変形能力を考慮した RC 部材のせん断設計法

A SHEAR DESIGN PROCEDURE FOR R/C MEMBERS WITH DUCTILITY

市之瀬敏勝*

Toshikatsu ICHINOSE

A design procedure is presented to prevent the shear failure of reinforced concrete members after flexural yielding. The procedure is based on truss-strut model. The inclination of truss action is assumed to increase in hinging regions considering reduced aggregate interlocking. Effective compressive strength of concrete is assumed to degrade in hinging regions considering crossed shear cracks. The procedure is confirmed by existing experimental data.

Keywords : reinforced concrete; shear failure; ductility; truss; strut; hinge region

§1. はじめに

これまで、鉄筋コンクリート部材のせん断設計は、荒川式・広沢式などの実験式によることが多かった。しかし、Nielsen¹⁾、Thurlimann²⁾、称原³⁾、南⁴⁾、Collins⁵⁾らの提案により、2次元的な応力度の釣合いを考慮したせん断設計への道が開けてきた。日本建築学会、「鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針(案)・同解説」⁶⁾第6章に示されたせん断設計法(以後、指針案と呼ぶ)は、これら既往の提案の延長線上に位置づけられる。

指針案が既往の研究から取り入れた最も重要な点は、部材のせん断強度をトラス機構とアーチ機構の足し合わせとする、称原³⁾、南⁴⁾の考え方である。

指針案は、降伏ヒンジを計画しない部材と計画する部材(以後、非じん性部材、じん性部材と呼ぶ)とに分けて設計法を示している。非じん性部材の設計法は、部材のせん断強度を一樣なトラス機構と対角線状のアーチ機構の足し合わせとしており、称原・南の提案とほぼ同一である。彼らの提案と異なるのは、次の3点である。

(1) 主筋の降伏を無視することによって、曲げ設計とせん断設計を分離できるようにした。

(2) Thurlimann²⁾の提案に従って、トラス機構の圧縮力の向きが材軸と交わる角度 ϕ を、 $\phi \geq 26.5^\circ$ でなければならぬものと仮定した。すなわち、

$$\cot \phi \leq 2 \dots\dots\dots (1)$$

と仮定した。

(3) Nielsen¹⁾の提案に従って、コンクリートの有効強度係数を次式で与えた。

$$\nu_0 = 0.7 - \frac{\sigma_B}{2000} \dots\dots\dots (2)$$

σ_B はコンクリート強度で単位は kg/cm^2

これらの修正についての議論・検討は、文献^{7), 8)}で既に行っているため本報では省略する。

指針案のせん断設計法が既往のいずれの提案^{(1)~(5)}とも異なるのは、次の2点である。

1. 変形能力を考慮したこと……2次元的な応力度の釣合いを考慮したせん断設計法は、これまで主にヨーロッパなど地震荷重の小さい地域で発達してきたため、部材の強度のみが議論の対象となりがちであった。しかし指針案では、コンクリートの有効強度やトラス機構の角度を必要変形能力に応じて制限することにより、曲げ降伏後のせん断破壊が生じないようにしている。

2. 付着破壊の検討を行うこと……指針案のせん断設計式は、荒川式・広沢式と比較して、大きめのせん断強度を与える場合が多い。特にこの傾向は、せん断補強筋量が多い場合に顕著である。しかしこの場合には、せん断破壊が生じなくても、付着破壊により強度が損なわれる危険性がある。また、曲げ降伏後の付着破壊が生じると、塑性変形能力が著しく損なわれる。指針案のせん断設計式を用いる場合は、付着破壊の検討を必ず行う必要がある。

このうち、第2点については別の機会に譲るものとし、本報は、第1点について論じる。すなわち、指針案で示されたじん性部材のせん断設計法に関して仮定を明確にし、その仮定から何が導かれるのかを明らかにしたい。

* 名古屋工業大学 助教授・工博

Associate Professor, Nagoya Institute of Technology, Dr. Eng.

§2. じん性部材のせん断設計式を導くための仮定

(1) コンクリートの有効強度

危険断面から $1.5 \cdot D$ (D : 部材のせい) の領域をヒンジ領域と呼ぶ。ヒンジ領域の幅は、本来、塑性ヒンジの回転角や軸力、モーメント勾配などの関数で与えられるべきであるが、ここでは簡単のため $1.5 \cdot D$ に固定する。

ヒンジ領域以外では、コンクリートの有効強度係数 ν は非じん性部材と同じく式 (2) で与えられる ($\nu = \nu_0$) もとする。

部材が曲げ降伏以後の繰返し载荷を受ける場合、ヒンジ領域内では、ひび割れが交差することによってコンクリートの有効強度 $\nu \cdot \sigma_B$ が低下する。そこで、ヒンジ領域内での有効強度係数 ν を、図-1 すなわち次式 (3) のような塑性ヒンジの回転角 R_p の関数と仮定する。

$$\nu = \begin{cases} (1 - 15 \cdot R_p) \nu_0 & R_p \leq 0.05 \text{ rad} \\ \nu_0/4 & R_p > 0.05 \text{ rad} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3)$$

図-1 の横軸には、指針案第 4 章の解説に略算値として提示されている柱・梁・耐震壁の境界梁の設計用変形角も示している。これによれば、柱では $\nu = 0.775 \nu_0$ 、梁では $0.7 \nu_0$ 、耐震壁の境界梁では $0.625 \nu_0$ となる。

式 (3) の仮定の根拠は現在のところ希薄である⁽¹¹⁾。しかし、Vecchio⁽⁹⁾、白井⁽¹⁰⁾、大久保⁽¹¹⁾等、ひび割れの入ったコンクリートの有効強度に関する研究も盛んになりつつある。これらの研究の進展によっては、式

(3) が再検討されることになろう。

(2) トラス機構の角度

両端ヒンジの部材の場合、せん断力は、図-2(a)(b) のようなアーチ機構 (角度 θ) とトラス機構 (角度 ϕ_h) で伝達され则认为る。

図-2(b) のうち、部材端部の粗いハッチの領域では、トラス機構の角度の逆正接、 $\cot \phi_h$ は、次式の制限を受けるものと仮定する。

$$\cot \phi_h \leq \lambda \quad \dots\dots\dots (4)$$

λ は、塑性ヒンジの回転角 R_p の関数とし、図-3 で与える。これは次のような理由による。

じん性部材では、主筋の降伏に伴ってヒンジ領域での曲げせん断ひび割れが拡大する。塑性ヒンジの回転角が $R_p = 0.02 \text{ rad}$ という状態を考えてみよう。多くの実験のひび割れ状況を見ると、塑性ヒンジの変形は、高々 5 本程度の主要なひび割れによって生じているように見える。とすれば、図-4 のように、1 本あたりの斜めひび割れ (材軸となす角度は 45° であるとする) によって $R_p/5 = 0.004 \text{ rad}$ 程度の回転が生じることは十分に有り得る。ひび割れ先端から材軸までの距離が仮に 500 mm であるとすれば、材軸でのひび割れ幅は、 $0.004 \text{ rad} \times 500 \text{ mm} = 2 \text{ mm}$ となる。Walraven⁽¹⁵⁾ の実験・解析によれば、 2 mm のひび割れ幅では骨材のかみ合い作用はほとんど期待できない。すなわち、コンクリートの圧縮力

図-1 ヒンジ領域内での有効強度係数 ν

図-3 トラス機構の $\cot \phi$ の上限 (ヒンジ領域内)

図-2 両端ヒンジ部材でのせん断抵抗機構

図—4 トラス機構の角度を制限する理由ヒンジ領域でのひび割れ

が斜めひび割れを横切って流れることはほとんど不可能となり、 $\phi_h = 45^\circ$ のトラス機構のみが可能となる。現実の部材において $\phi_h = 45^\circ$ の状態がどの変形レベルで生じるかは、部材寸法、配筋、骨材等により異なるが、ここでは簡単のため、前述の $R_p = 0.02 \text{ rad}$ を目安とする。すなわち、図—3のように、 $R_p > 0.02 \text{ rad}$ の状態では $\cot \phi_h = 1$ ($\phi_h = 45^\circ$) のトラス機構のみを許容する。 $R_p \leq 0.02 \text{ rad}$ の範囲では $\cot \phi_h$ の上限を 1 から 2 まで徐々に緩める。

曲げせん断ひび割れの拡大に従って、トラス機構のみならず、アーチ機構の応力伝達にも若干の支障を来す可能性もある。しかし、アーチ機構の伝達領域は部材の圧縮側であるので、斜めひび割れの拡大の影響は十分に小さいものとみなす。

最後に、図—2(b) のうち、中央部の細かいハッチの領域では、ヒンジの回転による斜めひび割れの拡大の影響を受けないので、非じん性部材と同じく、

$$\cot \phi_m \leq 2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

とする。ハッチの無い中間領域では ϕ は徐々に変化すると考える。

§3. 部材のせん断強度

(1) トラス機構による負担せん断力

ヒンジ領域内でのせん断補強筋量を p_{wh} 、ヒンジ領域外でのせん断補強筋量を p_{wm} とする。それぞれ σ_{wh} 、 σ_{wm} の応力度を負担しているものとする。

トラス機構を図—2(b) の AB において切断すると、図—5(a) のようになる。そこで、トラス機構の負担せん断力 V_t について次式を得る。

$$V_t = b \cdot j_t \cdot p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \cdot \cot \phi_h \quad \dots\dots\dots (6)$$

同じく、CD において切断することにより、次式を得る。

$$V_t = b \cdot j_t \cdot p_{wm} \cdot \sigma_{wm} \cdot \cot \phi_m \quad \dots\dots\dots (7)$$

式 (6)(7) より、

$$p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \cdot \cot \phi_h = p_{wm} \cdot \sigma_{wm} \cdot \cot \phi_m \quad \dots\dots\dots (8)$$

が成立しなければならない⁽²⁾。

設計では、ヒンジ領域内でのせん断補強筋量をヒンジ領域外より以上とするはずである ($p_{wh} \geq p_{wm}$) から、

$$p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \geq p_{wm} \cdot \sigma_{wm} \quad \dots\dots\dots (9)$$

(a) トラス機構の切断 (b) C点近傍での釣合い

図—5 トラス機構の詳細

となる⁽³⁾。よって、式 (8) より、

$$\cot \phi_h \leq \cot \phi_m \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。

なお、図—2(b) の AB と CD の間の任意の位置で切断した場合にも、式 (6)(7) と同様の釣合条件が成立しなければならない。この条件から、AB～CD 間でのコンクリート圧縮応力の流れの向きが決定される。

C 点のすぐ内側での釣合状態を図—5(b) に示す。C 点内側では $p_{wh} \cdot \sigma_{wh}$ の大きさの圧縮反力をせん断補強筋から受ける。そこで、C 点内側でのコンクリートの圧縮主応力を σ_k とすると、鉛直方向の力の釣合いより、次式を得る。

$$p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \cdot dx = \sigma_k \cdot dx \cdot \sin^2 \phi_m \quad \dots\dots\dots (11)$$

$\sin^2 \phi_m = 1 / (1 + \cot^2 \phi_m)$ を利用し、上式を σ_k について解くと、次式を得る。

$$\sigma_k = p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \cdot (1 + \cot^2 \phi_m) \quad \dots\dots\dots (12)$$

領域 ABCD では、トラス機構の角度が変化するため、コンクリートの主応力度が場所によって変化する。C 点すぐ内側での σ_k が最大値となる。粗いハッチ、細かいハッチの領域でのコンクリートの主応力度も σ_k を下回る。したがって、 $\sigma_k \leq \nu \cdot \sigma_B$ の条件より、次式を得る。ただし C 点がヒンジ領域に属するので、 $\nu \cdot \sigma_B$ はヒンジ領域内の値を用いる。

$$\cot \phi_m \leq \sqrt{\frac{\nu \cdot \sigma_B}{p_{wh} \cdot \sigma_{wh}} - 1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

(2) アーチ機構による負担せん断力

アーチ機構は、基本的に非じん性部材と同じである。ただしじん性部材の場合、アーチ機構でのコンクリートの圧縮応力度 σ_a は、有効強度 $\nu \cdot \sigma_B$ からトラス機構の最大応力度 σ_k を引いて、次式で表される。

$$\sigma_a = \nu \cdot \sigma_B - \sigma_k = (1 - \beta) \cdot \nu \cdot \sigma_B \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし $\beta = \sigma_k / (\nu \cdot \sigma_B)$ とする。式 (12) より、

$$\beta = \frac{p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \cdot (1 + \cot^2 \phi_m)}{\nu \cdot \sigma_B} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。

図—2(b) において、BD の長さは $j_t \cdot \cot \phi_m$ である。そこで、非ヒンジ領域の長さが $j_t \cdot \cot \phi_m$ 以下の短い部材では、図—6(a) のように中央部のハッチ領域が無く

なることになる。このような部材では、図—2(b)の部材に比べて σ_k と β が小さくなる。したがって、図—6(a)の部材に本節の方法を適用すれば、アーチ機構の寄与を正解よりも小さく評価することになり、安全側のせん断強度が得られる。

ヒンジ領域内外でせん断補強筋量を一樣($p_{wh}=p_{wm}$)とした部材では、式(8)より、 $\cot \phi_h = \cot \phi_m$ となり、図—6(b)のような一様トラス機構となる。この場合は、式(12)により正確な σ_k が得られるので、本節の方法で正しいせん断強度が得られる。

図—6(c)のような片側ヒンジの部材では、トラス機構による応力状態が図—2(b)と全く同一となり、本節の方法で正しいせん断強度が得られる。

(3) せん断強度式

通常のあばら筋、帯筋により補強した柱・梁のせん断強度 V_u は、トラス機構とアーチ機構の負担分の和として次式となる。すなわち

$$V_u = b \cdot j_t \cdot p_{wm} \cdot \sigma_{wm} \cdot \cot \phi_m + b \cdot \frac{D}{2} \cdot (1 - \beta) \cdot \nu \cdot \sigma_B \cdot \tan \theta \quad (16)$$

となる^(注4)。ただしこの時点では σ_{wh} と σ_{wm} が未定であることに留意しておく。

式(16)は、 β に $\cot^2 \phi_m$ を含むため、 $\cot \phi_m$ に関する2次式であり、次式の範囲内で V_u が $\cot \phi_m$ とともに増大する。

$$\cot \phi_m \leq \frac{p_{wm} \cdot \sigma_{wm} \cdot j_t}{p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \cdot D \cdot \tan \theta} \quad (17)$$

上式に式(8)を代入して次式を得る。

$$\cot \phi_h \leq \frac{j_t}{D \cdot \tan \theta} \quad (18)$$

したがって塑性理論の下界定理により、 $\cot \phi_m$ は、式(5)(13)(17)の範囲内で最大の値を選んでよい。また、 $\cot \phi_h$ は、式(4)(10)(18)の範囲内で最大の値を選んでよい。

なお、式(17)の右边が2より小さくなるのは、

$p_{wh} \cdot \sigma_{wh} = p_{wm} \cdot \sigma_{wm}$ の場合では $L/D < 1.1$ 程度、

$p_{wh} \cdot \sigma_{wh} = 2 p_{wm} \cdot \sigma_{wm}$ の場合では $L/D < 2.5$ 程度の比較的短い部材のみである。

しかも式(17)(18)の条件を無視して得られる解は安全側である。したがって、通常は式(17)(18)を無視しても良い。

最後に、未定量であった σ_{wh} 、 σ_{wm} を決定しなければならない。式(16)は、 σ_{wm} に関して単調に増加する^(注5)。したがって塑性理論の下界定理により無条件に $\sigma_{wm} = \sigma_{wy}$ としてよい。一方、 σ_{wh} に関しては、 $\cot \phi_m$ と β に σ_{wh} を含むので、必ずしも単調増加にはならない。 σ_{wh} は、式(8)を介して $\cot \phi_h$ 、 $\cot \phi_m$ と関連づけられた上で決まる。

したがって、せん断強度 V_u を求めるには、 $\cot \phi_m$ と β から未知数 σ_{wh} を消去するのが有効である。まず、 $\cot \phi_m$ に関しては、式(13)に式(8)を代入して次式を得る。

$$\cot^3 \phi_m + \cot \phi_m \leq \frac{\nu \cdot \sigma_B}{p_{wm} \cdot \sigma_{wy}} \cot \phi_h \quad (19)$$

また、 $\sigma_{wh} \leq \sigma_{wy}$ 、 $\sigma_{wm} = \sigma_{wy}$ であるため、式(8)より、

$$\cot \phi_m \leq \frac{p_{wh}}{p_{wm}} \cot \phi_h \quad (20)$$

でなければならない。 β に関しては、式(15)に式(8)を代入して、次式を得る。

$$\beta = \frac{p_{wm} \cdot \sigma_{wy} \cdot \cot \phi_m \cdot (1 + \cot^2 \phi_m)}{\nu \cdot \sigma_B \cdot \cot \phi_h} \quad (21)$$

結局、せん断補強筋量を非ヒンジ領域で減らした部材のせん断強度 V_u は、次の手順で求められる。ただし、 $p_{wm} \cdot \sigma_{wy} > \nu \cdot \sigma_B / 2$ の場合は、以下の計算をするまでもなく、 $V_u = b \cdot j_t \cdot \nu \cdot \sigma_B / 2$ となる。

- ① $\cot \phi_h$ は、 $\cot \phi_h \leq \lambda$ と式(18)の範囲内で最大の値を選ぶ。
- ② $\cot \phi_m$ は、 $\cot \phi_m \leq 2$ と式(19)(20)の範囲内で最大の値を選ぶ。ただしこの計算の結果、 $\cot \phi_h > \cot \phi_m$ となる場合は、 $\cot \phi_h = \cot \phi_m$ を式(19)に代入して $\cot \phi_h = \cot \phi_m$ の値を計算し直す。
- ③ 式(21)により β を計算する。

- ④ $\sigma_{wm} = \sigma_{wy}$, および上記の $\cot \phi_m$ と β を式 (16) に代入して V_u を求める。

§4. セン断補強筋量とせん断強度との関係

本節では、ヒンジ領域外のせん断補強筋量 $p_{wm} \cdot \sigma_{wy}$ とせん断強度 V_u との関係を導く。また、そのときのヒンジ領域内のせん断補強筋の応力, σ_{wh} について考える。なお、本節では、 $L/D \geq 2.5$ 程度の部材を対象とするものとし、式 (17)(18) を無視する。 $L/D < 2.5$ の部材に本項の結果を適用すれば、前述の理由により、正解よりやや低めのせん断強度が得られる。

以下、 p_{wh}/p_{wm} の比率によって、部材を2種類に分類する。これは、 p_{wh}/p_{wm} の比率が大きい場合には、ヒンジ領域内のせん断補強筋の降伏が生じない ($\sigma_{wh} < \sigma_{wy}$) からである。さらに、ヒンジ領域外のせん断補強筋量, $p_{wm} \cdot \sigma_{wy}$ によって、4種類の場合分けを行う。これは、アーチ作用の有無, せん断補強筋の降伏の有無による。

- (1) $\frac{p_{wh}}{p_{wm}} > \frac{2}{\lambda}$ の部材

- (1a) $\frac{p_{wm} \cdot \sigma_{wy}}{\nu \cdot \sigma_B} < \frac{\lambda}{10}$ の場合:

$\cot \phi_h = \lambda$, $\cot \phi_m = 2$, $\beta < 1$ となるので,

$$V_u = 2 \cdot b \cdot j_t \cdot p_{wm} \cdot \sigma_{wy} + b \cdot \frac{D}{2} \cdot (1 - \beta) \cdot \nu \cdot \sigma_B \cdot \tan \theta \quad (22)$$

となる。したがって、 $p_{wm} \sigma_{wy}$ と V_u との関係は、図—7(a) の直線 AD のようになる。図中のハッチはアーチ作用の負担分を表す。直線の OD の傾きは2である。また、式 (8) より、

$$p_{wh} \cdot \sigma_{wh} = \frac{2}{\lambda} \cdot p_{wm} \cdot \sigma_{wy} \quad (23)$$

であるから、 $p_{wh} \sigma_{wh}$ と V_u との関係は、図—7(b) の直線 AD' のようになる。

(a) ヒンジ領域外せん断補強筋量とせん断強度の関係

- (1b) $\frac{\lambda}{10} \leq \frac{p_{wm} \cdot \sigma_{wy}}{\nu \cdot \sigma_B} < \frac{1}{\lambda^2 + 1}$ の場合:

$\cot \phi_h = \lambda$, $\beta = 1$ となる。また、 $\cot \phi_m$ は、式 (19) より定まる。よって、

$$V_u = b \cdot j_t \cdot p_{wm} \cdot \sigma_{wm} \cdot \cot \phi_m \quad (24)$$

ただし、 $\cot \phi_m = \sqrt[3]{q + r} + \sqrt[3]{q - r}$ (25)

$$q = \frac{\nu \cdot \sigma_B}{2 \cdot p_{wm} \cdot \sigma_{wy}} \cdot \lambda \quad (26)$$

$$r = \sqrt{q^2 + (1/27)} \quad (27)$$

となる。また、 $V_u = V_t$ 式 (6) より、

$$p_{wh} \cdot \sigma_{wh} = \frac{V_u}{\lambda \cdot b \cdot j_t} \quad (28)$$

となる。したがって、図—7(a) の3次曲線 DB と図—7(b) の直線 D'B を得る。

- (1c) $\frac{1}{\lambda^2 + 1} \leq \frac{p_{wm} \cdot \sigma_{wy}}{\nu \cdot \sigma_B} < \frac{1}{2}$ の場合:

式 (19) にこの条件と $\cot \phi_h = \lambda$ を代入すると、 $\cot \phi_m \leq \cot \phi_h$ になってしまう。したがって、式 (10) より $\cot \phi_h = \cot \phi_m$, $\beta = 1$ となる。よって、

$$V_u = b \cdot j_t \cdot p_{wm} \cdot \sigma_{wm} \cdot \cot \phi_m \quad (29)$$

ただし

$$\cot \phi_m \leq \sqrt{\frac{\nu \cdot \sigma_B}{p_{wm} \cdot \sigma_{wy}} - 1} \quad (30)$$

となる。また、

$$p_{wh} \cdot \sigma_{wh} = p_{wm} \cdot \sigma_{wy} \quad (31)$$

となる。したがって、図—7(a)(b) の曲線 BC を得る。いずれも、点 G まわりの円弧である。

- (1d) $\frac{p_{wm} \cdot \sigma_{wy}}{\nu \cdot \sigma_B} \geq \frac{1}{2}$ の場合:

無条件に

$$V_u = b \cdot j_t \cdot \nu \cdot \sigma_B / 2 \quad (32)$$

となる。

- (2) $1 \leq \frac{p_{wh}}{p_{wm}} \leq \frac{2}{\lambda}$ の部材

(b) ヒンジ領域内のせん断補強筋の応力

図—7 $p_{wh}/p_{wm} > 2/\lambda$ の部材のせん断強度

(p_{wh} , p_{wm} : ヒンジ領域内外のせん断補強筋比, λ : 図—3 による $\cot \phi$ の上限)

(a) ヒンジ領域外せん断補強筋量とせん断強度の関係

(b) ヒンジ領域内のせん断補強筋の応力

 図—8 $1 \leq p_{wh}/p_{wm} \leq 2/\lambda$ の部材のせん断強度 ($n = p_{wh}/p_{wm}$)

簡単のため, $n = p_{wh}/p_{wm}$ とおく。

(2a) $\frac{p_{wm} \cdot \sigma_{wy}}{\nu \cdot \sigma_B} < \frac{1}{n^3 \lambda^2 + n}$ の場合:

$\cot \phi_h = \lambda$, $\beta < 1$ となる。また, 式 (20) より, $\cot \phi_m = n \cdot \lambda$ となる。そこで,

$$V_u = n \cdot \lambda \cdot b \cdot j_t \cdot p_{wm} \cdot \sigma_{wy} + b \cdot \frac{D}{2} \cdot (1 - \beta) \cdot \nu \cdot \sigma_B \cdot \tan \theta \quad (33)$$

となる。したがって, 図—8(a) の直線 AD を得る。直線 OD の傾きは $n \cdot \lambda$ である。また, 式 (8) より,

$$p_{wh} \sigma_{wh} = \frac{n \cdot \lambda}{\lambda} \cdot p_{wm} \sigma_{wy} = p_{wh} \sigma_{wy} \quad (34)$$

となる。つまり, $\sigma_{wh} = \sigma_{wy}$ となり, ヒンジ領域内のせん断補強筋は降伏する^(注6)。また, $p_{wh} \sigma_{wh}$ と V_u との関係は, 図—8(b) の直線 AD' のようになる。直線 OD' の傾きは λ である。

(2b)~(2d) $\frac{p_{wm} \cdot \sigma_{wy}}{\nu \cdot \sigma_B} \geq \frac{1}{n^3 \lambda^2 + n}$ の場合:

前述の (1b)~(1d) のケースと同じである。したがって, 図—8(a)(b) の DBC, D'BC を得る。

上記の議論で $p_{wh} = p_{wm}$ とおけば, せん断補強筋量が一樣な部材のせん断強度が得られる。この場合, 図—8(a)(b) は, 図—9 のようになる。つまり, 点 D, D' が右上

図—9 せん断補強筋量が一樣な部材のせん断強度

に移動し, 点 B と一致する。

式 (17)(18) が関係するような短い部材の場合には, 図—7, 8 の A 点が上に, D 点と D' 点が右上に移動し, AD と DB とが接する。図—9 では, A 点が上に移動して, AB と BC とが接する。

なお, 保証ヒンジ回転角 $R_p = 0$ の場合は $\lambda = 2$ となるから, 図—7(a)(b) と図—9 は, 図—10 に示す非じん性部材のせん断強度に一致する。また, 図—8(a)(b) は, $1 \leq p_{wh}/p_{wm} \leq 2/\lambda$ の部材 (この場合, $\lambda = 2$ より $p_{wh} = p_{wm}$ の部材) に適用されるので, 図—9 と同じ扱いになる。すなわち, 非じん性部材のせん断強度とじん性部材のせん断強度とは連続している。

§5. 必要せん断補強筋量

作用せん断力 V が与えられたときの必要せん断補強筋量を考える。ただし, 安全側の簡略化として式(17)(18)を無視する。

(1) せん断補強筋量をヒンジ領域内外で一樣とする場合。……図—9 の関係を解くことによって下記のように得られる。

(a) $\frac{V}{b \cdot j_t \cdot \nu \cdot \sigma_B} > \frac{1}{2}$ の場合 ……補強不可能。

図—10 非じん性部材のせん断強度

$$(b) \frac{\lambda}{\lambda^2+1} < \frac{V}{b \cdot j_t \cdot \nu \cdot \sigma_B} \leq \frac{1}{2} \text{ の場合}$$

図-9のBC間。式(29)に式(30)右辺を代入して次式を得る。

$$p_w \cdot \sigma_{wy} = \frac{\nu \cdot \sigma_B}{2} - \sqrt{\left(\frac{\nu \cdot \sigma_B}{2}\right)^2 - \left(\frac{V}{b \cdot j_t}\right)^2} \quad (35)$$

$$(c) \frac{D \cdot \tan \theta}{2 \cdot j_t} < \frac{V}{b \cdot j_t \cdot \nu \cdot \sigma_B} \leq \frac{\lambda}{\lambda^2+1} \text{ の場合}$$

図-9のAB間。 $\cot \phi = \lambda$ を式(16)に代入して次式を得る。

$$p_w \cdot \sigma_{wy} = \frac{V - \frac{b \cdot D \cdot \nu \cdot \sigma_B \cdot \tan \theta}{2}}{\lambda \cdot b \cdot j_t - \frac{(1+\lambda^2) \cdot b \cdot D \cdot \tan \theta}{2}} \quad (36)$$

$$(d) \frac{V}{b \cdot j_t \cdot \nu \cdot \sigma_B} \leq \frac{D \cdot \tan \theta}{2 \cdot j_t} \text{ の場合}$$

図-9のOA間。アーチ機構のみで作用せん断力を負担できるので、最少せん断補強筋量でよい。

(2) ヒンジ領域以外でのせん断補強筋量をできるだけ減らそうとする場合。

図-9と、図-7(a)(b), 図-8(b)(b)とを比較すると、点AとCはどの図でも同じ位置にある。したがって、せん断応力レベルが上記(a)(d)の場合には、(1)と全く同じ扱いとなる。

次に、曲線BCも、図-7, 8, 9で同一である。したがって、せん断応力レベルが上記(b)の場合には、ヒンジ領域内外でせん断補強筋量を一樣とするのが合理的である。

せん断応力レベルが上記(c)の場合のみ、ヒンジ領域内外でせん断補強筋量を変える価値が生じる。 p_{wm}/p_{wh} の比率をできるだけ小さくする(つまり、ヒンジ領域以外でのせん断補強筋量をできるだけ減らそうとする)という立場で考えてみよう。この解は、図-7(a)(b)を逆に読むことによって、次のように得られる。

$$(c-1) \frac{\lambda}{5} < \frac{V}{b \cdot j_t \cdot \nu \cdot \sigma_B} \leq \frac{\lambda}{\lambda^2+1} \text{ の場合}$$

図-7(a)(b)のDB, D'B間である。 $V_t = V_u$, $\sigma_{wh} = \sigma_{wy}$ であるから、 $\cot \phi_h = \lambda$ を式(6)に代入して次式を得る。

$$p_{wh} \cdot \sigma_{wy} = \frac{V}{\lambda \cdot b \cdot j_t} \quad (37)$$

また、 $\cot \phi_m$ = 式(13)右辺を式(7)に代入して次式を得る。

$$p_{wm} \cdot \sigma_{wy} = \frac{V}{b \cdot j_t \cdot \sqrt{\frac{\nu \cdot \sigma_B}{p_{wh} \cdot \sigma_{wy}} - 1}} \quad (38)$$

$$(c-2) \frac{D \cdot \tan \theta}{2 \cdot j_t} < \frac{V}{b \cdot j_t \cdot \nu \cdot \sigma_B} \leq \frac{\lambda}{5} \text{ の場合}$$

図-7(a)(b)のAD, AD'間である。 $\cot \phi_m = 2$, $\cot \phi_h = \lambda$ を式(16)に代入して次式を得る。

$$p_{wm} \cdot \sigma_{wy} = \frac{V - \frac{b \cdot D \cdot \nu \cdot \sigma_B \cdot \tan \theta}{2}}{2 \cdot b \cdot j_t - \frac{5 \cdot b \cdot D \cdot \tan \theta}{\lambda}} \quad (39)$$

また、式(8)より次式を得る。

$$p_{wh} \cdot \sigma_{wy} = \frac{2 \cdot p_{wm} \cdot \sigma_{wy}}{\lambda} \quad (40)$$

(c-1)(c-2)の場合とも、ヒンジ領域外で必要とされる $p_{wm} \sigma_{wy}$ は、 p_w を一樣とした場合の必要 $p_w \sigma_{wy}$ よりも少なく済む。しかし、ヒンジ領域内では逆になる。したがって、ヒンジ領域外の長さが比較的短い部材では、 p_w を一樣とする方が経済的である。

§6. 実験結果との比較・検証

本報告で仮定した ν および $\cot \phi_h$ はヒンジ回転角 R_p と共に減少するため、部材のせん断強度 V_u もヒンジ回転角とともに図-11(a)のように低下することになる。ただし、 $R_p = 0.05$ rad以降は、 ν と $\cot \phi_h$ が一定なので V_u も一定となる。一方、曲げ強度 V_{bu} はヒンジ回転角の影響を全く受けないものとする。せん断強度 V_u と曲げ強度 V_{bu} の交点を、計算上のヒンジ回転能力 R_{pu} と呼ぶ。ある寸法・配筋の部材の R_{pu} を求めるには、 R_p を0 radから0.05 radまで少しずつ変化させて $V_u = V_{bu}$ となるまで V_u を計算し続ける必要がある。ただし、実際の設計ではこのような繰返し計算は不要である。設計では、骨組の弾塑性解析によって必要ヒンジ回転能力が決まり(あるいは安全側の見積りとして指針案4.4.5の解説により梁で $R_p = 1/100$ rad, 柱で $R_p = 1/67$ radなどとしてもよい)、それに応じた ν と $\cot \phi_h$ が自動的に

(a) 計算上のヒンジ回転角

(b) 実験での定義

図-11 変形能力の定義

図-12 変形能力の検証

に決まるからである。

吉岡¹²⁾が選定した実験値のうち、付着破壊しなかった実験データを用いて変形能力に関する精度を検討する。いずれの試験体もせん断補強筋量は部材内で一様である。変形能力の実験値 R_{exp} は、図-11(b)のように、荷重変形包絡線が最大荷重 V_{max} の80%になったときの部材角で定義した。計算値 R_{cal} は、塑性ヒンジの回転能力 R_{pu} と降伏時の部材角 R_y (菅野¹³⁾の式で計算)の和とした。計算値 R_{cal} と実験値 R_{exp} の関係を図-12に示す。軸力の大きい試験体(×印)で危険側になるものが2体あるが、これは $N/(bD\sigma_B)=0.44$ および 0.58 で軸力比が極めて高く、曲げ圧縮破壊であった。また、指針案第9章の特別ヒンジ配筋詳細規定を満足していない。これ以外の試験体はすべて実験値が計算値を上回った。すなわち安全側の結果となった。

しかし、上記の検証には次のような問題がある。これらについては、今後の研究の発展に期待したい。

(1) 変形能力の定義方法

上記の検証では、荷重変形の包絡線のみに着目して、繰返し回数などの条件は無視した。しかし、繰返し回数が荷重変形関係の包絡線に影響を与えるという報告もある。また、包絡線の低下がなくても、繰返し耐力やエネルギー吸収能力の低下が生じれば、建物全体のじん性に影響が生じる。したがって、変形能力の定義を再検討し、検証方法を確立する必要がある。

(2) 検証例の不足(パラメトリックな分析)

曲げ降伏前のせん断強度については、文献7)にて、せん断補強筋量、コンクリート強度、軸力など、種々のパラメーターが実験との適合性に与える影響が検討されている。その結果、非じん性部材に関しては、設計法の問題点と適用限界も多少明らかになったといえる(特に、せん断補強筋量が少ない柱での軸力の効果)。しかし、本報告の検証では、パラメトリックな分析とはなってい

ないため、じん性部材の設計法の問題点と適用限界が不明確である。

(3) 部材中央でせん断補強筋を減らした部材への適用性

本報告の検証では、部材全域でせん断補強筋が一様な場合のみを対象としている。部材中央でせん断補強筋を減らした部材への適用性を明らかにする必要がある。その場合、ヒンジ領域の幅を一律に $1.5D$ としてよいかどうかとも同時に検討すべきであろう。

§7. 指針案のせん断設計式との関係

指針案⁽⁶⁾では、ヒンジ領域内外のせん断強度が独立に与えられるものとしている。これは、以下に示すように、本報告の設計法を安全側に簡略化したものであると言える。ただし、本節でも、式(17)(18)が関係しない程度の、通常の長さの部材を考える。

指針案では、 $\cot \phi_m$ を次式のうちの最小値とする。

$$\cot \phi_m = 2 \dots\dots\dots (5')$$

$$\cot \phi_m = \sqrt{\frac{\nu \cdot \sigma_B}{p_{wh} \cdot \sigma_{wy}} - 1} \dots\dots\dots (13')$$

$\cot \phi_h$ は、次式のうちの最小値とする。

$$\cot \phi_h = \lambda \dots\dots\dots (4')$$

$$\cot \phi_h = \text{式(13')} \text{ 右辺}$$

β は、次式で計算する。

$$\beta = \frac{p_{wh} \cdot \sigma_{wy} \cdot (1 + \cot^2 \phi_m)}{\nu \cdot \sigma_B} \dots\dots\dots (15')$$

式(13')(15')は、式(13)(15)で、 $\sigma_{wh} = \sigma_{wy}$ と置き換えて得られる。その結果、ヒンジ領域内のせん断強度は、図-7(b)の横軸を $\sigma_{wh} \rightarrow \sigma_{wy}$ と置き換えることによって、図-13(a)のように与えられる。また、ヒンジ領域外のせん断強度は、図-13(b)のように与えられる。図-13(b)のAD間では、 $\cot \phi_m = 2$ であり、直線ODの傾きは2である。DE間では、 $\cot \phi_m = \text{式(13')}$ であり、DEは点Hを中心とする円弧である。EC間では、 $\cot \phi_m = 1$ であり、直線ECの傾きは1である。

図-13(a)(b)の点D'と点Dの高さが一致しないのは式(8)の釣合い条件を無視したためである。 $n > 2/\lambda$ の部材では、点D'より点Dの方が低くなるので、図-13(b)が部材のせん断強度を代表する。 $n \leq 2/\lambda$ の部材では、点D'より点Dの方が高いので、図-13(a)(b)を組み合わせ得られる図-14が部材のせん断強度を表す。図-14のうち、ヒンジ領域内のせん断強度に支配されるのは、折れ線ADFである。ADF間では $\cot \phi_h = \lambda$ であり、直線ODFの傾きは $n \cdot \lambda$ である。点Fの座標は、図-8(a)の点Dと同じである。

図-13(b)は図-7(a)よりも、図-14は図-8(a)・図-9よりも低いせん断強度を与える。したがって、指針案は、本報告の設計法を安全側に簡略化したものであ

図—13 指針案によるせん断強度

図—14 指針案によるせん断強度 ($p_{wh}/p_{wm} \leq 2/\lambda$ の部材)

と言える。ただし、指針案以外の方法でも簡略化は可能⁽⁷⁾であり、検討の余地がある。

§8. 結 論

- (1) 塑性ヒンジ領域内でのコンクリートの有効強度とトラス機構の角度を、ヒンジ回転角に応じて図—1、図—3のように制限することにより、曲げ降伏後の部材のせん断破壊を防ぐための設計条件を導くことができる。
- (2) ヒンジ領域内外でせん断補強筋量が異なる部材の場合、せん断補強筋量とせん断強度の関係は、図—7(a)・図—8(a)のように表される。
- (3) せん断補強筋量が一樣な部材の場合、せん断補強筋量とせん断強度の関係は、図—9のように表される。
- (4) 指針案⁽⁶⁾に示されたじん性部材のせん断強度式は、図—7(a)、図—8(a)、図—9を安全側に簡略化したものである。
- (5) 今後、検証例を積み重ねて、本設計法(および指針案⁽⁶⁾の設計法)の適用限界を明らかにする必要がある。

謝 辞

名古屋工業大学教授・工博・大岸佐吉先生には、全般的な御指導を得た。本研究の発端は文献14)にあり、その際、東京大学教授・工博・青山博之先生、同助教授・工博・小谷俊介先生はじめ関連の先生方には有益な助言を賜った。さらに本研究の内容は、日本建築学会・鉄筋コンクリート構造耐震設計小委員会に設けられたせん断WGで討議された。同WG主査・京都大学助教授・工博・渡辺史夫先生はじめ、委員の先生方には有益な意見を賜った。厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) Nielsen, M.P.: Limit Analysis and Concrete Plasticity, Prentice Hall, p.420, 1984
- 2) Thurlimann, B.: Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams, Introductory Report of IABSE Colloquium, Copenhagen, Plasticity in Reinforced Concrete, pp.71-90, 1979
- 3) 称原良一, 加藤 勉: 鉄筋コンクリート部材の耐力(圧力場理論の適用), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.1731-1732, 1978
- 4) 南 宏一: せん断を受ける鉄筋コンクリート部材の極限解析について, RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム, 日本コンクリート工学協会, pp.1-16, 1982
- 5) M.P. Collins and D. Mitchell: A rational approach to shear design - The 1984 Canadian code provisions, Journal of the American Concrete Institute, Vol.83, No.6, pp.925-933, 1986
- 6) 日本建築学会: 鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針(案)・解説, 1988.10
- 7) 市之瀬敏勝, 大岸佐吉, 藪内智治, 青山博之, 渡辺史夫: 鉄筋コンクリート梁柱部材のせん断設計法, 日本建築学会東海支部研究報告集, pp.137-148, 1988.3
- 8) 市之瀬敏勝, 大岸佐吉, 青山博之, 渡辺史夫: 鉄筋コンクリート梁柱部材のせん断設計法, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.10, No.3, pp.657-662, 1988

- 9) Vecchio, F. J. and Collins, M. P. : The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, ACI Journal, Vol. 83, pp. 219-231, March-April, 1986
- 10) 白井伸明, 松井洋司, 佐藤稔雄: ひびわれを含むコンクリートの圧縮劣化特性, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 11, No. 2, pp. 317-322, 1989
- 11) 大久保雅章, 濱田 聡, 野口 博: 地震時のひび割れコンクリートの圧縮特性の劣化に関する基礎実験, JCI コロキウム「RC 構造のせん断設計法に関する解析的研究」論文集, pp. 17-22, 1989. 10
- 12) 吉岡研三: 「柱選定試験体」選定理由および実験データの概要, RC 構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム, 日本コンクリート工学協会, pp. 9-20, 1983
- 13) 菅野俊介: 鉄筋コンクリート構造物の塑性剛性に関する研究 (その 3), 日本建築学会関東支部研究報告集, 1968
- 14) 青山博之: 靱性に依存する鉄筋コンクリート造建築物の耐震設計法の開発に関する研究, 昭和 60 年度科学研究費補助金 (総合研究 A) 研究成果報告書, 1986. 3
- 15) Walraven, J. C. : Fundamental Analysis of Aggregate Interlock, J. of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST11, pp. 2245-2270, Nov. 1981

注

- 1) 実際のところ, 式 (3), 図-1 の仮定は, § 6 で実験結果との適合性が良くなるように, 経験的に定めた。
- 2) 分布荷重の存在する梁の場合は, 断面 AB と CD とでせん断力が異なるので, 必ずしも式 (8) が成立するとは限らない。しかし, せん断力の差は, 図-2(b) の AC 間で加わる分布荷重のみであり, 通常は無視できる程度であろう。
- 3) 説明の簡略化のため, 「 $p_{wh} \geq p_{wm}$ の条件から, $p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \geq p_{wm} \cdot \sigma_{wm}$ となる」と述べたが, 厳密にはこれは正しくない。むしろこの段階では, 「 $p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \geq p_{wm} \cdot \sigma_{wm}$ を仮定して議論を進める」と言う方が正確である。この仮定の正当性は,

次のように証明される。まず, $p_{wh} > p_{wm}$ の場合に $p_{wh} \cdot \sigma_{wh} < p_{wm} \cdot \sigma_{wm}$ を仮定すると, 図-7, 8 で得られたせん断強度よりも低いせん断強度が得られる。したがって, 下界定理により, $p_{wh} > p_{wm}$ の場合に $p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \geq p_{wm} \cdot \sigma_{wm}$ を仮定するのは正しい。次に, $p_{wh} = p_{wm}$ の場合に $p_{wh} \cdot \sigma_{wh} \neq p_{wm} \cdot \sigma_{wm}$ を仮定すると, 図-9 で得られたせん断強度よりも低いせん断強度が得られる。したがって, $p_{wh} = p_{wm}$ の場合に $p_{wh} \cdot \sigma_{wh} = p_{wm} \cdot \sigma_{wm}$ を仮定するのは正しい。

- 4) 式 (16) のせん断強度 V_u は, ヒンジ領域外でのせん断補強筋量, p_{wm} により表現されているが, これは, ヒンジ領域外でのせん断強度を単に表しているわけではない。式 (6) (7) の V_k が等しいことからわかるように, 式 (16) は, ヒンジを持つ部材全体としてのせん断強度を表している。部材がどの領域でせん断破壊するかは, 条件により異なる。図-2(b) のように, 傾きの変化するトラス作用が生じる部材では, 図-2(b) の C 点近傍でのコンクリートの圧縮破壊が先行するので, 見かけ上, ヒンジ領域外でせん断破壊が生じる。図-6(b) のように, 傾きの様なトラス作用が生じる部材では, ヒンジ領域内での ν が小さいことから, せん断破壊はヒンジ領域内で生じる。
- 5) ただし, § 4 の結果からわかるように, 正確には, 「 $p_{wm} \cdot \sigma_{wy} > \nu \cdot \sigma_B / 2$ の範囲内で……」と言うべきである。
- 6) 逆に言えば, これ以外のケースでは, ヒンジ領域内のせん断補強筋は降伏しない。しかしこれは, 図-2 のようなトラス機構を仮定したからであって, 実際の部材では, 曲げせん断ひび割れの拡大などにより, これ以外のケースであってもヒンジ領域内のせん断補強筋の降伏は有り得る。
- 7) 例えば, 図-8 の ADBC を折れ線表示するなど。この場合, せん断補強筋量を 1 次式で計算できる利点がある。その他, 式 (13)(15) で, $\sigma_{wh} = \sigma_{wy}$ と仮定するなどの方法も考えられる。

(1990 年 2 月 10 日原稿受理, 1990 年 7 月 4 日採用決定)