1 dV$$

塑性流れが起こっているときのエネルギー散逸率は、常に正であるので⁹⁾、塑性化域において $|\dot{\epsilon}_1|$ が一定ならば、上式は次のように簡略化できる。

$$D_A = \sigma_y |\dot{\epsilon}_1| \cdot V \cdots \cdots (4)$$

ここに、 V ：塑性化域の体積。

iv) 二軸応力部分のエネルギー散逸率

材軸方向の応力を σ_1 、材軸に垂直な方向の応力を σ_2 とし、それぞれに対応するひずみ速度を $\dot{\epsilon}_1$ および $\dot{\epsilon}_2$ とすると、塑性流れ則から、

$$\frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1} = \frac{2\sigma_2/\sigma_1 - 1}{2 - \sigma_2/\sigma_1} \cdots \cdots (5)$$

(5) 式を σ_2/σ_1 について解くと、

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{2\dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_1}{2\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2} \cdots \cdots (6)$$

(6) 式の右辺を定数 C とすると、(5)(6) 式は、

$$\frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1} = \frac{2C - 1}{2 - C}, \quad \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = C \cdots \cdots (5')(6')$$

(6') 式より $\sigma_2 = C \cdot \sigma_1$ とおけるので、降伏条件より σ_1 は、次式で与えられる。

$$\sigma_1 = \frac{\pm \sigma_y}{\sqrt{1 - C + C^2}} \cdots \cdots (7)$$

一方、この塑性化域におけるエネルギー散逸率 D_B は、

$$D_B = \int_V (\sigma_1 \cdot \dot{\epsilon}_1 + \sigma_2 \cdot \dot{\epsilon}_2) dV \\ = \int_V \sigma_1 \cdot \dot{\epsilon}_1 \left(1 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot \frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1} \right) dV$$

上式に (5')(6')(7) 式を代入し、(4) 式と同様に簡略化すると、次式のように表される。

$$D_B = \frac{2\sqrt{1 - C + C^2}}{2 - C} \cdot \sigma_y |\dot{\epsilon}_1| \cdot V \cdots \cdots (8)$$

ここに、 $C = (2\dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_1)/(2\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2)$

v) 部材のモーメント—回転角関係

塑性変形部分のエネルギー散逸率の総和 ΣD は、

$$\Sigma D = \Sigma D_H + \Sigma D_A + \Sigma D_B$$

で与えられる。仮想速度の原理から、上式と(1)式の間には、 $W = \Sigma D$ の関係が成立するので次式を得る。

$$M_b \cdot \dot{\theta}_b + N(\eta - 0.5)d \cdot \dot{\theta}_b = \Sigma D$$

したがって、 M_b は次のように表される。

$$M_b = \Sigma D / \dot{\theta}_b - N(\eta - 0.5)d \cdots \cdots (9)$$

上式中の ΣD は、回転角 θ_b および回転角速度 $\dot{\theta}_b$ から導かれるが、 $D/\dot{\theta}_b$ によって $\dot{\theta}_b$ が消去されるので、結局(9)式は、部材に作用する曲げモーメント M_b (軸力とたわみによる2次曲げモーメントも含む)と部材回転角 θ_b の関係を表していることになる。

2-3 エネルギー散逸率の計算

各塑性変形部分のエネルギー散逸率 D_H , D_A , D_B を計算するに当たって、降伏線の l_H , $\sin \phi$, $\dot{\rho}$, および塑性化域の $\dot{\epsilon}_1$, $\dot{\epsilon}_2$, V を与える。

表—1は、図—1の横座屈部材における降伏線および塑性化域について示したものである。同様にして表—2では、図—2の局部座屈部材について示しているが、局部座屈後の構面外変形によって生じる降伏線および塑性化域については、表—1を参照して求めることができるので省略している。

これらの表に示すように、 l_H , $\sin \phi$, V は幾何学的な関係から容易に求められる。一方、 $\dot{\rho}$, $\dot{\epsilon}_1$ については、ウェブ圧縮縁の構面外変形によって生じる回転角速度 $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$ (図—1(c), 図—2(c) 参照), およびフランジやウェブの局部座屈によって生じる回転角速度 $\dot{\omega}$, $\dot{\Omega}_1$, $\dot{\Omega}_2$, $\dot{\Psi}$ (図—4, 図—5 参照) を求める必要がある。図に示すようにこれらの回転角は、材軸に平行で変形前の板要素に垂直な平面に現れる三角形での、幾何学的な関係から与えられる。

以下に、これらの回転角速度の算出方法を示す。また、二軸応力による塑性化域では、材軸に垂直な方向のひずみ速度 $\dot{\epsilon}_2$ も必要なので、その算出方法について述べる。

i) 構面外回転角速度 $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$

図—1に示す横座屈部材において、回転角 θ_b によるウェブ圧縮縁全体の軸方向縮み量は、近似的に $\eta d \cdot \theta_b$

表-1 横座屈部材の塑性変形部分

降伏線	l_H	$\sin \phi$	$\dot{\rho}$
AD	$\sqrt{(\eta d)^2 + \bar{e}^2}$	$\frac{\eta d}{l_H}$	$\frac{\dot{\alpha}}{\sin \phi}$
BD	$\sqrt{(\eta d)^2 + (\lambda l_b - \bar{e})^2}$	$\frac{\eta d}{l_H}$	$\frac{\dot{\beta}}{\sin \phi}$
CD	$\sqrt{(\eta d)^2 + (\mu l_b - \bar{e})^2}$	$\frac{\eta d}{l_H}$	$\frac{\dot{\gamma}}{\sin \phi}$
AP	$\lambda l_b - \xi_1 b$	0	$\dot{\alpha} \frac{\bar{e}}{\eta d}$
QU	$(\mu - \lambda) l_b - (\xi_1 + \xi_2) b$	0	$\dot{\gamma} \frac{\mu l_b - \bar{e}}{\eta d}$
PR, QT	$b \sqrt{1 + (\zeta - \xi_1)^2}$	$\frac{b}{l_H}$	$\frac{\dot{\omega}}{\sin \phi}$
PS, QS	$b \sqrt{1 + \xi_1^2}$	$\frac{b}{l_H}$	$\frac{\dot{\omega}}{\sin \phi}$

塑性化域	$\dot{\varepsilon}_1$	V
Z_{BD}	$\frac{\dot{\beta}}{2}$	$\xi_1 b \cdot \eta d \cdot w$
Z_{CD}	$\frac{\dot{\gamma}}{2}$	$\xi_2 b \cdot \eta d \cdot w$
Z_{DT}	$-\frac{\dot{\theta}_D}{2}$	$2b \cdot f \{f + 2(1 - \eta)d\} + w \{(1 - \eta)d\}^2$
Z_{B1}	$\frac{\dot{\beta}}{2}$	$\xi_1 b^2 \cdot f$
Z_{B2}	$\frac{\dot{\beta}}{2}$	$(\xi_1 b)^2 \cdot f$
Z_{B3}	$-\frac{\dot{\beta}}{2}$	$\{(1 - \xi_1)b\}^2 \cdot f$
Z_{C1}	$\frac{\dot{\gamma}}{2}$	$\{(1 + \xi_2)b\}^2 \cdot f$
Z_{C2}	$-\frac{\dot{\gamma}}{2}$	$\{(1 - \xi_2)b\}^2 \cdot f$

l_H : 降伏線の長さ, ϕ : 降伏線と材軸のなす角度, $\dot{\rho}$: 降伏線の回転角速度, $\dot{\varepsilon}_1$: 材軸方向のひずみに対応するひずみ速度 (圧縮側を正とする), V: 塑性化域の体積, d: ウェブ幅, b: フランジ半幅, w: ウェブ板厚, f: フランジ板厚, l_b : 横補剛間隔, s: 載荷ブロックの長さの1/2, $\bar{e} = s + f + (1 - \eta)d$, $\zeta, \lambda, \mu, \eta, \xi_1, \xi_2$: 図-1参照, $\dot{\theta}_D, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}, \dot{\omega}$: 図-1および図-4(a)に示す回転角 $\theta_D, \alpha, \beta, \gamma, \omega$ のそれぞれに対応する回転角速度。

与えられる。この縮み量に適合するように、塑性化域が変形し、剛体部分が構面外に回転するわけである (同図(c)参照)。したがって、塑性化域の変形および剛体部分の回転による軸方向縮み量をそれぞれ Δ_P, Δ_R とすると次式が成り立つ。

$$\eta d \cdot \theta_D = \Delta_P + \Delta_R \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\Delta_P = \xi_1 b \cdot \beta + \xi_2 b \cdot \gamma$

$$\Delta_R = l_{AP}(1 - \cos \alpha) + l_{QU}(1 - \cos \gamma)$$

$$\quad \quad \quad \doteq l_{AP} \cdot \alpha^2 / 2 + l_{QU} \cdot \gamma^2 / 2$$

$$l_{AP} = \lambda l_b - \xi_1 b$$

$$l_{QU} = (\mu - \lambda) l_b - (\xi_1 + \xi_2) b$$

一方、B点の横たわみは、 α と γ のそれぞれを用いて表せることから、近似的に次式が得られる。

$$\lambda l_b \cdot \alpha = (\mu - \lambda) l_b \cdot \gamma$$

上式および、 $\beta = \alpha + \gamma$ の関係から、

$$\beta = k_B \cdot \alpha, \quad \gamma = k_C \cdot \alpha \quad \dots\dots\dots (11)$$

表-2 局部座屈部材の塑性変形部分

降伏線	l_H	$\sin \phi$	$\dot{\rho}$
DE	$\sqrt{(\eta d)^2 + (\zeta_1 b - \frac{\kappa b}{2} - e)^2}$	$\frac{\eta d}{l_H}$	$\frac{\dot{\psi}}{\sin \phi}$
DF	$(1 - \frac{x}{\eta}) \sqrt{(\eta d)^2 + (\zeta_1 b - e)^2}$	$\frac{\eta d - x d}{l_H}$	$\frac{2\dot{\psi} + \dot{\alpha}}{\sin \phi}$
DG	$\sqrt{(\eta d)^2 + (\zeta_1 b + \frac{\kappa b}{2} - e)^2}$	$\frac{\eta d}{l_H}$	$\frac{\dot{\psi}}{\sin \phi}$
EF	$\sqrt{(x d)^2 + \{ \frac{\kappa b}{2} - (\zeta_1 b - e) \frac{x}{\eta} \}^2}$	$\frac{x d}{l_H}$	$\frac{\dot{\psi}}{\sin \phi}$
FG	$\sqrt{(x d)^2 + \{ \frac{\kappa b}{2} + (\zeta_1 b - e) \frac{x}{\eta} \}^2}$	$\frac{x d}{l_H}$	$\frac{\dot{\psi}}{\sin \phi}$
EH, GK	$b \sqrt{1 + (\zeta_1 - \frac{1}{2} \kappa)^2}$	$\frac{b}{l_H}$	$\frac{\dot{\Omega}_1}{\sin \phi}$
EJ, GJ	$b \sqrt{1 + \frac{1}{4} \kappa^2}$	$\frac{b}{l_H}$	$\frac{\dot{\Omega}_1}{\sin \phi}$
EL, GN	$b \sqrt{1 + (\zeta_1 - \frac{1}{2} \kappa)^2}$	$\frac{b}{l_H}$	$\frac{\dot{\Omega}_2}{\sin \phi}$
EM, GM	$b \sqrt{1 + \frac{1}{4} \kappa^2}$	$\frac{b}{l_H}$	$\frac{\dot{\Omega}_2}{\sin \phi}$

塑性化域	$\dot{\varepsilon}_1$	V
Z_{AD}	$\frac{\bar{\varepsilon}_0}{\kappa} \dot{\alpha} + \frac{\eta d}{\kappa b} \nu \dot{\theta}_D$	$\frac{1}{2} \kappa b \cdot x d \cdot w$
Z_{A1}	$\frac{\bar{\varepsilon}_0}{\kappa} \dot{\alpha} + \frac{\eta d}{\kappa b} \nu \dot{\theta}_D$	$\frac{1}{2} \kappa b^2 \cdot f$
Z_{A2}	$\frac{\bar{\varepsilon}_0}{\kappa} \dot{\alpha} + \frac{\eta d}{\kappa b} \nu \dot{\theta}_D$	$\frac{1}{2} \kappa b^2 \cdot f$
Z_{A3}	$\frac{\bar{\varepsilon}_0}{\kappa} \dot{\alpha} + \frac{\eta d}{\kappa b} \nu \dot{\theta}_D$	$\frac{1}{2} \kappa b^2 \cdot f$
Z_{A4}	$\frac{\bar{\varepsilon}_0}{\kappa} \dot{\alpha} + \frac{\eta d}{\kappa b} \nu \dot{\theta}_D$	$\frac{1}{2} \kappa b \cdot \xi_0 b \cdot f$
Z_{A5}	$-\frac{\bar{\varepsilon}_0}{\kappa} \dot{\alpha} - \frac{\eta d}{\kappa b} \nu \dot{\theta}_D$	$\frac{1}{2} \kappa b^2 \cdot \frac{(1 - \xi_0)^2}{\xi_0} \cdot f$

l_H : 降伏線の長さ, ϕ : 降伏線と材軸のなす角度, $\dot{\rho}$: 降伏線の回転角速度, $\dot{\varepsilon}_1$: 材軸方向のひずみに対応するひずみ速度 (圧縮側を正とする), V: 塑性化域の体積, d: ウェブ幅, b: フランジ半幅, w: ウェブ板厚, f: フランジ板厚, $e = f + (1 - \eta)d$, $\zeta_1, \kappa, x, \eta, \bar{\varepsilon}_0, \xi_0$: 図-2参照, $\dot{\theta}_D, \dot{\alpha}, \dot{\Omega}_1, \dot{\Omega}_2, \dot{\psi}$: 図-2, 図-4(b)および図-5に示す回転角 $\theta_D, \alpha, \Omega_1, \Omega_2, \psi$ のそれぞれに対応する回転角速度。

ここに、 $k_B = \mu / (\mu - \lambda)$, $k_C = \lambda / (\mu - \lambda)$

(11) 式を (10) 式に代入すると、次のような α に関する2次方程式が得られる。

$$A \cdot \alpha^2 + B \cdot \alpha - \eta d \cdot \theta_D = 0$$

ここに、 $A = (l_{AP} + l_{QU} \cdot k_C^2) / 2$

$$B = b(\xi_1 \cdot k_B + \xi_2 \cdot k_C)$$

上式を α について解くと、

$$\alpha = (-B \pm \sqrt{B^2 + 4A \cdot \eta d \cdot \theta_D}) / (2A) \quad \dots\dots\dots (12)$$

この2根のうち、小さい方は負となるので、大きい方が有意な解である。(12) 式より、回転角 α に対応する回転角速度 $\dot{\alpha}$ は、次式で与えられる。

$$\dot{\alpha} = \eta d \cdot \dot{\theta}_D / \sqrt{B^2 + 4A \cdot \eta d \cdot \theta_D} \quad \dots\dots\dots (13)$$

回転角 β, γ に対応する回転角速度 $\dot{\beta}, \dot{\gamma}$ は、(11) 式から次式で与えられる。

$$\dot{\beta} = k_B \cdot \dot{\alpha}, \quad \dot{\gamma} = k_C \cdot \dot{\alpha} \quad \dots\dots\dots (14)$$

図-2に示す局部座屈部材においては、D点での部材

回転角 θ_0 を、構面内変形によって吸収される成分 $\nu\theta_0$ と、構面外変形によって吸収される成分 $(1-\nu)\theta_0$ に分解して扱う。ここで、係数 ν は 0~1 の範囲で変化する量であり、 $\nu=0$ のとき構面外変形のみが生じ、 $\nu=1$ のとき載荷ブロックに接する局部座屈部分での構面内変形のみが生じる。

したがって、図-2(c) に示すウェブ圧縮縁の構面外変形では、縮み量 $\eta d(1-\nu)\theta_0$ に対する変形の適合を考えることで、横座屈部材と同様にして α, β, γ が求められる。ただしこの場合、塑性化域 E-G 間での軸方向縮みは、同図 (d) に示すように、 $\xi_0 b \cdot \alpha$ で与えられることに注意を要する。ここで $\xi_0 b$ は、図-3 で仮定した応力分布から求められる、圧縮フランジの仮想の中立軸の位置である。

ii) 三角形 RST での回転角速度 $\dot{\omega}$

図-1 に示す横座屈部材の圧縮フランジの B 点に、構面外回転角 β が生じることによって、フランジ縁に三角形 RST が現れる (図-4(a) 参照)。点 R-S 間に生じる全軸方向縮みを $\zeta b \cdot \epsilon_f$ 、降伏線に生じる軸方向縮みを $\zeta b \cdot \epsilon_h$ で表すと、回転角 ω との間に次式が成り立つ。

$$\cos \omega = (1 - \epsilon_f) / (1 - \epsilon_h)$$

(a) Flange buckling about B

(b) Flange buckling about A

図-4 フランジ板要素の変形

上式に、 $\cos \omega \approx 1 - \omega^2/2$ の関係を用い、3 次の項を省略すると、

$$\omega^2/2 + \epsilon_h - \epsilon_f = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

降伏線 PR, PS での回転角 ϕ_{PR}, ϕ_{PS} は、表-1(a) に示すように、それぞれ $\omega/\sin \phi_{PR}, \omega/\sin \phi_{PS}$ (ϕ_{PR}, ϕ_{PS} : それぞれ降伏線 PR, PS と材軸のなす角度) で表される。また、降伏線に生じた軸方向縮み $\zeta b \cdot \epsilon_h$ は、(3) 式で求められるので、

$$\epsilon_h = \frac{\sqrt{3} \cdot f}{4 \zeta b} n \cdot \omega (\sin^2 \phi_{PR} + \sin^2 \phi_{PS})$$

ただし、フランジに対して、 $n=1$ とする。

RS 間に生じる全軸方向縮み $\zeta b \cdot \epsilon_f$ は、 $(1 + \xi_1) b \cdot \beta/2$ で表せるので、

$$\epsilon_f = \beta(1 + \xi_1)/(2 \zeta) \quad \dots\dots\dots (16)$$

以上より、 ω に関する 2 次方程式が得られる。

$$\omega^2 + A \cdot \omega - B \cdot \beta = 0$$

ここに、 $A = \sqrt{3} f / (2 \zeta b) \cdot (\sin^2 \phi_{PR} + \sin^2 \phi_{PS})$

$$B = (1 + \xi_1) / \zeta$$

ω は正値でなければならないから、上式の有意な解は、

$$\omega = (-A + \sqrt{A^2 + 4 B \cdot \beta}) / 2 \quad \dots\dots\dots (17)$$

したがって、回転角 ω に対応する回転角速度は、

$$\dot{\omega} = B \cdot \dot{\beta} / \sqrt{A^2 + 4 B \cdot \beta} \quad \dots\dots\dots (18)$$

図-2 に示す局部座屈部材において、三角形 RST での ω は、(17)(18) 式中の ζ を ζ_2 に読み替えることによって、そのまま用いることができる。また、載荷ブロックに接する圧縮フランジに現れる、三角形 HJK, LMN での回転角 Ω_1, Ω_2 については、図-4(b) に示すように、それぞれのフランジ縁での軸方向縮みが、 $(\xi_0 + 1) b \cdot \alpha$ 、 $(\xi_0 - 1) b \cdot \alpha$ となることから、(17)(18) 式を導いた方法と同様にして求められる。ただし $\xi_0 b$ は、図-2(d) より、次式で表される。

$$\xi_0 b = \bar{\xi}_0 b + \eta d \cdot \nu \theta_0 / \alpha$$

iii) 三角形 E'FG' での回転角速度 $\dot{\psi}$

図-2(a) に示す局部座屈部材のウェブ座屈部分にお

図-5 ウェブ板要素の変形

いて、F 点を通してフランジに平行な平面には、三角形 E'FG' が現れる。図—5 に示すように、線分 E'F および線分 FG' の長さを l_w 、点 E'—G' 間の軸方向ひずみを ε_A とすると、回転角 Ψ を用いて、

$$l_w \cos \Psi + l_w \cos (\Psi + \alpha) = 2 l_w (1 - \varepsilon_A)$$

上式の l_w は消去できる。また、 $\cos \Psi = 1 - \Psi^2/2$ の関係 ($\cos (\Psi + \alpha)$ も同様) を用いて整理すると、

$$\Psi^2 + \alpha \cdot \Psi + \alpha^2/2 - 2\varepsilon_A = 0$$

この 2 次方程式から得られる Ψ の有意な解は、

$$\Psi = \sqrt{2\varepsilon_A - \alpha^2/4} - \alpha/2 \dots \dots \dots (19)$$

したがって、回転角 Ψ に対応する回転角速度は、

$$\dot{\Psi} = \frac{\dot{\varepsilon}_A - \alpha \dot{\alpha}/4}{\sqrt{2\varepsilon_A - \alpha^2/4}} \cdot \frac{\dot{\alpha}}{2} \dots \dots \dots (20)$$

ここに、 $\varepsilon_A = \xi_0 \alpha / x + \eta d \cdot \nu \theta_0 / (xb)$

$$\dot{\varepsilon}_A = \xi_0 \dot{\alpha} / x + \eta d \cdot \nu \dot{\theta}_0 / (xb)$$

iv) 塑性化域 Z_{B1} でのひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_2$ 、

二軸応力によって塑性化する部分での、材軸に垂直な方向のひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_2$ について、算出方法の一例を示す。

図—4(a) に示すように、材軸に垂直な線分 BS の変形後の長さを $b(1 - \varepsilon_2)$ とし、その長さを変形前のフランジ面に投影したものを $b(1 - \varepsilon_b)$ とすると、S 点でのたわみ v が線分 RS の変形からも表せることから、

$$(1 - \varepsilon_2)^2 - (1 - \varepsilon_b)^2 = \xi^2 \{ (1 - \varepsilon_h)^2 - (1 - \varepsilon_f)^2 \}$$

簡単のために上式の 2 次の項を省略し、(15) 式を用いると、次のように整理できる。

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_b - \xi^2 \cdot \omega^2 / 2 \dots \dots \dots (21)$$

したがって、ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_2$ は、次式で与えられる。

$$\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_b - \xi^2 \cdot \omega \cdot \dot{\omega} \dots \dots \dots (22)$$

降伏線 PR の回転に伴う S 点の軌跡は、S 点を通して降伏線 PR に垂直な平面上にあるので、その移動量の材軸方向成分が $\xi b \cdot \varepsilon_f$ であり、材軸に垂直な方向の成分が $b \cdot \varepsilon_b$ であるという関係から、

$$\varepsilon_b = \xi \cdot \varepsilon_f / \tan \phi_{PR} = \xi (\xi - \xi_1) \varepsilon_f$$

ε_f は、(16) 式で表されるので、

$$\varepsilon_b = (\xi - \xi_1)(1 + \xi_1) \cdot \beta / 2$$

上式を用いて (22) 式を表すと、次式となる。

$$\dot{\varepsilon}_2 = (\xi - \xi_1)(1 + \xi_1) \cdot \dot{\beta} / 2 - \xi^2 \cdot \omega \cdot \dot{\omega} \dots \dots \dots (23)$$

2-4 解 法

i) 崩壊機構の決定

(9) 式より得られる M_b は、真の崩壊荷重に対して上界となるので、 M_b が最小となるように崩壊機構を定める必要がある。そこで、横座屈部材においては図—1 に示す係数 ξ 、 λ 、 μ を用いて、局部座屈部材においては図—2 に示す係数 ξ_1 、 x 、 χ 、 ξ_2 、 λ 、 μ 、 ν を用いて M_b の最小化を行い、これらの係数の最適解を求める。ここで、係数 λ 、 μ は構面外変形による部材全体の崩壊機構を表し、係数 ξ 、 ξ_2 は、構面外変形に伴って発生するフランジ局部座屈による板要素の崩壊機構を表している。局部座屈

部材の係数 ξ_1 、 x 、 χ は、載荷ブロックに接する局部座屈部分でのフランジとウェブの崩壊機構を表し、係数 ν は前述したように、局部座屈部材の回転角 θ_0 のうち、構面内変形によって吸収される成分の比率を表している。

荷重 M_b の最小値を与えるこれらの係数の値は、回転角 θ_0 の増大に伴って変化するが、各回転角 θ_0 ごとに最小化を行うと計算量が膨大になるので、ある θ_0 の値についてのみ最小化を行う。ただし、局部座屈部材については係数が多いので、まず $\nu=1$ (構面外変形は起こらないから係数 ξ_2 、 λ 、 μ は不要) として最小化を行い係数 ξ_1 、 x 、 χ を定め、次に $\nu=0$ として係数 ξ_2 、 λ 、 μ による最小化を行って、これらの係数を求める。

最小化の手法としては、直接探索法¹⁰⁾を用いる。この方法は、ある部材回転角 θ_0 に対する (9) 式の関数値 (崩壊荷重 M_b) を、上記の係数を少しずつ変化させて逐次求めて行き、関数の極小点を探索するものである。この方法では導関数を用いないので、解法を簡潔にすることができる。

以上の操作によって荷重 M_b が変化すると、図—3 で仮定した部材の内部応力分布も変化するのので、それに適合するように、中立軸の位置を表す係数 η 、 ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_0 を修正する。この修正によっても崩壊機構が変化するため、荷重 M_b を最小化し直す必要がある。このように、崩壊機構は、荷重 M_b の最小化と内部応力分布の修正を交互に、荷重 M_b が許容誤差の範囲内に収束するまで繰り返すことによって決定される。

ii) 荷重—変形関係

崩壊機構を決定した後、回転角 θ_0 を順次増加させて各回転角ごとに荷重 M_b を算出することによって M_b と θ_0 の関係が求められる。ただし、局部座屈部材においては、各回転角ごとに係数 ν による荷重 M_b の最小化を行う。このことによって、構面外変形の発生および進展を表現し、その影響を見ることができる。

このような操作によって荷重 M_b が変化するので、ここでも係数 η 、 ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_0 の修正を行う。したがって、荷重の算出 (あるいは最小化) とこれらの係数の修正を交互に繰り返して収束させることによって、各回転角ごとの荷重を求める。

以上により、図—1 および図—2 に示す部材の回転中心 D 点における曲げモーメント M_b と部材回転角 θ_0 の関係が与えられる。一方、前報²⁾の実験結果では、載荷ブロックに接する位置での曲げモーメント M と部材回転角 θ の関係を表している。したがって、実験結果と解析結果が比較できるように、次式を用いて、解析より求めた $M_b - \theta_0$ 関係を $M - \theta$ 関係にあらためる。

$$M = M_b \cdot L / (L - e) - e \cdot \theta_0 \cdot N \dots \dots \dots (24)$$

$$\theta = (1 - e/L) \cdot \theta_0 \dots \dots \dots (25)$$

表—3 解析条件および解析による崩壊機構

座屈形式	試験体名	H mm	B mm	w mm	f mm	l_b mm	$\frac{M_2}{M_1}$	$\frac{N}{N_y}$	ζ or ζ_2	λ	μ	板厚 mm	降伏点 t/cm ²
横座屈	A09E0-M1	405.5	107.9	4.44		2703			1.54	0.172	0.441	3.23	2.86
	A12E0-M1	539.4	108.0	4.44		1949			1.47	0.333	0.729	4.44	3.10
	B09E0-M1	404.6	143.6	4.44		4240			1.48	0.117	0.362	5.89	3.09
	B12E0-M1	539.6	143.6	4.44	5.89	2959	0.0	0.0	1.48	0.233	0.596		
	B15E0-M1	479.6	143.6	3.23		3160			1.32	0.234	0.781		
	B18E0-M1	574.6	144.4	3.23		4550			1.28	0.165	0.600		
	C15E0-M1	479.4	180.4	3.23		4826			1.33	0.159	0.610		
	A12E4-M1	539.6	108.0	4.44		1949		0.04	1.41	0.352	0.812		
	A15E2-M1	479.2	108.1	3.23		2651		0.02	1.30	0.237	0.750		
	B09E2-M1	404.8	143.8	4.44	5.89	4240	0.0	0.02	1.45	0.121	0.381		
局座屈	B12E6-M1	539.4	143.8	4.44		2960		0.06	1.41	0.251	0.688		
	B15E4-M1	479.8	143.6	3.23		3159		0.04	1.33	0.233	0.783		
	C18E4-M1	576.0	180.0	3.23		3998		0.04	1.31	0.235	0.829		
	A18H-M1	575.6	108.2	3.23		1600			1.29	0.347	1.00		
	B12H-M1	539.0	143.8	4.44	5.89	2550	0.5	0.0	1.36	0.240	0.792		
	B18H-M1	575.6	145.2	3.23		1600			1.39	0.356	1.00		
	C09E0-M1	404.0	180.0	4.44		3199			1.49	0.215	0.502	1.53	1.44
	C12E0-M1	539.2	180.0	4.44	5.89	3409	0.0	0.0	1.40	0.302	0.682	1.58	1.46
	C18E0-M1	575.6	180.1	3.23		4000			1.27	0.371	0.885	1.59	1.46
	C09E6-M1	405.0	180.0	4.44	5.89	3199	0.0	0.06	1.45	0.260	0.611	1.50	1.45
局座屈	C12E2-M1	540.8	179.5	4.44		3409		0.02	1.38	0.317	0.717	1.57	1.47
	A09H-M1	404.5	108.4	4.44		1170			1.51	0.484	1.00	1.70	1.62
	B09H-M1	406.2	144.4	4.44		1820			1.46	0.398	0.918	1.58	1.48
	C09H-M1	404.6	179.1	4.44	5.89	2750	0.5	0.0	1.42	0.320	0.789	1.52	1.39
	C12H-M1	539.5	180.0	4.44		2160			1.40	0.454	1.00	1.57	1.44
	C15H-M1	479.2	180.3	3.23		2630			1.32	0.433	1.00	1.58	1.43

H: 断面せい
B: フランジ全幅
w: ウェブ板厚
f: フランジ板厚
 l_b : 横補剛間隔
 M_2/M_1 : 端モーメント比
 N/N_y : 軸力比
 $\zeta, \lambda, \mu, \zeta_1, \zeta_2$
 κ, x : 図—1 および図—2 参照

ここに、 $e=f+(1-\eta) \cdot d$ 、 f : フランジ板厚、 L : 部材端の支持点から荷重ブロック縁までの長さ。

3. 解析結果および実験結果との比較

前報²⁾の各試験体に対して解析を行った。表—3は、その解析条件、および解析によって得られた部材の崩壊機構を示している。同表の崩壊機構を求めるに当たって、荷重の最小化は、横座屈部材では $\theta_b=3\theta_p$ (θ_p : 全塑性モーメント M_p に対応する部材回転角であり、ウェブのせん断変形を考慮した弾性計算値)において行った。また、局座屈部材では、局座屈による崩壊機構 ($\nu=1$)を求める際は $\theta_b=3\theta_p$ において、座屈後の構面外変形による崩壊機構 ($\nu=0$)では $\theta_b=5\theta_p$ において最小化を行った。ここで、 $\theta_b=3\theta_p$ は、横座屈あるいは局座屈による変形状が顕著に現れる部材回転角の目安、 $\theta_b=5\theta_p$ は、局座屈後の構面外変形が増大する部材回転角の目安として選んだものである。

同表中、横座屈部材において、構面外変形による最大横たわみ位置が、 $\lambda=0.12\sim0.36$ (平均0.237)の範囲となっており、実験中の観測値 ($\lambda \approx 0.2\sim0.3$) とほぼ一致している。最大横たわみ位置に発生するフランジ局座屈の半波長については、表中の解析値では $\zeta=1.28\sim1.54$ となっているのに対して、実験では $\zeta=1$ 程度であり、解析値の方が大きくなっている。

一方、表中の局座屈部材において、構面内変形によるフランジ局座屈の半波長は、 $\zeta_1=1.50\sim1.70$ (平均1.57)である。このことは、実験による観測値が $\zeta_1=1\sim2$ の範囲でかなりばらつくが、平均値は1.6程度で

あったこと、およびウェブによる拘束を固定とした場合の弾性理論値が $\zeta_1=1.68^{11)}$ であることと良く一致している。

図—6(a)~(j)では、解析より得られた荷重—変形曲線を、実験結果と比較している。図中の(a)~(f)が横座屈部材であり、(g)~(j)が局座屈部材である。これらは、解析結果と実験結果の相関を示す代表例である。

解析において、一定の部材回転角 θ_b についてのみ最小化を行い、崩壊機構を固定しているために、その前後の変形域における荷重は過大評価となっている。2, 3の試験体について、各 θ_b ごとに最小化する場合と、一定の θ_b でのみ最小化する場合の解析を行い、それぞれの荷重—変形関係を比較したが、その誤差はほとんど無視できる程度であった。

同図の縦軸は、全塑性モーメント M_p (軸力による低下を考慮しない)で無次元化している。実験結果および解析結果は、それぞれ太線および細線で表している。また、横軸に平行な破線は、前報²⁾に示した終局耐力の算定値であり、次式によって与えられる。

$$\frac{M_u}{M_p} = \left(1 - \frac{N}{N_c}\right) \left(\frac{M_{\max}}{M_p}\right) \frac{F_b}{\sigma_{yf}} \dots \dots \dots (26)$$

ここに、 $N_c = F_c \cdot A$ 、 F_c : 断面の平均降伏点を用いて求めた鋼構造設計規準¹²⁾の短期許容圧縮応力度、 A : 全断面積、 $M_{\max}/M_p$: 文献13)に示した局座屈耐力の予測値、 F_b : フランジの降伏点を用いて求めた規準¹²⁾の短期許容曲げ応力度、 σ_{yf} : フランジの降伏点。

同図中の解析曲線において、最大耐力以後の劣化曲線

図—6 解析結果と実験結果の比較。

が、本研究の解析によって得られたものであり、弾性域から最大耐力までの曲線は、残留応力を考慮した弾塑性解析⁽⁴⁾によって求めたものである。この弾塑性解析において、残留応力分布の推定には文献 15) の方法を用い、応力—ひずみ関係は Bilinear 型 (ひずみ硬化係数 $\tau = 0.01$) を仮定している。ただし、局部座屈や横座屈の影響は考慮していない。したがって、解析曲線での最大耐力は、座屈による崩壊機構を仮定した剛塑性解析と、座屈の影響を無視した弾塑性解析との変形曲線の交点であり、部材耐力の上界を与える。図によると、横座屈部材では、解析曲線の最大耐力が実験値を大きく上回り、両者の対応関係は認められないが、局部座屈部材での解析値は、実験値と同程度となっており、部材耐力の近似値を与えている。

局部座屈部材についての解析曲線において、最大耐力以後の劣化曲線に、上に凸の屈折点が生じている。これは、最小の耐力を与える係数 ν の値が、急激に変化したためである。解析によると係数 ν の変化は、部材回転角が小さい変形域では $\nu = 1$ で、局部座屈部分での構面内変形のみであるが、ある分岐点に達すると $\nu = 0$ になり、急激に構面外変形が生じるという性状を示した。図—6 に示す試験体 C12E0-M1 や C18E0-M1 などでは、実験中、局部座屈後の構面外変形が急激に発生する現象は見られなかったが、解析曲線は実験曲線の劣化こう配の変化を良く表現している。

解析による劣化曲線は、横座屈部材では、ウェブ幅厚比が小さいものほど実験曲線を上回る傾向があり、局部座屈部材では、全般に実験曲線を下回っている。また、横座屈部材、局部座屈部材ともに、ウェブ幅厚比が、

図—7 解析値と実験値の相関

120 程度で、解析曲線と実験曲線が最も良く一致している。

図—7 では、劣化曲線のこう配 K_d について、解析値と実験値を比較している。ここで K_d は、解析値および実験値ともに、(26) 式による終局耐力の算定値から、その 1/2 程度までの劣化曲線 (ただし、部材回転角 $\theta \leq 0.1$ の範囲とする) を、最小二乗法により直線近似して求めている。

図によると、解析曲線のこう配は、実験曲線のこう配に対してかなりばらついているが、有意な相関関係が認められる。局部座屈部材の解析値は、平均すると実験値とはほぼ同程度の値を与えており、横座屈部材の解析値は、実験値よりやや大きい値を与える傾向がある。

以上より、本解析結果は、実験結果とおおむね良く対

図—8 荷重—変形曲線の単純化

応しており、解析による劣化曲線を用いて、最大耐力以後の劣化こう配を推定しても差し支えないと考える。

4. 荷重—変形挙動の予測

前報²⁾では、(26) 式の終局曲げ耐力 M_u/M_p が、部材耐力の下限値を与えることを示した。この終局耐力の予測式を用いて荷重—変形曲線を表すと、図—8 の破線のように近似することができる。

図—8(a) に示す横座屈部材の荷重—変形曲線において、吸収エネルギーを正確に把握しようとする、変形量 $m \cdot \theta_u$ の値を求めなければならないが、実験資料が不足しているし、解析値においても実験値との相関がほとんど認められなかったため、実験結果の下限值程度の値 ($m \approx 2$) を用いることにする。ここに、 θ_u は終局耐力 M_u に対応する部材回転角の弾性計算値であり、 m は劣化曲線での終局耐力 M_u に対応する変形量の、 θ_u に対する倍率を表している。

図—8(b) の局部座屈部材においては、最大耐力の直後に急激な耐力低下を示すこと、および劣化こう配が比較的緩やかであることから、同図のように単純化できる。

以下には、横座屈部材と局部座屈部材のそれぞれについて、劣化曲線のこう配 K_d に関する予測式を導く。また、これら二つの座屈形式がそれぞれ支配的となる領域の、境界を表す実験式を提案する。

4-1 劣化こう配の予測式

解析結果と実験結果の比較から、本研究で示した解析方法により、最大耐力以後の劣化曲線のこう配を大略把握できることが分かった。しかし、本解析方法をそのまま設計に応用するのは煩雑であり実用的ではないので、解析結果の単純化を試みる。ここでは、溶接 H 形鋼部材の実験的な形状、材料の降伏点、および荷重条件を考慮した多数の解析を行い、その結果について回帰分析を行うことによって、劣化こう配 K_d の予測式を導く。

i) 解析条件および回帰モデル

劣化曲線のこう配には、部材形状、材料の降伏点、荷重条件などが、複雑に影響している。

部材形状を表すものとしては、種々のパラメータがあるが、ここでは断面形状を表す無次元量 d/w , b/f , d/b , および横補剛間隔に関する無次元量 l_b/d , l_b/b

を選ぶ。 l_b/d は前報²⁾で考察したように、横座屈部材の劣化こう配と相関があり、 l_b/b は圧縮フランジの構面外細長比に関連する量である。

また、荷重条件を表すパラメータとしては、端モーメント比 M_2/M_1 (M_1, M_2 : 横補剛区間の両端に作用するモーメントのうち、それぞれ大きい方と小さい方)、またはモーメント修正係数 $C_b = 1.75 - 1.05(M_2/M_1) + 0.3(M_2/M_1)^2$, および軸力比 N/N_y (N_y : 全断面の降伏軸力) を選ぶ。

これらのパラメータを変数として解析を行った。ただし、図—1 および図—2 に示す部材の崩壊機構において、載荷ブロックの大きさ s は考えていない ($s=0$)。

解析条件は、次のとおりである。

ウェブ幅厚比: $d/w = 60, 100, 140, 180$

フランジ幅厚比: $b/f = 9, 12, 15$

横補剛間隔: $l_b/b = 30, 45, 60$

(横座屈部材)

$l_b/b = 15, 30, 45$

(局部座屈部材)

降伏点 (t/cm^2): $\sigma_y = 2.4, 3.0, 3.6$

端モーメント比: $M_2/M_1 = 0.0, 0.3, 0.6$

軸力比: $N/N_y = 0.0, 0.03, 0.06$

ウェブとフランジの板厚には、3.2, 4.5, 6, 9, 12 mm のうちのいずれかを用い、板厚の比が $1 < f/w \leq 2$ となるように板厚を組み合わせた。断面の選定は、上記の幅厚比の条件を満たす断面の中から、 d/b の値が 3~10 の範囲内で、ある程度分散するように行った。

横補剛間隔に関する l_b/b の範囲は、実験結果より、横座屈部材に対する下限値、および局部座屈部材に対する上限値を想定した。また、横座屈部材での上限値は、おおむね $b \approx 2 \cdot i$ (i : 圧縮フランジと断面せいの 1/6 からなる T 形断面のウェブ軸回りの断面 2 次半径) の関係があることから、SS 41 部材の限界細長比 ($l_b/i = 120$) 程度とした。 l_b/d の値は、断面形状と l_b/b の値より自動的に定まり、 $l_b/d = 3 \sim 16$ の範囲となった。

材料の降伏点 σ_y については、SS 41 材の JIS 規格下限値が 2.4 t/cm^2 であり、平均値が 3.0 t/cm^2 程度である¹⁶⁾ので、これらの値を用いている。また、ウェブとフランジの降伏点は同一としている。

これらの解析条件の組み合わせのうちで、せん断スパン比 L/d が 8~16 の範囲を満たさないものや、終局耐力の計算値 M_u/M_p が 0.4 より小さくなるものは、本研究で対象としている低層大スパン架構ではあまり用いられないので、解析から除外した。

以上の解析結果をもとにして、劣化こう配 K_d に関する回帰分析を行った。回帰式の独立変数には、上記のパラメータを用いるが、材料の降伏点 σ_y は、ヤング係数 E で除して降伏ひずみ ε_y とし、幅厚比や横補剛間隔の

図-9 (27) 式による予測値と解析値の相関

パラメータに乗じて用いた。モーメント修正係数 C_b についても同様に、横補剛間隔のパラメータとともに用いた。そのほか、劣化こう配 K_d を説明する変数としては、各パラメータ間の交互作用を考慮して、二つのパラメータを掛け合わせたものについても検討した。

回帰分析に用いた劣化こう配 K_d は、(26) 式で与えられる終局耐力 M_u/M_p から、その 1/2 までの解析曲線（ただし、部材回転角 $\theta \leq 0.1$ の範囲とする）を、最小二乗法により直線近似して求めたものである。

回帰モデルは、対数を取り線形式とした。また、予測式を簡単にするために、回帰係数は 5 個とした。これらの条件のもとで、試行錯誤で種々の数式モデルの回帰を行い、変動係数および相関係数の比較において、最も優れた回帰式を選定した。

ii) 横座屈部材の劣化こう配 $K_{d,lat}$

軸力比 N/N_y を含むいくつかの回帰モデルに対して変動係数を求めたが、 N/N_y を含まない場合と比較して、その変化はほとんどなかった。回帰に用いた劣化こう配 K_d は、終局耐力 M_u/M_p を用いて求められており、軸力による K_d の増大が、 M_u/M_p の低下による K_d の減少によって相殺されたものと考えられる。以上の理由から、軸力比 N/N_y の項を省略した回帰モデルのいくつかについて検討した結果、次式が得られた。

$$K_{d,m1} = -\left(\frac{d}{w} \sqrt{\varepsilon_y}\right)^{1.20} \left(\frac{l_b}{d} \varepsilon_y\right)^{-0.394} \cdot \exp \left[0.433 - \varepsilon_y \left(0.430 \frac{d}{w} \cdot \frac{b}{f} + 14.8 \frac{l_b}{b \sqrt{C_b}} \right) \right] \quad (27)$$

cov=0.167 $r=0.942$ サンプル数:138

ここに、 $\exp[\]$: 自然対数の底 e に対する指数関数、cov: 回帰式からの資料のばらつきを表す変動係数であり、近似的に対数値の標準偏差としている、 r : 相関係数。

(27) 式と解析値との相関を図-9 に示す。図中の破

図-10 (29) 式による予測値と解析値の相関

線は、変動係数を 1.96 倍して求めた 95 % 信頼限界である。

同図より、(27) 式は解析値を良く表しているといえる。しかし、図-7 に示したように、解析値は実験値に対してかなりばらついており、(27) 式によって実験値を十分に予測できるものではない。そこで、安全を考慮して、(27) 式の 95 % 信頼限界によって横座屈部材の劣化こう配を与える。したがって、

$$K_{d,lat} = K_{d,m1} \cdot \exp[0.327] \quad (28)$$

ここに、 $K_{d,m1}$: (27) 式で与えられる解析による K_d の平均値、 $K_{d,lat}$: 安全を考慮した横座屈部材の劣化こう配の予測値。

iii) 局部座屈部材の劣化こう配 $K_{d,loc}$

局部座屈部材においても横座屈部材と同様に、軸力比 N/N_y は劣化こう配の変動を説明する主たる要因ではなかった。また、横補剛間隔に関する l_b/d についても、変動係数の検討から、省略が可能であった。試行錯誤の結果、最もばらつきの小さいものとして次式が得られた。

$$K_{d,m2} = -\left(\frac{d}{w} \varepsilon_y\right)^{0.402} \cdot \exp \left[2.64 + 0.118 \frac{d}{b} - \varepsilon_y \left(38.0 \frac{b}{f} + 9.72 \frac{l_b}{b \cdot C_b} \right) \right] \quad (29)$$

cov=0.127 $r=0.953$ サンプル数:108

(28) 式と解析値との相関を図-10 に示す。ここでも、横座屈部材と同様の考察から、上式の 95 % 信頼限界によって局部座屈部材の劣化こう配を与える。

$$K_{d,loc} = K_{d,m2} \cdot \exp[0.249] \quad (30)$$

ここに、 $K_{d,m2}$: (29) 式で与えられる解析による K_d の平均値、 $K_{d,loc}$: 安全を考慮した局部座屈部材の劣化こう配の予測値。

4-2 横座屈部材と局部座屈部材の判別方法

筆者らは文献 17) において、横座屈と局部座屈がそれぞれ支配的となる領域の境界を表す実験式を提案し

(a) $M_2/M_1=0.0$ (b) $M_2/M_1=0.5$ (c) $M_2/M_1=1.0$

図—11 横座屈領域と局部座屈領域

た。この式では、横座屈耐力の指標となる圧縮フランジの構面外細長比と局部座屈耐力を用いて表しており、それぞれの座屈耐力に着目したものといえる。この提案式によると、領域の境界を横補剛間隔の値として簡便に求められる反面、フランジ幅厚比が大きく断面幅がせいに比べて比較的大きい梁では、横補剛間隔の境界がかなり過小評価となることがわかっている。そこで、最大耐力以後の変形挙動に着目して、横座屈部材と局部座屈部材

の境界を的確に表現する実験式を試みる。

局部座屈部材の劣化曲線では、横座屈傾向が強くなるに従って局部座屈後の構面外変形が早期に発生すると考えられ、劣化こう配は大きくなる。この劣化こう配がある値以上となる場合に、横座屈によって支配され则认为と、劣化こう配の予測式 (28)(30) 式を用いた次のような式によって、横座屈部材の領域を表すことができるであろう。

$$K_{d,loc}/K_{d,lat} \geq F(x) \dots \dots \dots (31)$$

ここに、 $F(x)$ ：任意関数または定数。

上式は、局部座屈部材の予測値 $K_{d,loc}$ が、横座屈部材としたときの予測値 $K_{d,lat}$ に対して、ある関数によって表される比率以上になる場合に、横座屈部材とみなすものである。

図—11(a)～(c) は、 $K_{d,loc}/K_{d,lat}$ とフランジ幅厚比の関係を、端モーメント比 M_2/M_1 ごとにまとめたものである。横軸のフランジ幅厚比は、降伏ひずみ ϵ_{yf} ($=\sigma_{yf}/E$) によって修正している。図には、前報²⁾の実験資料のほかに、文献17)～24)の実験資料（ただし、 $d/w \geq 60$, $b/f \geq 9$, $N/N_y \leq 0.06$) もプロットしているが、これらの試験体について $K_{d,loc}$ および $K_{d,lat}$ を求める際、 ϵ_y はウェブとフランジの降伏ひずみの算術平均としている。

図—11(a) は、 $M_2/M_1=0$ の場合について示したものであり、軸力を加えた実験も含んでいる。図によると、横座屈領域と局部座屈領域は比較的明瞭に区別され、その境界は図中の実線のように表すことができる。また、軸力比が $N/N_y \leq 0.06$ の低軸力下では、軸力の有無に関係なく同一の境界曲線で表されるようである。

図—11(b) は、 $M_2/M_1=0.5$ の梁の実験について示したものである。この図でも同様に、実線のような境界を表すことができるが、この境界曲線はおおむね、同図(a)の曲線を縦軸方向に平行移動させて与えられる。

図—11(c) は、文献24)の実験資料をプロットしたものである。この実験では両端のみ横補剛した単純梁に中央集中荷重を加えている。このような梁の荷重—変形挙動は、等モーメントを受ける梁と同じような性状を示す²⁵⁾ので、 $M_2/M_1=1.0$ として同図(a)(b)の実験資料と比較できる。しかし、すべての試験体に横座屈が生じており、局部座屈領域との境界を推定することはできない。また、本研究の解析方法では、このような梁を対象としていないので、解析結果に基づいた $K_{d,loc}/K_{d,lat}$ は厳密な意味を持つものではない。したがって、ここでは一応の目安を得ようとするものである。同図(b)と同様に、 $M_2/M_1=0$ の境界曲線を縦軸方向に平行移動させると、実験資料を包含する曲線として、図中の実線のように表される。

以上に示した3本の境界曲線を、一つの式にまとめる

図—12 実験結果と予測結果の比較

と次式となる。

$$\frac{K_{d,loc}}{K_{d,lat}} = \left(\frac{b}{f} \sqrt{\epsilon_{yf}} \right)^6 + C_F \dots \dots \dots (32)$$

ここに、 $C_F = 0.34 - 0.2(M_2/M_1)^2$ ，ただし、 $M_2/M_1 \geq 0$ の範囲で定義される。

(31) 式からもわかるように、上式で与えられる境界より上の領域が横座屈部材であり、そのほかの領域が局部座屈部材を表している。

端モーメント比 $M_2/M_1 = 0.5 \sim 1.0$ の実験資料が不足しているために、この範囲の部材に対して (32) 式を適用することは基本的には不可能である。しかし、同式の C_F は、 $M_2/M_1 = 0$ および $M_2/M_1 = 0.5$ での値から外挿的に $M_2/M_1 = 1.0$ での値を推定するよりも、かなり小さくなっており、実用上の支障はないと考える。

4-3 実験結果との比較

(28)(30)(32) 式の適用性を、前報²⁾の実験結果と比較することによって確認する。図—12(a)～(e) は、これらの式および (26) 式によって予測される荷重—変形曲線と、実験曲線を比較した例である。

同図およびその他の実験結果との比較によると、横座屈部材に対する予測曲線は、実験曲線に比べやや安全側の評価となる。このことは、(26) 式による終局耐力が部材耐力の下限値を与えること、および耐力劣化域での終局耐力に対応する変形量 $m \cdot \theta_u$ を実験結果の下限値としていることによる当然の結果といえる。

また、局部座屈部材に対する予測曲線は、図—12(d)、(e) に示すように、実験曲線とほぼ一致している。その他の 2, 3 の試験体において、(32) 式による判別が横座屈部材となったが、この場合は安全側の評価である。

以上のように、予測曲線は、実験曲線に比べて安全側あるいは妥当な評価を与えており、ほぼ満足すべき結果が得られている。

5. 結 論

幅厚比の大きい H 形断面曲げ材の変形挙動を予測するために、降伏線理論に基づいた解析を行った。その結果、次のことが明らかになった。

(1) 本研究で行った解析の結果は、実験結果と良く対応しており、本解析によって最大耐力以後の劣化曲線を大略把握することができる。

(2) 解析結果を単純化した (28)(30) 式によって、それぞれ横座屈部材と局部座屈部材の劣化こう配を予測することができる。

(3) 横座屈部材と局部座屈部材の領域の境界は、(32) 式によって表される。

(4) 前報²⁾で示した終局耐力の評価式 (26) 式と、本研究で導いた予測式 (28)(30)(32) 式を用いることで、部材の荷重—変形挙動を予測することができる。

参考文献

- 1) 日本建築センター：構造計算指針・同解説，1986
- 2) 與田香二，今井克彦，黒羽啓明，小川厚治：幅厚比の大きい H 形断面曲げ材の荷重—変形挙動に関する実験的研究，日本建築学会構造系論文報告集，第 402 号，pp. 89-99，1989. 8
- 3) 加藤 勉，福知保長：板要素の変形能力について，日本建築学会論文報告集，第 147 号，pp. 19-25，1968. 5
- 4) Climenhaga, J. J. and Johnson, R. P. : Moment-Rotation Curves for Locally Buckling Beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST6, pp. 1239-1254, 1972. 6
- 5) 三谷 勲，牧野 稔，松井千秋：H 形鋼柱の局部座屈後の変形性状に関する解析的研究（その 1, 2），日本建築学会論文報告集，第 296 号，pp. 37-47，1980. 10，第 301 号，pp. 77-87，1981. 3
- 6) 山田 稔，辻 文三，山口修一：軸圧を受ける H 形鋼柱の弾塑性曲げ変形性状に関する研究（Ⅶ），日本建築学会大会学術講演梗概集，pp. 1167-1168，1980. 9
- 7) 三谷 勲，山崎達司：横座屈および局部座屈を伴う H 形鋼部材の変形性状に関する極限解析（その 1），日本建築学会大会学術講演梗概集，pp. 2065-2066，1981. 9
- 8) 三谷 勲，構面外変形を伴う H 形鋼柱の極限解析，日本建築学会九州支部研究報告，第 30 号，pp. 213-216，1988. 3
- 9) 田中 尚：構造物の極限解析，建築構造学大系 9，彰国社，pp. 5-6，1966. 7
- 10) Dixon, L. C. W. (松原正一訳)：非線形最適化計算法，培風館，pp. 72-78，1974
- 11) Bleich, F. : Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, pp. 330-331, 1952
- 12) 日本建築学会：鋼構造設計規準，1970
- 13) 與田香二，今井克彦，黒羽啓明，小川厚治：幅厚比の大きい溶接 H 形鋼ばりの曲げ変形挙動，日本建築学会構造

- 系論文報告集, 第 397 号, pp. 60-72, 1989. 3
- 14) 山田 稔, 鈴木宏之: 軸圧を受ける H 形鋼柱の弾塑性曲げ変形状に関する研究, 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp. 137-140, 1969. 5
 - 15) 與田香二, 黒羽啓明, 小川厚治, 今井克彦: 幅厚比の大きい溶接 H 形鋼の残留応力分布と局部座屈に関する研究, 日本建築学会九州支部研究報告, 第 30 号, pp. 221-224, 1988. 3
 - 16) 日本建築学会: 鋼構造塑性設計指針, p. 9, 1975. 11
 - 17) 今井克彦, 與田香二: 局部座屈と横座屈が連成する溶接 H 形鋼の曲げ実験 (その 1, 2, 3), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1279-1283, 1984. 10, pp. 699-700, 1985. 10
 - 18) 加藤 勉, 秋山 宏, 帯 洋一: 比較的幅厚比の大きい H 型断面梁の局部座屈実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1075-1076, 1976. 10
 - 19) 牧野 稔, 松井千秋, 三谷 勲: H 形鋼柱の局部座屈後の変形状 (その 1), 日本建築学会論文報告集, 第 281 号, pp. 71-80, 1979. 7
 - 20) 鈴木敏郎, 金子洋文, 伊藤栄俊, 加藤征宏, 佐藤裕幸: 軽量 H 形鋼部材の座屈挙動に関する研究 (その 2), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1185-1186, 1930. 9
 - 21) 坂本 傑, 大竹章夫, 岩室富二夫, 加藤征宏, 佐藤裕幸: 軽量 H 形鋼の曲げ変形能力, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 2087-2088, 1981. 9
 - 22) 今井克彦, 與田香二: 局部座屈を伴う溶接 H 形鋼の曲げ実験 (その 3), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1947-1948, 1982. 10
 - 23) 今井克彦, 與田香二: 低軸力下で局部座屈と横座屈が連成する溶接 H 形鋼の曲げ実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集 C 構造 II, pp. 1085-1086, 1986. 8
 - 24) 久保全弘, 福本啓士: フランジの局部座屈を伴う鋼 I 形断面はりの横ねじれ座屈, 構造工学論文集, Vol. 34A, 1988. 3
 - 25) 鈴木敏郎, 小野徹郎: 塑性設計梁に関する実験的研究 (3), 日本建築学会論文報告集, 第 175 号, pp. 69-74, 1970. 9
- (1989 年 10 月 10 日原稿受理, 1990 年 1 月 31 日採用決定)