両端に回転ばねのある部材で構成される単層ラチスドームの 線形および弾性座屈荷重

矩形平面形状をした裁断球殻状ドームについて

LINEAR AND ELASTIC BUCKLING LOADS OF LATTICED SHELLS WITH ELASTIC SPRINGS AT BOTH ENDS OF MEMBERS

Case study with spherical latticed shells on rectangular plan

植木隆司*, 向山洋一**, 加藤史郎***

Takashi UEKI, Yoichi MUKAIYAMA and Shiro KATO

The present study discusses the elastic buckling load of spherical latticed domes on rectangular plan. The buckling loads are non-dimensionalized by using both the buckling loads as pin-connected dome with no bending rigidity at the ends of members and the buckling load as an equivalent shell. The dividing parameter by which the dome can be classified like a pin-connected dome or like a continuous shell is defined quantitatively and is proved to depend on the boundary conditions of shells. Also the elastic buckling loads are shown to fall on nearly half of their linear buckling loads obtained by neglecting the prebuckling deformations.

Keywords : single layer dome, elastic buckling load, connection rigidity

1. 序 論

単層ラチスドームの座屈解析は、解析上の容易さから、接合部で曲げモーメントを完全に伝える剛接合ラチスドームと、曲げモーメントを全く伝えないピン接合ラチスドームのどちらかに仮定して行われる事が多い。しかしながら、単層ラチスドームの接合部に、ボールジョイント等を用いた場合を想定すると、明らかに接合部は、ピン接合と剛接合の中間的な半剛接合となる。この半剛接合的な特性に注目した研究として、線形固有値解析による座屈荷重を、等価連続体シェル理論による古典座屈荷重と比較し、接合部回転剛性と座屈荷重の関係を分析した Forman and Hutchinson¹⁾の研究、ボールジョイントを用いた立体トラスの模型実験を行い、さらに、接合部に剛域と回転ばねを考慮して弾性座屈解析を進めた坂、日置²⁾の研究、円形平面の単層ラチスドームを対象に、部材軸力の正負等に応じて接合部の回転ばね定数を換え座屈性状を検討した山田、山本、王³⁾の研究、ボールジョイント接合部を剛な節点と円形中実な接合部材にモデル化し、六角形平面の単層ラチスドームを対象に、弾性座屈荷重、弾塑性座屈荷重および座屈性状を分析し

た高島、柴田、原、加藤⁴⁾の研究が挙げられる。これらの研究により、有益な結果が得られつつあるが、半剛接合の接合部の特性を考慮した研究は少なく、さらに、ピン接合と剛接合の関連を調べる必要があると考えられる。

そこで本研究では、ピン接合と剛接合の関連を調べるため、矩形平面の球殻状単層ラチスドームに限定し、両端に回転ばねのある部材で構成されるドームを、(1) 回転ばね剛性の他に、(2) 平面形状、(3) 部材半開角、(4) 部材細長比、(5) 境界条件、(6) 荷重分布を考慮して、線形固有値解析および幾何学的非線形解析を進め、座屈荷重と座屈モードを求める。そして、座屈荷重を回転ばね剛性を考慮して無次元化表示し、連続体置換法による古典座屈荷重および個材の座屈を無視したピン接合線形座屈荷重と比較する事により、座屈荷重および座屈性状に対する回転ばね剛性等の影響を分析し、線形および弾性座屈荷重の推定方法を考察する。

2. 解析方法

まず、この種の構造物の基本的特性である線形座屈荷重および座屈モードを、線形固有値解析から求める。線

* 株式会社巴組鐵工所・工修

** 株式会社巴組鐵工所・工修

*** 豊橋技術科学大学 教授・工博

Tomoeegumi Iron Works

Tomoeegumi Iron Works

Professor, Toyohashi University of Technology, Dr. Eng.

形固有値解析は、座屈前変形を無視したものであるが、部材数の多い立体トラス構造物の、座屈荷重、座屈モード、座屈長さ等の線形座屈性状をパラメトリックに検討するのに、極めて簡便な方法である。

座屈前変形がある程度以上になると、座屈荷重の低下が予想されるので、線形固有値解析に続いて、その弾性座屈荷重および変形性状を、幾何学的非線形解析から求める^{注1)}。なお、本研究で用いた線形固有値解析と幾何学的非線形解析は、既に一般的になっているので、詳細な説明は省略し、以下に基本事項のみ記述する。

ラチスドームを構成する部材は、図—1 に示すように剛域・回転ばね・棒材から構成され^{2), 8)}、部材のねじり剛性は無視し得るものとする。ただし、本研究の解析では、部材長 l に対する剛域の長さ l_1 の影響は回転ばねの評価に含まれるものと考え $l_1=0$ とし、接合部の特性を回転ばねの曲げ剛性だけで評価する。また、部材両端の回転ばねは、 Y 軸、 Z 軸それぞれ独立であり、かつ、同一の定数と仮定する。

棒材の剛性マトリックスは、線形固有値解析の場合、実用解析法と考えられる幾何剛性マトリックス⁵⁾を用いる。ただし、幾何学的非線形解析の場合には、より精度が良いと考えられる座屈撓角法⁶⁾を用いる^{注2), 3)}。

なお、幾何学的非線形解析において、基本式の解法は、Newton-Raphson 法に基づき、荷重増分法および変位増分法を併用する。図—12 に示すように、鉛直変形-荷重曲線の最初に現れる極値（極限点）の荷重を、幾何学的非線形解析による最大荷重、以下弾性座屈荷重とする^{注4)}。

3. 線形固有値解析による座屈荷重および座屈性状

3-1 解析モデル

解析モデルは、図—2 に示す偏平な裁断球殻状の単層ラチスドームである。平面形状の影響を検討するため、縦横のスパン比 $a (=L_y/L_x)$ は、 $\sqrt{3}/2$ と $1/\sqrt{3}$ の2種とする。また、ドーム中央部の部材半開角 θ_0 は、 2°

注1) 図—12 に示すように、鉛直変形-荷重曲線の最初に現れる極値（極限点）の荷重を、幾何学的非線形解析による最大荷重、以下弾性座屈荷重とし、線形固有値解析から求めた線形座屈荷重と区別する。

注2) 本研究の事前解析において、境界条件が悪く部材応力が均一でないようなドームの時、座屈前変形を無視して座屈撓角法により求めた剛性マトリックスを用いる場合に比べ、幾何剛性マトリックスを用いる場合には、約1.2～1.4倍程度の大きな線形座屈荷重を与える結果が得られている。

注3) 軸力 N は、棒材両端 (1, 2 端) の X, Y, Z 方向の変位 (u_1, v_1, w_1) , (u_2, v_2, w_2) を用いて次式で評価する。

$$N = EA_e \left[\frac{u_2 - u_1}{l} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_2 - v_1}{l} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{w_2 - w_1}{l} \right)^2 \right]$$

注4) 本研究で行ったすべての幾何学的非線形解析の鉛直変形-荷重曲線は、上に凸の滑らかな極限点を示しており、分岐型の座屈性状を示さなかった。したがって、本研究で行った解析の範囲では、幾何学的非線形解析だけで適切な弾性座屈荷重（最大荷重）が求まっている。

と 3° の2種とする。したがって、形状については、 a , θ_0 に基づき図—2 の4種の形状モデル Model 1～4 が検討対象である。

網目の割り付け方法を、Model 1 を例にして図—2 中に示している。各部材の長さがほぼ等しくなるように三角形の網目を割り付けてはいるが、ドーム中央部の部材長さ l_0 と、4隅へ斜めに接続される一番長い部材長さ $l_{\max}$ の比 $l_{\max}/l_0$ は、Model 1, 2, 3, 4 でそれぞれ 1.02, 1.06, 1.03, 1.08 になる。また、部材半開角 θ もドーム中央部と隅部では、部材長さと同程度の割合で異なるが、

図—1 部材モデル

網目の割り付け方法

- 1) $\widehat{AOB}$ を角度で16等分し、各節点 X 座標を決める。
- 2) $\widehat{COD}$ を角度で 8等分し、各節点 Y 座標を決める。
- 3) 各節点が球面上となるよう、 Z 座標を決める。

図—2 解析モデル

表—1 部材細長比 λ_0 と断面 2 次モーメント I_p (cm⁴)

		$\lambda_0=50$	60	70	80	100
Model 1, $l_0=305$.cm	$I_p=558.2$	387.6	284.8	218.0	139.5	
Model 2, $l_0=310$.cm	$I_p=576.6$	400.4	294.2	225.2	144.2	
Model 3, $l_0=310$.cm	$I_p=576.6$	400.4	294.2	225.2	144.2	
Model 4, $l_0=322$.cm	$I_p=622.1$	432.0	317.4	243.0	155.5

B1境界:
全周ピン支持 B2境界:
4隅ピン支持
他点一方向ローラー支持

□ : ピン支持点
□ : 一方向ローラー支持点

図—3 境界条件

等分布荷重 : ● ● ● 印節点で
全て 1.0xP
偏載荷重 : ● 印節点で 1.0xP
● 印節点で 0.75xP
○ 印節点で 0.5xP

図—4 荷重分布

ほぼ均一の網目として考えている。

ヤング率 E および断面積 A_e は、全モデルの全棒材において原則的に同じとし、 $E=2100$ tf/cm², $A_e=15$ cm² とする。ドーム中央部の部材細長比 λ_0 は、現実使用される範囲を考慮して、50, 60, 70, 80, 100 とし、 l_0 , A_e および λ_0 から、表—1 に示す断面 2 次モーメント I_p を用いる。

回転ばね定数 K_B は、 Y 軸回り K_{BY} と Z 軸回り K_{BZ} を同じとし、式 (1) で示す無次元化回転ばね定数 κ を用いて、 $\theta_0=2^\circ$ では $\kappa=0.05, 0.1, 0.3, 0.7, 1.0, 3.0, 7.0, 1000$ の 8 種、 $\theta_0=3^\circ$ では $\kappa=0.1, 0.5, 1.0, 3.0, 10, 1000$ の 6 種とする。

$$\kappa = K_{BY} \cdot \frac{l_0}{EI_p} = K_{BZ} \cdot \frac{l_0}{EI_p} \quad (1)$$

単層ラチスドームでは、境界条件により応力分布はかなり異なり、これは座屈耐力に大きく影響する。したがって、境界条件は、図—3 に示すように、実際の、かつ、代表的な境界条件と考えられる 2 種を選び、全周ピン支持の B1 境界と、4 隅がピン支持で外周の他点が外周方向に一方向ローラー支持の B2 境界とする。□ がピン支持、□ が長手方向にローラー支持を示している。

また、荷重および形状の不整も座屈耐力に影響するが、本研究での荷重分布は、図—4 に示すように、等分布状の節点荷重と偏載状の節点荷重の 2 種とし、形状初期不

$$\eta = P_{cr}^{lin} / EA_e \theta_0^3$$

図—5 ξ, η による無次元化表示

整の影響の検討は別稿で予定している。

3-2 無次元化表示

Model 1 と 2 (図—2) において、 $\lambda_0=60$, B1 境界、等分布荷重時の、線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} と回転ばね定数の関係を図—5 に示す。ただし、結果は、式 (2) の ξ, η を用いて無次元化表示されている。

$$\xi = \frac{12\sqrt{2}}{\lambda_0 \theta_0 \sqrt{1+2/\kappa}}, \quad \eta = \frac{P_{cr}}{EA_e \theta_0^3} \quad (2)$$

図中 $P_{cr}^{lin}(x)$ は、部材両端の回転ばねを考慮した場合の、連続体置換法によるシェルとしての節点当たりの古典座屈荷重⁷⁾で、式 (3) で仮定される⁸⁾。ただし、部材のねじりおよび弱軸の曲げ剛性を無視する^{注5)}。

$$P_{cr}^{lin}(x) = \frac{2E_e}{\sqrt{3(1-\nu_e^2)}} \times \left(\frac{t_e}{R}\right)^2 \times \frac{\sqrt{3}I_p}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{\lambda_0 \theta_0 \sqrt{1+2/\kappa}} \cdot EA_e \theta_0^3 \quad (3)$$

$$\text{ここで, } E_e = \frac{EA_e}{3l_0\gamma_e}, \quad \gamma_e = \sqrt{\frac{I_e}{A_e}}$$

$$t_e = 2\sqrt{3} \cdot \gamma_e, \quad I_e = \frac{I_p}{1+2/\kappa}$$

E_e : 等価ヤング係数, γ_e : 等価断面 2 次半径
 t_e : 等価板厚, I_e : 等価断面 2 次モーメント
 ν_e : ポアソン比

なお、式 (2) の ξ, η を用いて表す場合、式 (3) の $P_{cr}^{lin}(x)$ は、原点を通るこう配 1.0 の直線 $\eta=\xi$ になる。

また、図中 P_{cr}^{pin} は、部材座屈を無視したピン接合の場合の線形座屈荷重値である。 $P_{cr}^{pin} / EA_e \theta_0^3$ は、Model

注5) 連続体置換法による古典座屈荷重 $P_{cr}^{lin}(x)$ は、線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} と同様に、座屈前の変位および回転は考慮されていない。

図—6 線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} (等分布荷重, B1境界時)

1 ($\theta_0 = 2^\circ$) と Model 2 ($\theta_0 = 3^\circ$) でそれぞれ 2.03 と 2.07 であり, θ_0 によらずほぼ等しく $\eta = 2.0$ となる。

図—5 では, 2つの異なる形状をしたドームの線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} が, 同一の曲線として表されることが分かる。すなわち, 線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は, ξ がほぼ 2.0 以上の範囲では回転ばね剛性の効果が現れ, 等価なシェルとしての古典座屈荷重 $P_{cr}^{lin}(\kappa)/EA_e\theta_0^3$ つまり $\eta = \xi$ に漸近し, ξ がほぼ 2.0 以下の範囲では回転ばね剛性は座屈荷重に影響せず, ピン接合単層ラチスドームの座屈荷重 $P_{cr}^{pin}/EA_e\theta_0^3$ つまり $\eta = 2.0$ に漸近する。言いかえと, ξ がほぼ 2.0 以上の範囲はシェ尔的であり, ξ がほぼ 2.0 以下の範囲はピン接合的である。

以上の結果から逆に, 部材両端の回転ばねを考慮した場合のシェルとしての節点当たりの古典座屈荷重を式

(3) で推定する有効性と, 接合部がピン接合から剛接合まで異なる回転ばね剛性をしたドームの座屈荷重を ξ と η を用いて分析する有効性が認められたといえる。したがって, 以下のパラメトリックな解析では, 解析結果を ξ と η を用いて図示する。

3-3 解析結果の分析

1) 等分布荷重, B1境界時

Model 1~4 のドームが等分布荷重を受け, かつ, B1境界の場合の解析結果を図—6 に示す。

線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は, モデルおよび部材細長比 λ_0 によらず, 図—5 と同様に, ξ がほぼ 2.0 以上の範囲で $P_{cr}^{lin}(\kappa)/EA_e\theta_0^3$ つまり $\eta = \xi$ に漸近し, また, ξ がほぼ 2.0 以下の範囲で $P_{cr}^{pin}/EA_e\theta_0^3$ つまり $\eta = 2.0$ に漸近する曲線となる。ただし, $\theta_0 = 3^\circ$ (Model 2, 4) の λ_0

図-7 線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} (等分布荷重, B2 境界時)

$=100$ では, ξ が大きくなり完全剛接合に近くなると, 線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は $P_{cr}^{lin}(\kappa)/EA_e\theta_0^3$ に比べて小さくなっている。これは, 部材細長比 λ_0 が大きくなると, 部材座屈が発生するためである。部材座屈を考慮した座屈荷重 P_{cre} は, 単材の弾性座屈荷重 N_{cre} を用いて, 式 (4) により推定できる。

$$P_{cre} = 6\theta_0 \cdot N_{cre} = 6\theta_0 \cdot \frac{\pi^2 EA_e}{\lambda_0^2} \dots (4)$$

部材を1要素でモデル化した場合, 幾何剛性マトリックスを用いた本解析の部材座屈による座屈荷重は, P_{cre} の約1.2倍となる⁵⁾ので, $P_{cre} \times 1.2$ の値を図中に示す。

等分布荷重, B1 境界時の Model 1 に対して, $\lambda_0=50$ の $\kappa=0.05$ と 1000 の座屈モードを図-10(a) と (b) に示す。なお, $\kappa=0.05$ と 1000 は, ξ でそれぞれ 1.52

と 9.71 になる。応力集中が小さい (ほぼ均一な軸力が発生する) B1 境界時は, ドーム全域で繰返し座屈変位が発生している。座屈モードより得られる座屈長さ (座屈時の変形の半波長) l_{cr}^{lin} を部材長 l_0 で表すと, κ が小さい $\kappa=0.05$ の場合は $2 \cdot l_0$ 以下で節点座屈の性状を示し, κ が大きい $\kappa=1000$ の場合は $3 \cdot l_0$ 程度で全体座屈の性状を示す。座屈モードからも, $\kappa=0.05$ の場合はピン接合的であり, $\kappa=1000$ の場合はシェルの事の確認される。式 (5) で定義する連続体シェル理論による座屈長さ $l_{cr0}^{lin}(\kappa)^2$ は, $\kappa=0.05$ の場合は $1.1 \cdot l_0$, $\kappa=1000$ の場合は $2.8 \cdot l_0$ となり, l_{cr}^{lin} とほぼ等しい。

$$l_{cr0}^{lin}(\kappa)^2 = \alpha \cdot \frac{2\pi^2}{\sqrt{12(1-\nu_e^2)}} R \cdot t_e \dots (5)$$

ここで, α : 矩形の座屈領域を円形で置換した場合の

修正係数 ($\alpha=4/\pi$)^{注6)}

本研究の解析モデルのような2重曲率の単層ラチスドームでは、完全剛接合の場合でも弾性座屈長さは、高々部材長の2~3倍程度である。節点座屈になる傾向は、式(5)より、部材半開角 θ_0 が大きくなるほど曲率半径 R が小さくなり、また、部材細長比 λ_0 が大きくなるほど等価板厚 t_e が小さくなり、顕著になる。

結論として、応力集中が小さい等分布荷重、B1境界時の線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は、 ξ がほぼ2.0以上の範囲では $\eta=\xi$ で、 ξ がほぼ2.0以下の範囲では $\eta=2.0$ で推定可能である。ただし、部材細長比 λ_0 が大きいく部材座屈が発生する場合は、線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は、 $\eta=P_{cre}/EA_e\theta_0^3$ で推定できる。また、 ξ が2.0以下の範囲つまり κ が小さくてピン接合に近い場合は、節点の鉛直変位が交互に正負に変化する座屈モードとなり、部材細長比 λ_0 が十分に大きく、かつ、 ξ が大きい範囲つまり κ が大きくて完全剛接合に近い場合は、節点の鉛直変位がなく節点の回転が交互に正負に変化する座屈モードとなり、その中間の領域では、節点の鉛直変位と回転が共に生じるシェルの座屈モードとなる。

2) 等分布荷重、B2境界時

Model 1~4のドームが等分布荷重を受け、かつ、B2境界の場合の解析結果を図-7に示す。

ξ が大きい場合、Model 1, 2の線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は、ローラー支持の影響で、B1境界時に比べて、 η で1.5程度小さくなっている。すなわち、直線 $\eta=\xi-1.5$ で近似できる。また、 ξ が小さい場合、Model 1では、 $\lambda_0=50, 60, 70$ の線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は、 $P_{cr}^{pin}/EA_e\theta_0^3$ つまり $\eta=2.0$ に漸近するほぼ同一の曲線となるが、部材細長比 λ_0 が大きい $\lambda_0=80, 100$ の線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は、 $P_{cr}^{pin}/EA_e\theta_0^3$ より小さくなっている。これは、B2境界では隅点だけがピン支持のため隅部で応力集中が起こり、特に隅点に接続する斜材に大きな軸力が発生し、部材座屈が発生したためである。Model 2においても、Model 1と同様の傾向が見られるが、 $\lambda_0=50$ 以外はすべて $P_{cr}^{pin}/EA_e\theta_0^3$ より小さくなっており、部材半開角 θ_0 が大きいほど部材座屈が発生しやすい傾向を示している。

応力集中を表す指標として式(6)に示す応力集中による低減係数 $\gamma^{(9,8)}$ を用いると、部材座屈を考慮した座屈荷重は $\gamma \cdot P_{cre}$ で推定される。

$$\gamma = N_0/N \quad (6)$$

ここで、 N_0 :十分に一樣と考えられる時の軸力

注6) 文献7)では、座屈長さ l_{cre} は、矩形の座屈領域で与えられているが、本研究では、これと同一の座屈面積を持つ円形の座屈領域に置換して、 $l_{cr}^{lin}(\kappa)$ を推定している。

$$(N_0 = P/6 \cdot \theta_0)$$

N :考慮の対象となっている部材の軸力

ξ が小さい場合、 γ の値は部材細長比 λ_0 によらずほぼ一定で、Model 1では $\gamma=0.21$ 、Model 2では $\gamma=0.22$ である。図中には $\gamma \cdot P_{cre} \times 1.2/EA_e\theta_0^3$ の値を示すが、 ξ が小さくなると、線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ はこの値に漸近する。逆にこのような時は、単材の弾性座屈発生の条件 $N > N_{cre}$ を満足している。設計的には N および γ は、線形解析より容易に求められるので、式(4)の単材の弾性座屈荷重 N_{cre} の代りに部材の耐力 N_{cr} を用いると、部材耐力で決まる単層ラチスドームの座屈荷重 P_{cre} は式(7)で推定可能となる。

$$P_{cre} = \gamma \cdot 6 \cdot \theta_0 \cdot N_{cr} \quad (7)$$

図-8 周辺部を補強した場合の線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} (等分布荷重時)

図—9 等分布荷重時と偏載荷重時の線形座屈荷重 P_{cr}^{lin}

等分布荷重，B2境界時のModel 1に対して， $\lambda_0=50$ の $\kappa=0.05$ と1000の座屈モードを図—10(c)と(d)に示す。応力集中が大きいB2境界時は，ピン接合に近い $\kappa=0.05$ の場合，応力集中により隅部支持点近傍が局部的に節点座屈している。剛接合に近い $\kappa=1000$ の場合，応力集中はあるものの，回転ばね剛性の効果により，B1境界時と同様に，ほぼドームの全域で座屈変位が発生し，座屈長さ l_{cr}^{lin} は $3 \cdot l_0$ 程度で全体座屈の性状を示す。

Model 3, 4では，Model 1, 2とは異なり， ξ が大きい場合は，線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e \theta_0^3$ は $\eta = \xi - 1.5$ の直線より下回っている。言いかえると， ξ がほぼ5.0以上の範囲では，線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e \theta_0^3$ のこう配は，1.0より小さな値となり，形状および境界条件による影

響が，Model 1, 2よりも強く現れる。 ξ がほぼ5.0以下の範囲では，Model 1, 2と同じ傾向を示し， ξ が小さい場合は，ピン接合単層ラチスドームの座屈荷重 $P_{cr}^{(pin)}/EA_e \theta_0^3$ と，部材の弾性座屈荷重 $\gamma \cdot P_{crE} \times 1.2/EA_e \theta_0^3$ の小さいほうの荷重に漸近する。なお，応力集中による低減係数 γ は，Model 3では $\gamma=0.21$ ，Model 4では $\gamma=0.23$ であり，Model 1, 2を併せて考えると，形状によるばらつきは小さい。

等分布荷重，B2境界時のModel 3に対して， $\lambda_0=50$ の $\kappa=0.05$ と1000の座屈モードを図—10(e)と(f)に示す。Model 1と同様に， $\kappa=0.05$ の場合，隅部支持点近傍が局部的に節点座屈している。しかし， $\kappa=1000$ の場合，ドームの中央部で局部的な座屈モードを示しており，座屈長さ l_{cr}^{lin} は長手方向で $2 \cdot l_0$ 程度，短手方向

で $3 \cdot l_0$ 以上である。

結論として、応力集中が大きくなるような B2 境界での線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は、Model 1, 2 で、 $\eta = \xi - 1.5$ と $\eta = P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ 若しくは $\eta = \gamma \cdot P_{crE}/EA_e\theta_0^3$ の 3 直線で推定可能である。Model 3, 4 では、 ξ がほぼ 5.0 以下の範囲に限り、Model 1, 2 と同様に線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は、推定可能である。 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ の値は、Model 1, 2, 3, 4 でそれぞれ 1.85, 1.95, 1.79, 1.80 であり、 $\eta = 2.0$ で近似すれば、上記の推定方法はさらに簡単となる。

図-8 に、Model 1, 2 において、内部（図で破線で囲まれた領域の内側）の部材細長比 λ_0 を 80 とし、周辺部（図で破線で囲まれま領域の外側）を補強した場合の解析例を示す。これは、周辺部の部材の剛性を増す事により、どのように座屈荷重が変化するかを調べたものである。周辺部の部材細長比を小さくする事により、あるいは、周辺部の断面積 A_e を大きくする事により、B2 境界時の座屈荷重は、B1 境界時の座屈荷重に近づく。したがって、周囲が完全に拘束されていない B2 境界時のように、応力集中により局部的に節点座屈あるいは全体座屈が発生して、ドーム全体の耐力が小さくなる場合には、応力集中部あるいは境界部の部材サイズを上げて補強するのは、すべての部材サイズを上げるのに比べて、ドームの耐力を向上させるのに効率的である。

3) 偏載荷重時

Model 1~4 のドームにおいて、ドーム中央部の部材細長比 λ_0 が 50 と 100 で、偏載荷重（図-4）を受ける場合の解析結果を図-9 に示す。図中に、等分布荷重時の解析結果と一緒に示すが、白抜きが等分布荷重、塗り潰しが偏載荷重を示している。偏載時の座屈荷重は、荷重の大きい所に対する荷重とする。また、図中の $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は等分布荷重時の値を示すが、偏載荷重時の値は等分布荷重時の値に対して 1~8 % の範囲ですべて大きくなっている。線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ における等分布荷重時と偏載荷重時の主な違いは、以下の 2 点である。

第 1 の点は、Model 2, 4 の B1 境界、 $\lambda_0 = 100$ の場合、偏載荷重時の線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ が、等分布荷重時に対して 11~15 % 小さくなっている。これは、偏載荷重により荷重の変化する中央支持点附近の部材で、応力集中が発生したためである。この場合、中央支持点附近の応力集中による低減係数 γ は、Model 2, 4 共に約 0.65 である。図中に $\gamma \cdot P_{crE} \times 1.2/EA_e\theta_0^3$ を示したが、 ξ が小さくなると、線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ はこの直線に漸近している。この事は、他の荷重条件で応力集中が大きい場合も通常の線形解析により γ を求めれば、式 (7) により部材座屈発生の有無が線形解析より推定できる事を示唆する。

もう 1 点は、Model 3, 4 の B2 境界、 $\lambda_0 = 50$ の場合、 ξ がほぼ 5.0 以上の範囲で偏載荷重時の線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ が等分布荷重時の座屈荷重よりも大きくなっている。等分布荷重時ではこう配が 1.0 より小さいが、偏載荷重時にはほぼ 1.0 となり、Model 1, 2 の等分布荷重時とほぼ一致する。すなわち、 $\eta = \xi - 1.5$ で座屈荷重が推定可能となる。

偏載荷重、B2 境界時の Model 3 に対して、 $\lambda_0 = 50$ 、 $\kappa = 1000$ の座屈モードを図-10(g) に示す。偏載時には、荷重が不連続に変化するドーム中央部を含む荷重の大きな片側で座屈変位が生じている。

結論として、偏載荷重時の線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} は、Model 2, 4 の B1 境界、 $\lambda_0 = 100$ の場合に応力集中によ

図-10 線形固有値解析座屈モード

図-11 非線形解析モデル (1/4 対称モデル)

図-12 幾何学的非線形解析 鉛直変形 δ_z -荷重 P 曲線表-2 線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} と弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ (tf) (等分布荷重時, $\lambda_0=60$)

κ ξ			0.05 1.3	0.1 1.8	0.3 2.9	0.7 4.1	1.0 4.7	3.0 6.3	7.0 7.1	1000. 8.1	κ ξ			0.1 1.2	0.5 2.4	1.0 3.1	3.0 4.2	10.0 4.9	1000. 5.4
Model 1 $(a=\sqrt{3}/2)$ $(\theta_0=2^\circ)$	B 1 境界	P_{cr}^{lin}	3.0	3.1	3.8	5.1	5.9	8.7	9.8	10.7	Model 2 $(a=\sqrt{3}/2)$ $(\theta_0=3^\circ)$	B 1 境界	P_{cr}^{lin}	10.0	12.0	14.1	19.8	22.6	23.6
		$P_{cr,el}$	1.3 (.43) [.78]	1.4 (.45) [.60]	1.8 (.47) [.46]	2.5 (.49) [.44]	2.9 (.49) [.46]	5.0 (.57) [.59]	6.0 (.61) [.62]	6.7 (.63) [.62]			$P_{cr,el}$	4.7 (.47) [.88]	5.9 (.49) [.54]	7.1 (.50) [.50]	10.4 (.52) [.55]	14.1 (.62) [.63]	16.3 (.69) [.67]
	B 2 境界	P_{cr}^{lin}	2.7	2.8	3.3	4.2	4.7	6.6	7.7	8.8		B 2 境界	P_{cr}^{lin}	6.6	7.5	8.5	11.3	15.1	17.8
		$P_{cr,el}$	1.2 (.44) [.71]	1.3 (.46) [.56]	1.7 (.52) [.44]	2.5 (.60) [.46]	3.0 (.64) [.47]	3.9 (.59) [.46]	4.6 (.60) [.48]	5.3 (.60) [.49]			$P_{cr,el}$	4.3 (.65) [.80]	5.5 (.73) [.50]	6.8 (.80) [.48]	8.5 (.75) [.45]	10.4 (.69) [.47]	12.1 (.68) [.49]
Model 3 $(a=1/\sqrt{3})$ $(\theta_0=2^\circ)$	B 1 境界	P_{cr}^{lin}	3.0	3.1	3.8	5.1	5.9	8.5	9.5	10.4	Model 4 $(a=1/\sqrt{3})$ $(\theta_0=3^\circ)$	B 1 境界	P_{cr}^{lin}	9.7	11.7	13.8	19.3	21.9	23.0
		$P_{cr,el}$	1.4 (.46) [.81]	1.5 (.47) [.62]	1.9 (.49) [.47]	2.5 (.50) [.46]	3.0 (.51) [.48]	5.2 (.62) [.62]	6.2 (.65) [.65]	7.0 (.67) [.64]			$P_{cr,el}$	5.2 (.54) [.97]	6.5 (.55) [.59]	7.9 (.57) [.56]	11.7 (.60) [.62]	15.8 (.72) [.71]	18.3 (.79) [.75]
	B 2 境界	P_{cr}^{lin}	2.6	2.7	3.2	4.0	4.5	5.9	6.6	7.2		B 2 境界	P_{cr}^{lin}	6.8	7.7	8.8	11.8	15.0	15.7
		$P_{cr,el}$	1.2 (.47) [.73]	1.3 (.50) [.56]	1.8 (.56) [.45]	2.6 (.65) [.47]	3.0 (.66) [.48]	4.0 (.67) [.47]	4.7 (.71) [.49]	5.4 (.75) [.50]			$P_{cr,el}$	4.5 (.66) [.84]	5.8 (.76) [.53]	7.1 (.81) [.50]	9.0 (.76) [.48]	10.9 (.73) [.49]	12.4 (.79) [.51]

() 内は $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}$ を、[] 内は $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}(\kappa)$ を示す。

り 11~15 % 低下するのを除けば、その他は同じかむしろ大きくなっており、本研究の解析モデルおよび荷重分布では偏載荷重の線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} に及ぼす影響は小さい。したがって、偏載荷重時の線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} は、等分布荷重時に準じて推定可能である。

4. 幾何学的非線形解析による最大荷重(弾性座屈荷重)および変形状

4-1 解析モデル

解析モデルの形状は、図-2 に示す線形固有値解析を行った解析モデル Model 1~4 と同じ形状であるが、計算時間の短縮のため、図-11 に示すようにドーム中央で X および Y 方向に 2 個の対称軸を仮定する。

断面積、断面 2 次モーメント等の部材諸元、無次元化

ばね定数、境界条件 (B1 境界および B2 境界) も、線形固有値解析の場合と同じである。ただし、部材細長比は、 $\lambda_0=60$ のみとする。また、荷重分布は、等分布状の節点荷重のみとする。線形固有値解析で等分布荷重と偏載荷重に大きな違いがなかったが、一般的非線形解析では、大きな違いが生じる可能性がある。この検討については、別稿で論じる予定である。

4-2 解析結果の分析

幾何学的非線形解析の例として、Model 1 の $\kappa=0.05, 1000$ と、Model 2 の $\kappa=0.1, 1000$ における鉛直変形 δ_z -荷重 P 曲線を図-12 に示す。本研究の解析モデルのように部材半開角 θ_0 が小さい偏平なドームで、かつ、部材細長比 λ_0 が比較的小さい場合、 δ_z - P 曲線は、

図-13 線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} と弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ (等分布荷重時, $\lambda_0=60$)

幾何学的非線形性により上に凸の滑かな極限点を示している。

Model 1~4 の弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ を、図-13 および表-2 に示す。図表に線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} を一緒に示すが、図中では、 $\circ, \bullet$ が線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} , $\square, \blacksquare$ が弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ であり、また、白抜きが B1 境界、塗り潰しが B2 境界である。

表-2 より、Model 1 および 3 ($\theta_0=2^\circ$) の場合共に、 $\kappa=1000$ の弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ は、 $\kappa=0.05$ の座屈荷重に対し、B1 境界で 5.1 倍、B2 境界で 4.4 倍となる。また、Model 2 および 4 ($\theta_0=3^\circ$) の場合共に、 $\kappa=1000$ の弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ は、 $\kappa=0.1$ の座屈荷重に対し、B1 境界で 3.5 倍、B2 境界で 2.8 倍となる。これより、部材半開角 θ_0 が小さい、つまりドームが扁平な

ほど、また、境界条件の拘束が大きいほど (B1 境界)、接合部の曲げ剛性により、弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ が効果的に増大する。

1) 等分布荷重, B1 境界時

図-12 より、弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ 時の鉛直変形 δ_{zcr} は、Model 1 ($\theta_0=2^\circ$), $\kappa=0.05$ と Model 2 ($\theta_0=3^\circ$), $\kappa=0.1$ において、それぞれ $\delta_{zcr}=3.0$ cm と 4.25 cm (共に節点 2, 節点位置は図-11 参照) であり、それぞれの単位ドームのライズ $l_0 \cdot \theta_0=10.6$ cm と 16.2 cm に対して、28% と 26% になる。また、Model 1, $\kappa=1000$ と Model 2, $\kappa=1000$ において、それぞれ $\delta_{zcr}=6.5$ cm と 8.5 cm (共に節点 1) であり、それぞれの等価板厚 $t_e=17.6$ cm と 17.9 cm に対して、37% と 47% となる。Model 3 ($\theta_0=2^\circ$) と Model 4 ($\theta_0=3^\circ$) の弾性座屈荷重

時の鉛直変形 δ_{zcr} は、部材半開角 θ_0 がそれぞれ同じ Model 1 と Model 2 の δ_{zcr} より 0.25～1.0 cm 小さいが、それでもなお、弾性座屈荷重時には、かなり大きな変位が生じる。

表—2 によれば、弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ は、線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} に比べて、幾何学的非線形性の影響によりかなり低減された値となる。弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ の線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} に対する比 $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}$ は、Model 1, 2, 3, 4 で、それぞれ 43～63 %, 47～69 %, 46～67 %, 54～79 % である。Model 2, 4 ($\theta_0=3^\circ$) は、それぞれ Model 1, 3 ($\theta_0=2^\circ$) に比べてやや大きく、Model 3, 4 ($a=1/\sqrt{3}$) は、それぞれ Model 1, 2 ($a=\sqrt{3}/2$) に比べてやや大きい。これより、部材半開角 θ_0 が大きいほど、あるいは、縦横のスパン比 a が大きいほど、 $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}$ は大きい傾向が見られる。

回転ばね剛性の効果が現れると考えられる ξ がほぼ 2.0 以上の範囲において、弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ の連続体シェルとしての古典座屈荷重 $P_{cr0}^{lin}(x)$ に対する比 $P_{cr,el}/P_{cr0}^{lin}(x)$ は、Model 1, 2, 3, 4 で、それぞれ 44～62 %, 50～67 %, 46～64 %, 56～75 % である^{注7)}。 $P_{cr,el}/P_{cr0}^{lin}(x)$ は $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}$ とほぼ等しくなるが、これは、 ξ がほぼ 2.0 以上の範囲において線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} は $\eta=\xi$ で近似できる、すなわち $P_{cr0}^{lin}(x)$ とほぼ等しいからである。

ξ がほぼ 2.0 以上でかつ 5.0 以下の範囲 (Model 1, 3 で $x=0.3\sim1.0$, Model 2, 4 で $x=0.5\sim3.0$) に限れば、 $P_{cr,el}/P_{cr0}^{lin}(x)$ は、Model 1, 2, 3, 4 で、それぞれ 44～46 %, 50～55 %, 46～48 %, 56～62 % であり、モデル内でのばらつきが小さくなる。したがって、 ξ がほぼ 2.0 以上でかつ 5.0 以下の範囲において、弾性座屈荷重 $P_{cr,el}/EA_e\theta_0^3$ は、式 (8) で推定可能である。

$$\eta = C_{el} \times \xi \dots \dots \dots (8)$$

ここで、 C_{el} を θ_0 に対して求めると、 $\theta_0=2^\circ$ の Model 1, 3 の平均が $C_{el}=0.46$ でその標準偏差が 0.01 であり、 $\theta_0=3^\circ$ の Model 2, 4 の平均が $C_{el}=0.56$ でその標準偏差が 0.04 である。接合部の影響を考慮した検討を行っている文献 4) によれば、部材半開角 $\theta_0=2^\circ, 3^\circ$ 程度の偏平な六角形ドームでピン支持の場合、 $P_{cr,el}/P_{cr0}^{lin}(x)$ は 70 % 程度となっている。解析モデル等が違うので、50 % 程度となる本研究の解析結果とは異なるが、この低減の度合いを求めておき、式 (8) を用いて、線形固有値解析による結果または連続体シェルとしての座屈荷重から弾性座屈荷重を推定するのは極めて有効である。

ξ が 5.0 以上の範囲では、□で示される B1 境界の弾

性座屈荷重 $P_{cr,el}/EA_e\theta_0^3$ は、ほぼこう配 1.0 の直線になるので、 $\eta=\xi-\eta_1$ で近似可能となるが、 η_1 の値は、モデルにより異なり、Model 1, 2, 3, 4 で、それぞれ 2.5, 1.8, 2.5, 1.5 程度となる。設計的には、この範囲の弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ も、式 (8) を用いて推定すれば、安全側となる。

回転ばね剛性の効果がなくほぼピン接合と考えられる ξ がほぼ 2.0 以下の範囲 (表—2 で、Model 1, 3 では $x=0.05$ と 0.1, Model 2, 4 では $x=0.1$) において、すべてのモデルで、 $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}$ は 50 % 前後となる。 ξ がほぼ 2.0 以下の範囲で、線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}/EA_e\theta_0^3$ は $\eta=2.0$ で近似できるので、弾性座屈荷重 $P_{cr,el}/EA_e\theta_0^3$ は $\eta=1.0$ に漸近する。この値は、周辺が固定されたピン接合単位ドームの弾性座屈荷重 $P_{cr}^{(pin)}/EA_e\theta_0^3=1.16^{(10)}$ にほぼ一致する。

Model 2, B1 境界における $x=0.1$ と 1000 の弾性座屈荷重時の変形状を図—14(a) と (b) に示す。 $x=0.1$ のピン接合に近い場合は、節点 1 と 2 で節点座屈し、 $x=1000$ のほぼ完全剛接合の場合には、隅部を中心にして比較的長い座屈長さで変形が進行し、最大荷重に至っている。文献 4) から、低いライズの六角形単層ラチスドームでは周辺近傍の節点が大きく変形し、最大荷重に至る結果が得られている。

結論として、応力集中が小さい等分布荷重、B1 境界時の弾性座屈荷重 $P_{cr,el}/EA_e\theta_0^3$ は、 ξ がほぼ 2.0 以上でかつ 5.0 以下の範囲は式 (8) で、 ξ がほぼ 2.0 以下の範囲は $\eta=1.0$ で推定可能である。

2) 等分布荷重, B2 境界時

図—12 より、弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ 時の鉛直変形 δ_{zcr} は、Model 1, $x=0.05$ と Model 2, $x=0.1$ において、

図—14 幾何学的非線形解析変形状

注 7) はほぼ完全剛接合の $x=1000$ の場合、 δ_{zcr} を形状初期不整とし、IASS 基準の初期不整敏感性¹¹⁾を用いて $P_{cr,el}/P_{cr0}^{lin}(x)$ を求めると、Model 1, 2, 3, 4 で、それぞれ 33 %, 28 %, 35 %, 32 % となる。

それぞれ $\delta_{zcr}=4.5\text{ cm}$ と 7.0 cm (共に節点2, 節点位置は図-11 参照) であり, それぞれの単位ドームのライズ $l_0\cdot\theta_0=10.6\text{ cm}$ と 16.2 cm に対して, 42 % と 43 % になる。また, Model 1, $\kappa=1000$ と Model 2, $\kappa=1000$ において, それぞれ $\delta_{zcr}=15.75\text{ cm}$ と 14.75 cm (共に節点3) であり, それぞれの等価板厚 $t_e=17.6\text{ cm}$ と 17.9 cm に対して, 89 % と 82 % となる。

表-2 によれば, 弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ の線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} に対する比 $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}$ は, Model 1, 2, 3, 4 で, それぞれ 44~60 %, 65~68 %, 47~75 %, 66~81 % である。Model 1, 3 ($\theta_0=2^\circ$) では, この比は B1 境界時とはほぼ同じ値となるが, 部材半開角 θ_0 が大きい Model 2, 4 ($\theta_0=3^\circ$) では, 全体的に大きな値となる。

回転ばね剛性の効果が現れると考えられる ξ がほぼ 2.0 以上の範囲において, 弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ の連続体シェルとしての古典座屈荷重 $P_{cr}^{lin}(\kappa)$ に対する比 $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}(\kappa)$ は, Model 1, 2, 3, 4 で, それぞれ 44~49 %, 45~50 %, 45~50 %, 48~53 % となる。 $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}(\kappa)$ は, B1 境界時とは異なって, $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}$ と同じ値にならない。しかしながら, ξ がほぼ 2.0 以上のすべての範囲において, B2 境界時の $P_{cr,el}/P_{cr}^{lin}(\kappa)$ は, モデルによらずほぼ同じ値であり, 式 (8) で推定可能となる。B1 境界時と同様に B2 境界時の C_{el} を θ_0 に対して求めると, $\theta_0=2^\circ$ の Model 1, 3 の平均が $C_{el}=0.47$, $\theta_0=3^\circ$ の Model 2, 4 の平均が $C_{el}=0.49$ で, その標準偏差は共に 0.02 である。概略的に見て, B1 境界と B2 境界の区別なく近似的に $C_{el}=0.5$ とすれば, 式 (8) は $\eta=0.5\times\xi$ となり, ξ がほぼ 2.0 以上でかつ 5.0 以下の範囲で, B1 境界と B2 境界の弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ は同じ推定値となる。

Model 1, 3 において, ほぼピン接合と考えられる $\kappa=0.05$ の場合, 弾性座屈荷重 $P_{cr,el}/EA_e\theta_0^3$ は, それぞれ 0.90, 0.93 となる。同じく, Model 2, 4 の $\kappa=0.1$ の場合, 弾性座屈荷重 $P_{cr,el}/EA_e\theta_0^3$ は, 0.95, 0.99 となる。したがって, 回転ばね剛性の効果がほとんどないと考えられる ξ が 2.0 以下の範囲では, モデルによらず, 弾性座屈荷重 $P_{cr,el}/EA_e\theta_0^3$ は, $\eta=0.9\sim 1.0$ で推定可能となる。近似的に $\eta=1.0$ とすれば, この範囲においても, B1 境界と B2 境界の弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ は同じ推定値となる。

以上, ξ がほぼ 5.0 以下の範囲で, B1 境界と B2 境界の弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ は同じ推定値となる。

Model 2, B2 境界における $\kappa=0.1$ と 1000 の弾性座屈荷重時の変形性状を図-14(c) と (d) に示す。B1 境界時と同様な変形性状を示している。

5. 結論と将来の研究

本研究の結論として得られた事項を列挙する。

線形固有値解析より,

1) 式 (2) で示した無次元量 ξ と η を用いる事により, 形状, 境界条件等にかかわらず線形座屈荷重の性状を有効に把握できる事を示した。

2) 等分布荷重, B1 境界 (ピン支持) 時は, 形状 (a, θ_0) によらず, ξ がほぼ 2.0 以上の範囲では回転ばね剛性の効果が現れ, 連続体シェルとしての古典座屈荷重 $P_{cr}^{lin}(\kappa)$ ($\eta=\xi$) により, ξ がほぼ 2.0 以下の範囲では回転ばね剛性は座屈荷重に影響せず, ピン接合ドームの座屈荷重 $P_{cr}^{lin}(\eta=2.0)$ により, また, 部材細長比 λ_0 が大きく部材の弾性座屈が発生する場合には部材の弾性座屈荷重 P_{crE} ($\eta=P_{crE}/EA_e\theta_0^3$) により, 線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} を推定できる事を示した。

3) 等分布荷重, B2 境界 (4 隅ピン支持, 周辺ローラー支持) 時で, 縦横のスパン比 $a=\sqrt{3}/2$ においては, 部材半開角 θ_0 によらず, ξ が大きい範囲では $\eta=\xi-1.5$ により, ξ が小さい範囲ではピン接合ドームの座屈荷重 $P_{cr}^{lin}(\eta=2.0)$ により, また, 隅部の応力集中により部材細長比 λ_0 が大きく部材の弾性座屈が発生する場合には, 部材の弾性座屈荷重 P_{crE} と式 (6) で示した応力集中による低減係数 γ により, 線形座屈荷重 P_{crE}^{lin} ($\eta=\gamma\cdot P_{crE}/EA_e\theta_0^3$) を推定できる事を示した。 $a=1/\sqrt{3}$ においても, ξ がほぼ 5.0 以下の範囲では, 同様に推定できる事を示した。

4) 偏載荷重が線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} に与える影響は小さく, 等分布荷重時と同様の方法により, 偏載荷重時の線形座屈荷重 P_{cr}^{lin} を推定できる事を示した。

幾何学的非線形解析より,

5) 本研究で扱った単層ラチスドーム ($\lambda_0=60$) の範囲では部材座屈が起こらず, ξ がほぼ 2.0 以上の範囲で回転ばね剛性の効果が現れ, B1 境界時は ξ がほぼ 2.0 以上でかつ 5.0 以下の範囲で, B2 境界時は ξ がほぼ 2.0 以上のすべての範囲で, 弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ は, 連続体シェルとしての古典座屈荷重 $P_{cr}^{lin}(\kappa)$ に対して極めて略算的ではあるが, 50 % 前後である。また, ξ がほぼ 2.0 以下の範囲では, B1 境界時, B2 境界時共に回転ばね剛性は座屈荷重に影響せず, 弾性座屈荷重 $P_{cr,el}$ は, やはり極めて略算的ではあるが, $1.0\times EA_e\theta_0^3$ ($\eta=1.0$) で推定できよう。

本研究は多くの前提条件の下に進められており, 部材の接合部に曲げ剛性のある単層ラチスドームの, 座屈荷重の推定方法および設計方法の確立のためには, さらに, 部材および接合部の弾塑性挙動を考慮した解析, 部材半開角が大きい場合の解析, 付加集中荷重および偏載荷重による荷重不整の影響の解析, 形状初期不整の影響の解析, 実際の接合部の回転ばね剛性および耐力のデータを収集する接合部の実験, 実構造物の載荷実験と形状初期不整の測定等の研究が必要であろう。

謝 辞

本研究において、有益な御助言を頂いた松下富士雄博士、久保寺勲博士、また、解析プログラム作成において多大な協力を頂いた豊橋技術科学大学大学院生庄村昌明氏、柴田良一氏に深く感謝致します。

参考文献

- 1) Forman, S.E. and Hutchinson, J.W. : Buckling of Reticulated Shell Structures, Int. Journal Solids Structures, Vol. 6, pp. 909~932, 1970.
- 2) 坂 壽二, 日置興一郎: ねじ込み接合で組み立てた立体トラスの座屈挙動, 日本建築学会論文報告集第 331 号, pp. 1~9, 昭和 58 年 9 月.
- 3) 山田大彦, 山本博志, 王 麗: 単層ラチスドームの変形・座屈並びに座屈特性に対する接合部剛性と荷重条件の影響に関する研究 その 1. 変形・応力伝達特性について, その 2. 座屈耐力について, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (関東), pp. 1427~1430, 昭和 63 年 10 月.
- 4) 高島英幸, 柴田良一, 原 隆, 加藤史郎: 剛接合単層ラチスドームの座屈性状に関する研究, (その 1), (その 2), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (九州), pp. 1227~1230, 1989 年 10 月.
- 5) J.S. シェムニスキー: マトリックス構造解析の基礎理論, 培風館, pp. 349~371, 昭和 53 年.
- 6) 建築学大系編集委員会: 建築学大系 12 座屈論, 彰国社, pp. 388~413, 昭和 49 年.
- 7) Kollar, L. and Dulacska, E. : Buckling of Shells for Engineers, John Wiley & Sons, pp. 64~95, 1984.
- 8) 植木隆司, 向山洋一, 久保寺勲, 加藤史郎: 両端に回転ばねのある部材で構成される単層ラチスドームの線形座屈荷重 (その 1) (その 2), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (関東), pp. 1421~1424, 昭和 63 年 10 月.
- 9) 加藤史郎, 石川浩一郎: ピン接合単層ラチスドームの弾性座屈性状の分析と座屈荷重の推定 (六角形平面上の偏平球殻のドームが周辺でローラー支持されてる場合についての検討), 日本建築学会構造系論文報告集第 393 号, pp. 118~127, 昭和 63 年 11 月.
- 10) Wright, D.T. : Membrane Forces and Buckling in Reticulated Shells, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, No. ST1, pp. 173~201, Feb., 1965.
- 11) Recommendations for Reinforced Concrete Shell and Folded Plates, IASS, Madrid, 1979.

(1989 年 9 月 8 日原稿受理, 1990 年 2 月 21 日採用決定)